МІНІСТЕРСТВО ВНУТРІШНІХ СПРАВ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ВНУТРІШНІХ СПРАВ
КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ ЛЬОТНИЙ КОЛЕДЖ

Циклова комісія аеронавігації

ТЕКСТ ЛЕКЦІЇ

навчальної дисципліни
«Гідравліка та гідропневмопристрої авіаційної техніки»
обов'язкових компонент
освітньо-професійної програми першого (бакалаврського) рівня вищої освіти

Технології робіт та технологічне обладнання аеропортів

за темою № 4 - «Режими течії рідини. Поняття про кавітаційний режим течії рідини»

Харків 2022

ЗАТВЕРДЖЕНО
Науково-методичною радою
Харківського національного
університету внутрішніх справ
Протокол від 30.08.2022 № 8

СХВАЛЕНО
Методичною радою Кременчуцького
льотного коледжу Харківського
національного університету
внутрішніх справ
Протокол від 22.08.2022 № 1

ПОГОДЖЕНО
Секцією науково-методичної ради
ХНУВС з технічних дисциплін
Протокол від 29.08.2022 № 8

Розглянуто на засіданні циклової комісії аеронавігації протокол від 15.08.2022 № 1

Розробник: викладач циклової комісії аеронавігації, проф., к.т.н. Павленко О. В.

Рецензенти:

1. Викладач Кременчуцького льотного коледжу Харківського національного університету внутрішніх справ, к. т. н., с. н. с., спеціаліст вищої категорії, викладач-методист Тягній В. Г.

2. Доцент кафедри автомобілів і тракторів Кременчуцького національного університету ім. Михайла Остроградського, к.т.н., Черненко С. М.

План лекції

1 Основи гідродинамічної подібності
2 Режими течії рідини в трубах
3 Кавітація
4 Теорія ламінарного течії в круглих трубах
5 Турбулентний течія. Основні відомості

Рекомендована література:

Основна література

1. Федорець В.О., Педченко М.Н., Федорець О.О. Технічна гідромеханіка. Гідравліка та гідропневмопривод. Підручник. Житомир.: ЖІТІ, 1998. – 412 с.

2. Кулінченко, В. Р. Гідравліка, гідравлічні машини і гідропривід: підручник / В. Р. Кулінченко. — Київ: ІНКОС, Центр навчальної літератури, 2006. - 616 с.

3. Рогалевич Ю.П. Гідравліка / Ю.П. Рогалевич. – К. : Вища шк., 1993. – 255 с. 4. Холоменюк М.В. Насосні та вентиляторні установки. – Дніпропетровськ: Національний гірничий університет, 2005. – 330 с.

4. Навроцький Б. І. Механіка рідин : [підруч. для техн. вузів]/ Б.І. Навроцький, Є. Сухін. — К. : ДІЯ, 2003. — 416 с.

5. Гідравліка та гідропривод: збірник задач і вправ : навч. посіб./ Л. В. Возняк, Р. Ф. Гімер, П. Р. Гімер [та ін.]. - Івано-Франківськ: Факел, 2018. - 283 с.

Допоміжна література

6. Расчет, проектирование и эксплуатация объемного гидропривода : учеб. пособие для студ. вузов / З.Л. Финкельштейн, О.М. Яхно, В.Г. Чебан и [др.]. — К.: КПИ, 2006. — 216 с.

7. Мандрус В.І., Лендій Н.П. Машинобудівна гідравліка. Задачі та приклади. Навчальний посібник. Львів:, Світ, 1995.-264с.

8. Промисловий гідропривод : Практичний порадник / З.Л. Фінкельштейн, О.М. Яхно, І.С. Корощупов, К.С. Коваленко ; м-во освіти і науки, молоді та спорту України. ДонДТУ.НТУУ "КПІ". — Алчевськ : ДонДТУ ; К. : НТУУ "КПІ", 2012. — 176 с.

