МІНІСТЕРСТВО ВНУТРІШНІХ СПРАВ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ВНУТРІШНІХ СПРАВ
КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ ЛЬОТНИЙ КОЛЕДЖ

Циклова комісія аеронавігації

ТЕКСТ ЛЕКЦІЇ

з навчальної дисципліни
«Принципи польоту (Аерогідрогазодинаміка)»
обов'язкових компонент
освітньо-професійної програми першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
Аеронавігація

за ТЕМОЮ 3. «Рівняння руху газового потоку з врахуванням стисливості середовища. Теорія сопла Лаваля.»

Харків 2021

ЗАТВЕРДЖЕНО
Науково-методичною радою
Харківського національного
університету внутрішніх справ
Протокол від 23.09.2021 № 8

СХВАЛЕНО
Методичною радою Кременчуцького льотного коледжу Харківського національного університету внутрішніх справ
Протокол від 22.09.2021 № 2

ПОГОДЖЕНО
Секцією Науково-методичної ради
ХНУВС з технічних дисциплін
Протокол від 22.09.2021 № 8

Розглянуто на засіданні циклової комісії аеронавігації, протокол від 10.09.2021 № 2

Розробник: професор навчального відділу КЛК ХНУВС, викладач циклової комісії аеронавігації, к. т. н., с. н. с., спеціаліст вищої категорії, викладач – методист, Тягній В. Г.

Рецензенти:

1 Професор Кременчуцького Державного національного університету ім. Михайла Остроградського, д. ф - м. н., професор, лауреат Державної премії України в галузі науки і техніки, Єлізаров О. І.

2 Викладач-методист циклової комісії природничих дисциплін КЛК ХНУВС, к. т. н., доцент, спеціаліст вищої категорії, лауреат Державної премії України в галузі науки і техніки, Лісовенко В. Д.

ЛЕКЦІЯ 3.1: Рівняння балансу енергії газового потоку з врахуванням стисливості середовища

План лекції:

1 Рівняння Д. Бернуллі з врахуванням стисливості.

2 Залежність фізичних параметрів потоку від швидкості його руху.

Рекомендована література:

Основна література:

1 Котельніков Г. Н., Мамлюк О. В., Аеродинаміка літальних апаратів. Підручник. -К.: Вища школа, 2002. – 255 с.

2 Навчальний посібник «Аеродинаміка та динаміка польоту вертольота». Частина І, «Аеродинаміка вертольота» / А. Г. Зінченко, О. О. Бурсала, О. Л. Бурсала та ін.; за заг. ред. А. Г. Зінченка. – Х.: ХНУПС, 2016. – 402 с.: іл.

3 Навчальний посібник «Аеродинаміка та динаміка польоту вертольота». Часть ІІ, «Динаміка польоту вертольота». / А. Г. Зінченко, І. Б. Ковтонюк, В. М. Костенко та ін.; за заг. редакцією В. М. Костенка та І. Б. Ковтонюка. – Х.: ХУПС, 2010. – 272 с.: іл.

4 Опорний конспект з навчальної дисципліни «Аеродинаміка, динаміка польоту та практична аеродинаміка». Частина І «Аеродинаміка вертольоту». Автор: Пчельников С. І.

5 Опорний конспект з навчальної дисципліни «Аеродинаміка, динаміка польоту та практична аеродинаміка». Частина ІІ «Динаміка польоту». Автор: Пчельников С.І.

6 Ародинаміка літальних апаратів: навчальний посібник /О.О. Бурсала. А. Г. Зінченко, Є. Ю. Іленко, І. Б. Ковтонюк, А. Л. Сушко – Х.: ХУПС, 2015. - 333 с.: іл.

7 Лебідь В. Г., Миргород Ю. І., Аерогідрогазодинаміка. Підручник Х.: ХУПС, 2006. – 350 с.

Допоміжна література:

1 Мхитарян А. М., Аеродинаміка. Підручник. - М.: Машинобудування, 1968. – 430 с.

