

**МІНІСТЕРСТВО ВНУТРІШНІХ СПРАВ УКРАЇНИ  
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ВНУТРІШНІХ  
СПРАВ  
КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ ЛЬОТНИЙ КОЛЕДЖ**

**Циклова комісія аеронавігації**

## **ТЕКСТ ЛЕКЦІЇ**

з навчальної дисципліни  
«Основи аеродинаміки та динаміка польоту»  
обов'язкових компонент  
освітньо-професійної програми першого (бакалаврського) рівня вищої освіти  
**Технічне обслуговування та ремонт повітряних суден  
та авіадвигунів**

за ТЕМОЮ 3. «Фізична сутність газодинамічних особливостей.  
Теорема М. Є. Жуковського про підйомну силу крила. Фізична сутність тертя в  
примежовому шарі»

**ЗАТВЕРДЖЕНО**

Науково-методичною радою  
Харківського національного  
університету внутрішніх справ  
Протокол від 23.09.2021 № 8

**СХВАЛЕНО**

Методичною радою Кременчуцького  
льотного коледжу Харківського  
національного університету  
внутрішніх справ  
Протокол від 22.09.2021 № 2

**ПОГОДЖЕНО**

Секцією Науково-методичної ради  
ХНУВС з технічних дисциплін  
Протокол від 22.09.2021 № 8

Розглянуто на засіданні циклової комісії аеронавігації\_протокол від  
10.09.2021 № 2

**Розробник:** професор навчального відділу КЛК ХНУВС, викладач  
циклової комісії аеронавігації, к. т. н., с. н. с., спеціаліст вищої категорії,  
викладач – методист, Тягній В. Г.

**Рецензенти:**

1 Професор Кременчуцького Державного національного  
університету ім. Михайла Остроградського, д. ф - м. н., професор, лауреат  
Державної премії України в галузі науки і техніки, Єлізаров О. І.

2 Професор навчального відділу КЛК ХНУВС, викладач-методист  
циклової комісії авіаційного і радіоелектронного обладнання, к. т. н.,  
професор, спеціаліст вищої категорії, Гаврилюк Ю. М.

**ЛЕКЦІЯ 3.1: Закономірності вихрового руху газового потоку.  
Теорема М. Є. Жуковського про підйомну силу крила. Сили тертя в  
примежовому шарі, способи керування шаром. Хвильовий відрив в  
примежовому шарі.**

**План лекції:**

- 1 Фізична сутність газодинамічних особливостей і принцип моделювання потенційної течії.
- 2 Теорема М. Є. Жуковського про підйомну силу крила.
- 3 Структура в'язкого потоку в примежовому шарі.
- 4 Фізична сутність відриву потоку в примежовому шарі
- 5 Сутність в'язкої кризи при обтіканні
- 6 Фізична сутність хвильового відриву в примежовому шарі

**Рекомендована література:**

Основна література:

- 1 Котельніков Г. Н., Мамлюк О. В., Аеродинаміка літальних апаратів. Підручник. -К.: Вища школа, 2002. – 255 с.
- 2 Навчальний посібник «Аеродинаміка та динаміка польоту вертольота». Частина I, «Аеродинаміка вертольота» / А. Г. Зінченко, О. О. Бурсала, О. Л. Бурсала та ін.; за заг. ред. А. Г. Зінченка. – Х.: ХНУПС, 2016.–402 с.: іл.
- 3 Навчальний посібник «Аеродинаміка та динаміка польоту вертольота». Часть II, «Динаміка польоту вертольота». / А. Г. Зінченко, І. Б. Ковтонюк, В. М. Костенко та ін.; за заг. редакцією В. М. Костенка та І. Б. Ковтонюка. – Х.: ХУПС, 2010. – 272 с.: іл.
- 4 Опорний конспект з навчальної дисципліни «Аеродинаміка, динаміка польоту та практична аеродинаміка». Частина I «Аеродинаміка вертольоту». Автор: Пчельников С. І.
- 5 Опорний конспект з навчальної дисципліни «Аеродинаміка, динаміка польоту та практична аеродинаміка». Частина II «Динаміка польоту». Автор: Пчельников С.І.
- 6 Аеродинаміка літальних апаратів: навчальний посібник /О.О. Бурсала. А. Г. Зінченко, Є. Ю. Іленко, І. Б. Ковтонюк, А. Л. Сушко – Х.: ХУПС, 2015. - 333 с.: іл.
- 7 Лебідь В. Г., Миргород Ю. І., Аерогідрогазодинаміка. Підручник Х.: ХУПС, 2006. – 350 с.

## Допоміжна література:

- 1 Мхитарян А. М., Аеродинаміка. Підручник. - М.: Машинобудування, 1968. – 430 с.
- 2 Кокуніна Л. Х., Основи аеродинаміки. Підручник. - М.: Транспорт, 1976. – 208 с.
- 3 Прицкер Д. М., Сахаров Г. И., Аеродинаміка. Підручник. - М.: Машинобудування, 1968. – 310 с.
- 4 Володко А. М., Вертолiт в особливій ситуації. Підручник. – М.: Транспорт, 1992. – 262 с.
- 5 Володко А. М., Безпека польотів вертольотів. Підручник. – М.: Транспорт, 1981. – 224 с.
- 6 Володко А. М., Горшков В. А. Вертольоти: Довідник по аеродинаміці, динаміці польоту вертольоту. Навчальний посібник. – М.: Воєнвидат, 1992. – 557 с.
- 7 Алаян О. М., Ромасевич В. Ф., Аеродинаміка і динаміка польоту вертольоту. Підручник. - М.: Воєнвидат, 1973. – 446 с.
- 8 Бураго Г. Ф. Аеродинаміка, Ч.1. Підручник. - М.: ВПА ім. М. Є. Жуковського, 1957. – 350 с.
- 9 Вотяков В. Д., Аеродинаміка ЛА і гiдравліка їх систем, Ч.1. Аеродинаміка. Підручник.-М.: ВПА ім. М. Є. Жуковського, 1972.–652с.
- 10 Дьяченко А. А., Літальні апарати і безпека польоту. Підручник. - М.: ВПА ім. М. Є. Жуковського, 1987. – 626 с.
- 11 Базов Д. И., Аеродинаміка вертольотів. Підручник. - М.: Транспорт, 1972. – 184 с.
- 12 Ромасевич В. Ф., Самойлов Г. А., Практична аеродинаміка вертольотів. Підручник. - М.: Воєнвидат, 1984. – 484 с.
- 13 Володко А. М., Основи льотної експлуатації вертольотів. Аеродинаміка. Підручник. - М.: Транспорт, 1984. – 256 с.
- 14 Ковалев Е. Д., Удовенко В. А., Основи аеродинаміки і динаміка польоту легких вертольотів. Навчальний посібник. - Х.: КБ Аерокopter, 2008. – 280 с.
- 15 Нашукевич А. В., Аеродинаміка літака. Підручник. - М.: Воєнвидат, 1966. – 208 с.
- 16 Мхитарян А. М., Збірник задач по курсу “Аеромеханіка”. Навчальний посібник - К.: КПЦА, 1976. – 100 с.
- 17 Жабров А. А. Теорія і техніка польоту. Навчальний посібник. – М.: Редакційно-видавничий відділ Аерофлоту, 1956.-400 с.
- 18 Аронін Г. С. Практична аеродинаміка. Підручник для льотного складу. М.: Воєнвидавництво, 1962. – 384 с.

## Нормативна література:

- 1 ДСТУ 22499 - 77. Апарати винтокрилі. Механіка польоту в атмосфері. Терміни. Визначення і літерні позначення. Видавництво стандартів, 1981.
- 2 ДСТУ 23281 - 78. Аеродинаміка летальних апаратів. Терміни. Визначення і літерні позначення. Видавництво стандартів, 1981.
- 3 ДСТУ 20058 - 80. Динаміка літальних апаратів в атмосфері. Терміни. Визначення і літерні позначення. Видавництво стандартів, 1976.
- 4 ДСТУ 23199 - 80. Газодинаміка. Терміни. Визначення і літерні позначення. Видавництво стандартів, 1978.
- 5 ДСТУ 221890 - 76. Фюзеляж, крила і оперіння літаків і вертольотів. Терміни. Визначення і літерні позначення. Видавництво стандартів, 1976.

### ЛЕКЦІЯ 3.1: ЗАКОНОМІРНОСТІ ВИХРОВОГО РУХУ ГАЗОВОГО ПОТОКУ. ТЕОРЕМА М. Є. ЖУКОВСЬКОГО ПРО ПІДЙОМНУ СИЛУ КРИЛА. СИЛИ ТЕРТЯ В ПРИМЕЖОВОМУ ШАРІ, СПОСОБИ КЕРУВАННЯ ШАРОМ. ХВИЛЬОВИЙ ВІДРИВ В ПРИМЕЖОВОМУ ШАРІ.

