МІНІСТЕРСТВО ВНУТРІШНІХ СПРАВ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ВНУТРІШНІХ СПРАВ
КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ ЛЬОТНИЙ КОЛЕДЖ

Циклова комісія природничих дисциплін

ТЕКСТ ЛЕКЦІЇ

навчальної дисципліни «Теоретична механіка та опір матеріалів»
обов'язкових компонент
освітньо-професійної програми
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
Технічне обслуговування та ремонт
повітряних суден і авіадвигунів

за темою – Складний рух

Харків 2021

ЗАТВЕРДЖЕНО
Науково-методичною радою
Харківського національного
університету внутрішніх справ
Протокол від 23.09.2021 № 8

СХВАЛЕНО
Методичною радою Кременчуцького
льотного коледжу Харківського
національного університету
внутрішніх справ
Протокол від 22.09.2021 № 2

ПОГОДЖЕНО
Секцією науково-методичної ради
ХНУВС з технічних дисциплін
Протокол від 22.09.2021 № 8

Розглянуто на засіданні циклової комісії природничих дисциплін, протокол від 10.09.2021 № 2

Розробник: викладач циклової комісії природничих дисциплін, к.т.н., доцент, спеціаліст вищої категорії, викладач-методист Долударєва Я.С.

Рецензенти:
1. Старший викладач кафедри технології машинобудування Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського, кандидат технічних наук Пєєва І.Е.
2. Спеціаліст вищої категорії, викладач-методист циклової комісії аеронавігації Кременчуцького льотного коледжу Харківського національного університету внутрішніх справ, кандидат технічних наук, старший науковий співробітник Тягній В.Г.

План лекції:

1. Відносний і переносний рух.
2. Теореми паралелограма швидкостей і паралелограма прискорень.

Рекомендована література:

Основна

1. Павловський М. А. Теоретична механіка: Підручник.- К.: Техніка, 2002. – 512 с.
2. Федуліна А. І. Теоретична механіка: Навч. посіб.- К.: Вища шк., 2005. – 319 с.
3. Теоретична механіка: Збірник задач / О. С. Апостолюк, В. М. Воробйов, Д.І. Ільчишинв та ін.; За ред. М. А. Павловського. - К.: Техніка, 2007. – 400 с.
4. Цасюк В. В. Теоретична механіка: Підручник.- Львів: Афіша, 2003. – 402 с.
5. Головіна Н.П. Механіка гіроскопічних систем в авіації: Навчальний посібник. – Кременчук: КЛК НАУ, 2009. – 88с.
6. Гурняк Л.І., Гуцуляк Ю.В., Юзьків Т.Б. Опір матеріалів: Посібник для вивчення курсу при кредитно-модульній системі навчання. – Львів: “Новий світ – 2000”, 2006. – 364 с.
7. Писаренко Г.С. та ін. Опір матералів Підручкик/Г.С. Писаренко, О. Л. Квітка, Е.С.Уманський. За ред. Г.С. Писаренка – К.: Вища шк., 1993. – 655 с.
8. Корнілов О. А. Короткий курс опору матеріалів: Підручник.- Львів: Магнолія 2006, 2007. – 170 с.

Додаткова

9. Токар А. М. Теоретична механіка. Кінематика. Методи і задачі: Навч. посіб.- К.: Либідь, 2001. – 339 с.
10. Токар А. М. Теоретична механіка. Динаміка. Методи і задачі: Навч. посіб.- К.: Либідь, 2006. – 314 с.
11. Головіна Н.П. Механіка гіроскопічних систем в авіації: Навчальний посібник.
12. Опір матеріалів; Лабораторний практикум / В.В. Астанін, М.М. Бордачов, А.П. Зіньковський та ін.; За заг. ред. проф. В.В. Астаніна. – К.: Книжкове вд-во НАУ, 2007. – 224 с.
13. Опір матеріалів з основами теорії пружності й пластичності: У 2 ч., 5 кн. – Ч. ІІ, кн. 4. Приклади і задачі: Навч. посібник / В.Г. Піскунов, В.Д. Шевченко, М.М. Рубан та ін.; За ред. В.Г. Піскунова. – К.: Вища шк., 1995. – 303 с.

Текст лекції
1. Відносний і переносний рух.

Механічний рух визначається зміною положень тіла (або частин тіла) з часом і може бути відмічено лише відносно яких-небудь інших тіл. Реальні або умовні тіла, по відношенню до яких визначають положення інших рухомих тіл і які приймаються за системи відліку, також не нерухомі.