2 Кокуніна Л. Х., Основи аеродинаміки. Підручник. - М.: Транспорт, 1976. – 208 с.

3 Прицкер Д. М., Сахаров Г. И., Аеродинаміка. Підручник. - М.: Машинобудування, 1968. – 310 с.

4 Володко А. М., Вертоліт в особливій ситуації. Підручник. – М.: Транспорт, 1992. – 262 с.

5 Володко А. М., Безпека польотів вертольотів. Підручник. – М.: Транспорт, 1981. – 224 с.
6 Володко А. М., Горшков В. А. Вертольоти: Довідник по аеродинаміці, динаміці польоту вертольоту. Навчальний посібник. – М.: Воєнвидат, 1992. – 557 с.
7 Алаян О. М., Ромасевич В. Ф., Аеродинаміка і динаміка польоту вертольоту. Підручник. - М.: Воєнвидат, 1973. – 446 с.
8 Бураго Г. Ф. Аеродинаміка, Ч.1. Підручник. - М.: ВПІА ім. М. Є. Жуковского, 1957. – 350 с.
9 Вотяков В. Д., Аеродинаміка ЛА і гідравліка їх систем, Ч.1. Аеродинаміка. Підручник. - М.: ВПІА ім. М. Є. Жуковского, 1972. – 652 с.
10 Дьяченко А. А., Літальні апарати і безпека польоту. Підручник. - М.: ВПІА ім. М. Є. Жуковского, 1987. – 626 с.
11 Базов Д. И., Аеродинаміка вертольотів. Підручник. - М.: Транспорт, 1972. – 184 с.
12 Ромасевич В. Ф., Самойлов Г. А., Практична аеродинаміка вертольотів. Підручник. - М.: Воєнвидат, 1984. – 484 с.
13 Володко А. М., Основи льотної експлуатації вертольотів. Аеродинаміка. Підручник. - М.: Транспорт, 1984. – 256 с.
14 Ковалев Е. Д., Удовенко В. А., Основи аеродинаміки і динаміка польоту легких вертольотів. Навчальний посібник. - Х.: КБ Аерокоптер, 2008. – 280 с.
15 Нашукевич А. В., Аеродинаміка літака. Підручник. - М.: Воєнвидат, 1966. – 208 с.
16 Мхитарян А. М., Збірник задач по курсу “Аеромеханіка”. Навчальний посібник - К.: КІІЦА, 1976. – 100 с.

Нормативна література:

1 ДСТУ 22499 - 77. Апарати винтокрилі. Механіка польоту в атмосфері. Терміни. Визначення і літерні позначення. Видавництво стандартів, 1981.
2 ДСТУ 23281 - 78. Аеродинаміка летальних апаратів. Терміни. Визначення і літерні позначення. Видавництво стандартів, 1981.
3 ДСТУ 20058 - 80. Динаміка літальних апаратів в атмосфері. Терміни. Визначення і літерні позначення. Видавництво стандартів, 1976.
4 ДСТУ 23199 - 80. Газодинаміка. Терміни. Визначення і літерні позначення. Видавництво стандартів, 1978.
5 ДСТУ 221890 - 76. Фюзеляж, крила і оперіння літаків і вертольотів. Терміни. Визначення і літерні позначення. Видавництво стандартів, 1976.

ЛЕКЦІЯ 3.1: РІВНЯННЯ БАЛАНСА ЕНЕРГІЇ ГАЗОВОГО ПОТОКУ З УРАХУВАННЯМ СТИСЛИВОСТІ СЕРЕДОВИЩА

План лекції:

3.1.1 Рівняння Д. Бернуллі з урахуванням стисливості

3.1.2 Залежність фізичних параметрів потоку від швидкості його руху

3.1.1 Рівняння Д. Бернуллі з урахуванням стисливості

В загальному випадку руху газового потоку на етапах гальмування або розгону зміна фізичних параметрів стану газу підпорядковується ізоентропіческому рівнянню:

$$p = c \cdot \rho^k$$

де

C - газова постійна величина ізоентропіческого процесу;

ρ - масова щільність газу, кг / м^3;

$k = \frac{cp}{cw}$ - показник адіабати;

p - тиск газу, Па.

