

**МІНІСТЕРСТВО ВНУТРІШНІХ СПРАВ УКРАЇНИ  
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ВНУТРІШНІХ СПРАВ  
КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ ЛЬОТНИЙ КОЛЕДЖ**

**Циклова комісія технічного обслуговування авіаційної техніки**

**ТЕКСТ ЛЕКЦІЇ**

**з навчальної дисципліни «Надійність авіаційної техніки»  
вибіркових компонент освітньо-професійної програми  
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти  
Технічне обслуговування та ремонт повітряних суден і авіадвигунів**

**за темою – Надійність об'єктів у разі параметричних відмов.**

**Харків 2022**

**ЗАТВЕРДЖЕНО**

Науково-методичною радою  
Харківського національного  
університету внутрішніх справ  
Протокол від 30.08.2022 № 8

**СХВАЛЕНО**

Методичною радою Кременчуцького  
льотного коледжу Харківського наці-  
онального університету внутрішніх  
справ  
Протокол від 22.08.2022 № 1

**ПОГОДЖЕНО**

Секцією Науково-методичної ради  
ХНУВС з технічних дисциплін  
Протокол від 29.08.2022 № 8

Розглянуто на засіданні циклової комісії технічного обслуговування авіаційної техніки, протокол від 10.08.2022 № 1

**Розробник:** старший викладач циклової комісії технічного обслуговування авіаційної техніки, к.т.н., спеціаліст вищої категорії, викладач-методист, Владов С.І.

**Рецензенти:**

1. Завідувач кафедри транспортних технологій Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського, доктор технічних наук, професор Мороз М.М.
2. Викладач циклової комісії аеронавігації Кременчуцького льотного коледжу Харківського національного університету внутрішніх справ, кандидат технічних наук, старший науковий співробітник Тягній В.Г.

### **План лекції**

1. Аналіз випадкових процесів зміни визначального параметра.
2. Моделі процесів наближення об'єкта до параметричних відмов.
3. Тривалість збереження працездатності.
4. Схема формалізації розподілу відмов на підставі аналізу випадкових процесів деградації.

### **Рекомендована література:**

#### **Основна**

1. Нечипоренко О. М. Основи надійності літальних апаратів : навчальний посібник. Київ : НТУУ «КПІ», 2010. 240 с.
2. Міляєв Ю. П., Нечипоренко О. М. Основи надійності технічних систем : навчальний посібник. Київ : Видавн.-полігр. центр Акад. муніцип. управління, 2008. 246 с.
3. Канарчук В. Є., Полянський С. К., Дмитрієв М. М. Надійність машин : підручник. Київ : Либідь, 2003. 424 с.

#### **Допоміжна**

4. ДСТУ 2863-94. Надійність техніки. Програма забезпечення надійності. Загальні вимоги. Київ : Держстандарт України, 1995. 37 с.
5. ДСТУ 2864-94. Надійність техніки. Експериментальне оцінювання та контроль надійності. Основні положення. Київ: Держстандарт України, 1995. 30 с.
6. ДСТУ 3004-95. Надійність техніки. Методи оцінки показників надійності за експериментальними даними. Київ : Держстандарт України, 1995. 123 с.
7. ДСТУ 3433-96. Надійність техніки. Моделі відмов. Основні положення. Київ : Держстандарт України, 1998. 42 с.
8. ДСТУ 3524-97. Надійність техніки. Проектна оцінка надійності складних систем з урахуванням технічного і програмного забезпечення та оперативного персоналу. Основні положення. Київ : Держстандарт України, 1999. 21 с.
9. ДСТУ 3942-2000. Надійність техніки. Плани випробувань для контролю середнього наробітку до відмови (на відмову). Київ : Держстандарт України, 2000. 30 с.

## ТЕКСТ ЛЕКЦІЙ

Якщо відмови розглядаються як вихід за припустимі межі значення параметра об'єкта, що відбуваються через випадкові зміни цього параметра у часі  $t$  (у загальному випадку – у функції будь-якої монотонно зростаючої величини, яку можна розглядати, як наробіток), то ці відмови називають **параметричними**. Надійність об'єкта у разі параметричних відмов визначається ІБР  $P(t)$ , що є функціоналом  $X(t)$  деякого випадкового процесу  $\{t\}$ , який характеризує зміну параметрів об'єкта у часі. Імовірність безвідмовної роботи об'єкта на відрізку часу  $[t_0, t]$  дорівнює ймовірності знаходження процесу  $X(t)$  у заданій припустимій області протягом цього відрізка часу

$$P(t) = P\{X(t) \in D; [t_0, t]\}.$$

Об'єкт лишається працездатним, поки величина  $X$ , що змінюється у часі, не досягає межі припустимої робочої області.

Основний технічний параметр, який характеризує працездатність об'єкта і визначає його міру надійності, називають **визначальним параметром (ВП)**.

Під час вирішення конкретного завдання як ВП  $X(t)$  можуть розглядатися величини деформації або механічної напруги, електричні або геометричні параметри (характеристики) об'єкта тощо.

Якщо ВП характеризує метрологічні показники засобу вимірювання, його надійність, що визначається параметричними відмовами ВП, також називають *метрологічною надійністю* або *інформаційною надійністю* [17]. Тобто, якщо розглядати як об'єкт надійності засіб вимірювання (прилад, перетворювач або вимірювальну систему ЛА), а як параметр або потрібну функцію цього об'єкта – точність вимірювання, то змінювання похибок вимірювання у часі і знаходження їх значень у заданих межах визначає *метрологічну надійність* засобів вимірювання.

Метрологічна надійність відрізняється від динамічної похибки тим, що визначає тільки тривалість перебування похибки у допустимих межах і характеризується *наробітком об'єкта до моменту виходу похибки за ці межі*, тобто має розмірність часу або наробітку, а динамічна похибка визначає тільки відхилення величини від заданого значення і має розмірність самої вимірюваної величини.

У загальному випадку ВП може бути вектором, тобто мати кілька складових. Граничні значення, які установлюються на кожен ВП об'єкта, є *припустимими* значеннями ВП, котрі обмежують *робочу область (поле допуску)*, яку задають у НТД.

Поки значення векторного ВП об'єкта перебувають усередині багатовимірної робочої області, об'єкт вважають працездатним. Однак із часом під впливом факторів, пов'язаних зі старінням, зношуванням або розрегулюванням, кінець вектора  $X(t)$  може досягти межі робочої області  $\Omega$ . При цьому об'єкт втрачає працездатність (відбувається відмова). Через випадковість зовнішніх і внутрішніх факторів, що впливають на процес поступового наближення об'єкта до параметричних відмов, зміни ВП у часі й час досягнення кожним ВП своєї межі також є *випадковими*. Тому найбільш повно випадковий процес виникнення поступових відмов об'єкта щодо кожного ВП описують відповідною щільністю розподілу часу перетинання ВП межі робочої області, тобто щільністю розподілу часу до відмови.

У практиці експлуатації об'єкта більш важливо знати не щільність розподілу часу до відмови, а конкретний *час збереження працездатності*  $t_{35}$ , протягом якого ВП не досягне межі робочої області.

У загальній постановці завдання час досягнення ВП меж робочої області можна розглядати як систему випадкових величин або векторний випадковий процес.

Розглянемо характер випадкового процесу наближення до параметричної відмови на прикладі об'єкта, працездатність якого

визначається скалярним ВП (однією координатою векторного ВП). При цьому простір ВП  $X$  буде одновимірним, а робоча область  $\Omega$  обмежена відрізком прямої (граничне значення ВП  $X_{\text{гр}}$ ). Нехай є множина  $j = \overline{1, n}$  однакових об'єктів, одночасно включених у роботу (за  $t=0$ ), і ВП кожного об'єкта вимірюється у одні й ті самі моменти часу  $t_i$  ( $i = \overline{1, k}$ ).

Зміну ВП однакових об'єктів у процесі експлуатації будемо розглядати як випадкову функцію часу  $X(t)$ . Для кожного  $j$ -го об'єкта ( $j = \overline{1, n}$ ) зміна ВП є реалізацією (складовою)  $X_j(t)$  випадкової функції  $X(t)$ . Точки перетинання реалізацій  $X_j(t)$  випадкового процесу із межею  $X_{\text{гр}}$  робочої області (поля допуску) відповідають моментам часу відмов  $j$ -их об'єктів. Тому випадковий характер виникнення поступових відмов у процесі експлуатації однакових об'єктів описується щільністю розподілу  $f\{X(t)\}$  часу перетинання ВП межі  $X_{\text{гр}}$ , тобто щільністю розподілу часу до відмови.

Якщо з моменту включення в роботу (за  $t=0$ ), вимірюючи з однаковою  $\Delta t = t_{i+1} - t_i = t_i - t_{i-1}$  або різною періодичністю (інтервалом)  $\Delta t$ , контролювати значення ВП кожного  $j$ -го об'єкта, то можна прогнозувати (екстраполювати) подальші зміни ВП, а отже, передбачити момент настання відмови. Це дасть можливість організувати технічне обслуговування групи об'єктів, тобто забезпечити попереджувальне виведення об'єктів на поточний або капітальний ремонт або відправлення їх на регулювання. Інтервал часу від початку експлуатації об'єкта  $t=0$  до моменту, коли вихід окремих реалізацій  $X_j(t)$  випадкового процесу  $X(t)$  за межі  $X_{\text{гр}}$  робочої області стає частим явищем, називають *часом збереження працездатності*  $t_{36}$ . Правий кінець інтервалу  $t_{36}$  визначається абсцисою характерної точки кривої ЩРВ  $f\{X(t)\}$ , починаючи з якої спостерігається різке зростання кривої.

Отже, визначаючи за допомогою засобів технічного контролю у фіксовані моменти часу  $t_1, \dots, t_i, \dots, t_k$  значення ВП  $j = \overline{1, n}$  однотипних об'єктів, можна отримати реалізації  $X_j(t)$  реального процесу зміни ВП. При цьому сукупність обмірюваних у  $t_i, i = \overline{1, k}$  моменти часу значень ВП характеризується випадковою величиною  $X_i = X(t_i) = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}_{t_i}$ , яка має щільність розподілу  $f(X)$  та оцінки числових характеристик – середнє значення (математичне сподівання)  $m_{X_i}$  і дисперсію  $D_{X_i}$ . Випадкову величину  $\{X\}_{t_i}$  називають значенням реалізацій ВП за  $i$ -го контролю.

Отже, маючи інформацію про реальний процес зміни ВП для часу  $t_k < t_{36}$  на етапі експлуатації або маючи ту саму інформацію про аналоги проектованого об'єкта на стадії проектування, можна аналітично розрахувати час збереження працездатності об'єкта, тобто зробити обґрунтований прогноз про його працездатність у майбутньому. Це дасть змогу вчасно попередити відмови, а також керувати станом складних об'єктів, замінюючи їх елементи резервними або змінюючи робочі режими об'єктів.

### **3.1. Аналіз випадкових процесів зміни визначального параметра**

Випадковий процес зміни ВП  $X(t)$  у загальному випадку може бути поданий сумою випадкових процесів

$$X(t) = x(t) + \xi(t) + \varepsilon(t), \quad (3.1)$$

де  $x(t)$  та  $\xi(t)$  – нестационарний і стаціонарний випадкові процеси відповідно;  $\varepsilon(t)$  – помилки вимірювань.

*Нестационарний випадковий процес  $x(t)$*  характеризує довгострокові необоротні зміни параметрів у результаті зношування, старіння або

розрегулювання. Процес  $x(t)$  – основна причина відмов, і надалі називатимемо його **процесом зношування**.