Але в механіці далеко не завжди треба мати нерухому систему відліку. Так, наприклад, якщо переміщують вантаж на палубі корабля, то сам рух його не має значення. У подібних випадках в кінематиці можна умовно прийняти за нерухому будь-яку систему відліку і назвати її основною системою відліку. Рух же точки (або системи точок) по відношенню до основної системи відліку називають абсолютним рухом.

Зустрічаються випадки, коли приходиться вивчати рух точки або тіла по відношенню до системи відліку, яка сама рухається відносно іншої системи, прийнятої за основну. Систему, яка рухається відносно основної системи відліку, називають рухомою системою відліку.

Так, наприклад, переміщення корабля по річці, виміряне за допомогою лага (механічного або гідравлічного інструмента для вимірювання швидкості корабля відносно води), не враховує знос корабля течією річки.

Можна уявити собі рухому систему координат, яка пливе разом з водою за течією, тобто рухомою відносно іншої системи відліку, прийнятої за основну. Рух корабля можна розглядати по відношенню до двох систем відліку: по відношенню до рухомої системи (зв’язаної з водою) і до основної (пов’язаної з берегами річки). Рух корабля по відношенню до рухомої системи координат, являється відносним рухом корабля. Взагалі відносним рухом називають рух (точки, тіла або системи точок) відносно рухомої системи відліку.

У наведеному вище прикладі, щоб знайти рух корабля відносно берегів річки, треба крім руху корабля відносно води знати також і рух води, тобто рух рухомої системи відліку відносно основної. Рух рухомої системи відліку відносно основної системи відліку називають переносним рухом.

Ще один приклад. Людина іде уздовж потягу. Рух потяга є переносним рухом для людини, а рух людини відносно вагонів є відносним. Потяг переносить (у буквальному значенні слова) людину. Але іноді переносний рух не є рухом того оточення, яке тягне за собою даний об’єкт. Наприклад, розглядаючи рух Землі навколо її осі і навколо Сонця, можна перший з цих рухів вважати відносним, а другий – переносним, хоча немає такого оточення, яке б крутилося навколо Сонця разом із Землею.

У перших двох прикладах рух об’єкта (корабля, людини) складається з двох рухів, які названі відносним і переносним. У третьому прикладі Земля здійснює рух, який штучно розкладений на відносний і переносний. Часто, щоб спростити вивчення якого-небудь складного руху, його штучно розкладають на більш прості, називаючи один з них відносним, а другий – переносним. Складним рухом називають абсолютний рух точки або системи точок, який складається (або складений) із відносного руху по відношенню до рухомої системи відліку і переносного руху разом з рухомою системою відліку.

Якщо у складному рухові умовно припинити один із складових рухів, то одержимо другий складовий рух. При рішенні деяких задач буває зручно користуватися таким заходом: 1) щоб визначити відносний рух, умовно зупиняємо переносний, 2) щоб визначити переносний рух, умовно зупиняємо відносний.

2. Теореми паралелограма швидкостей і паралелограма прискорень

Нехай деяка точка M (рис. 1) рухається відносно системи координат $x_1Ey_1z_1$. Якщо б цю систему координат вважали нерухомою, то рух, швидкість і прискорення точки по відношенню до цих координат назвали б абсолютним. Але за умовою задачі ця система координат рухається відносно основної системи відліку $x0yz$. В такому випадку швидкість і прискорення точки M по відношенню до рухомої системи відліку (системи координат $x_1Ey_1z_1$) називають відносними.

Позначимо відносну швидкість $\overline{V}_r$ (від латинського слова relativus – відносний), а відносне прискорення $\overline{a}_r$. Для позначення їх проекцій поряд з індексом r будемо ставити другий індекс. Так, V_{rx} - проекція відносної швидкості на вісь $0x$.

Щоб визначити переносний рух точки M, припинимо умовно відносний рух, закріпивши її в координатах $x_1Ey_1z_1$ у тому положенні, яке вона займає в дану мить. Таким чином, будемо вважати, що точка M незмінно зв'язана з осями $x_1Ey_1z_1$, але осі продовжують рухатися відносно основної системи координат $x0yz$ разом з точкою M. Тоді швидкість і прискорення точки M відносно основних осей координат будуть швидкістю і прискоренням точки M в її переносному русі.

Переносною швидкістю точки M називають абсолютну швидкість тієї точки рухомої системи відліку, з якою в дану мить співпадає точка M.

Переносним прискорення точки M називають абсолютне прискорення тієї точки рухомої системи відліку, з якою в дану мить співпадає точка M.