Якщо підставити рівняння ізоентропи в рівняння Д. Бернуллі без урахування стисливості і виконати спільне інтегрування, то отримаємо рівняння Д. Бернуллі з урахуванням стисливості (*рис 3.1.1*):

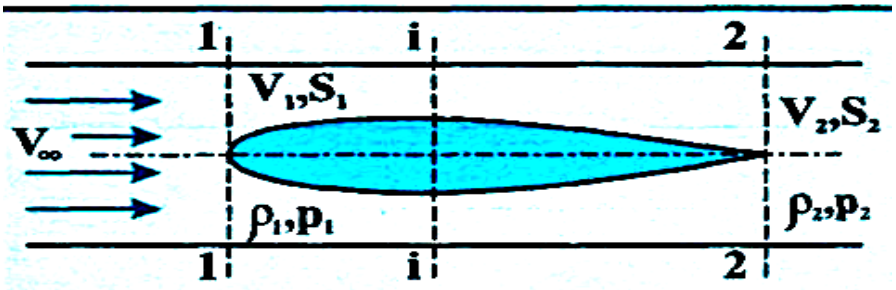


Рис 3.1.1 Схема виведення рівняння Д. Бернуллі з урахуванням стисливості

$$\frac{k}{k-1} \cdot \frac{p_1}{\rho_1} + \frac{V_1^2}{2} = \frac{k}{k-1} \cdot \frac{p_2}{\rho_2} + \frac{V_2^2}{2} = const$$

У загальному випадку рівняння Д. Бернуллі з урахуванням стисливості прийме ***перший вид:***

$$\frac{k}{k-1}\cdot\frac{p}{\rho}+\frac{V^2}{2}=const$$

Рівняння Бернуллі з урахуванням стисливості можна перетворити в інший вид використовуючи рівняння стану газу

$$\frac{p}{\rho}=RT\ ,$$

Тоді рівняння перетворюється в ***другий вид*** через зміну температури:

$$\frac{k}{k-1}\cdot RT+\frac{V^2}{2}=const$$

З огляду на, що швидкість звуку дорівнює, можна рівняння Д. Бернуллі перетворити в ***третій вид*** через зміну швидкості звуку:$a=\sqrt{k\cdot RT}$

$$\frac{1}{k-1}\cdot a^2+\frac{V^2}{2}=const$$

Так як в адіабатичному процесі при зміні тиску стиснення газу відбувається зміна і його температури то, отже, відбувається і зміна внутрішньої енергії газу пропорційно $\frac{RT}{k-1}$. Тоді в рівнянні Д. Бернуллі з'являється новий член, що враховує внутрішню енергію газу.

Таким чином, враховуючи що $\frac{k}{k-1}RT=\frac{p}{\rho}+\frac{RT}{k-1}$, тоді отримаємо ***четвертий вид*** рівняння:

$$\frac{p}{\rho}+\frac{V^2}{2}+\frac{RT}{k-1}=const$$

Фізична сутність рівняння Бернуллі для стиснювального газу полягає в наступному: Сума ***потенційної енергії*** ($\frac{p}{\rho}$)***, кінетичної енергії*** ($\frac{V^2}{2}$) ***і внутрішньої енергї*** ($\frac{RT}{k-1}$) ***одиниці маси газу в будь-якому поперечному перерізі струменя газу є величина постійна.***

3.1.2 Залежність фізичних параметрів потоку від швидкості його руху

3.1.2.1 Температура загальмованого потоку (*рис 3.1.2*):



Рис 3.1.2 Схема виведення рівняння повного гальмування

На передній кромці обтічних тіл завжди є область або точка, в якій газ повністю гальмується і швидкість обтікання стає рівною ***"0" (V = 0).*** Цю область або точку називають ***критичною***. Якщо проаналізувати рівняння Бернуллі, то можна побачити, що:

$$\frac{k}{k-1} \cdot RT \uparrow + \frac{\downarrow V^2}{2} = const,$$

Звідси випливає, що при гальмуванні потоку його температура збільшується і максимальне значення температури буде відповідати швидкості $V = 0$ (*тобто в точці гальмування*).