Стаціонарний випадковий процес  $\xi(t)$  оборотних змін параметрів у разі зміни зовнішніх умов спричиняє виникнення перемежованих (з’являються/зникають) відмов. Зазначимо, що можливості виникнення оборотних змін параметрів намагаються передбачити під час конструювання об’єктів. Процесом  $\xi(t)$ , якщо він є, знехтувати не можна, але він виявляється в ЛА дуже рідко і тому тут не розглядається. Безумовно, що під час отримання реального процесу  $X(t)$  у результаті вимірювання ВП на перебіг процесу буде впливати також стаціонарний випадковий процес  $\varepsilon(t)$  *похибок вимірювань*. Причому процеси  $\varepsilon(t)$  та  $\xi(t)$  не завжди вдається розділити, тобто відокремити дійсні оборотні зміни ВП від уявних, викликаних похибками у вимірюваннях.

Подамо випадковий процес зміни ВП  $X(t)$  за виразом (3.1) тільки необоротним процесом зношування  $X(t) = x(t)$ .

Для випадкових процесів зношування типовими є досить жорсткі зв’язки між значеннями параметра у послідовні моменти часу. Великий вплив на вид реалізації процесу  $X(t)$  справляє фізико-хімічна структура матеріалу і технологія виготовлення об’єкта. Однотипні об’єкти дають близькі за формою криві зношування, але з різними значеннями швидкості зношування. Тому моделі процесів зношування мають бути функціонально залежними від часу, а їх випадковий характер обумовлюється випадковими параметрами, що не залежать від часу. Подібні випадкові процеси іноді називають **детермінізованими** або **напіввипадковими**.

Випадковий процес  $X(t)$  зношування можна розглядати як залежність

$$X(t) = X_0 + \int_0^t B(\tau) d\tau, \quad (3.2)$$



де  $X_0$  – початкове (заводське, фабричне, промислове, виготовлене, налаштоване тощо) значення ВП;  $B(t)$  – напіввипадковий процес зміни швидкості зношування. Початкове значення  $X_0$  ВП є випадковою величиною, що іноді має усічений (через допуск підприємства-виробника) розподіл, але не залежить від часу  $t$ .

Позначимо  $\theta(t) = \int_0^t B(\tau) d\tau$ ,  $\tau \in [0, t]$ . Тоді  $X(t) = X_0 + \theta(t)$ . Інтеграл  $\theta(t)$

характеризує нагромадження необоротних змін у результаті старіння, зношування або розрегулювання. Цей доданок у формулі (3.2) може бути дуже великим.

Слід зазначити, що у практиці експлуатації ЛА, навіть у разі наявності вбудованих або переносних засобів контролю, не завжди вдається часто вимірювати значення ВП окремих об'єктів. Тому реалізації  $X_j(t)$ , побудовані за експериментальним даними для моментів  $t_i$ , ( $i = \overline{1, k}$ ), мають вигляд ламаних ліній, і можна лише припускати за даними обмеженої кількості вертикальних перетинів (перерізів), який вигляд має випадковий процес  $X(t)$  насправді. Для цього потрібно висунути гіпотезу про характерний вигляд кривих зношування, що ґрунтується як на даних експерименту, так і на апріорній інформації про процеси зношування аналогічних об'єктів. При цьому для навмання взятого  $j$ -го об'єкта швидкість зношування випадкова і для кожного об'єкта – своя.

Зміни ВП залежно від часу або наробітку (аналогічно з інтенсивністю відмов у розд.2, рис. 2.1) можна у загальному випадку подати трьома періодами (рис. 3.1).

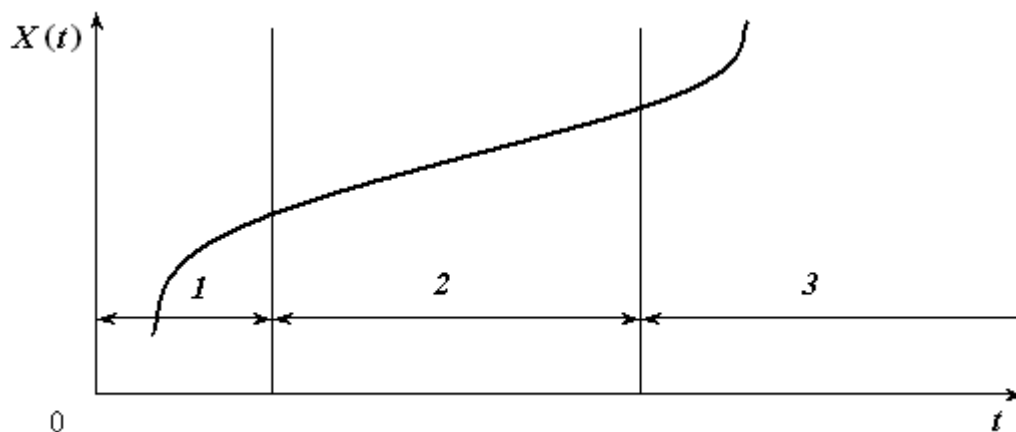


Рис. 3.1. Графік зміни визначального параметра  $X(t)$  з часом

*Перший період* – приробіток об'єкта. Швидкість зношування, яка від початку цього періоду не є постійною і змінюється з часом, до кінця цього періоду стає сталою величиною. Звичайно, у процесі приробітку відбувається зменшення швидкості зношування, однак, хоча й рідше, зустрічаються випадки зростання швидкості до стаціонарного значення. Великі фірми-виробники для підвищення надійності й конкурентоспроможності виробів проводять приробіток на підприємствах-виробниках, тому їх виріб може мати сталу швидкість зношування від початку експлуатації.

*Другий період* характеризує основний (нормальний) період експлуатації, при цьому досягнута в кінці приробітку швидкість зношування зберігається приблизно постійною.

*Третій період* – період «старіння» об'єкта: можливості функціонування об'єкта вичерпуються, швидкість зміни ВП катастрофічно зростає.

Співвідношення швидкості зношування виробу під час приробітку (період 1) та основної експлуатації (період 2) може служити показником ефективності виробництва і/або якості матеріалів.

## 3.2. Моделі процесів наближення об'єкта до параметричних відмов

### 3.2.1. Основні класи моделей

Як відомо, основою випадкових процесів зміни ВП є необоротні випадкові зміни ВП, викликані старінням, зношуванням або розрегулюванням. Вони певною мірою залежні від часу, їх можна розглядати (з деякою мірою ймовірності) як *поступові*. При цьому *випадковий* характер таких змін обумовлений *випадковими* параметрами, що *не залежать від часу*. Отже, моделі реальної зміни ВП об'єкта мають бути випадковими функціями, аргументами яких є сталі у часі випадкові величини й сам час.

Розглянемо найпоширеніші моделі (класи моделей) нестационарних випадкових процесів наближення до відмов.

**Лінійні випадкові функції.** Під час лінеаризації реального процесу зношування об'єкта кожна реалізація  $X_j(t)$  процесу замінюється прямою, тобто реальний процес зміни ВП  $X(t)$  апроксимується випадковою функцією вигляду

$$X = X_0 \pm Vt, \quad (3.3)$$

де  $X_0$  – випадкове початкове значення ВП (за  $t=0$ ), що має МС  $m_{X0} = M\{X_0\}$  та СКВ  $S_{X0} = \sqrt{D_{X0}}$ ,  $X_0 = X(t=0)$ ;  $V$  – випадкова нормально розподілена швидкість зміни ВП у часі, що має МС  $m_V = M\{V\}$  та СКВ  $S_V = \sqrt{D_V}$ .

**Нелінійні випадкові функції.** Для багатьох об'єктів є типовою

деяка постійна відносна швидкість зміни ВП  $\frac{dX(t)}{X(t)} = V^*$ , що відповідає нелінійному випадковому процесу  $X(t)$ , який апроксимується випадковою функцією вигляду

$$X = X_0 \exp(\pm V^* t), \quad (3.4)$$

де  $V^*$  – випадкова, нормально розподілена швидкість зміни натурального логарифма ВП  $V^* = \frac{d \ln X}{dt}$ , що має МС  $m_{V^*} = M\{V^*\}$  та СКВ  $S_{V^*} = \sqrt{D_{V^*}}$ .

У моделях обох класів (3.3) та (3.4) знаки «+» і «-» використовуються для апроксимації відповідно зростаючих й спадних у часі процесів. Випадкова величина  $X_0$  у моделях (3.3) та (3.4) є сталою в часі, як і випадкова величина швидкості  $V$  зміни ВП у моделі (3.3). У моделі (3.4) сталою в часі є швидкість зміни *логарифма* ВП, сам же ВП має змінювану у часі швидкість зміни.

Для зручності подальшого розгляду моделей тільки в лінійному варіанті модель (3.4) логарифмуванням перетворимо до лінійної моделі зміни логарифма ВП:

$$\ln X(t) = \ln X_0 \pm V^* t. \quad (3.5)$$

Якщо позначити натуральний логарифм ВП випадковою функцією  $Y(t)$ , тобто  $Y(t) = \ln X(t)$ ;  $Y_0 = \ln X_0$ , то вираз (3.5) можна подати як

$$Y(t) = Y_0 \pm V^* t, \quad (3.6)$$

подібний моделі (3.3). Тобто, можна розглядати різні модифікації випадкових процесів тільки для  $X(t)$ , а результати аналізу використовувати сумісно, як для ВП  $X(t)$ , так і для  $Y(t)$ , тому що моделі для  $X(t)$  та  $Y(t)$  будуть подібними.

Розглянемо окремо кожен тип лінійних випадкових моделей, які апроксимують випадковий процес зміни ВП  $X(t)$  або його логарифма  $Y(t)$ .

### 3.2.2. Основні типи моделей

З різних модифікацій лінійних зростаючих випадкових функцій зміни ВП  $X(t)$  або  $\ln X(t)$  найчастіше процес наближення об'єкта до параметричних відмов апроксимується такими типами моделей:

- а) віялової з ненульовим початковим розсіюванням (рис. 3.2);  
 б) віялової з нульовим початковим розсіюванням (рис. 3.3);  
 в) рівномірної (рис. 3.4).