Позначимо переносну швидкість точки $\overline{V}_e$ (від французького слова entrainer – тягнути за собою), а переносне прискорення - $\overline{a}_e$.

Для позначення проекцій переносних швидкості і прискорення на яку-небудь вісь будемо ставити поряд з індексом e індекс відповідної осі.

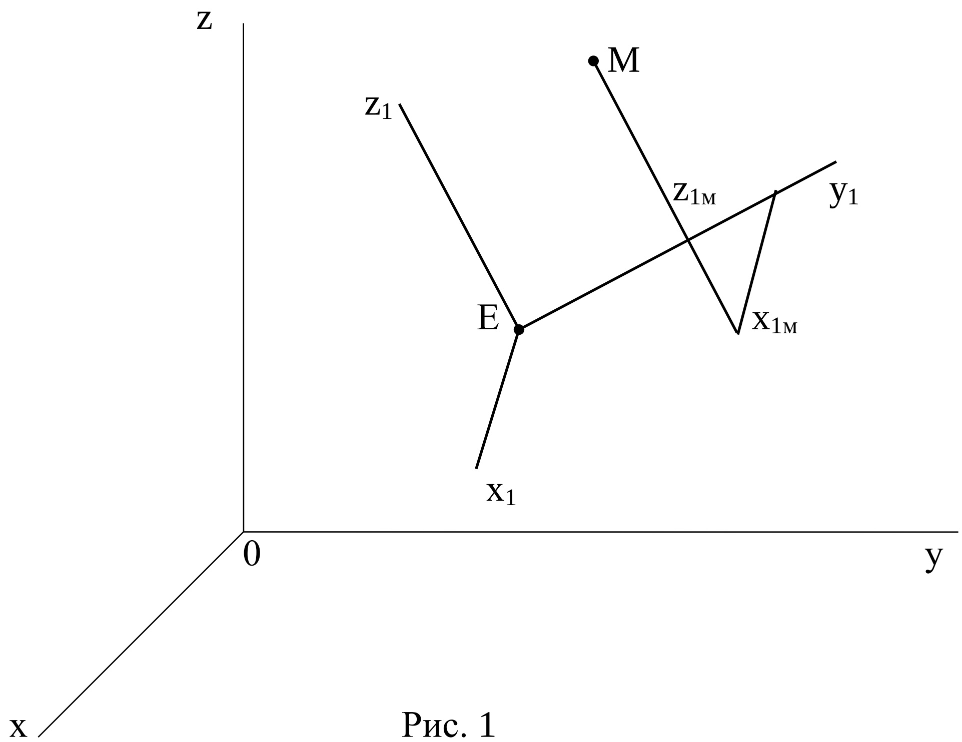

Рис. 1

Ознайомившись з поняттям відносної і переносної швидкості точки, знайдемо залежність між цими швидкостями і абсолютною швидкістю, тобто швидкістю точки по відношенню до основної системи відліку.

Нехай рухома система координат $x_1Ey_1z_1$ (рис. 2) рухається поступально. В такому випадку осі Ex_1, Ey_1 і Ez_1 зостаються паралельними своєму початковому напрямку. Для спрощення викладок нехай ці осі спрямовані паралельно осям основної системи координат. Тоді за весь час руху маємо: $Ex_1 \| 0x; \quad Ey_1 \| 0y; \quad Ez_1 \| Ez$.