Згідно рівняння Д. Бернуллі, температуру загальмованого потоку можна визначити за формулою:

$$\frac{k}{k-1} RT_i + \frac{V_i^2}{2} = \frac{k}{k-1} RT_0 + \frac{V_0^2}{2}$$, Звідси при $V_0 = 0$,

,

з урахуванням рівняння $a^2 = kRT$, отримаємо новий вираз визначення температури загальмованого потоку:

$$T_0 = T_i(1 + \frac{k-1}{2} \cdot M^2)$$

З цього виразу випливає, що температура загальмованого потоку збільшується зі зростанням числа Маха ***(M),*** це пояснюється тим, що при адіабатичному гальмуванні кінетична енергія потоку перетворюється у внутрішню енергію газу і йде на збільшення його температури. Це явище називається ***кінетичним нагріванням***.

Залежність температури загальмованого потоку від чисел М:

M	***0***	***1***	***2***	***3***	***4***	***5***
$T_0, °K$	***288***	***346***	***518***	***807***	***1210***	***1764***

Якби не було теплопередачі, то температура газу в критичних точках профілів обтікаємих тіл дорівнювала б температурі T_0 газа, а так як вона випромінюється в середовище і розсіюється, відбивається від поверхні тіла, а

також відводиться всередину тіла, то температура в точці гальмування буде значно меншою температури гальмування.

1 Задача: 3.1.1:

1) Визначити температуру загальмованого повітряного потоку для чисел Маха **M = 3** і **6**, якщо політ здійснюється на висоті польоту **H = 5000 м**.
2) Визначити швидкісний і повний тиск на визначеній висоті, якщо температура повітря складає **мінус 25^0C**, а число Маха рівняється **M = 0,95.**
3) Визначити приладову і повітряну швидкість, а також число Маха, якщо швидкість звуку на висоті польоту рівняється $\mathbf{a_н = 320}$ **м/с**, повний тиск повітряного потоку $\mathbf{p^* = 9{,}9 * 10^5}$ **Па.**
4) Літак летить на висоті **H = 8000 м** з швидкістю **V = 420 км/год.,** яку швидкість буде показувати прилад показника швидкості, якщо шкала приладу відградуірована на висоту **H = 0 м**. Визначити число Маха і температуру повітря при завданних вихідних даних.

3.1.2.2 Гранична швидкість руху

Згідно рівняння Д. Бернуллі з урахуванням стисливості середовища:

$$\frac{k}{k-1}\cdot\frac{p}{\rho}+\frac{V^2}{2}=const$$

або

$$\frac{k}{k-1}\cdot RT+\frac{V^2}{2}=const$$

збільшення швидкості потоку газу, а значить, збільшення його кінетичної енергії може відбуватися тільки за рахунок зменшення потенційної енергії потоку.

Граничне значення швидкості потоку настає тоді, коли потенційна енергія потоку знижується до ***«0»,*** тобто коли відбувається зменшення абсолютної температури газового середовища до $\boldsymbol{T=0}$.