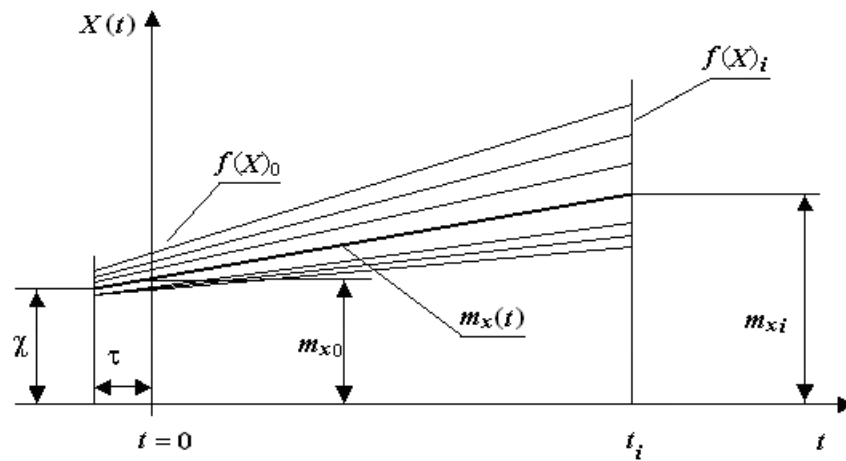


Рис. 3.2. Віялова модель зміни ВП з ненульовим початковим розсіюванням  $\chi$

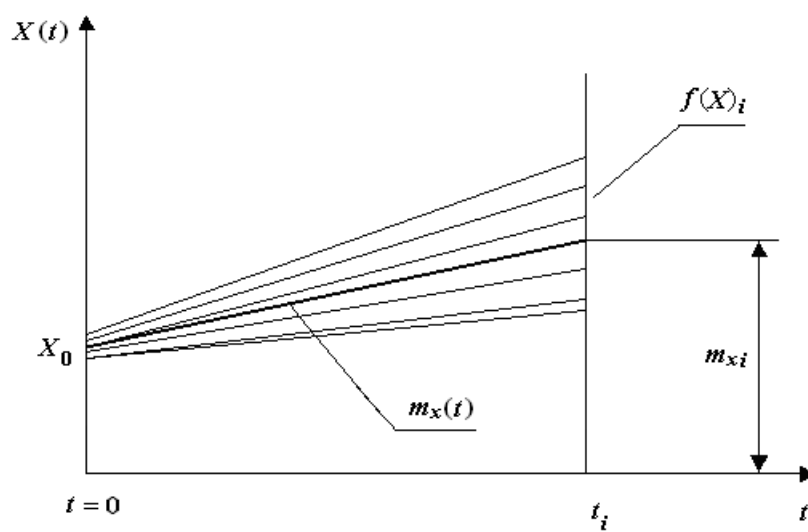


Рис. 3.3. Віялова модель зміни ВП з нульовим початковим розсіюванням

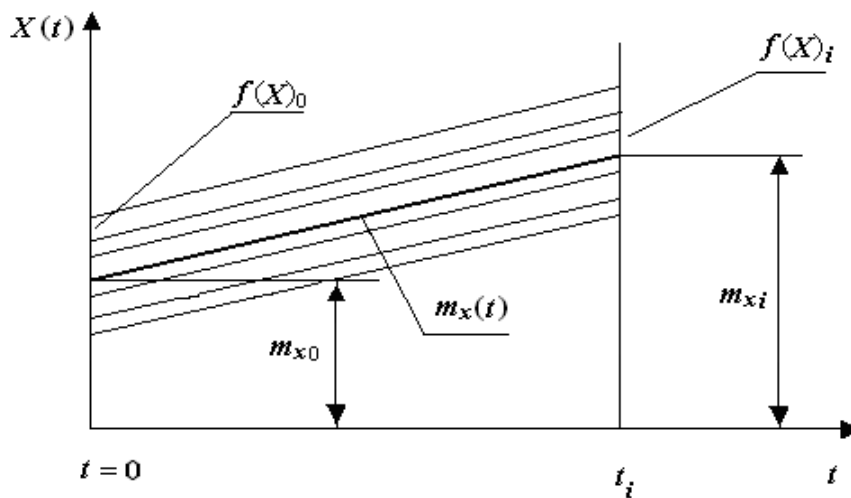


Рис. 3.4. Віялова модель рівномірної зміни ВП

Тип моделі лінійної функції  $X(t)$  або  $\ln X(t)$  залежить від кількості випадкових аргументів, які визначають її випадковий характер.

Віялову функцію з ненульовим початковим розсіюванням можна описати так:

– для процесу  $X(t)$ :

$$X(t) = \chi + V(t + \tau); \quad (3.7)$$

– для процесу  $\ln X(t)$ :

$$\ln X(t) = Y(t) = \ln \chi + V^*(t + \tau). \quad (3.8)$$

Якщо  $t = 0$ , значення функцій (3.7) і (3.8) являють собою випадкову величину відповідно:

$$X_0 = \chi + V\tau, \quad (3.9)$$

$$\ln X_0 = Y_0 = \ln \chi + V^*\tau. \quad (3.10)$$

З урахуванням формул (3.9) та (3.10) моделі (3.7) та (3.8) легко можна подати у вигляді (3.3) й (3.6). Випадковий характер розглянутої моделі визначається двома випадковими аргументами:

1)  $X_0$  або  $\ln X_0$  – випадкове початкове значення ВП або його логарифма;

2)  $V$  або  $V^*$  – випадкова швидкість зміни ВП або його логарифма.

Усі реалізації віялової лінійної випадкової функції з ненульовим початковим розсіюванням проходять через загальну не випадкову точку – «полюс» (рис. 3.2).

Аргумент розглянутої моделі (випадкова швидкість зміни ВП  $V$  або логарифма ВП  $V^*$ ) має нормальний розподіл із щільністю розподілу відповідно:

$$f(V) = \frac{1}{S_V \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{(V - m_V)^2}{2S_V^2} \right];$$

$$f(V^*) = \frac{1}{S_{V^*} \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{(V^* - m_{V^*})^2}{2S_{V^*}^2} \right].$$

Лінійно залежна від  $V$  випадкова функція  $X(t)$  (3.7) у всіх  $i = \overline{0, k}$  перетинах буде розподілена нормально зі щільністю

$$f(X)_i = \frac{1}{S_{X_i} \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{(X_i - m_{X_i})^2}{2S_{X_i}^2} \right], \quad i = \overline{0, k}, \quad (3.11)$$

де параметри розподілу:  $m_{X_i}$  – це МС,  $m_{X_i} = M\{X_i\}$ ;  $S_{X_i}$  – це СКВ. Числові характеристики, тобто МС  $M\{X(t)\} = m_X(t)$  і СКВ  $S\{X(t)\} = S_X(t)$  самої випадкової функції (3.7), можна виразити через числові характеристики  $m_V$  та  $S_V$  випадкової швидкості:

$$m_X(t) = \chi + m_V(t + \tau); \quad (3.12)$$

$$S_X(t) = S_V(t + \tau). \quad (3.13)$$

Випадкове початкове значення ВП  $X_0$  відповідає значенням функції  $X(t)$  (3.7) за  $t=0$ , тому також має нормальний розподіл згідно з функцією (3.11) за  $i=0$  з параметрами  $m_X(t=0) = m_{X_0}$  і СКВ  $S_X(t=0) = S_{X_0}$ , які отримують із виразів (3.12) та (3.13) за  $t=0$ :

$$m_{X_0} = \chi + m_V \tau; \quad (3.14)$$

$$S_{X_0} = S_V \tau. \quad (3.15)$$

З урахуванням виразів (3.14) та (3.15) вирази (3.12) та (3.13) для числових характеристик випадкової функції (3.7) набудуть вигляду

$$m_X(t) = m_{X_0} + m_V t; \quad (3.16)$$

$$S_X(t) = S_{X_0} + S_V t. \quad (3.17)$$

Відповідно до функції (3.8) нормальний розподіл швидкості  $V^*$  зумовлює те, що лінійно залежний від  $V^*$  логарифм ВП  $\ln X(t) = Y(t)$  також буде розподілений нормально в усіх  $i = \overline{0, k}$  перетинах із щільністю розподілу

$$f(\ln X)_i = f(Y)_i = \frac{1}{S_{Y_i} \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{(Y_i - m_{Y_i})^2}{2S_{Y_i}^2} \right], \quad i = \overline{0, k}. \quad (3.18)$$

Визначальний параметр при цьому буде мати логарифмічно нормальний розподіл, щільність якого

$$f(X)_i = \frac{1}{S_{Y_i} \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{[\ln(X_i) - m_{Y_i}]^2}{2S_{Y_i}^2} \right], \quad i = \overline{0, k}. \quad (3.19)$$

У виразах (3.18) та (3.19)  $m_{Y_i} = M\{\ln X_i\}$  і

$S_{Y_i} = \sqrt{D_{Y_i}} = \sqrt{M\{(\ln X_i - m_{Y_i})^2\}}$  – відповідно МС і СКВ логарифма ВП у  $i = \overline{0, k}$  перетинах випадкової функції (3.8).

Математичне сподівання  $m_Y(t)$  і СКВ  $S_Y(t)$  можна отримати, використовуючи числові характеристики випадкової швидкості  $V^*$ , а саме  $m_{V^*}$  та  $S_{V^*}$ . Проводячи аналогічні, як для функції (3.7), перетворення, отримуємо числові характеристики моделі (3.8) зміни логарифма ВП  $\ln X(t) = Y(t)$ :

$$m_Y(t) = m_{V_0} + m_{V^*} t; \quad (3.20)$$

$$S_Y(t) = S_{V_0} + S_{V^*} t. \quad (3.21)$$

Віялова функція з нульовим початковим розсіюванням є частковим окремим випадком моделей (3.3) та (3.6) і може бути отримана із зазначених виразів заміною в них, відповідно, випадкових початкових



значень ВП  $X_0$  або його логарифма  $\ln X_0 = Y_0$  деяким не випадковим значенням  $K_0$  або  $\ln K_0$ .

Оскільки віялова модель із нульовим початковим розсіюванням є частковим окремим випадком моделей (3.7) та (3.8) з ненульовим початковим розсіюванням, то її властивості визначаються властивостями зазначених моделей; тому числові характеристики можна знайти:

– для функції  $X(t) = K_0 + Vt$  зміни ВП з виразів (3.16) та (3.17) отримаємо

$$m_X(t) = K_0 + m_V t;$$

$$S_X(t) = S_V t.$$

– для функції зміни ВП  $Y(t) = \ln X(t) = \ln K_0 + V^* t$  з виразів (3.20) та (3.21) отримаємо

$$m_Y(t) = \ln K_0 + m_{V^*} t;$$

$$S_Y(t) = S_{V^*} t.$$

*Рівномірна функція* також є частковим випадком моделей (3.3) та (3.6) і може бути отримана з останніх заміною в них відповідно випадкових швидкостей зміни ВП  $V$  або його логарифма  $V^*$  на не випадкові (сталі) швидкості  $v$  або  $v^*$ .

Числові характеристики випадкових функцій знаходять (подано без виведення):

– для функції зміни ВП  $X(t) = X_0 + vt$  з виразів (3.16) та (3.17) отримаємо

$$m_X(t) = m_{X_0} + vt;$$

$$S_X(t) = S_{X_0} = \text{const};$$

– для функції  $Y(t) = \ln(t) = Y_0 + v^* t$  з виразів (3.20) та (3.21) отримаємо

$$m_Y(t) = m_{Y_0} + v^* t;$$

$$S_Y(t) = S_{Y_0} = \text{const}.$$

Розглянуті лінійні моделі зручні для апроксимації випадкових процесів зміни ВП тим, що дають можливість характеризувати ці процеси обмеженою кількістю аргументів моделі, для визначення яких потрібний мінімальний обсяг експериментальних даних.

### 3.3. Тривалість збереження працездатності

Як відомо, у разі виходу значень ВП  $X(t)$  за межу  $X_{гр}$  робочої області відбувається відмова об'єкта. Для характеристики надійності об'єкта у разі поступових параметричних відмов, пов'язаних з випадковим процесом зміни ВП  $X(t)$ , зазвичай обчислюють показники двох типів:

1) *імовірність знаходження (перебування) об'єкта у працездатному стані*, тобто ІБР до наробітку  $t_i$   $P(t_i) = P\{X(t_i) < X_{гр}\}$ . При цьому розглядають випадкову величину  $X(t_i)$  – значення ВП у момент часу (наробітку)  $t_i$ ;

2) *показники наробітку до появи поступової відмови* – перетинання ВП межі  $X_{ад}$  поля допуску. Для оцінювання надійності у цьому випадку можна використовувати: щільність розподілу наробітку до відмови  $f(t) = f[X(t)]$ , функцію безвідмовності ІБР  $P(t) = P\{T > t\}$ , інтенсивність відмов  $\lambda(t)$ .

Розглянемо моделі розрахунку цих типів показників. Вважатимемо, що об'єкт працездатний, якщо значення його ВП будуть менші від межі  $X_{гр}$  поля допуску.