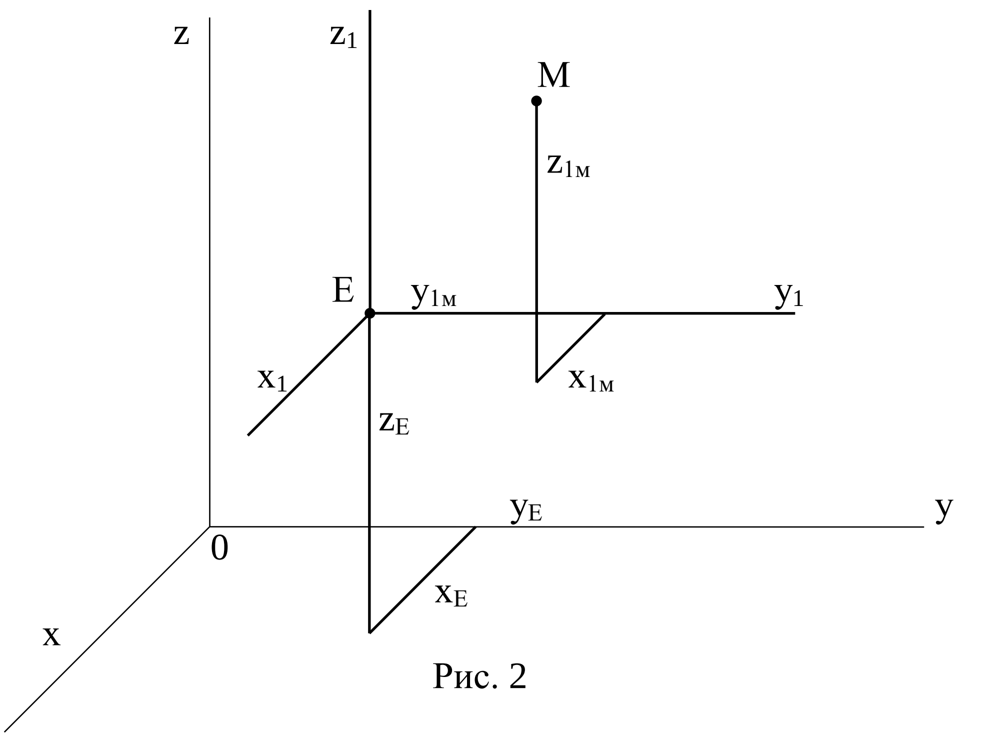

Рис. 2

Розглянемо спочатку відносний рух точки M і для цього зупинимо умовно рух рухомої системи відліку. Напишемо рівняння руху точки M відносно системи відліку

$$x_1 = x_1(t); \quad y_1 = y_1(t); \quad z_1 = z_1(t) \tag{1}$$

Продиференціювавши за часом, знайдемо проекції відносної швидкості на рухомі осі координат:

$$V_{rx_1} = \frac{dx_1}{dt}; \quad V_{ry_1} = \frac{dy_1}{dt}; \quad V_{rz_1} = \frac{dz_1}{dt}.$$

Так як осі рухомої системи координат паралельні відповідним осям основної системи, то проекції відносної швидкості на осі Ex_1, Ey_1 i Ez_1 відповідно дорівнюють проекціям на паралельні їм осі $0x$, $0y$ i $0z$ основної системи відліку:

$$V_{rx} = \frac{dx_1}{dt}; \quad V_{ry} = \frac{dy_1}{dt}; \quad V_{rz} = \frac{dz_1}{dt}.$$

Знаючи проекції відносної швидкості, легко знайти значення і напрям повної відносної швидкості.

Щоб виділити переносний рух, уявно зупинимо рух точки відносно рухомої системи координат, але дозволимо самій рухомій системі $x_1Ey_1z_1$ продовжувати рух.

Напишемо рівняння переносного поступального руху

$$x_E = x_E(t); \quad y_E = y_E(t); \quad z_E = z_E(t).$$

Диференціюємо і одержуємо проекції переносної швидкості точки M ,які при поступальному русі системи дорівнюють проекціям швидкості точки E :

$$V_{Ex} = \frac{dx_E}{dt}; \quad V_{Ey} = \frac{dy_E}{dt}; \quad V_{Ez} = \frac{dz_E}{dt}.$$

Величина і напрям вектора повної переносної швидкості.

Для визначення абсолютної швидкості точки M знайдемо спочатку її координати x, y i z . Використавши формулу перетворення початку координатних осей при зберіганні їх напрямків, одержимо

$$x = x_1 + x_E; \quad y = y_1 + y_E; \quad z = z_1 + z_E.$$

Точка M знаходиться у складному русі, отже, x, y i z змінюються з плином часу, причому перші члени правих частин цих рівнянь змінюються у відповідності з рівняннями (1). Продиференціювавши їх за часом, одержимо проекції абсолютної швидкості точки M :

$$V_x = \frac{dx_1}{dt} + \frac{dx_E}{dt}; \quad V_y = \frac{dy_1}{dt} + \frac{dy_E}{dt}; \quad V_z = \frac{dz_1}{dt} + \frac{dz_E}{dt},$$

або

$$V_x = V_{rx} + V_{ex}; \quad V_y = V_{ry} + V_{ey}; \quad V_z = V_{rz} + V_{ez}. \tag{2}$$

Ці рівняння показують, що проекція абсолютної швидкості на будь-яку вісь дорівнює сумі проекцій відносної і переносної швидкостей на ту ж саму віст. Отже, вектор абсолютної швидкості точки дорівнює сумі векторів відносної швидкості і переносної швидкості тієї ж точки:

$$\overline{V} = \overline{V}_r + \overline{V}_e. \tag{3}$$

Тому доведену теорему називають теоремою паралелограма швидкостей.