Швидкість, досягнута газовим потоком при температурі середовища $\boldsymbol{T_0=0}$ називається граничною і визначається за формулою:

$$\frac{k}{k-1}\cdot R(T_0-T_i)=\frac{V_i^2}{2}\text{, } звідси$$

$$V_{\text{пред.}}=\sqrt{\frac{2k}{k-1}\cdot R(T_0-T_i)}$$

Якщо газ з параметрами стану $\boldsymbol{p_0,\rho_0,T_0}$ находиться в стані спокою (*наприклад, газ знаходиться в балоні під тиском або пороховий двигун зі*

спресованим пороховим зарядом), а потім починається закінчення газу з безперервним збільшенням швидкості від $\boldsymbol{V_0}$ до $\boldsymbol{V_i = V_{\text{пред.}}}$, тоді рівняння Бернуллі приймає вигляд (*рис 3.1.3*).

$$\frac{k}{k-1} \cdot \boldsymbol{RT_0} + \frac{V_0^2}{2} = \frac{k}{k-1} \cdot \boldsymbol{RT_i} + \frac{V_i^2}{2}, \text{ при } \boldsymbol{T_i = 0}$$

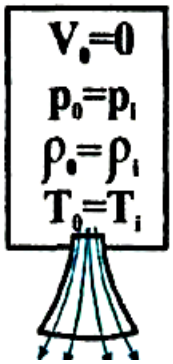
отримаємо:, звідси$\frac{k}{k-1} \cdot \boldsymbol{RT_0} = \frac{V_{\text{пред}}^2}{2}$

$$\boldsymbol{V_{\text{пр.}} = \sqrt{\frac{2k}{k-1} \cdot RT_0}}$$

для повітря:, коли $\boldsymbol{k = 1,41,\ R = 287}\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг·К}}$, тоді гранична швидкість рівняється:

$$\boldsymbol{V_{\text{пред.}} = \sqrt{2000 \cdot T_0}}$$

наприклад, пороховий двигун прискорювача:



$$\frac{T}{T_0} = 1 - \frac{V^2}{V_{\text{г.р}}^2};$$

Рис 3.1.3 Схема витікання газу з порохового двигуна в вакуум

З вихідного рівняння Д. Бернуллі можна визначити відносну зміну температури в залежності від відносної зміни швидкості потоку газу.

$$\boldsymbol{\frac{T}{T_0} = 1 - \frac{V^2}{V_{\text{пред}}^2}}$$

2 Задача: 3.1.2:

1) Визначити граничну швидкість повітряного потоку при польоті на висоті Н = 10000 м при числі Маха М = 2.

3.1.2.3 Тиск і щільність повітря

Зміна тиску і щільності рухомого газу можна виразити через зміну температури. Використовуючи рівняння ізоентропічного процесу,

$$\boldsymbol{\frac{p}{p_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^k}$$

і підставивши в нього рівняння состояни середовища, отримаємо нове рівняння через зміну температури:

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{k}{k-1}}, \frac{\rho}{\rho_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{1}{k-1}}$$

Потім підставимо їх у вихідне рівняння зміни температури при гальмуванні потоку і отримаємо:

$$T_0 = T(1 + \frac{k-1}{2} \cdot M^2),$$

З урахуванням цих перетворень отримаємо формули для визначення інших параметрів газу з урахуванням стисливості (*рис 3.1.4*):

$$\frac{p}{p_0} = \left(1 + \frac{k-1}{2} \cdot M^2\right)^{\frac{k}{k-1}}; \; p = p_0 \left(1 + \frac{k-1}{2} \cdot M^2\right)^{\frac{k}{k-1}}$$

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left(1 + \frac{k-1}{2} \cdot M^2\right)^{\frac{1}{k-1}} \; ; \; \rho = \rho_0 \left(1 + \frac{k-1}{2} \cdot M^2\right)^{\frac{1}{k-1}}$$