*Імовірність перебування об'єкта у працездатному стані.* Для фіксованого моменту часу  $t_i$  імовірність того, що об'єкт працездатний, становить

$$P(t_i) = P\{X(t_i) < X_{гр}\} = \int_0^{X_{гр}} f(X)_i dx, \quad (3.22)$$

де  $f(X)_i$  – щільність розподілу значень ВП за  $t = t_i$ , тобто в  $i$ -му перетині випадкового процесу  $X(t)$ .

В окремому випадку за нормального розподілу ВП імовірність  $P(t_i)$  знаходять як

$$P(t_i) = \frac{1}{S_{X_i} \sqrt{2\pi}} \int_0^{X_{\text{гр}}} \exp \left\{ -\frac{(X_i - m_{X_i})^2}{2S_{X_i}^2} \right\} dx,$$

де  $m_{X_i}$ ,  $S_{X_i}$  – відповідно МС та СКВ (числові характеристики) розподілу випадкового ВП  $X_i = \{X\}_i$ .

Переходячи до випадкової величини  $z = \frac{X - m_{X_i}}{S_{X_i}}$ , яка має нормальний розподіл з параметрами МС  $M\{z\} = 0$ , СКВ  $S\{z\} = 1$  та щільністю розподілу

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{z^2}{2} \right\}, \quad (3.23)$$

вираз (3.22) можна записати через функцію Лапласа  $\Phi(z)$ :

$$P(t_i) = P\{X(t_i) < X_{\text{гр}}\} = 0,5 + \Phi(z), \quad (3.24)$$

де табульовану  $\Phi(z)$  знаходять за таблицями [10] за значеннями

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z \exp \left( -\frac{u^2}{2} \right) du.$$

**Щільність розподілу наробітку до відмови.** Якщо процес зміни ВП випадковий і має монотонні реалізації, то щільність розподілу часу виходу ВП за межу  $X_{\text{аф}}$  робочої області (щільність розподілу часу до відмови) для моменту  $t_i$

$$f(t_i) = -\frac{dP(t)}{dt} \Big|_{t=t_i} = \frac{dQ(t)}{dt} \Big|_{t=t_i}, \quad (3.25)$$

де  $Q(t_i)$  – імовірність перебування об'єкта в непрацездатному стані, яку знаходять через відоме за виразом (3.22) значення  $P(t_i)$ :

$$Q(t_i) = P\{X(t_i) < X_{\text{гр}}\} = 1 - P(t_i). \quad (3.26)$$

З урахуванням виразів (3.22) і (3.26) імовірність перебування об'єкта в непрацездатному стані

$$Q(t_i) = P\{X(t_i) \geq X_{\text{гп}}\} = 1 - \int_0^{X_{\text{гп}}} f(X_i) dX_i = \int_{X_{\text{гп}}}^{\infty} f(X_i) dX_i,$$

а з урахуванням функції Лапласа  $\Phi(z)$  за нормального розподілу ВП у  $t_i$  перетинах,  $i = \overline{0, k}$

$$Q(t_i) = 0,5 - \Phi(z), \quad (3.27)$$

тобто значення  $Q(t_i)$  можна знайти за допомогою табульованої функції Лапласа  $\Phi(z)$ .

### 3.3.1. Загальні моделі розрахунку щільності розподілу наробітку до поступової відмови

На практиці обчислення щільності розподілу наробітку до поступової відмови об'єкта у разі випадкової зміни ВП проводять двома способами, застосування кожного з яких залежить від вигляду випадкового процесу  $X(t)$ .

**Випадковий процес  $X(t)$ , відмінний від лінійного.** Для кожного інтервалу наробітку  $\Delta t_i = t_{i+1} - t_i$  знаходять *середнє* на цьому інтервалі значення щільності розподілу наробітку до відмови діленням збільшення ймовірності того, що об'єкт перебуває у непрацездатному стані, на довжину інтервалу:

$$[f_i]_{\text{сер}} = \frac{Q(t_{i+1}) - Q(t_i)}{t_{i+1} - t_i} = \left| -\frac{P(t_i) - P(t_{i+1})}{t_{i+1} - t_i} \right|. \quad (3.28)$$

За отриманим значенням  $[f_i]_{\text{сер}}$ , у  $i = \overline{0, k}$  перетинах будують гістограму розподілу часу до відмови, яка згладжується неперервною кривою. Потім підбирають закон розподілу з перевіркою несуперечності розрахунковим даним за критерієм Пірсона.

Для обчислення  $[f_i]_{\text{сер}}$ , що відповідає інтервалу  $\Delta t_i$ , потрібно знати закон розподілу ВП на початку ( $t_i$ ) і в кінці ( $t_{i+1} = t_i + \Delta t_i$ ) цього інтервалу.

**Випадковий процес  $X(t)$  лінійний.** Формально у цьому випадку можна використати перший спосіб (обчислення щільності розподілу наробітку до поступової відмови). Оскільки розподіл ВП  $f(X)_i$  у всіх перетинах нормальний, то середнє значення щільності  $[f_i]_{\text{сеп}}$ , з урахуванням виразів (3.24) і (3.27), визначають за функцією (3.28) через функцію Лапласа:  $[f_i]_{\text{сеп}} = \frac{\Phi(Z_{i+1}) - \Phi(Z_i)}{t_{i+1} - t_i}$ .

Для нормально розподіленої випадкової функції  $X(t)$  під час побудови гістограми середніх значень  $[f_i]_{\text{сеп}}$  досить знати лише її числові характеристики  $m_x(t)$  та  $S_x(t)$ , за якими знаходять значення  $S_{x_i}$ ,  $S_{x_{i+1}}$ ,  $m_{x_i}$ ,  $m_{x_{i+1}}$ , які відповідають початку  $t_i$  і кінцю  $t_{i+1}$  кожного з інтервалів  $\Delta t_i$ , потрібних для визначення аргументів функції Лапласа:  $z_i = \frac{X_i - m_{x_i}}{S_{x_i}}$ ;

$$z_{i+1} = \frac{X_{i+1} - m_{x_{i+1}}}{S_{x_{i+1}}}.$$

Для лінійних випадкових процесів закони розподілу наробітку до відмови можна отримати аналітично з виразу (3.25).

### 3.3.2. Визначення терміну збереження працездатності

З розглянутих показників надійності об'єктів під дією поступових відмов, викликаних випадковою зміною ВП, найбільш важливі ймовірність знаходжень об'єкта у працездатному стані  $P(t)$  та щільність  $f(t)$  розподілу часу (наробітку) до відмови. Останню можна також визначити як щільність розподілу часу досягнення ВП межі  $X_{\text{гр}}$  робочої області й позначити  $f[X(t)] = f(t)$ .

Для практичних цілей організації технічного обслуговування об'єктів і прогнозування працездатності з періодичним контролем ВП важливо знати конкретний час збереження працездатності.

На прикладі уже відомих лінійних моделей зміни ВП  $X(t)$  або його логарифма  $\ln X(t) = Y(t)$  (параграф 3.2.2) отримаємо розподіл  $f[X(t)]$  та розрахункові вирази для визначення часу збереження працездатності об'єкта. У цьому параграфі розглянемо тільки моделі зміни ВП  $X(t)$ . Для лінеаризованих логарифмуванням моделей  $\ln X(t) = Y(t)$  розрахункові вирази будуть аналогічними.

**Віялові моделі зміни ВП.** Для об'єктів, випадковий процес зміни ВП яких можна подати у вигляді віялових моделей, випадкове значення часу досягнення ВП  $X(t)$  межі  $X_{\text{гр}}$  робочої області

$$T = \frac{X_{\text{гр}} - m_{x_0}}{V} \quad (3.29)$$

буде функцією випадкової величини – швидкості  $V$  зміни ВП, закон розподілу якої нормальний.

Щільність розподілу часу досягнення ВП межі  $X_{\text{гр}}$  робочої області знаходять за відомим з теорії ймовірностей правилом отримання законів розподілу функцій випадкових аргументів

$$f(t) = f[X(t)] = f(V) \left| \frac{dV}{dt} \right|. \quad (3.30)$$

Для віялової функції з нульовим початковим розсіюванням за  $X_0 = K_0 = \text{const}$ , тобто  $m_{x_0} = X_0$ ;  $S_{x_0} = 0$ , щільність розподілу  $f[X(t)]$  за виразом (3.30) набуде вигляду

$$f(t) = f[X(t)] = \frac{\beta}{t^2 \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{\beta}{t} - \alpha^2 \right)^2 \right\} \quad (3.31)$$

з параметрами

$$\beta = \frac{X_{\text{гр}} - X_0}{S_V}; \quad (3.32)$$

$$\alpha = \frac{m_V}{S_V}, \quad (3.33)$$

де  $\beta$  можна вважати деяким відносним запасом довговічності об'єкта, що має розмірність часу;  $\alpha$  – відносною середньою швидкістю зміни ВП (параметр  $\alpha$  безрозмірний).

Для віялової моделі з ненульовим початковим розсіюванням для отримання щільності розподілу  $f[X(t)]$  виразимо швидкість зміни ВП за умови досягнення процесом  $X(t)$  межі  $X_{\text{гр}}$  робочої області, тобто

$$V = \frac{X_{\text{гр}} - \chi}{t + \tau} \text{ за } X(t) = X_{\text{гр}}.$$

Щільність розподілу часу перетинання ВП межі робочої області за виразом (3.30) набуде вигляду

$$f[X(t)] = \frac{\beta_1}{(t + \tau)^2 \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{\beta_1}{(t + \tau) - \alpha^2} \right)^2 \right\}, \quad (3.34)$$

в якому параметр розподілу  $\alpha$  знаходять за формулою (3.33), а параметр запасу довговічності  $\beta_1$  враховує зсув «полюса» функції і має вигляд

$$\beta_1 = \frac{X_{\text{гр}} - \chi}{S_V}, \quad (3.35)$$

тобто за виглядом схожий з параметром  $\beta$  розподілу (3.31).

Закони розподілу часу до відмови, які виражаються щільностями розподілу (3.31) та (3.34), називають **альфа-розподілом**.

Абсциси (що мають розмірність часу) характерних точок кривої щільності розподілу  $f[X(t)]$ , яка обумовлена розподілами (3.31) або (3.34), дають можливість визначити шуканий час  $t_{36}$  збереження працездатності об'єкта.

Для віялової моделі  $X(t)$  з нульовим початковим розсіюванням з розрахованими за розподілами (3.32) та (3.33) параметрами, момент часу  $t_{\text{нл}}$  збереження працездатності об'єкта

$$t_{\text{нл}} = t_{36} \approx \frac{\beta}{2\alpha}. \quad (3.36)$$

Для віялової моделі  $X(t)$  з ненульовим початковим розсіюванням час  $t_{\text{ннл}}$  збереження працездатності також визначають за виразом (3.36), якщо замінити  $\beta$  на  $\beta_1$  за виразом (3.35):

$$t_{\text{ннл}} = t_{36} - \tau \approx \frac{\beta_1}{2\alpha} - \tau. \quad (3.37)$$

Координати  $(\tau, \chi)$  «полюса» функції, від яких залежить визначення  $t_{36}$  згідно з виразом (3.37), після підстановки в нього параметра (3.35), знаходять за формулами

$$\tau = \frac{S_{X_0}}{S_V};$$

$$\chi = m_{X_0} - m_V \tau = m_{X_0} - \frac{\alpha S_V S_{X_0}}{S_V} = m_{X_0} - \alpha S_{X_0}.$$

**Рівномірна модель зміни ВП.** Для рівномірної лінійної моделі (глава 3.2), коли випадковий процес ВП  $X(t)$  з постійними аргументами  $S_X(t) = S_{X_0}$  наближається до межі  $X_{\text{гр}}$ , закон розподілу ВП у кожному з перетинів  $i = \overline{0, k}$  нормальний, і щільність розподілу часу перетинання ВП межі робочої області обчислюють за формулою

$$f[X(t)] = \frac{\beta_1}{S_t \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{(t - m_t)^2}{2S_t^2} \right\}, \quad i = \overline{0, k}, \quad (3.38)$$

де  $m_t$  і  $S_t$  – параметри розподілу. Вираз (3.38) щільності  $f[X(t)]$  свідчить про нормальний закон розподілу наробітку об'єкта до поступової відмови з параметрами

$$m_t = \frac{X_{\text{гр}} - m_{X_0}}{V};$$

$$S_t = \frac{S_{X_0}}{V}.$$

Час збереження працездатності  $t_{36}$  після перетворення набуває вигляду  $t_{36} = m_t - S_t \sqrt{3}$ .