#### План лекції:

- 3.1.1 Закономірності вихрової течії. Моделювання несучої поверхні приєднаними вихорами
- 3.1.2 Теорема М. Є. Жуковського про підйомну силу крила.
- 3.1.3 Фізична сутність газодинамічних особливостей, моделювання особливостями течії рідини і газів
- 3.1.4 Структура в'язкого потоку в примежовому шарі.
- 3.1.5 Фізична сутність відриву потоку в примежовому шарі
- 3.1.6 Сутність в'язкої кризи при обтіканні
- 3.1.7 Фізична сутність хвильового відриву в примежовому шарі

#### 3.1.1 Закономірності вихрової течії. Моделювання несучої поверхні приєднаними вихорами

При обтіканні аеродинамічних тел повітряним потоком, швидкість течії в струмках потоку змінюються в міру віддалення від поверхні обтікаємого тіла. У реальному повітряному потоці відмінність швидкостей між сусідніми цівками призводить до виникнення дотичних сил тертя, розмір яких пропорційний градієнту швидкості по товщині шару повітряного потоку (рис 3.1.1).

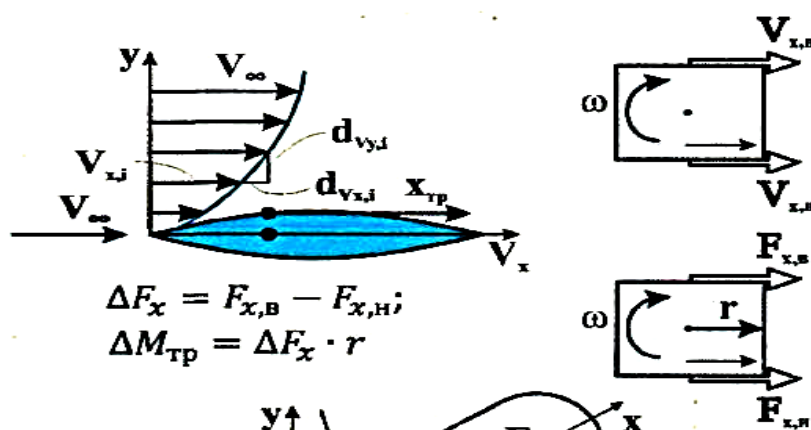


Рис 3.1.1 Схема виникнення вихрового руху частинок

$$\tau = \mu \frac{dv_x}{dy}; X_{TP} = \tau * S; M_{TP} = X_{TP} * r; \omega = f(M_{TP})$$

Внаслідок властивостей в'язкості між слоями стуйки виникають сили тертя. При цьому слої струйки з великими швидкостями захоплюють за собою

уповільнені слої, а слої струєк з меншими швидкостями гальмують слої, які рухаються з великими швидкостями. У свою чергу великі швидкості викликають великі сили тертя.

Таким чином, виникає пара сил тертя, які на радіусі до центру мас частинок викликають появу моменту тертя і як наслідок призводять до виникнення обертального руху частинок, яке називається *вихровим рухом*.

В реальному потоці вихрова течія повітря утворюється при обтіканні тіл з затупленою задньою кромкою або з гострими поперечними кромками (рис 3.1.2). Вихори, в залежності від їх інтенсивності, при обертанні з деякою кутовою швидкістю, втягують в обертальний рух сусідні стуйки рідини або газу, які були нерухомими або рухалися прямолінійно і тим самим викликають обертальний рух в додатковій масі середовища.

Положення вихорів в просторі визначається вихровими лініями. Потужність вихорів оцінюється їх *напругою* (або *інтенсивністю*).

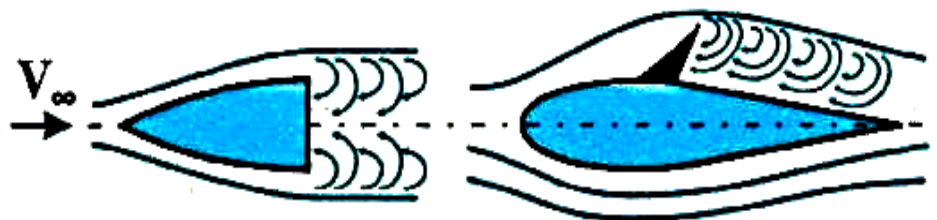


Рис 3.1.2 Схема джерел вихрового руху

У загальному випадку напруга вихору визначається рівнянням (рис 3.1.3):

$$\Gamma = 2 \iint \omega \cdot dS, \text{ для загального випадку } \omega = f(t)$$

**Напругою вихору ( $\Gamma$ ) називається фізична величина яка рівна удвоєному подвійному інтегралу добутку кутової швидкості обертання вихору на площу поперечного перерізу вихору.**

Для окремого випадку, коли:  $\omega = \text{const}$ , рівняння напруги вихору має вигляд:

$$\Gamma = 2 \cdot \omega_n \cdot S$$

де

$\omega_n$  – нормальна складова результуючого вектора кутової швидкості обертання вихору,  $1/c$ ;

$S$  – площа поперечного перерізу вихору,  $m^2$ .

Всередині кожного вихору окружна швидкість обертання частинок рідини чи газу пропорційна кутовий швидкості обертання і відстані від центру вихору до кола вихору. В навколишньому середовищі вихор збуджує обертальний рух нерухомих частинок рідини чи газу (рис 3.1.3).

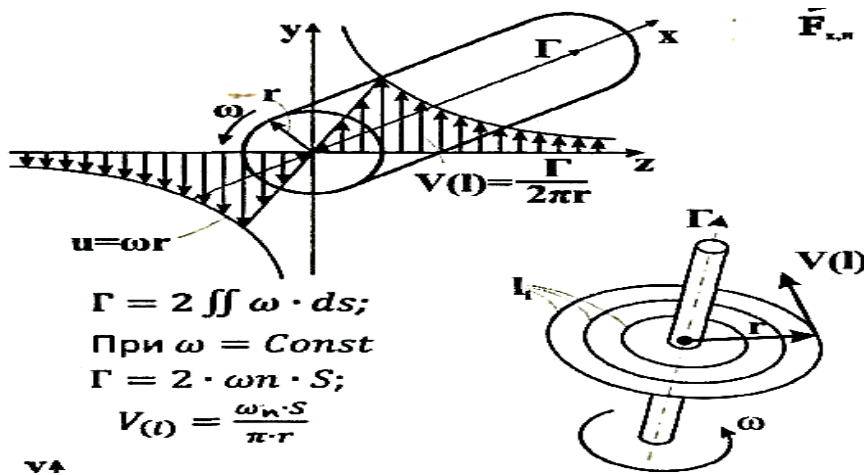


Рис 3.1.3 Схема виникнення індукованої вихором збуреної швидкості  
де

$V_\ell$  – індукована вихором колова швидкість на довільному замкнутому контуру ( $\ell$ ), м/с;

$U = \omega \cdot r$  – колова швидкість по площі вихору, м/с.

Колову швидкість, індувану нескінченним прямолінійним вихровим шнуром, можна визначити за формулою:

$$V_\ell = \frac{2 \iint \omega \cdot ds}{2\pi r}, \text{ для } \omega = f(t)$$

$$V(\ell) = \frac{\Gamma}{2\pi r} = \frac{2\omega_n \cdot S}{2\pi r} = \frac{\omega_n \cdot S}{\pi r}, \text{ для } \omega n = \text{const}$$

Вихровий рух характеризується поняттям циркуляції швидкості по довільному замкнутому контуру (рис 3.1.4):

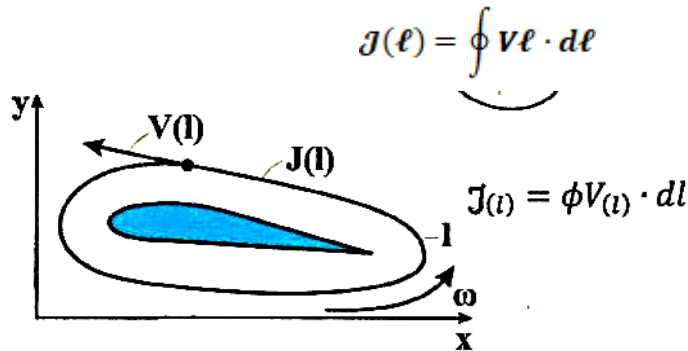


Рис 3.1.4 Схема виникнення циркуляції швидкості  
по замкнутому контуру

**Циркуляцією швидкості по замкнутому контуру ( $J(l)$ ) називається величина, яка визначається криволінійним інтегралом добутку дотичної складової індуцированої вихором швидкості на довжину замкнутого контуру.**

1 Задачі :3.1.1:



- 1) Визначити для нескінченного вихору напругу, індуктивну швидкість і колову швидкість на перерізі вихору якщо частота обертання вихору рівняється  $\omega_v = 25 \text{ } ^1/\text{с}$ , площа перерізу вихору  $S_v = 80 \text{ см}^2$ , радіус кола, що охоплює вихор, рівняється  $R = 40 \text{ см}$ .
- 2) Визначити, як зміниться повний тиск в критичній точці носової частини фюзеляжу літака при зміні висоти польоту з  $H_1 = 1000 \text{ м}$  до  $H_2 = 5000 \text{ м}$  при швидкості  $V = 720 \text{ км/год}$ .

### 3.1.1.1 Моделювання несучої поверхні приєднаними вихорами

Несуча поверхні моделюється одним або декількома вихорами (рис 3.1.5).