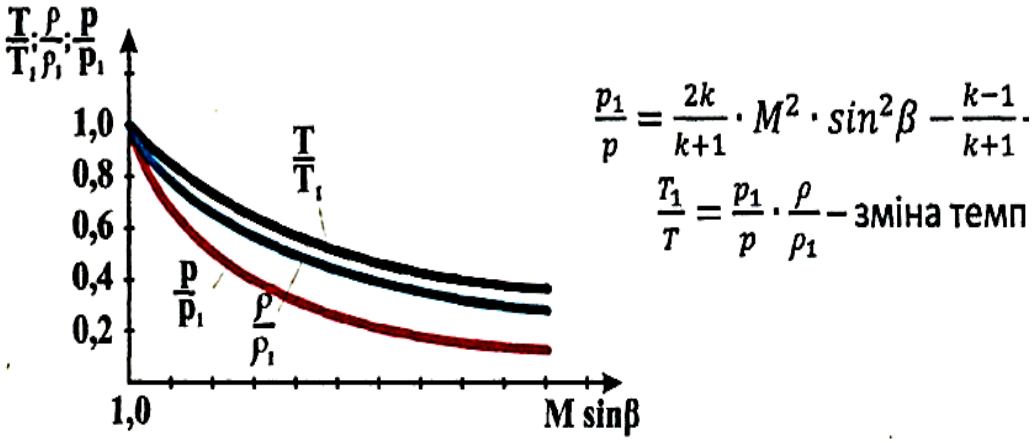


Рис 3.1.4 Схема графіків залежностей основних параметрів потоку від числа Маха (М)

У міру збільшення швидкості потоку відбувається зменшення швидкості звуку в ньому. Так як швидкість звуку зменшується через зменшення температури потоку ***(T)*** →, а самє $a = \sqrt{T}$, то можна встановити залежність між швидкістю звуку і граничною швидкістю потоку:

$$\frac{a}{a_0} = \sqrt{1 - \frac{V_i^2}{V_{\text{пр}}^2}}; \; a = a_0 \sqrt{1 - \left(\frac{V_{\text{i}}}{V_{\text{пр}}}\right)^2}$$

З Задачі: 3.1.3:

1) Визначити швидкість звуку, число Маха, швидкісний і повний тиск потоку, что обтікає літак в польоті з швидкістю **V = 480 км/год** на висоті **H = 5000 м**, якщо атмосферний тиск на даній висоті складає **54052 Па.**
2) Визначити фактично висоту польоту літака, приладову швидкість, швидкість звуку і швидкісний напір, якщо прилад числа Маха показує значення **M = 0,9**, а повітряна швидкість літака рівняється $\mathbf{V_{пн}}$ **= 980 км/год**.

В міру зростання швидкості потоку і зменшення швидкості звуку їх значення поступово зближуються і в деякому перерізі профілю, приблизно в місці максимальної його товщини, вони порівнюються. Цей переріз називається критичним (*рис 3.1.5*).

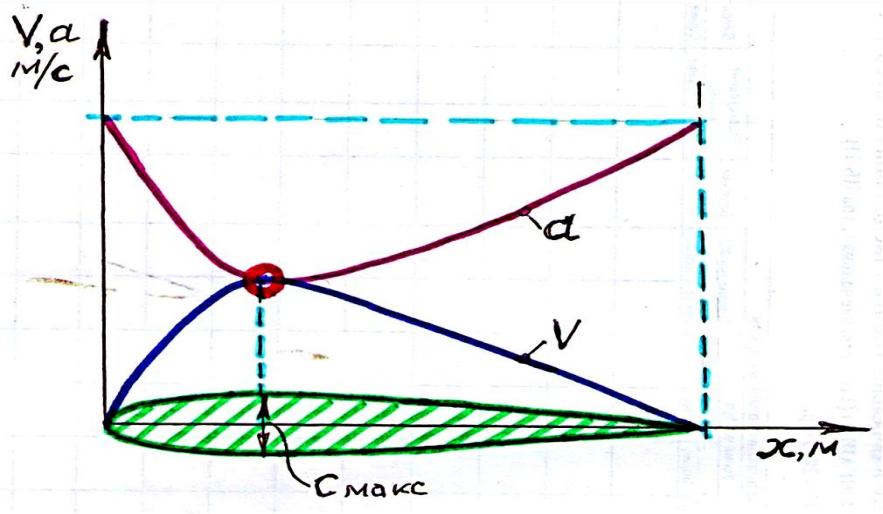


Рис 3.1.5 Схема досягнення швидкості звуку в критичному перерізі

Наскільки близька $\boldsymbol{V}_{кр}$ і $\boldsymbol{V}_{пред}$ - простежимо на рівнянні Д. Бернуллі.