### 3.3.3. Окремі питання оцінювання параметричної надійності об'єктів

**Оцінювання надійності об'єктів після розрегулювання.** Крім розглянутих параметрів, що визначають працездатність об'єктів, у багатьох технічних пристроях ЛА є характеристики, які можна періодично регулювати, тобто встановлювати їх значення відповідно до номінальних. З-поміж декількох регульованих характеристик об'єкта можна вибрати основну, котра є мірою його якості й визначає необхідність проведення профілактичних робіт. За аналогією з нерегульованим ВП назовемо цю характеристику **регульованим ВП (РВП)**.

Під час проведення технічного обслуговування значення РВП у момент часу  $t_{01}$  беруть рівним деякому не випадковому номінальному значенню  $R_{01} \approx R_0$ . У подальшій експлуатації об'єкта РВП випадково змінюється, що можна подати полюсною випадковою функцією часу  $R(t)$ , усі реалізації якої проходять через одну не випадкову точку – «полюс»  $(R_{01}, t_{01})$ . Під час чергового технічного обслуговування у момент часу  $t_{02}$  у всіх  $j = \overline{1, n}$  експлуатованих об'єктів знову встановлюється початкове значення параметра  $R_{02} \approx R_0$ , і випадковий процес розрегулювання повторюється знову (рис. 3.5).

Розглянутий процес розрегулювання апроксимується відомою віяловою функцією з нульовим початковим розсіюванням

$$R(t) = R_0 + \Psi t, \quad (3.39)$$

де  $\Psi$  – випадкова швидкість розрегулювання;  $t$  – час, що відраховується від моменту  $t_{0i}$  проведення останнього технічного обслуговування.

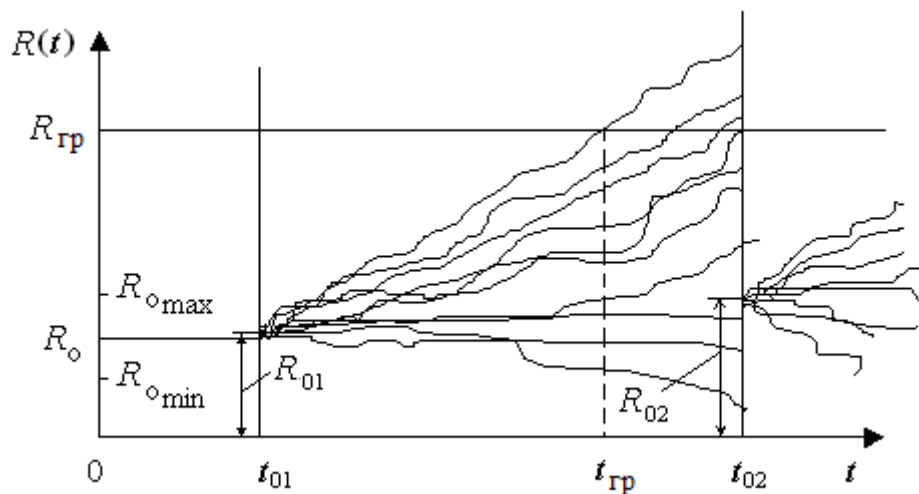


Рис. 3.5. Поліусна випадкова функція  $R(t)$  регульованого визначального параметра об'єкта

Лінеаризація процесу розрегулювання здійснюється у такий самий спосіб, як і лінеаризація процесу зношування. Для визначення оцінок характеристик  $m_\psi$  та  $S_\psi$ , що описують процес розрегулювання, потрібно хоча б в один момент часу виміряти значення РВП  $j = \overline{1, n}$  однотипних об'єктів. Крім того, слід знати момент проведення  $(t_{0(i-1)})$  і результат  $(R_{0(i-1)})$  попереднього  $(i-1)$ -го регулювання під час технічного обслуговування. Зазначимо, що на номінальні значення РВП  $R_0$  здебільшого встановлюються допуски  $R_0 \in (R_{0\min}; R_{0\max})$ , де  $\Delta R_0$  – допустима похибка регулювання,  $\Delta R_0 = R_{0\max} - R_{0\min}$ , тому початкові значення  $R_0$  за  $i$ -х регулювань можуть відрізнятися у межах допусків.

Як свідчить практика, значення випадкової швидкості зміни РВП обмежені нижньою  $\psi_n$  і верхньою  $\psi_b$  межами:

$$\Psi \in (\psi_n, \psi_b) \text{ за } \psi_n > 0, \psi_b > 0.$$

У цьому випадку аргумент  $\Psi$  моделі (3.39) буде мати УНР, щільність якого має вигляд

$$f(\Psi) = cf(\psi) = \frac{c}{S_{\psi}\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{(\Psi - m_{\psi})^2}{2S_{\psi}^2}\right\}, \quad (3.40)$$

де  $f(\psi)$  – щільність нормального (неусіченого) розподілу;  $c$  – нормувальний множник, який обумовлений тим, щоб площа під кривою щільності розподілу дорівнювала одиниці, тобто

$$c \int_{\psi_H}^{\psi_B} f(\psi) d\psi = 1.$$

За допомогою підстановки  $z = \frac{\Psi - m_{\psi}}{S_{\psi}}$ , де  $m_{\psi}$ ,  $S_{\psi}$  – відповідно МС

та СКВ неусіченого нормального розподілу швидкості зміни РВП, після перетворення отримуємо

$$c = \frac{1}{\Phi(z_2) - \Phi(z_1)}, \quad (3.41)$$

де  $\Phi(z)$  – нормована функція Лапласа за формулою (3.23),  $z_1 = \frac{\psi_H - m_{\psi}}{S_{\psi}}$ ;

$$z_2 = \frac{\psi_B - m_{\psi}}{S_{\psi}}.$$

Для РВП також установлюється деяке граничне (критичне) значення  $R_{\text{гр}}$ , у разі досягнення якого порушується працездатність об'єкта. Випадковий час досягнення РВП  $R(t)$  значення  $R_{\text{гр}}$  знаходять за формулою (3.39):

$$t_{\text{гр}} = \frac{R_{\text{гр}} - R_0}{\Psi}.$$

Щільність розподілу часу досягнення РВП значення  $R_{\text{гр}}$  з усіченим нормальним розподілом (3.40) швидкості  $\Psi$  з використанням виразу (3.30) має вигляд, аналогічний розподілу (3.31):

$$f(t) = f[R(t)] = \frac{c\beta}{t^2\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\beta}{t} - \alpha^2\right)^2\right\} \quad (3.42)$$

за  $t_1 < t < t_2$ , де  $t_1, t_2$  – межі зміни часу  $T = \{t\}$  виходу РВП за значення

$$R_{\text{гр}}, \quad t_1 = \frac{R_{\text{гр}} - R_0}{\psi_{\text{в}}}, \quad t_2 = \frac{R_{\text{гр}} - R_0}{\psi_{\text{н}}}, \quad \text{де } \psi_{\text{в}}, \psi_{\text{н}} - \text{відповідно верхня і нижня}$$

можливі межі зміни швидкості  $\Psi$ .

Щільність розподілу  $f[X(t)]$  за формулою (3.42) відповідає розглянутому раніше альфа-розподілу, параметри якого за аналогією з виразами (3.32) та (3.33)  $\beta = \frac{R_{\text{гр}} - R_0}{S_{\psi}}$ ;  $\alpha = \frac{m_{\psi}}{S_{\psi}}$ , а нормувальний множник

$$\text{знаходять згідно з формулою (3.41); при цьому } z_1 = \frac{\beta}{t_2} - \alpha; \quad z_2 = \frac{\beta}{t_1} - \alpha.$$

Ідентичність розглянутої моделі у прийнятій постановці з моделлю оцінювання часу працездатності дає можливість визначити час збереження працездатності  $t_{36}$  як інтервал від моменту останнього регулювання РВП (взяте  $t_{0i} = 0$ ) до втрати працездатності. Оцінивши значення  $t_{36}$ , можна встановити оптимальний, з погляду надійності, період технічного обслуговування, пов'язаний з регулюванням РВП. Безумовно, це лише один аспект призначення термінів проведення профілактичних робіт для досліджуваних об'єктів, оскільки на практиці потрібно враховувати ще цілий ряд факторів: організаційних, економічних та ін.

В умовах технічного обслуговування, орієнтованого на календарний час, якщо вимірювати значення РВП однотипних об'єктів у момент проведення профілактичної роботи, то можна перевірити, чи не перевищує встановлений період часу  $t_{\text{пер}} = t_{0i} - t_{0(i-1)}$  до наступного регулювання розрахункового значення  $t_{36}$ . Якщо це відбувається, то варто обмежити період регулювання  $t_{\text{пер}}$  (взяти  $t_{\text{пер}} = t_{36}$ ).

### **3.4. Схема формалізації розподілу відмов на підставі аналізу випадкових процесів деградації**

Розглянемо схеми формалізації розподілів наробітку до відмови, які ґрунтуються на дослідженнях кінетики фізичних процесів деградації об'єкта та спричиняють виникнення двопараметричних розподілів – імовірісно-фізичні моделі відмов.

#### **3.4.1. Імовірісно-фізичні моделі відмов**

Імовірісно-фізичні моделі відмов отримують на підставі аналізу фізичних процесів деградації, які відбуваються в об'єкті і спричиняють виникнення відмов. Типові (найпоширеніші) моделі випадкових фізичних процесів деградації з реалізаціями визначальних параметрів (найбільш слабких параметрів об'єкта) для сукупності однотипних об'єктів зображено на рис. 3.6. Під об'єктом можна розуміти як елемент, так і будь-яку ненадлишкову систему, які подано єдиними реалізаціями визначальних параметрів своїх найбільш слабких складових. У цьому випадку схема формалізації закону розподілу відмов елементів і систем однакова.

Розглянуті моделі відповідають широкому класу фізичних процесів деградації (втоми, зношування, корозії, старіння тощо). Усі зовнішні чинники, які визначають надійність та пов'язані з конструкцією, властивостями використовуваних матеріалів, технологією виготовлення, рівнем виробництва й експлуатації, у кінцевому підсумку впливають на нахил (середню швидкість процесів деградації) і розсіяння реалізацій, не змінюючи схеми формалізації і типу розподілу. Тип розподілу у схемі формалізації, яка розглядається, залежить від характеру фізичного процесу деградації, зокрема, детермінованим, монотонним чи немонотонним виглядом його реалізацій.