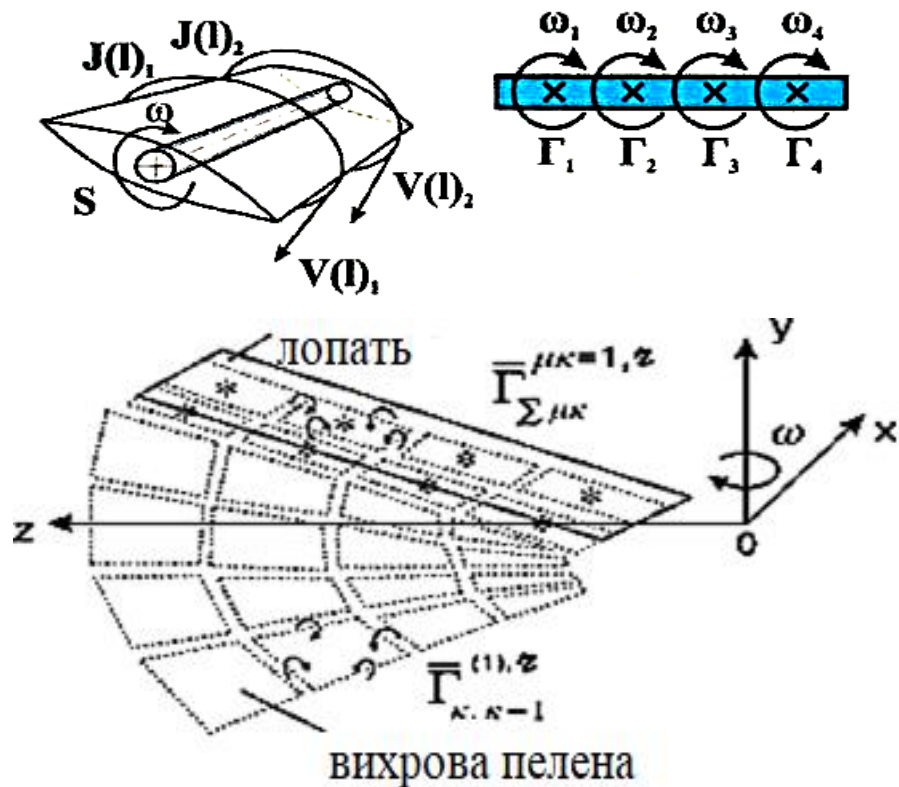
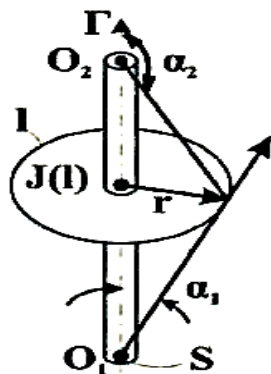


Рис 3.1.5 Схема моделювання несучої поверхні приєднаними вихорами

При моделюванні несучих поверхонь вихровими шнурами, поверхню розбивають на рівні площадки і в кожену із них поміщають підковоподібний вихровий шнур. Вихрову пелену, що сходить з несучої поверхні, моделюють кінцями підковоподібного вихрового шнура. Вихровий шнур, обертаючись з деякою кутовою швидкістю, індукує навколо себе появу збуреної швидкості, яка згідно рівняння Д. Бернуллі викликає появу поля тисків і як наслідок виникає перепад тисків. Розглянемо фізичну сутність появи і розмір індукованої вихором швидкості.

Нехай прямолінійний вихор обертається з деякою кутовою швидкістю ( $\omega$ ) і має певне напруження ( $\Gamma$ ). По колу, що охоплює вихор ( $l$ ) швидкість, індукована вихором, постійна в часі  $V(l) = \text{const}$ .

**Формула Біо - Савара** для визначення індуктивної швидкості  $V(l)$ , викликаної прямолінійним вихровим шнуром, що обертається з деякою кутовою швидкістю ( $\omega$ ) (рис 3.1.6):



$$V(l) = \frac{\Gamma}{4\pi r} (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2);$$

$$\alpha_1 \rightarrow 0; \alpha_2 \rightarrow 180^\circ;$$

$$V(\omega) = \frac{\Gamma}{4\pi r} (1 - (-1)) = \frac{\omega n \cdot S}{\pi \cdot r}$$

Рис 3.1.6 Схема визначення індуктивної швидкості  $V(l)$  прямолінійного вихору за формулою Біо – Савара

$$V(l) = \frac{\Gamma}{4 \cdot \pi \cdot r} (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2) = \frac{2 \cdot \omega_n \cdot S}{4 \cdot \pi \cdot r} (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2) = \frac{\omega_n \cdot S}{2 \cdot \pi \cdot r} (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$$

З формули випливає, що колова швидкість, індукційована вихором, на самому вирі ( $r = 0$ ), дорівнює  $V(l) = \infty$ , а при збільшенні радіуса ( $r \rightarrow \infty$ ) зменшується обернено пропорційно радіусу вихору до  $V(l) = 0$ . Вздовж радіус-вектора радіальна швидкість дорівнює нулю ( $r \rightarrow V_r = 0$ ) (рис 3.1.6).

Розглянемо випадки, коли прямолінійний вихор має різну довжину.

**а) Вихор нескінченної довжини (рис 3.1.6):**

Нехай колова швидкість індукційована вихором  $O_1O_2$  лежить в площині перпендикулярній вісі вихору і її величину можна визначити за формулою Біо - Савара.

Для цього випадку  $\alpha_1 \rightarrow 0$ ,  $\alpha_2 \rightarrow 180^\circ$ , тоді  $\cos \alpha_1 = 1$ , а  $\cos \alpha_2 = -1$ , таким чином:

$$V(l) = \frac{\Gamma}{4 \cdot \pi \cdot r} (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2) = \frac{2 \cdot \omega_n \cdot S}{4 \cdot \pi \cdot r} (1 + 1) = \frac{4 \cdot \omega_n \cdot S}{4 \cdot \pi \cdot r} = \frac{\omega_n \cdot S}{\pi \cdot r}$$

**б) Вихор напівнескінченної довжини (рис 3.1.7):**

для цього випадку  $\alpha_1 \rightarrow 0$ ,  $\alpha_2 \rightarrow 90^\circ$ , тоді  $\cos \alpha_1 = 1$ , а  $\cos \alpha_2 = 0$ , отже:

$$V(l) = \frac{\Gamma}{4 \cdot \pi \cdot r} (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2) = \frac{2 \cdot \omega_n \cdot S}{4 \cdot \pi \cdot r} (1 - 0) = \frac{\omega_n \cdot S}{2 \cdot \pi \cdot r}$$

Таким чином, індукована вихором напівнескінченної довжини швидкість в *два рази менше*, ніж швидкість індукована вихором нескінченної довжини.

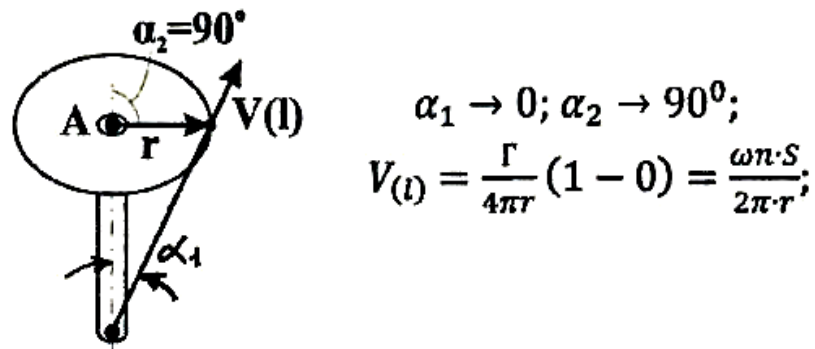


Рис 3.1.7 Схема напівнескінченного прямолінійного вихору

2 Задача: 3.1.2:

- 1) Визначити напругу вихору і індуковану вихором швидкість, якщо кути атаки вихору рівняються  $\alpha_1 = 45^\circ$ ,  $\alpha_2 = 135^\circ$ , радіус кола, що охоплює вихор  $R = 30$  см, число обертання вихору  $n_v = 335$  об/хв.
- 2) Визначити напругу вихору, індуковану вихором швидкість для напівнескінченного вихору і колову швидкість на перерізі вихору, якщо число обертів вихору  $n_v = 240$  об/хв,  $\alpha_2 = 90^\circ$ ,  $\alpha_1 = 0^\circ$ , радіус кола, що охоплює вихор рівняється  $R = 100$  см, площа перерізу вихору  $S_v = 50$  см<sup>2</sup>

### 3.1.2 Теорема М. Є. Жуковського про підйомну силу

У 1906 р. М. Є. Жуковський прийшов, до висновку, що в ідеальній рідині, яка обтікає циліндричне тіло нескінченного розмаху, підйомна сила може виникнути тільки при наявності циркуляції швидкості по замкнутому контуру, який охоплює обтічне тіло (рис 3.1.8).

У запропонованій М. Є. Жуковським розрахунковій схемі профіль крила замінюється приєднаним підковоподібним вихором. Така схема дозволила побудувати математичну модель обтікання і отримати математичне рішення.