Запишемо рівняння Д. Бернуллі для критичного перерізу, де $\boldsymbol{V_i = a}_{кр}$, а швидкість при цьому дорівнює граничної $\boldsymbol{Vi = V_{пред}}$, тоді $\boldsymbol{a}_{кр} = \boldsymbol{V_{пред}}$ (*рис 3.1.6*).

Рівняння Бернуллі для стискаємого потоку через швидкість звуку, коли: $\boldsymbol{V_{пр} = a_{кр}}$ має вигляд:

$$\frac{1}{k-1}a^2 + \frac{V_{пр}^2}{2} = const; \qquad \frac{a^2}{k-1} + \frac{a_{кр}^2}{2} = \frac{V_{пр}^2}{2} = const,$$ тоді отримаємо

$$\left(\frac{V_{пр}}{a_{кр}}\right)^2 = \frac{k+1}{k-1}$$

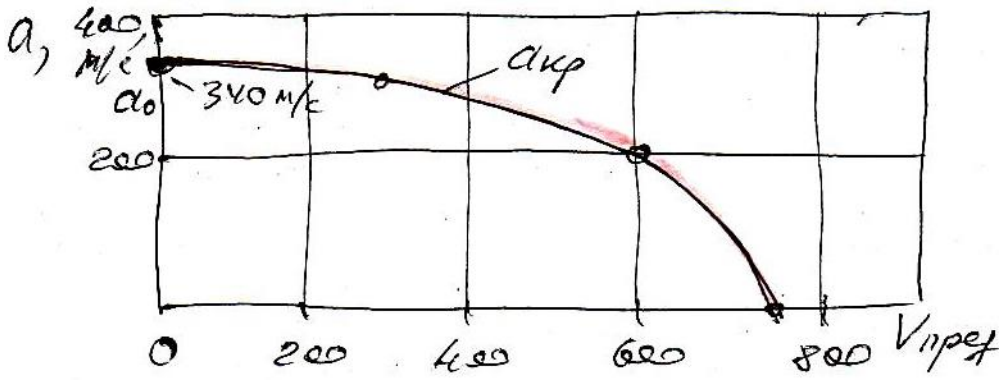


Рис 3.1.6 Залежність швидкості звуку від граничної швидкості потоку

Для воздуха $\mathbf{V_{пред} = 756\ ^{м}/_{с}}$ *при* $\mathbf{T_0 = 288\ °K}$

Так як при критичній швидкості руху $M_{кр} = \frac{V_{кр}}{a} = 1$, То критичні значення параметрів потоку можна визначити:

$$\frac{T_{кр}}{T_0} = \frac{2}{k+1};\ ;\frac{p_{кр}}{p_0} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}} \frac{\rho_{кр}}{\rho_0} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{1}{k-1}}$$

$$T_{кр} = T_0\ \frac{2}{k+1};\ p_{кр} = p_0\left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}};\ \rho_{кр} = \rho_0\left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{1}{k-1}}$$

Для повітря, при $k = 1,41,\ T_{кр} = 0,831\ T_0,\ p_{кр} = 0,528\ p_0,\ \rho_{кр} = 0,636\ \rho_0$

де

T_0, p_0, ρ_0 - фізичні параметри повітря при сталому русі;

$T_{кр}, p_{кр}, \rho_{кр}$ - фізичні параметри повітря в критичному перетині потоку.

4 Задача: 3.1.4:

1) Визначити критичні параметри повітряного потоку: температуру, тиск і масову густину за спрощеними формулами, якщо політ літака здійснюється на висоті **H = 2000 м.**