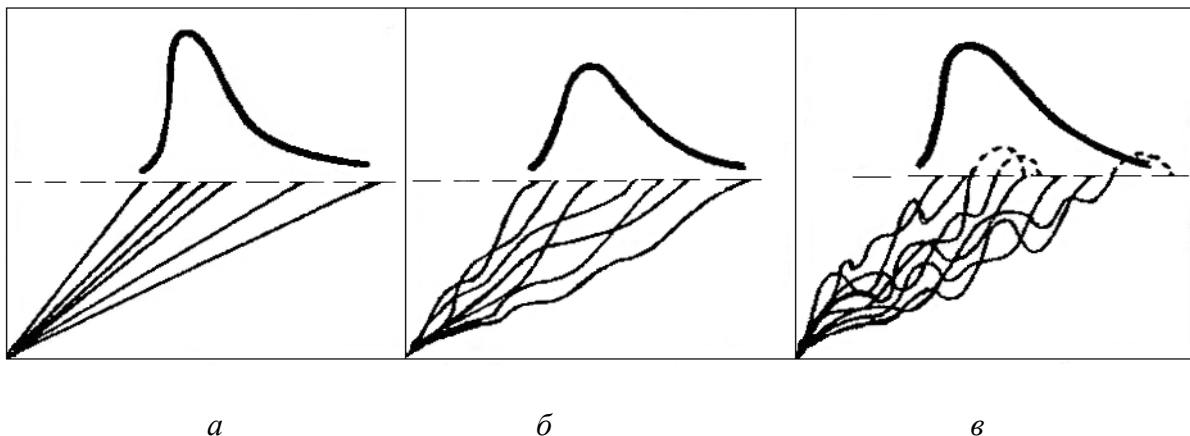


Рис. 3.6. Моделі випадкових процесів деградації і схеми формування розподілу наробітку до відмови: *а* – віяловий процес ( $\alpha$ -розподіл); *б* – марковський монотонний процес (DM-розподіл); *в* – марковський немонотонний процес (DN-розподіл)

Віялові процеси, які є детермінованою моделлю процесів деградації, детально були розглянуті у цьому розділі раніше. Вони мають спільні риси та відмінності від інших моделей процесів деградації (DM-, DN-розподілів). Розглянемо схеми формалізації цих процесів та їх взаємозв'язок.

**Схема формалізації розподілу відмов у разі випадкового віялового процесу деградації.** Схема побудови закону розподілу відмов для віялового випадкового процесу типу моделі *а* (рис. 3.6, *а*) полягає у такому. Вважають, що швидкість змінювання ВП (нахил реалізацій) має апріорі відомий розподіл. Тоді на підставі правила отримання закону розподілу функції випадкового аргументу знаходять розподіл наробітку до граничного рівня (досягнення межі області працездатності). Якщо випадковий аргумент (швидкість змінювання ВП) описують нормальним розподілом, то (за схемою Кептейна) отримують  $\alpha$ -розподіл наробітку до відмови.

Параметри  $\alpha$ -розподілу у найпоширенішій формі запису мають таку інтерпретацію:

– параметр масштабу  $\beta$  дорівнює величині, зворотній середній швидкості змінювання ВП (нормованій на граничне значення), помноженій на коефіцієнт варіації цієї швидкості;

– параметр форми  $\alpha$  дорівнює зворотній величині коефіцієнта варіації швидкості змінювання ВП.

**Схема формалізації закону розподілу відмов за випадковим марковським процесом деградації.** Схема формалізації закону розподілу відмов (для моделей  $b$  та  $v$ , рис. 3.6) полягає у такому. Обидві моделі можна подати однорідним марковським процесом дифузійного типу. Визначення розподілу наробітку до першої відмови об'єктів у такому випадку зводиться до вирішування завдання першого досягнення процесом граничного рівня і пов'язане з розв'язанням рівняння дифузії (Фоккера–Планка–Колмогорова), яке є диференціальним рівнянням у частинних похідних та під час вирішування потребує встановлення граничних умов залежно від вигляду реалізацій процесу. Якщо реалізації процесу являють собою монотонні криві, то під час визначення аналітичного виразу для закону розподілу часу досягнення граничного рівня беруть фундаментальне розв'язання рівняння дифузії без встановлення граничних умов. Отже, залежно від вигляду реалізацій процесу деградації (монотонного чи немонотонного характеру) отримують відповідно дифузійний монотонний (DM) чи дифузійний немонотонний (DN) розподіл наробітку до відмови.

Параметри двопараметричних дифузійних розподілів мають таку фізичну інтерпретацію:

– параметр масштабу  $\mu$  дорівнює величині, зворотній середній швидкості змінювання ВП (нормованого на граничне значення);

– параметр форми  $\nu$  дорівнює коефіцієнту варіації швидкості змінювання ВП.

### 3.4.2. Поняття $\alpha$ -розподілу

Якщо фізичний процес деградації об'єкта описують випадковим віяловим процесом типу моделі  $a$  (рис. 3.6,  $a$ ), то у такому випадку розподіл відмов буде апроксимуватися  $\alpha$ -розподілом. Віяловий процес, що розглядається, являє собою ідеалізацію процесів  $b$  та  $v$  (рис. 3.6) у вигляді детермінованих реалізацій, що мають випадковий нахил (швидкість змінювання ВП). Це свідчить про те, що характеристики процесу деградації повністю визначаються початковим станом (якістю виготовлення зразків) і майже не залежать від механо-фізико-хімічних процесів деградації, які відбуваються в об'єктах під впливом зовнішніх умов та часу.

**Основні характеристики  $\alpha$ -розподілу.** Основні характеристики  $\alpha$ -розподілу подано у табл. 3.1.

Таблиця 3.1

**Розрахункові формули характеристик  $\alpha$ -розподілу**

Характеристика $\alpha$ -розподілу	Розрахункова формула*
Щільність ймовірності	$f(t) = \frac{\beta}{t^2 \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{(\alpha t - \beta)^2}{2t^2} \right]$
Модель відмов (функція розподілу)	$F(t) = \Phi \left( \frac{\alpha t - \beta}{t} \right)$
Модель надійності (імовірність безвідмовної роботи ІБР)	$R(t) = \Phi \left( \frac{\beta - \alpha t}{t} \right)$
Математичне сподівання (МС)	$M(t) = \frac{\beta}{\alpha} \left( 1 + \frac{1}{\alpha^2} \right)$
Дисперсія	$D(t) = \frac{\beta^2}{\alpha^4} \left( 1 + \frac{8}{\alpha^2} \right)$
Коефіцієнт варіації	$V(t) = (\alpha^2 + 8)^{\frac{1}{2}} (\alpha^2 + 1)^{-1}$

\*Примітка. Оцінки  $M(t)$ ,  $D(t)$ ,  $V(t)$  є приблизними.



**Властивості  $\alpha$ -розподілу:** 1)  $\alpha$ -розподіл має додатну асиметрію, помітно збільшену у порівнянні з іншими розподілами, які розглядаються;

2)  $\alpha$ -розподіл має медіану розподілу за  $t = \frac{\beta}{\alpha}$ ;

3) інтенсивність відмов  $\alpha$ -розподілу має немонотонний характер, в асимптотиці (за  $t \rightarrow \infty$ ) прямує до нуля;

4) параметри  $\alpha$ -розподілу як імовірісно-фізичної моделі мають фізичну інтерпретацію і можуть бути оцінені як на підставі статистики відмов, так і на підставі аналізу фізичних процесів, які спричиняють відмови, а також на підставі сумісного використання статистичної інформації обох згаданих типів;

5) немає точних аналітичних виразів для основних характеристик розподілів (МС, дисперсії тощо), що ускладнює використання цієї моделі на практиці.

**Оцінювання параметрів  $\alpha$ -розподілу.** Максимально правдоподібні оцінки параметрів у випадку повної вибірки розраховують за формулами

$$\bar{\beta} = \left[ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i^{-2} - \frac{1}{N^2} \left( \sum_{i=1}^N t_i^{-1} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}}; \quad \bar{\alpha} = \left[ \frac{N \sum_{i=1}^N t_i^{-2}}{\left( \sum_{i=1}^N t_i^{-1} \right)^2} - 1 \right]^{-\frac{1}{2}}.$$

Моментні оцінки параметрів розраховують за формулами

$$\bar{\beta} = 2D \left[ \frac{S}{2D} (S + \sqrt{S^2 + 28D}) - 1 \right]^{\frac{3}{2}};$$

$$\bar{\alpha} = \left[ \frac{S}{2D} (S + \sqrt{S^2 + 28D}) - 1 \right]^{\frac{1}{2}}.$$

Оцінки параметрів на підставі *вимірювання характеристик* процесу деградації (змінювання ВП) розраховують за формулами

$$\bar{\beta} = \frac{(X_{\text{гр}} - X_0)}{\bar{q}\bar{V}_q}; \quad \bar{\alpha} = \frac{1}{\bar{V}_q}; \quad \bar{q} = \frac{\bar{x}_2 - \bar{x}_1}{t_2 - t_1};$$

$$\bar{V}_q = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{\bar{x}_1} \left[ \frac{\sum_{i=1}^N (x_{1i} - \bar{x}_1)^2}{N-1} \right]^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{\bar{x}_2} \left[ \frac{\sum_{i=1}^N (x_{2i} - \bar{x}_2)^2}{N-1} \right]^{\frac{1}{2}} \right\},$$

де  $\bar{x}_1$ ,  $\bar{x}_2$  – середні значення ВП на момент першого та другого

вимірювань відповідно,  $\bar{x}_1 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_{1i}$ ;  $\bar{x}_2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_{2i}$ ,  $t_2 \gg t_1$ .

### 3.4.3. Поняття ДМ-розподілу

Якщо фізичний процес деградації об'єкта описують випадковим процесом з монотонними (незворотними) реалізаціями (модель *б*, рис. 3.6), то розподіл відмов буде апроксимуватися ДМ-розподілом. Незворотний характер мають процеси руйнування у разі втоми, зношування від тертя, скупчення дислокацій, пластичних деформацій, втомного механічного руйнування, корозії та старіння, тобто процеси, притаманні механічним об'єктам. Основні характеристики ДМ-розподілу подано у табл. 3.2.

Таблиця 3.2

**Розрахункові формули характеристик ДМ-розподілу**

Характеристика ДМ-розподілу	Розрахункова формула
Щільність ймовірності	$f(t) = \frac{t + \mu}{2vt\sqrt{2\pi\mu t}} \exp\left[-\frac{(t - \mu)^2}{2v^2\mu t}\right]$
Модель відмов (функція розподілу)	$F(t) = DM(t; \mu; v) = \Phi\left(\frac{t - \mu}{v\sqrt{\mu t}}\right)$
Модель надійності (ІБР)	$R(t) = \Phi\left(\frac{\mu - t}{v\sqrt{\mu t}}\right)$
Математичне сподівання	$M(t) = \mu \left(1 + \frac{v^2}{2}\right)$
Дисперсія	$D(t) = \mu^2 v^2 \left(1 + \frac{5v^2}{4}\right)$
Коефіцієнт варіації	$V(t) = \frac{v(4 + 5v^2)^{\frac{1}{2}}}{2 + v^2}$
Коефіцієнт асиметрії	$A = \frac{4v(6 + 11v^2)}{(4 + 5v^2)^{\frac{3}{2}}}$
Коефіцієнт ексцесу	$E = \frac{6v^2(40 + 93v^2)}{(4 + 5v^2)^2}$

**Властивості ДМ-розподілу:**

1) ДМ-розподіл має додатну асиметрію. Незважаючи на помітно асиметричний вигляд (якщо значення параметра форми чи коефіцієнта варіації розподілу більші за 0,3), ДМ-розподіл асимптотично (за  $v^2 \rightarrow 0$ ) збігається з нормальним розподілом. Це засвідчує універсальність характеру цього розподілу;

2) ДМ-розподіл має медіану розподілу за  $t = \mu$ ;

3) інтенсивність відмов ДМ-розподілу має немонотонний характер, в асимптотиці (за  $t \rightarrow \infty$ ) прямує до константи, яка дорівнює  $(2v^2\mu)^{-1}$ ;

4) випадкову величину, обернену DM-розподіленій величині  $\left(x = \frac{1}{t}\right)$ ,

також можна описати DM-розподілом вигляду  $DM\left(x; \frac{1}{\mu}; \nu\right)$ ;

5) параметри DM-розподілу можуть бути оцінені як на підставі статистики відмов, так і на підставі аналізу фізичних процесів деградації, які спричиняють відмови, а також на підставі сумісного використання статистичної інформації обох згаданих типів;

6) параметр форми DM-розподілу майже збігається з коефіцієнтом варіації розподілу відмов.