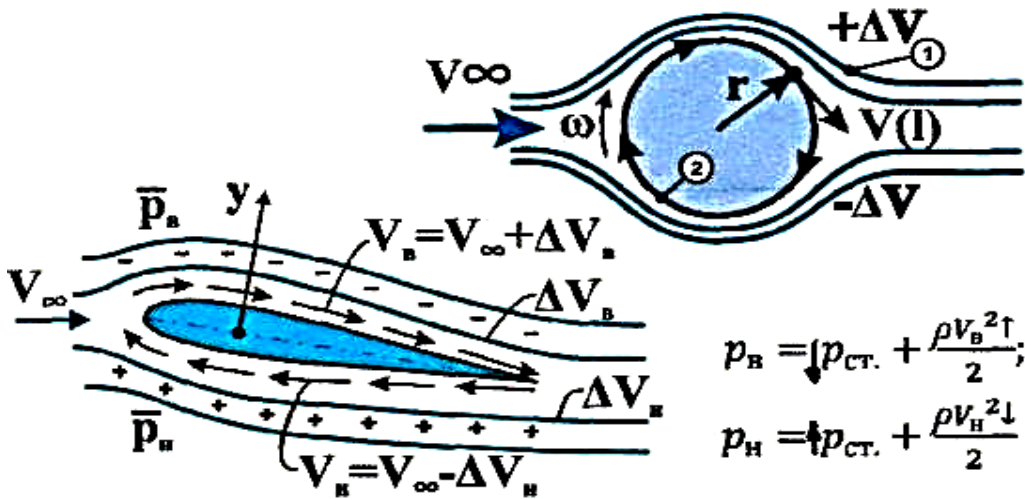


Рис 3.1.8 Схема заміни циркуляційного обтікання приєднаним вихором

Профіль крила розглядається як обтікаєме тіло, навколо якого створюється циркуляція швидкості, індукована вихором.

При взаємодії циркуляції (викликаної вихором) з плоскопаралельним потоком над обтікаємим тілом і під ним швидкості обтікання алгебраїчно складуються.

Таким чином, над профілем швидкість потоку збільшується, а під профілем - зменшується. Згідно рівняння Бернуллі, зміна швидкості обтікання призведе до зміни тиску над і під профілем, і в свою чергу викликає виникнення різниці тисків, і як наслідок до появи підйомної сили.

$$\downarrow_{\text{в}} p_{\text{ст.}} + \frac{\rho V_{\text{в}}^2}{2} = \text{const}, \quad \uparrow_{\text{н}} p_{\text{ст.}} + \frac{\rho V_{\text{н}}^2}{2} = \text{const}$$

Згідно гіпотези М. Є. Жуковського, навколо обтікаємого тіла виникає циркуляція швидкості, викликаної вихором, який Жуковський назвав *приєднаним*. Даний вихор викликає появу полів збурених швидкостей і тисків, які викликають виникнення різниці тисків і як наслідок до утворення підйомної сили. Використавши теорему про імпульс сили Жуковський встановив зв'язок між підйомною силою і циркуляцією швидкості.

**Теорема про підйомну силу крила:** *якщо аеродинамічне тіло обтікається сталим плоско - паралельним потоком нестисливої рідини, то на одиницю довжини цього тіла діє, підйомна сила, яка прямо пропорційна масовій щільності, швидкості потоку, циркуляції швидкості по замкнутому контуру і довжині контуру, який охоплює вихор:*

$$Y = \rho \cdot V \cdot J(l) \cdot l$$

У формулу циркуляції швидкості  $J(l) = \oint \mathbf{v} \cdot d\mathbf{l}$  введемо деякі спрощення і заміни: довжину контуру замінимо хордою профілю ( $d\mathbf{l} \approx \mathbf{b}$ ), введемо

коефіцієнт пропорційності  $\frac{C_{ya}}{2}$ , тоді формула циркуляції швидкості буде дорівнює:

$$J(l) = \frac{C_{ya}}{2} \cdot V \cdot b$$

де

$C_{ya}$ - коефіцієнт пропорційності, що характеризує підйомну силу, викликаною циркуляцією;

$b$  - хорда профілю,  $m$ .

Підставивши вираз циркуляції швидкості в вихідне рівняння підйомної сили, отримаємо вираз:

$$Y = \rho \cdot V \cdot \frac{C_{ya}}{2} \cdot V \cdot b \cdot l = C_{ya} \cdot \frac{\rho \cdot V^2}{2} \cdot b \cdot l = C_{ya} \cdot \frac{\rho \cdot V^2}{2} \cdot S$$

де

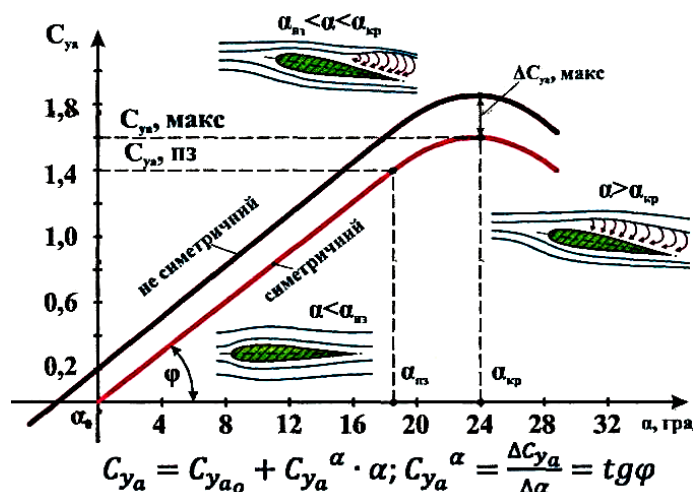
$S = b \cdot l$  - площа обтічної поверхні,  $m^2$ .

**Таким чином: підйомна сила залежить від коефіцієнта підйомної сили ( $C_{ya}$ ), швидкісного напору  $\frac{\rho V^2}{2}$  і площі поверхні обтікаємого тіла ( $S$ ).**

Коефіцієнт  $C_{ya}$  встановлює залежність підйомної сили від: положення обтікаємого тіла в потоці (від кута атаки  $\alpha$ ), форми профілю, структури потоку і форми тіла в плані. Коефіцієнт  $C_{ya}$  показує як ефективно використовується швидкісний напір при утворенні підйомної сили і характеризує несучі властивості профілю (рис 3.1.9).

*Характерні ділянки на графіку залежності  $C_{ya} = f(\alpha)$ :*

- від  $\alpha_0$  до  $\alpha_{nc}$  - обтікання плавне беззривне, залежність  $C_{ya} = f(\alpha)$  лінійна, прямопропорційна зміні кута атаки;
- при досягненні  $\alpha = \alpha_{nc}$  через початок зриву з верхньої поверхні профілю порушується лінійність протікання графіка залежності  $C_{ya} = f(\alpha)$ ;
- при досягненні  $\alpha = \alpha_{кр}$  коефіцієнтом підйомної сили досягається максимуму ( $C_{ya} = C_{ymax}$ ), зрив охоплює всю верхню поверхню профілю і подальше збільшення кута атаки призводить до зменшення  $C_{ya}$  через зменшення перепаду тиску на профілі.

Рис 3.1.9 Графік залежності  $C_{ya} = f(\alpha)$ 

де

 $\varphi$  - кут нахилу лінії графіка залежності  $C_{ya} = f(\alpha)$ ;

$C_{ya}^{\alpha} = \frac{\Delta C_y}{\Delta \alpha} = \operatorname{tg} \varphi$  похідна графіка, що показує, як змінюється коефіцієнт підйомної сили при зміні кута атаки залежності  $C_{ya} = f(\alpha)$ ;

$\alpha_0 \rightarrow C_{ya} = 0; C_{yai} = C_{ya_0} + C_{ya}^{\alpha} \cdot \alpha$  або  $C_{yai} = C_{ya}^{\alpha} \cdot (\alpha - \alpha_0)$

## 3 Задачі: 3.1.3

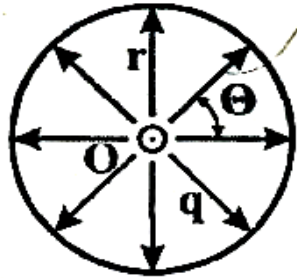
- 1) Визначити циркуляцію швидкості і підйомну силу крила, якщо політ здійснюється на висоті  $H = 1000$  м при швидкості  $V = 480$  км/год, коефіцієнт підйомної сили крила рівняється  $C_{ya} = 1,2$ , хорда крила рівняється  $b = 1,5$  м, довжина контуру  $l = 10$  м.
- 2) Визначити кут атаки ( $\alpha_0$ ) при якому коефіцієнт підйомної сили рівняється  $C_{ya} = 0$ , якщо коефіцієнт підйомної сили при куті атаки  $\alpha = 5^\circ$  рівняється  $C_{ya} = 0,8$ , похідна підйомної сили рівняється  $C_{ya}^{\alpha} = 3$ , а також підйомну силу при швидкості  $V = 260$  км/год і площі крила  $S = 40$  м<sup>2</sup>.
- 3) Визначити підйомну силу крила площею  $S = 100$  м<sup>2</sup> для кута атаки  $\alpha = 8^\circ$ , якщо нахили графіку залежності  $C_{ya} = f(\alpha)$  -  $\varphi = 30^\circ$ , та коефіцієнт підйомної сили при куті атаки  $\alpha_0 = \text{мінус } 2^\circ$ , при швидкості польоту  $V = 250$  км/год.