На відміну від теореми паралелограма швидкостей, яку можна використовувати при будь-якому переносному рухові, аналогічна теорема паралелограма прискорень справедлива лише в тому випадку, коли переносний рух поступальний.

Нехай точка здійснює складний рух ,причому рухома система відліку $x_1Ey_1z_1$ рухається поступально по відношенню до основної системи $x0yz$. Нехай відповідні осі обох координатних систем паралельні між собою (рис. 2).

Проекції відносної швидкості точки вже визначені. Про диференціювавши ці рівняння за часом, знайдемо проекції відносного прискорення точки

$$a_{rx} = \frac{d^2x}{dt^2}; \quad a_{ry} = \frac{d^2y}{dt^2}; \quad a_{rz} = \frac{d^2z}{dt}$$

Модуль і напрям повного відносного прискорення.

Продиференціювавши за часом проекції переносної швидкості, знайдемо проекції прискорення точки у переносному поступальному рухові:

$$a_{ex} = \frac{d^2x_E}{dt^2}; \quad a_{ey} = \frac{d^2y_E}{dt^2}; \quad a_{ez} = \frac{d^2z_E}{dt}.$$

Модуль і напрям повного переносного прискорення.

Щоб визначити проекції абсолютного прискорення точки, у нашому випадку треба продиференціювати за часом рівняння (2):

$$a_x = \frac{d^2x_1}{dt} + \frac{d^2x_E}{dt}; \quad a_y = \frac{d^2y_1}{dt} + \frac{a^2y_E}{dt}; \quad a_z = \frac{d^2z_1}{dt} + \frac{d^2z_E}{dt},$$

або

$$a_x = a_{rx} + a_{ex}; \quad a_y = a_{ry} + a_{ey}; \quad a_z = a_{rz} + a_{ez}. \tag{4}$$

З цих рівнянь видно, що якщо переносний рух поступальний, то проекція абсолютного прискорення точки на вісь складається із суми проекцій на ту ж вісь відносного і переносного прискорень точки. Отже, вектор абсолютного прискорення точки в цьому випадку дорівнює геометричній сумі двох векторів – відносного і переносного прискорень:

$$\bar{a} = \bar{a}_r + \bar{a}_e. \tag{5}$$

У цьому і заключається теорема паралелограма прискорень.

Рівняння (4) і (5) виражають зв’язок між абсолютним, відносним і переносним прискореннями точки у випадку, якщо переносний рух поступальний, і дозволяють визначити будь-яке з цих прискорень за двома іншими.

Якщо відносний і переносний рух задані у природній формі, то для визначення прискорень приходиться спочатку визначити їх нормальну і дотичну складові. Так, для визначення відносного прискорення треба визначити відносне дотичне і відносне нормальне прискорення. Аналогічно для визначення переносного прискорення визначають переносне дотичне і переносне нормальне прискорення, а потім повне прискорення. Щоб одержати повне абсолютне прискорення необхідно взяти геометричну суму повного відносного і повного переносного прискорень, які складають між собою, між іншим, кут, що відрізняється від прямого.

Наводимо схему розкладання повного абсолютного прискорення точки при переносному поступальному русі:

$$\bar{a}\begin{cases}\bar{a}_r\begin{cases}\bar{a}_{rt}\\ \bar{a}_{rn}\end{cases}\\ \bar{a}_e\begin{cases}\bar{a}_{et}\\ \bar{a}_{en}\end{cases}\end{cases} \qquad (6)$$

Часто визначають абсолютне прискорення за його проекціями a_x, a_y *і* a_z на осі основної системи координат і одержують проекції підсумкового вектора $\bar{a}$ як алгебраїчної суми проекцій складових $\bar{a}_{rt}$, $\bar{a}_{rn}$, $\bar{a}_{et}$ і $\bar{a}_{en}$ на ті ж осі:

$$\left.\begin{aligned} a_x &= a_{rtx} + a_{rnx} + a_{etx} + a_{enx};\\ a_y &= a_{rty} + a_{rny} + a_{ety} + a_{eny};\\ a_z &= a_{rtz} + a_{rnz} + a_{etz} + a_{enz}.\end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

Якщо переносний рух не поступальний, то абсолютне прискорення точки складається із суми трьох векторів: відносного прискорення, переносного прискорення і прискорення Коріоліса.

Вивчення цих випадків виходить за межі цього курсу.