**Оцінювання параметрів DM-розподілу.** Максимально правдоподібні оцінки параметрів у випадку *повної вибірки* розраховують за формулами

$$\bar{\mu} = G + Q - (Q^2 - SG + G^2)^{\frac{1}{2}}; \quad \bar{\nu} = (\bar{\mu} / G + S / \bar{\mu} - 2)^{\frac{1}{2}}.$$

*Моментні* оцінки параметрів розраховують за формулами

$$\bar{\mu} = \frac{1}{3} \left[ 4S - (S^2 + 3D)^{\frac{1}{2}} \right]; \quad \bar{\nu} = \left[ \frac{2(\sqrt{S^2 + 3D} - S)}{4S - \sqrt{S^2 + 3D}} \right]^{\frac{1}{2}}.$$

Оцінки параметрів на підставі *вимірювання характеристик* процесу деградації ВП) розраховують за формулами

$$\bar{\mu} = \frac{X_{\text{гп}} - x_0}{\bar{q}}; \tag{3.43}$$

$$\bar{\nu} = \bar{V}_q. \tag{3.44}$$

### 3.4.4. Поняття DN-розподілу

Якщо фізичний процес деградації об'єкта описують випадковим процесом з немонотонними реалізаціями типу моделі *в* (рис. 3.6, *в*), то розподіл відмов буде апроксимуватися дифузійним немонотонним розподілом (DN-розподілом).

Немонотонний характер змінювання деяких фізичних параметрів спостерігається у виробках електронної техніки ЛА, наприклад, у разі електроміграції у тонкоплівковій металізації, у випадку генерації та пересування зарядів на поверхні кристалу напівпровідникових структур тощо.

**Основні характеристики DN-розподілу.** Основні характеристики DN-розподілу подано у табл. 3.3.

Таблиця 3.3

**Розрахункові формули характеристик DN-розподілу**

Характеристика DN-розподілу	Розрахункова формула
Щільність ймовірності	$f(t) = \frac{\sqrt{\mu}}{vt\sqrt{2t\pi}} \exp\left[-\frac{(t-\mu)^2}{2v^2\mu t}\right]$
Модель відмов (функція розподілу)	$F(t) = DN(t, \mu, v) = \Phi\left(\frac{t-\mu}{v\sqrt{\mu t}}\right) + e^{2v^{-2}} \Phi\left(-\frac{t+\mu}{v\sqrt{\mu t}}\right)$
Модель надійності (імовірність безвідмовної роботи)	$R(t) = \Phi\left(\frac{\mu-t}{v\sqrt{\mu t}}\right) - e^{2v^{-2}} \Phi\left(-\frac{\mu+t}{v\sqrt{\mu t}}\right)$
Математичне сподівання (МС)	$M(t) = \mu$
Дисперсія	$D(t) = \mu^2 v^2$
Коефіцієнт варіації	$V(t) = v$
Коефіцієнт асиметрії	$A = 3v$
Коефіцієнт ексцесу	$E = 15v^2$

### Властивості DN-розподілу:

1) розподіл має додатну асиметрію. Незважаючи на помітно асиметричний вигляд (якщо значення параметра форми чи коефіцієнта варіації розподілу більші за 0,3), DN-розподіл асимптотично (за  $v^2 \rightarrow 0$ ) збігається з нормальним розподілом. Це свідчить про універсальний характер цього розподілу;

2) інтенсивність відмов DN-розподілу має немонотонний характер, в асимптотиці (за  $t \rightarrow \infty$ ) прямує до кінцевої межі (константи), яка дорівнює  $(2v^2\mu)^{-1}$ ;

3) параметри DN-розподілу можуть бути оцінені як на підставі статистики відмов, так і на підставі аналізу фізичних процесів деградації, які спричиняють відмови, а також на підставі сумісного використання статистичної інформації обох згаданих типів;

4) суму  $n$  випадкових величин, які підпорядковуються DN-розподілу вигляду  $DN(t, \mu, v)$  можна описати також DN-розподілом вигляду

$$DN\left(t, n\mu, \frac{v}{\sqrt{n}}\right);$$

5) вибіркове середнє  $S = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i$  випадкової величини  $t$  із DN-розподілом вигляду  $DN(t, \mu, v)$  також можна описати DN-розподілом вигляду  $DN\left(t, \mu, \frac{v}{\sqrt{n}}\right)$ ;

6) DN-розподілу притаманна властивість операції згортки розподілів.

**Оцінювання параметрів DN-розподілу.** Максимально правдоподібні оцінки параметрів у випадку *повної вибірки* розраховують

за формулами  $\bar{\mu} = S$ ;  $\bar{v} = \left(\frac{S}{G-1}\right)^{\frac{1}{2}}$ .

Моментні оцінки параметрів розраховують за формулами  $\bar{\mu} = S$ ;  
$$\bar{\nu} = \frac{\sqrt{D}}{S}.$$

Оцінки параметрів на підставі *вимірювання характеристик* процесу деградації (змінювання ВП) аналогічні оцінкам параметрів DM-розподілу (формули (3.43), (3.44)).

### 3.4.5. Порівняльний аналіз імовірнісно-фізичних моделей відмов

Наробіток до відмови (граничного стану) найрізноманітніших об'єктів ЛА (елементів, деталей, апаратури, систем навігації та керування тощо) часто має унімодальний розподіл, здебільшого з додатною асиметрією. Поява двох і більше мод у розподілі наробітку обумовлюється неоднорідністю даних (змішування об'єктів з різною технологією виробництва чи з суттєво різними режимами експлуатації) й, отже, тих, що не підлягають включенню до однієї вибірки.

Функції розподілу  $F(t)$ , які являють собою інтегральні характеристики, для будь-яких законів розподілу монотонні, що приховує особливості законів розподілу. Більш повно характеризує різні властивості розподілу (розміщення області можливих значень на осі часу, наявність і розміщення найбільш імовірних значень, ступінь розсіювання та симетричності тощо) щільність розподілу ймовірності  $f(t)$ . Саме завдяки цим якостям функцію  $f(t)$  найчастіше використовують для графічного зображення того чи іншого закону розподілу.

Функція інтенсивності відмов  $\lambda(t)$  являє собою узагальнену характеристику розподілу, яка має інформацію одразу про дві функції,  $f(t)$  та  $F(t)$ , тобто 
$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{[1 - F(t)]}.$$
 Тому  $\lambda(t)$  ще повніше характеризує закон розподілу, ніж  $f(t)$ . Відомо, що закономірності функції  $\lambda(t)$  суттєво відрізняються у ряді законів, хоча останні мають більш-менш схожі

функції  $f(t)$  і  $F(t)$ . Так, для розподілів  $\alpha$ , DM, DN криві щільності розподілів додатно асиметричні, зовні дуже схожі, а поведінка їх інтенсивностей на кінцях розподілів (тобто в асимптотиці, коли  $f \rightarrow \infty$ ) радикально відрізняється. Інтенсивності нормального розподілу і розподілу Вейбулла (для найпоширенішого значення параметра форми  $m > 0$ ) прямують до нескінченності, інтенсивності відмов логарифмічно нормального та  $\alpha$ -розподілів прямують до нуля, інтенсивності відмов DM- і DN-розподілів прямують до деякої константи. У зв'язку з цією властивістю інтенсивність відмов є одним із найважливіших критеріїв під час вибору теоретичної моделі розподілу відмов.

**Оцінювання фізичної природи деградації.** Суто *імовірнісні* моделі (розподіли експоненціальний, логарифмічно нормальний, нормальний, Вейбулла) не пов'язані з фізичними явищами, які спричиняють формування розподілу відмов, тобто ці моделі не мають фізичного обґрунтування. Це витікає також із самої їх назви.

*Імовірнісно-фізичні* моделі (DM-, DN-,  $\alpha$ -розподіли) спеціально побудовані для опису відмов об'єктів на підставі аналізу фізичних процесів деградації, які спричиняють відмови і, на відміну від імовірнісних моделей, є фізично обґрунтованими моделями, які враховують фізичну природу відмов та дають можливість використовувати характеристики фізичних явищ, які відбуваються в об'єкті, для оцінювання надійності.

Моделі фізичних процесів деградації у вигляді марковських процесів, що ґрунтуються на основі дифузійних розподілів, більш адекватні порівняно з ідеалізованим віяловим процесом, який ґрунтується на підставі  $\alpha$ -розподілу. Вони відображають не тільки початковий стан (якість виготовлення зразків), але й залежать від зовнішніх дій, умов навантаження, а також від механо-фізико-хімічних процесів, що відбуваються в об'єктах під час наробітку.



**Оцінювання адекватності.** Оцінювання відповідності теоретичного розподілу дослідному розподілу проводять з використанням статистичних критеріїв згоди. Відомо, що згідно зі статистичними критеріями експериментальні розподіли відмов часто вдається досить добре апроксимувати багатьма двопараметричними функціями розподілу. Але, якщо потрібно оцінити, наприклад, гамма-відсотковий ресурс, то розбіжність значень, отриманих за різними законами розподілу, може становити декілька порядків. У зв'язку з цим функція розподілу, яка задовольняє критеріям згоди і точніше апроксимує лівий та правий краї («хвости») розподілів, є більш адекватною моделлю відмов.

Критеріями, які визначають якість апроксимації дослідних даних, вважають цілий комплекс характеристик. Зокрема, у параграфі 2.1.3 під час вибору закону розподілу зіставляли перші чотири моменти конкуруючих теоретичних розподілів, а саме: МС, СКВ (коефіцієнт варіації), коефіцієнти асиметрії та ексцесу. Для оцінювання якості вирівнювання на лівому (найважливішому) краю розподілу порівнюють емпіричні та теоретичні квантілі малого рівня. Використовують також статистичні критерії згоди Колмогорова, Пірсона,  $\omega^2$  та ін.

На підставі аналізу наведених результатів вирівнювання багатьох дослідних даних, які суттєво відрізняються, встановлено [21], що за сумою прийнятих критеріїв дифузійні розподіли краще описують дослідні розподіли порівняно з розподілом Вейбулла, логарифмічно нормальним, нормальним, експоненціальним та  $\alpha$ -розподілами.

З аналізу емпіричних інтенсивностей відмов видно, що вони мають немонотонний характер з деяким кінцевим значенням у кінці розподілу. У цьому випадку з розглянутих моделей дифузійні розподіли краще за інші відтворюють немонотонний характер інтенсивності відмов.

Отже, із конкуруючих моделей дифузійні розподіли мають найкращу гнучкість та здатність описувати дослідні розподіли відмов і, у результаті, є більш адекватними моделями відмов.