### 3.1.3 Фізична сутність газодинамічних особливостей і принцип моделювання потенційної течії

#### 3.1.3.1 Витік

Якщо рідина або газ розтікається на всі боки простору, витікаючи з деякою точки, яка називається джерелом, то такий потік називається **витоком**. Течія рідини або газу, які виникає навколо джерела і рухається по радіусам сферичної поверхні називається потоком джерела (рис 3.1.10).

**Джерелом** називається деяка газодинамічна особливість, яка формує потік рідини або газу, що витікає з деякого центру, званого джерелом, по радіусам сферичної поверхні з однаковою в усіх напрямках швидкістю. Об'ємна витрата рідини з джерела:  $q = 4\pi r^2 \cdot V_r$ .



$$V_{(r)} = f_{(r)}; q = 4\pi r^2 \cdot V_{(r)};$$

$$V_{(l)} = 0; V_{(r)} = \frac{q}{4\pi r^2};$$

$$\varphi = \frac{q}{4\pi r^2};$$

$$V_{(r)} = \frac{\partial \varphi}{\partial r}; V_{(l)} = \frac{\partial \varphi}{\partial l} = \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta};$$

Рис 3.1.10 Схема газодинамічної особливості - витoku

Тоді радіальна швидкість потоку рідини або газу дорівнюватиме:

$$V_r = \frac{q}{4\pi r^2}; V_l = 0$$

Потенціал швидкості дорівнює:

$$\varphi = \frac{q}{4\pi r^2};$$

де

$\varphi$  - потенціал швидкості, який характеризується безвихровий потік, (тобто потенційне - безвихрову течію).

При безвихровому русі рідини або газу швидкість залежить від координат  $\varphi(x, y, z)$ , і це дає можливість визначити складові швидкості частинки по координатам вісей.

Проекції швидкості при плоскій течії в полярних координатах можна записати:

$$V_r = \frac{\partial \varphi}{\partial r}$$

$$V_l = \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta}$$

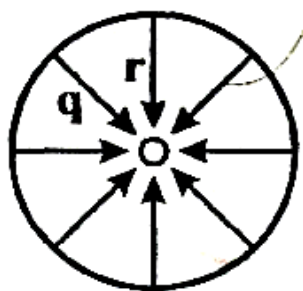
Наявність потенціалу швидкості дає можливість використовувати теорію безвихрових течій. Витік вводить в основний потік рідини або газу додатковий потік з деяким витратою рідини ( $q$ ).

### 3.1.3.2 Стік

Якщо рідина або газ стікає з деякого навколишнього простору в одну точку, то такий потік називається стоком (рис 3.1.11).

**Стоком** називається деяка газодинамічна особливість, яка формує негативний потік рідини або газу, який притікає з навколишнього простору до деякого центру по радіусах сферичної поверхні з однаковою до всіх напрямків швидкістю.





$$V(r) = f(r);$$

$$V(r) = -\frac{q}{4\pi r^2};$$

$$\varphi = -\frac{q}{4\pi r};$$

Рис 3.1.11 Схема газодинамічної особливості - стоку

Стік відбирає від основного потоку рідини або газу деяку частину рідини або газу з витратою ( $q$ ). Швидкість радіального потоку стоку буде дорівнювати:

$$V_r = -\frac{q}{4\pi r^2}$$

$$\varphi = -\frac{q}{4\pi r^2}$$

Для окремого випадку (плоскої течії) радіальні швидкості витоку і стоку можна розрахувати за формулою:

$$V_r = \pm \frac{q}{4\pi r^2}$$

Для плоского випадку витрата має розмірність  $q$  - м<sup>2</sup>/с, через площу поперечного перерізу.

### 3.1.3.3 Діполь

Якщо зближувати центри витоку і стоку, то утворюється новий вид газодинамічної особливості - *діполь* (дублет).

**Діполем** називається деяка газодинамічна особливість утворена накладанням витоку і стоку на область за якою формується потік рідини або газу з однаковими витратами (рис 3.1.12).

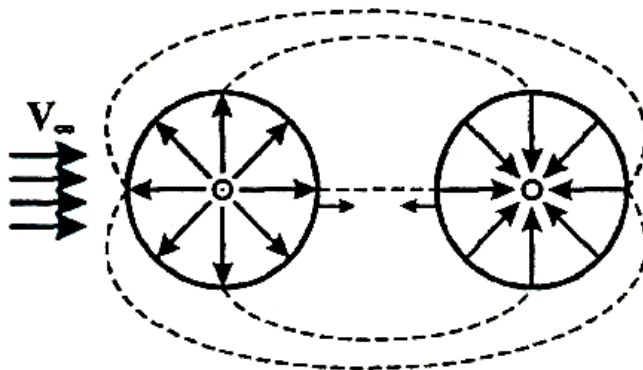


Рис 3.1.12 Схема формування газодинамічної особливості - діполя



При діполі відстань між джерелом і стоком прагне до нуля, а витрата - до нескінченності, зберігаючи при цьому момент диполя постійним (рис 3.1.13).

Момент диполя дорівнює:  $m = 2 * l * q$

де

$l$  - відстань між джерелом витoku і приймачем стоку,  $m$ ;

$q$  - витрата рідини або газу,  $m^3/c$ .

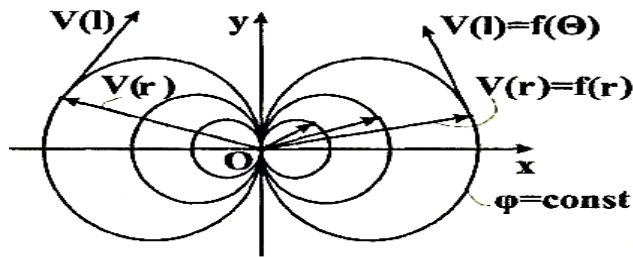
Потенціал швидкості дорівнює

$$\varphi = - \frac{m}{4\pi r} * \cos \theta$$

де

$r$  - радіус вектор диполя,  $m$ ;

$\theta$  - кут відхилення радіус вектора від осі  $ox$ , радіан.



$$\begin{aligned} m &= 2lq; \varphi = \frac{m}{2\pi r} \cdot \cos\theta; \\ V(r) &= -\frac{m}{2\pi r^2} \cdot \cos\theta; \\ V(l) &= -\frac{m}{2\pi r^2} \cdot \sin\theta; \end{aligned}$$

Рис 3.1.13 Схема виникнення газодинамічної особливості - діполя

При діполі відстань між джерелом і стоком прагнути до нуля, а витрата - до нескінченності, зберігаючи при цьому момент діполя постійним.

Момент діполя дорівнює:  $m = 2 * l * q$

де

$l$  - відстань між джерелом витoku і приймачем стоку,  $m$ ;

$q$  - витрата рідини або газу,  $m^3/c$ .

Потенціал швидкості дорівнює

$$\varphi = - \frac{m}{4\pi r} * \cos \theta$$

де

$r$  - радіус вектор диполя,  $m$ ;

$\theta$  - кут відхилення радіус вектора від осі  $OX$ , *радіан*.

Нехай в  $m.O$  знаходяться центр діполя, тоді лініями струйки будуть окружності, центри яких лежать на осі  $OX$ , загальна точка перетину кіл перебуває на осі  $OX$ . Окружні та радіальні швидкості діполя можна визначити за формулами:

$$V_r = -\frac{m}{2\pi r^2} * \cos \theta; \quad V_l = -\frac{m}{2\pi r^2} * \sin \theta$$

### 3.1.3.4 Сутність моделювання несучих поверхонь за допомогою газодинамічних особливостей

Моделювання поля швидкостей, поля тисків і спектра обтікання за допомогою газодинамічних особливостей:

#### 1 Вихровими шнурами (рис 3.1.14):

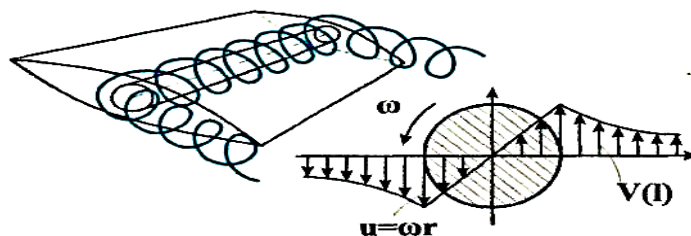


Рис 3.1.14 Схема моделювання несучих поверхонь вихорем

#### 2 Витоками і стоками (рис 3.1.15)

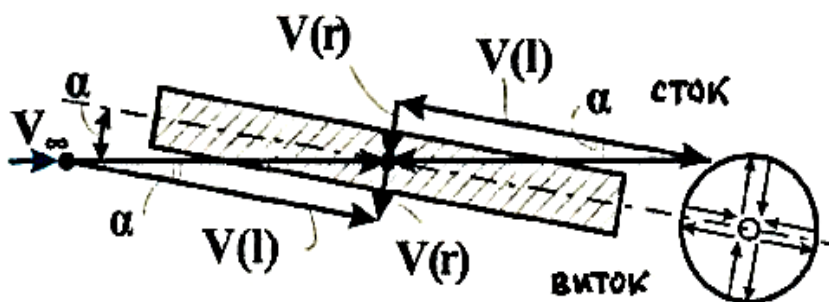


Рис 3.1.16 Схема моделювання несучих поверхонь стоками і витоками

#### 3 Діполями (рис 3.1.17):

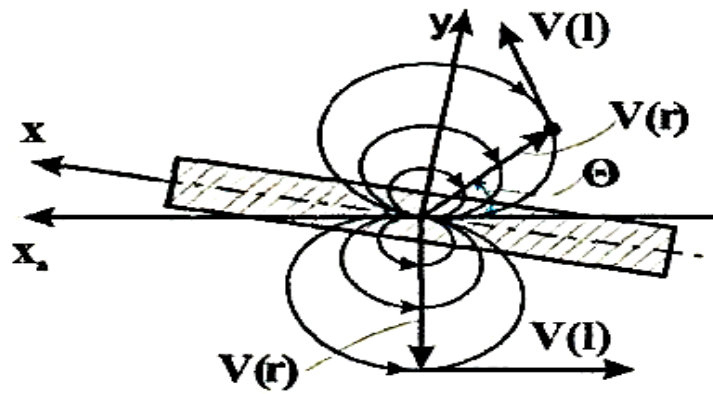


Рис 3.1.17 Схема моделювання несучих поверхонь диполем

### 3.1.4 Структура в'язкого потоку в примежовому шарі.

#### 3.1.4.1 Фізична сутність тертя в примежовому шарі

У примежовому шарі відбувається передача енергії від рухомого тіла до газу внаслідок виникнення сил в'язкого тертя. Силу тертя можна визначити за формулою закону внутрішнього тертя І. Ньютона:

$$\tau_{mp} = \mu \cdot \frac{\partial V_x}{\partial y}; \quad X_{mp} = \tau_{mp} \cdot S.$$

З формули випливає, що сила тертя в основному залежить від градієнта швидкості по товщині примежового шару навколо обтікаємого твердого тіла. Так як градієнт швидкості при турбулентній течії більше ніж при ламінарній, то сила тертя при турбулентній течії також більше ніж при ламінарній (рис 3.1.18):

$$\left( \frac{\Delta V_x}{\Delta y} \right)_t > \left( \frac{\Delta V_x}{\Delta y} \right)_л, \text{ тому } X_{mp.t} > X_{mp.л}$$

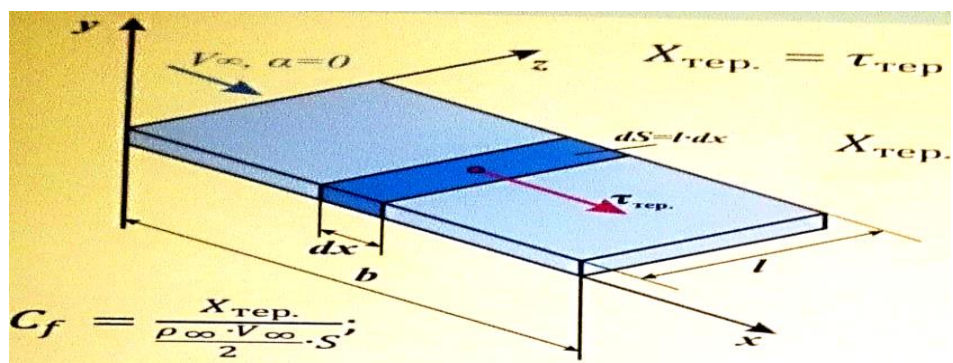


Рис 3.1.18 Схема виникнення сили тертя

$$X_{тр.л} = \int_0^b \tau_{л} * l * dx;$$

Силу тертя при двосторонньому терті плоскої пластини для ламінарної і турбулентної структури примежового шару можна визначити за формулами:

$$X_{\text{тр.л}} = C_{f\text{л}} * S \frac{\rho V^2}{2}; \quad X_{\text{тр.т}} = C_{f\text{т}} S \frac{\rho V^2}{2}$$

При цьому використовуються безрозмірні коефіцієнти двостороннього тертя пластини.

$$C_{f\text{л}} = \frac{2,66}{\sqrt{Re}};$$

$$C_{f\text{т}} = \frac{0,144}{5\sqrt{Re}}; \text{ (При } Re < 10^6); \quad C_{f\text{т}} = \frac{0,91}{(\lg Re)^{2,58}} \text{ (При } 10^6 < Re < 10^9)$$

Зі збільшенням числа  $Re$ , коефіцієнт тертя пластини зменшується  $C_f$ . Для чисел  $Re$ , які використовуються в практичній аеродинаміці, коефіцієнт тертя пластини в ламінарному шарі значно менше ніж у турбулентному.

Коефіцієнт сили тертя профілю можна визначити за значенням коефіцієнта тертя пластини:

$$C_{x\text{тр}} = C_f \cdot \frac{S_n}{S}$$

де

$S_n$ - площа двох сторін плоскої пластини,  $\text{м}^2$ ;  $S$  - площа профілю,  $\text{м}^2$ .

Щоб зменшити силу тертя, необхідно домагатися збереження ламінарного примежового шару на якомога більшій частині поверхні обтікаємого тіла. Так при числах, від Рейнольдса  $Re$  від  $3 \cdot 10^6$  до  $10^7$  то коефіцієнт  $C_f$  при ламінарній течії приблизно в **6 разів** менше ніж при турбулентній течії (рис 3.1.19).



Рис 3.1.19 Графічна залежність коефіцієнта  $C_f$  від числа  $Re$ , має вигляд

4 Задачі: 3.1.4:

1) Визначити силу тертя при ламінарному режимі течії на висоті  $H = 3000$  м, при швидкості польоту  $V = 420$  км/год, площа крила  $S = 100$   $\text{м}^2$ , площа пластини  $S_n = 0,05$   $\text{м}^2$ , площа профілю  $S_{\text{пр}} = 0,1$   $\text{м}^2$ .

2) Визначити силу тертя при турбулентному режимі течії на висоті  $H = 2000$  м, при швидкості польоту  $V = 720$  км/год, площа крила  $S = 100$  м<sup>2</sup>, площа пластини  $S_{\text{п}} = 0,06$  м<sup>2</sup>, площа профілю  $S_{\text{пр}} = 0,12$  м<sup>2</sup>.

### 3.1.5 Фізична сутність відриву газового потоку в примежовому шарі

Розглянемо обтікання об'ємного тіла повітряним потоком (рис 3.1.20).

При обтіканні тіла потоком від *т.1* до *т.2* тиск на верхній поверхні тіла знижується через збільшення швидкості, таким чином виникає негативний градієнт тиску  $\frac{dp}{dx} < 0$  по напрямку течії газу в примежовому шарі. Цей градієнт прагне прискорити рух частинок повітря в примежовому шарі, що сприяє збереженню його ламінарної структури. В *т.2* градієнт тиску збільшується і стає рівним ( $\frac{dp}{dx} = 0$ ).

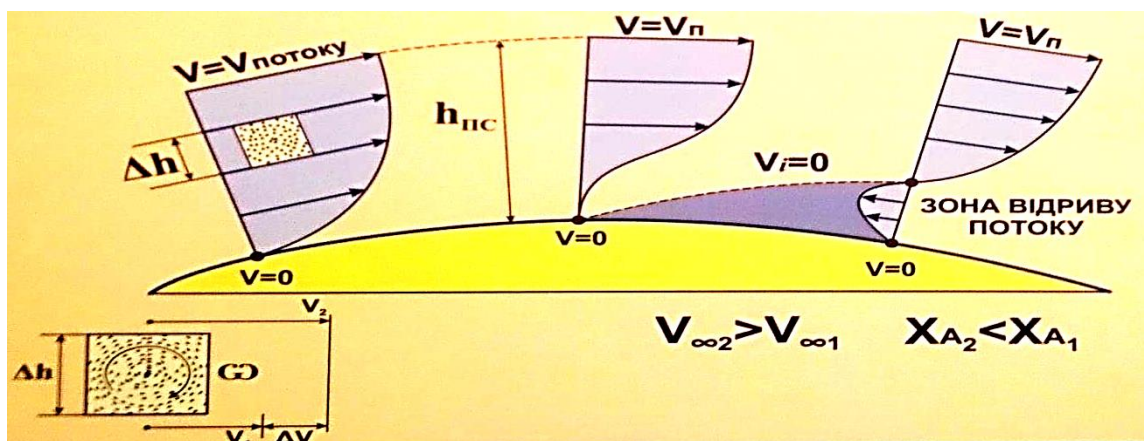
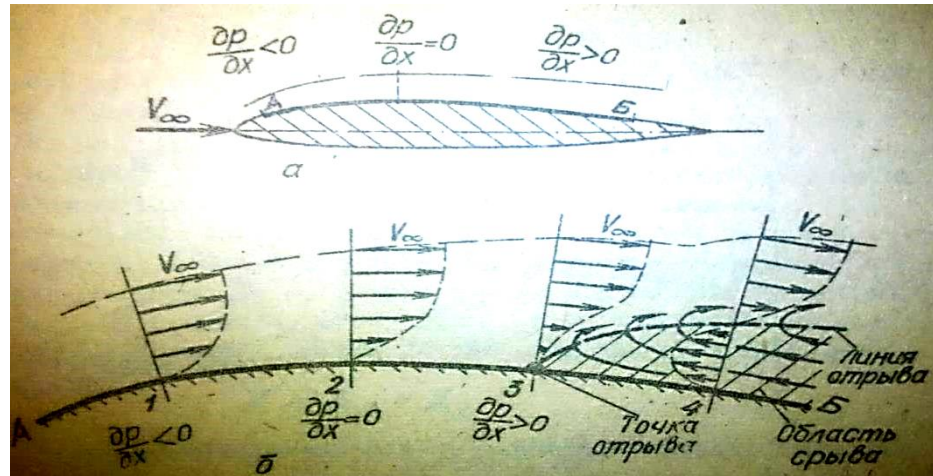


Рис 3.1.20 Схема відриву газового потоку в примежовому шарі

Після проходження *т.2* до *т.3* на задньому схилі об'ємного профілю виникає позитивний градієнт тиску, що на додаток до сил тертя призводить до



гальмування потоку. Профіль швидкостей починає якісно змінюватися. В  $m.3$  під впливом позитивного градієнту тиску в нижніх шарах примежового шару потік як би призупиняється і за  $m.3$  по лінії «3 - 4'» швидкість потоку стає рівною нулю. В області між лінією "3 - 4'" і поверхнею обтікаємого тіла утворюється область зворотної течії. Притікання газу з двох сторін призводить до потовщення прикордонного шару і подальшого його відриву від поверхні профілю  $\frac{dp}{dx} > 0$ .