**Аналіз можливостей розрахунку надійності.** Найпоширенішою моделлю відмов, яку використовують під час розрахунку надійності систем, є однопараметричний експоненціальний розподіл. На підставі експоненціального розподілу розраховують надійності тільки ненадлишкових (нерезервованих) структур. Встановлено, що під час розрахунків  $\lambda$ -методом (на підставі експоненціального розподілу) суттєво занижуються показники надійності систем, особливо за великої кількості складових елементів.

На підставі розподілу Вейбулла розроблено методи розрахунку надійності (безвідмовності) невідновлюваних систем (нерезервованих і резервованих), відомих під назвою методів функцій випадкових аргументів.

Методів розрахунку надійності систем на підставі логарифмічно нормального та  $\alpha$ -розподілів немає.

Найбільші можливості для розрахунку надійності систем мають дифузійні розподіли, на підставі яких розроблено методи, які дають

можливість розраховувати показники надійності як невідновлюваних (нерезервованих і резервованих), так і відновлюваних (нерезервованих і резервованих) систем.

**Оцінювання універсальності.** Типові завдання надійності, які вирішують з використанням моделей відмов, подано у табл. 3.4.

Серед розглянутих розподілів DN-розподіл – це єдина модель, яка дає змогу вирішувати всі названі завдання надійності. Трохи вужчим є спектр завдань, вирішуваних на підставі DM- та експоненціального розподілів. Найменша кількість завдань може бути виконана на підставі логарифмічно нормального та  $\alpha$ -розподілів.

Таблиця 3.4

**Типові завдання надійності різних (електронних, механічних) систем літальних апаратів**

Завдання надійності	Моделі відмов*					
	<i>DN</i>	<i>DM</i>	<i>E</i>	<i>W</i>	<i>LN</i>	<i>A</i>
1	2	3	4	5	6	7
1. Розрахунок безвідмовності невідновлюваних і нерезервованих електронних систем	+	+	+	+	–	–
2. Розрахунок безвідмовності невідновлюваних і резервованих електронних систем	+	+	–	+	–	–
3. Розрахунок безвідмовності відновлюваних і нерезервованих електронних систем	+	–	+	–	–	–

Продовження табл. 3.4

1	2	3	4	5	6	7
4. Розрахунок безвідмовності відновлюваних і резервованих електронних систем	+	–	–	–	–	–
5. Розрахунок норм запасних частин електронних систем	+	+	+	–	–	–
6. Розрахунок показників довговічності невідновлюваних електронних систем	+	+	+	+	–	–
7. Розрахунок показників довговічності відновлюваних електронних систем	+	–	+	–	–	–
8. Розрахунок коефіцієнта готовності	+	+	+	–	–	–
9. Розрахунок коефіцієнта оперативної готовності	+	–	+	–	–	–
10. Розрахунок показників надійності (середнього і гамма-відсоткового ресурсу, імовірності безвідмовної роботи) механічних елементів на підставі характеристик міцності і навантаження	+	+	–	–	+	–
11. Розрахунок безвідмовності невідновлюваних і нерезервованих механічних систем	+	+	–	+	–	–
12. Розрахунок безвідмовності невідновлюваних і резервованих механічних систем	+	+	–	+	–	–
13. Розрахунок безвідмовності відновлюваних нерезервованих механічних систем	+	–	–	–	–	–
14. Розрахунок безвідмовності відновлюваних і резервованих механічних систем	+	–	–	–	–	–

Закінчення табл. 3.4

1	2	3	4	5	6	7
15. Розрахунок довговічності механічних систем	+	+	–	–	–	–
16. Розрахунок норми запасних частин механічних систем	+	+	–	–	–	–
17. Планування визначальних випробувань	+	+	+	+	+	+
18. Оброблення результатів випробувань та отримання оцінок показників надійності у разі цензурованих вибірок	+	+	+	+	+	+
19. Планування контролю середніх показників надійності	+	+	+	+	+	+
20. Планування контролю гамма-відсоткових показників надійності	+	+	+	+	+	–
21. Планування контролю імовірності безвідмовної роботи	+	+	+	+	+	–
22. Планування контролю коефіцієнта готовності	+	+	+	–	–	–
23. Планування прискорених (форсованих) випробувань на надійність	+	+	–	–	–	+
24. Оцінювання показників надійності з урахуванням апіорної інформації за результатами випробувань одиничних зразків	+	+	–	–	–	+
25. Оцінювання показників надійності (параметричної надійності) об'єктів в умовах, коли немає відмов	+	+	–	–	–	+

**\*Примітка.** Знаком «+» відмічено, що розв'язання завдання можливе на підставі зазначеної моделі відмов, знаком «–» – розв'язання цього завдання на підставі зазначеної моделі неможливе;  $E$ ,  $W$ ,  $LN$ ,  $A$  – позначення відповідно експоненціального розподілу, розподілу Вейбулла, логонормального та  $\alpha$ -розподілу.

**Оцінювання практичної придатності.** Найпростішими є експоненціальний та нормальний розподіли, а найскладнішими із рекомендованих моделей –  $\alpha$ -розподіл та розподіл Вейбулла. Функції логарифмічно нормального й дифузійних розподілів достатньо прості, цілком відповідають вимогам інженерної практики і можуть бути виражені (як і нормальний розподіл) через широко табульовану функцію Лапласа.

Порівняльний аналіз моделей відмов показує, що за всіма вимогами (фізичністю, адекватністю, можливістю розрахунку надійності, універсальністю та практичною придатністю), які висуваються до моделей відмов, дифузійні розподіли мають перевагу перед рештою моделей (Вейбулла, логарифмічно нормальним, експоненціальним,  $\alpha$ -розподілами).

### **3.5. Приклади розв’язання задач**

**Приклад 3.1.** Товщина трубки для підведення повного тиску у системі повітряних сигналів (СПС) літака  $D = 1,6$  мм. Швидкість змінення ВП – поширення корозії –  $k = 4 \cdot 10^4$  год на 1 мм товщини трубки. Кількість початкових каверн  $N = 10^4$ , а середня глибина каверни на початку експлуатації трубки СПС  $d = 0,2$  мм. Потрібно визначити, за якого наробітку буде забезпечена ймовірність безвідмовної роботи  $P = 0,90$ .

**Р о з в’ я з а н н я.** Агресивні частинки повітря викликають корозію трубки, від якої виникають каверни, які можуть утворити отвір на всю товщину трубки і викликати її руйнування, тобто відмову. Можна припустити, що час утворення отвору пропорційний різниці між

товщиною трубки та начальною глибиною каверни, і ці значення мають експоненціальний розподіл. А глибина каверни позначає випадкову вибірку із сукупності, яка має усічений експоненціальний розподіл з розмахом  $0 \leq d \leq D$ . Тоді ймовірність безвідмовної роботи можна визначити як

$$P = 1 - Q(d) = \frac{e^{-\lambda d} - e^{-\lambda D}}{1 - e^{-\lambda D}},$$

де  $Q(d)$  – ймовірність відмови трубки СПС. З урахуванням того, що значення  $e^{-\lambda D}$  являє собою дуже малу величину, можна отримати

$$0,90 = \exp \frac{10^4 \left( e^{\frac{0,2t}{4 \cdot 10^4}} - 1 \right)}{e^{1,6 \cdot 0,2} - 1}.$$

Якщо вирішити це рівняння відносно  $t$ , отримаємо  $t = 242$  год.

**Приклад 3.2.** Прилад має  $n$  блоків,  $n = 3$ . Кожний блок має  $n_1 = 15$ ;  $n_2 = 20$ ;  $n_3 = 5$  каскадів. Визначити ймовірність безвідмовної роботи кожного блока, якщо задана потрібна (бажана) ймовірність безвідмовної роботи приладу  $P_n = 0,96$  за тривалості роботи  $t = 100$ . Під час розв’язання вважатимемо, що:

– ймовірність безвідмовної роботи кожного блока змінюється за експоненціальним законом  $P_i = e^{-\lambda_i n_i t}$ ;

– усі блоки з’єднані послідовно:

$$P_n = P_1 P_2 P_3 = e^{-(\lambda_1 n_1 + \lambda_2 n_2 + \lambda_3 n_3)};$$

– усі блоки мають однакові інтенсивності відмов:  $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda$ .

**Р о з в’ я з а н н я.** Для експоненціального розподілу отримаємо

$$0,96 = e^{-4000\lambda},$$

звідки знайдемо інтенсивність відмов  $\lambda$  одного блока:

$$\ln 0,96 = -4000\lambda; \quad -0,04 = -4000\lambda; \quad \lambda = 1 \cdot 10^{-5}.$$

Тоді

$$P_1 = e^{-\lambda n_1 t} = e^{-10^{-5} \cdot 15 \cdot 100} = e^{-15 \cdot 10^{-3}} = 0,9851;$$

$$P_2 = e^{-\lambda n_2 t} = e^{-10^{-5} \cdot 20 \cdot 100} = e^{-2 \cdot 10^{-2}} = 0,9802;$$

$$P_3 = e^{-\lambda n_3 t} = e^{-5 \cdot 10^{-3}} = 0,995.$$

**Приклад 3.3.** Ймовірність безвідмовної роботи елемента літака, визначена під час дослідження залежності надійності від розподілу міцності і напруження, дорівнює 0,99 і постійна за будь-якої кількості циклів. Знайти ймовірність безвідмовної роботи елемента у момент часу  $t = 200$  год, якщо кількість циклів має розподіл Пуассона з математичним сподіванням  $\alpha = 0,5$  циклу/год.

**Р о з в' я з а н н я.** У цьому випадку визначальними параметрами є міцність і напруження елемента літака, які за умовою задачі – стаціонарні випадкові величини з відомим законом розподілу і незмінним у часі параметром  $\alpha$ . У цьому випадку ймовірність безвідмовної роботи обчислюють за формулою

$$P(t) = P + (1 - P)e^{-\alpha t}.$$

Підставляючи відомі значення, отримуємо

$$P(200) = 0,99 + (1 - 0,99)e^{-0,5 \cdot 200} = 0,99 + 0,01e^{-100} = 0,9900045.$$



### 3.6. Запитання для самоконтролю

1. Визначте склад розрахункових показників надійності об'єкта для поступових відмов.
2. Поясніть визначення ймовірності перебування об'єкта у працездатному стані.
3. Як визначають щільність розподілу наробітку до відмови? Що являють собою загальні моделі розрахунків щільності розподілу?
4. Поясніть принцип розрахунку часу збереження працездатності об'єкта для віялових моделей зміни ВП.
5. Поясніть принцип розрахунку часу збереження працездатності об'єкта для рівномірної моделі зміни ВП.
6. У чому полягає оцінювання надійності об'єкта під час розрегулювання? Що таке регульований ВП?
7. Поясніть зміст і природу поступових відмов.
8. Що називають визначальним параметром, і в чому полягає умова працездатності об'єкта?
9. Що являє собою час збереження працездатності?
10. Назвіть складові випадкового процесу зміни ВП. Дайте характеристику кожної складової.
11. Як змінюється визначальний параметр залежно від наробітку об'єкта?
12. Назвіть основні *класи* моделей наближення об'єкта до відмов, у чому їх принципова відмінність?
13. Назвіть основні *типи* моделей наближення об'єкта до відмов, у чому їх принципова відмінність?
14. Які розподіли наробітку до відмови називаються дифузійними? Охарактеризуйте дифузійні моделі відмов.
15. Чим характерні імовірісно-фізичні моделі відмов?
16. Порівняйте віяловий процес, марковський монотонний і немонотонний процеси деградації об'єктів і систем ЛА.