Тому, на деякій ділянці профілю виникає зона відриву потоку обмежена лінією "3 - 4'" і поверхнею обтікаємого тіла. У даній зоні виникає інтенсивне вихростворення. При цьому змінюється картина розподілу тиску по поверхні профілю, що призводить до зміни напрямку рівнодіючої сил тиску. Зрив потоку призводить до різкого зменшення несучою здатності профілю крила і погіршенню стійкості і керованості *ЛА*.

Таким чином, в зоні зворотної течії виникає турбулентна течія, що викликає інтенсивне перемішування частинок повітря в примежовому шарі і призводить до підводу до нижніх загальмованих слоїв додаткової кінетичної енергії і тим самим перешкоджає збільшенню зони зворотної течії і утворенню вихорів. Тому турбулентний примежовий шар більш стійкий до відриву потоку від поверхні профілю, ніж ламінарний.

### 3.1.6 Сутність в'язкої кризи

#### 3.1.6.1 Сутність парадоксу «Ейлера-Даламбера»

Розглянемо обтіканням циліндра ідеальною рідиною (рис 3.1.21):

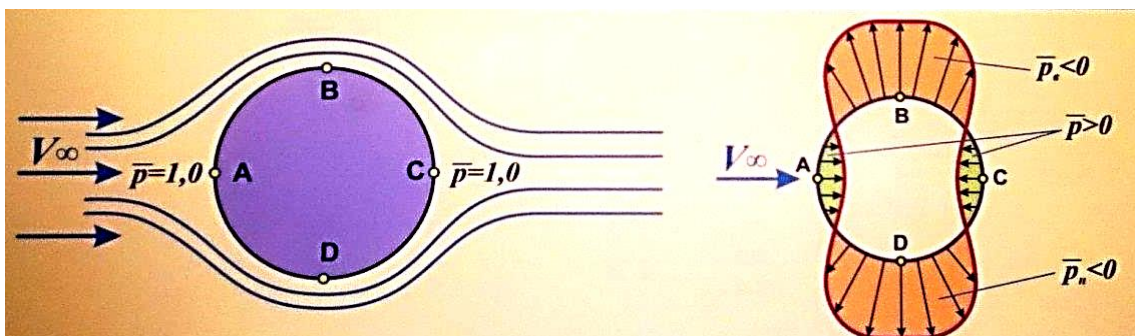


Рис 3.1.21 Схема обтікання циліндра ідеальною рідиною

При обтіканні циліндра ідеальною рідиною точки *A* і *C* є критичними, тиск в цих точках має максимальне значення, а коефіцієнт тиску дорівнює  $p = 1$ , сили тиску в цих точках рівні за величиною, але спрямовані в протилежні сторони. В точках *B* і *D* обтікання симетричне, виникає тиск розрідження однакового розміру, але направлена в різні сторони.

Внаслідок симетричного обтікання тиск на поверхні циліндра в характерних точках є однаковим і симетричним щодо вісей симетрії. Тому в невязкому середовищі циліндр не відчуває опору. В цьому і полягає парадокс «Ейлера-Даламбера».

### 3.1.6.2 Обтікання циліндра реальною рідиною (Рис 3.1.22 і 3.1.23):

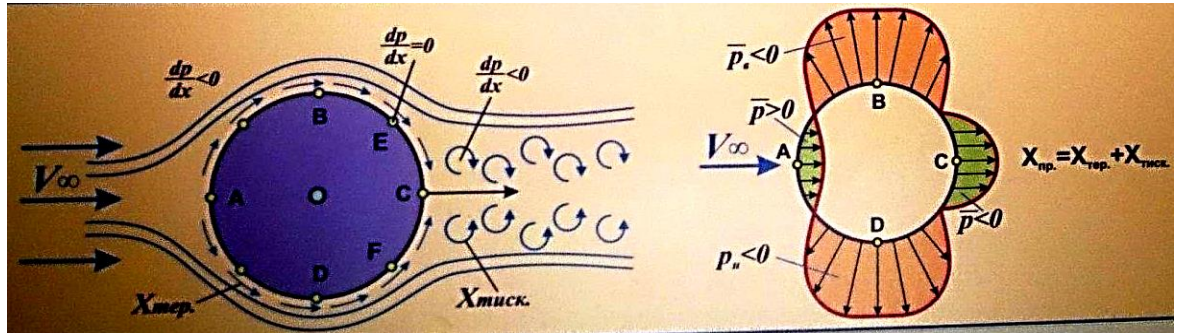


Рис 3.1.22 Схема обтікання циліндра реальною рідиною

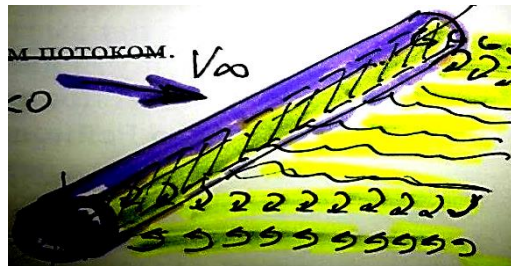


Рис 3.1.23 Схема зони відриву на циліндрі реальною рідиною

При обтіканні циліндра в'язким потоком газу спостерігається наступне:

- по - перше, діє сила тертя по ковзній до поверхні циліндра;
- по - друге, виникає сила тиску обумовлена відривом потоку в критичних точках циліндра ( $t.E$  і  $t.F$ ).

Розглянемо рух газового потоку вздовж поверхні  $ABC$ , згідно епюри розподілу тиску на ділянці  $AB$  градієнт тиску  $\frac{\partial p}{\partial x} < 0$ , що сприяє беззривному обтіканню. На ділянці  $BC$  градієнт тиску стає позитивним  $\frac{\partial p}{\partial x} > 0$ , що сприяє відриву потоку від поверхні тіла. В деякій точці  $E$  потік відривається і тиск виявляється меншим ніж в  $t.A$ . Тому, через різницю тиску в передній і кормовій частинах циліндра виникає опір визваний зоною розрідження.

Сумарна сила опору циліндра дорівнює сумі сил тертя і тиску.

$$X_{\Sigma} = X_{\text{тр}} + X_{\text{давл}}$$

Розмір ділянки зриву погано обтікаємих тіл і опорів за рахунок сил тиску залежить від числа Рейнольдса. Коефіцієнт лобового опору визначається за формулою:

$$C_{xa} = \frac{X_a}{\frac{\rho_{\infty} \cdot V_{\infty}^2}{2} \cdot S}$$

### 3.1.6.3 Сутність в'язкої кризи

При малих числах Рейнольдса коефіцієнт опору практично не залежить від числа Рейнольдса. Зі збільшенням швидкості потоку і числа Рейнольдса ламінарний режим течії переходить в турбулентний, що призводить до збільшення опору тертя і зменшення опору тиску розрідження (оскільки зменшується зона розрідження за циліндром), сумарний опір при цьому зменшується (рис 3.1.24 і 3.1.25).

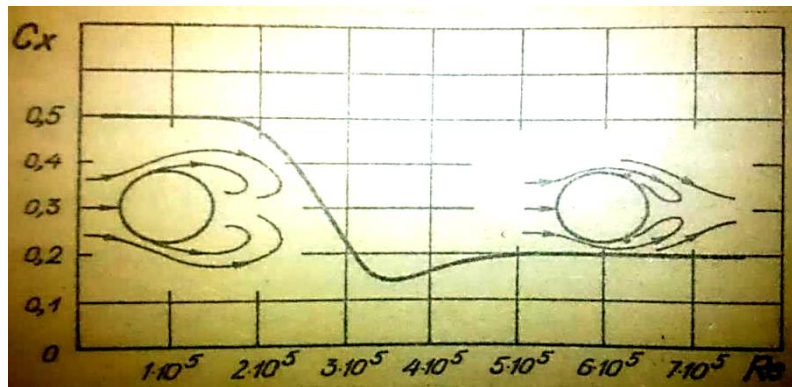


Рис 3.1.24 Графік залежності  $C_x = f(Re)$  при обтіканні циліндра реальним потоком

При числі Рейнольдса  $Re > 2 \cdot 10^5$ ) коефіцієнт лобового опору різко зменшується. **Явище різкого зменшення коефіцієнта опору ( $\downarrow C_x$ ) при певних значеннях числа Рейнольдса, внаслідок перестройки газового потоку, називається в'язкою кризою.**

Середнє значення числа Рейнольдса ( $Re$ ) при якому відбувається різке зменшення коефіцієнта опору  $C_x$ , називається **критичним числом Рейнольдса**.

З дослідів випливає, що при ламінарному примежовому шарі відрив його від обтікаємого тіла розпочинається при невеликих градієнтах тиску, практично з початку кормової частини обтікаємого тіла.



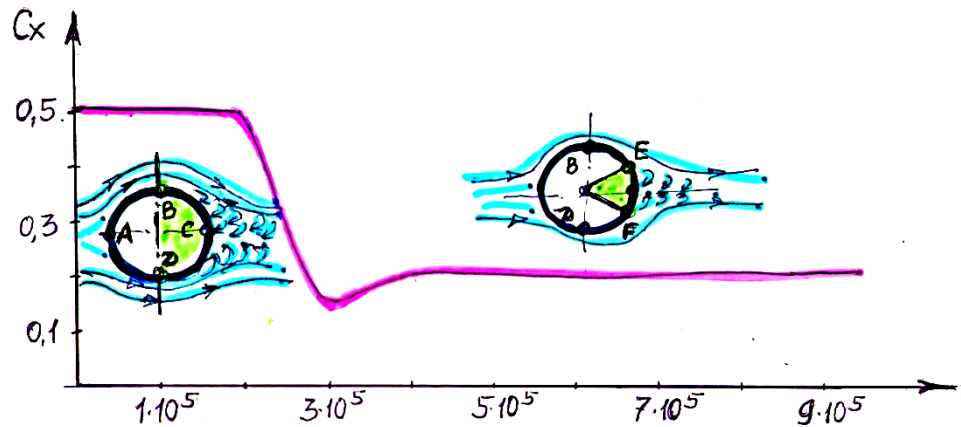


Рис 3.1.25 Схема в'язкої кризи

Зі збільшенням числа Рейнольдса ( $R_e$ ) примежовий шар стає турбулентним і для його відриву від поверхні тіла необхідний значно більший градієнт тиску. Найбільший градієнт тиску буде в точках ближче до  $m.C$ . Це призводить до зменшення ділянки відриву. Після перестройки обтікання зі збільшенням числа Рейнольдса ( $R_e$ ) ділянка відриву трохи збільшується ( $C_{xa} \uparrow$ ). Але все ж, сумарний опір при турбулентній течії при обтіканні циліндрів може бути меншим, ніж при ламінарній. Тому за певних умов обтікання погано обтікаємих тіл вигідно мати турбулентний примежовий шар.

#### 5 Задачі: 3.1.5:

- 1) Літак летить на висоті  $H = 8000$  м, яку швидкість буде показувати прилад показника швидкості і яка буде фактична повітряна швидкість, якщо повний тиск рівняється  $1,15 \cdot 10^5$  Па.
- 2) Визначити повний і швидкісний тиск потоку, що діє на літак в польоті на висоті  $5000$  м, при числі Маха  $0,9$ .
- 3) Визначити, як зміниться швидкісний тиск при польоті літака на висоті  $2000$  м, якщо число Маха рівняється  $0,75$ , а температура повітря змінюється від мінус  $30^\circ\text{C}$  до  $+ 50^\circ\text{C}$ .

#### 3.1.7 Фізична сутність хвильового відриву в примежовому шарі

Розглянемо обтікання профілю крила реальним потоком газу з великою, але дозвуковою швидкістю. Так як в носовій частині профілю струйки потоку звужуються, то площа поперечного перерізу зменшується, а це призводить до збільшення швидкості і зменшення тиску. У хвостовій частині профілю струйки розширюються, площа поперечного перерізу збільшується, то швидкість руху потоку зменшується, а тиск зростає (рис 3.1.26 і рис 3.1.27).

На верхній поверхні профілю крила на дозвукових швидкостях руху виникають зони в яких місцеві швидкості потоку досягають швидкості звуку (рис 3.1.26).

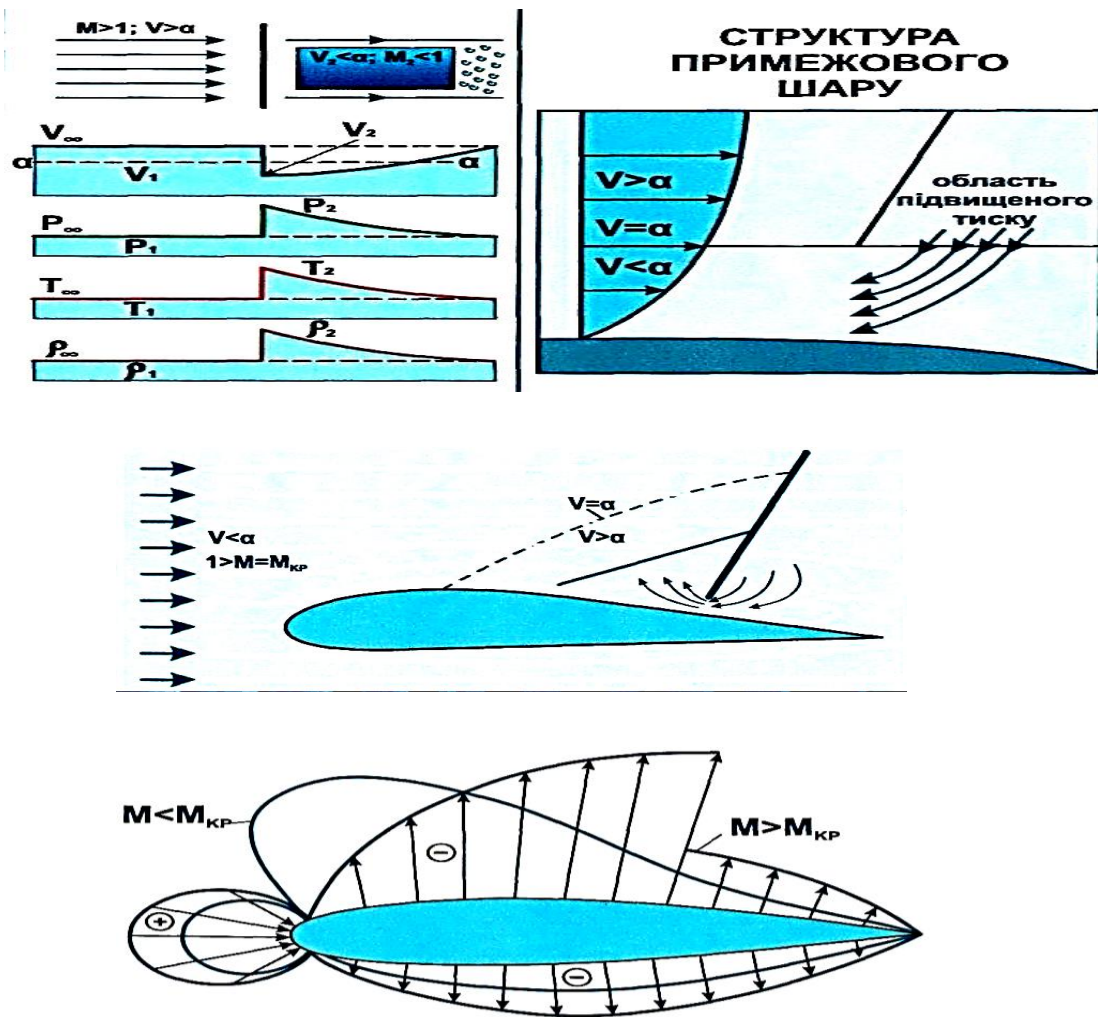


Рис 3.1.26 Схема зміни параметрів повітряного потоку на стрибку ущільнення в примежовому шарі



Рис 3.1.27 Схема виникнення хвильового відриву в примежовому шарі

Так як за профілем швидкість потоку знову стає дозвуковою, то гальмування надзвукового потоку відбувається на умовній поверхні сильно ущільненого фронту газу, який називається стрибком ущільнення. У примежовому шарі швидкості по його товщині змінюються від  $0$  до  $V_\delta$ , тому потік як би розділяється на дві частини: *зовнішню-надзвукову і внутрішню-дозвукову*, то біля поверхні профілю місцева швидкість не може досягти надзвукої величини. Тому зона надзвукових течій і стрибок ущільнення не може досягти поверхні тіла профілю. На стрибку ущільнення відбувається збільшення тиску  $p_1 > p$ . З огляду на різницю тисків перед стрибком і за ним, виникає зворотний потік газу в примежовому шарі назустріч основному набігаючому потоку. Цей зворотний потік відриває основний потік від поверхні профілю і виникає відрив потоку від поверхні профілю, який називається хвильовим зривом. При цьому відбувається якби набухання примежового шару, збільшується його товщина і виникає зовнішній випуклий кут, який обтікається надзвуковим потоком. Обтікання надзвуковим потоком випуклого кута призводить до утворення додаткового косого стрибка ущільнення.

**Таким чином, при великих дозвукових швидкостях течії через відрив потоку від поверхні профілю утворюється система двох стрибків ущільнення: косого та прямого стрибків. Таку систему стрибків прийнято називати  $\lambda$  - образним "стрибком ущільнення."**