9. Башта Т.М. Надежность гидравлических систем ВС. Учебник. М.: Транспорт, 1986.-279с.

10. Артемьева Т.В., Лысенко Т.М. Гидравлика, гидромашины и гидропневмопривод. Учебник. М.: Изд. Центр "Академия", 2006.-336 с.

11. Справочник по гидравлике / В. А. Большаков, Ю. М. Константинов, В. Н. Попов и др. — 2-е изд. — К.: Вища шк. Головное изд-во, 2004.

12. Мандрус В.І. Гідравлічні та аеродинамічні машини. Підручник. Львів:, "Магнолія -2006", 2007.-340 с.

13. Сидоренко В.П., Яхно О.М. Гідравліка і гідроприводи. Навчальний посібник. К.: Університет "Україна", 2007.-164 с.

14. Схиртладзе А.Г. Гидравлические и пневматические системы. Учебник. М.: Высш. шк., 2006.-534 с.

15. Свешников, А.Г. Станочные гидроприводы / А.Г. Свешников. – М.: Машиностроение, 2004. – 512 с.

16. Металлорежущие станки : учеб. пособие для вузов. – М.: Машиностроение, 1990. – 500 с.

17. Д.Ю. Воронов, В.В. Волосков, А.О. Драчев, О.В. Бойченко. Гидроцилиндры: учеб.-метод. пособие / Д.Ю. Воронов [и др.]. – Тольятти : ТГУ, 2011. – 72 с.

18. Левицький Б. Ф. Гідравліка. Загальний курс / Б. Ф. Левицький. Н. П. Лещій. — Львів: Світ, 1994. — 264 с.

19. Гідравліка, гідро- та пневмопривод. Навчально-методичний посібник для студентів інженерних спеціальностей ЗДІА/ Укл. В.К. Тарасов, О.В. Новокщонова. Запоріжжя: Видавництво ЗДІА, 2010. - 132 с.

Текст лекції

1. Основи гідродинамічної подібності

При вивченні руху реальних рідин зустрічається багато труднощів тому, що на характер руху процеси, які відбуваються при цьому, впливають багато факторів. Важливий етап цього вивчення - відбір тих факторів, які є визначальними для досліджуваного процесу. Вже були перераховані фактори, що визначають втрати енергії при течії в'язкої рідини. Одні з них впливають більше, інші менше, а є і такі, вплив яких в звичайних умовах дуже малий.

Наступний етап вивчення - це встановлення залежності величини, які нас цікавлять, від системи обраних визначальних чинників. Цей етап може виконуватися двома шляхами: аналітичним, заснованим на законах механіки і фізики, і експериментальним. Перший шлях можна застосовувати лише для обмеженого числа задач і при тому зазвичай лише для спрощених моделей явищ.

Другий шлях, експериментальний, в принципі може врахувати багато чинників, але він вимагає науково обґрунтованої постановки дослідів, планування експерименту, обмеження його обсягу необхідним мінімумом і систематизації результатів дослідів. При цьому повинно бути обґрунтовано моделювання явищ.

Ці завдання дозволяє вирішувати так звана теорія *гідродинамічної подібності*, т. тобто. подібності потоків нестисливої рідини. Гідродинамічна подібність складається з трьох складових:

- геометричної подібності,
- кінематичної
- динамічної.

Геометрична подібність як відомо з геометрії, є пропорційність подібних розмірів і рівність відповідних кутів. У гідравліки під

геометричним подобою розуміють подібність тих поверхонь, які обмежують потоки тобто подібність русел (або каналів).

Відношення двох подібних розмірів подібних русел назвемо лінійним масштабом і позначимо через k_L. Ця величина однакова (idem) для подібних русел I і II тобто

$$k_L = L_I / L_{II}$$

Кінематична подібність означає пропорційність місцевих швидкостей в подібних точках і рівність кутів, що характеризують напрямок цих швидкостей:

$$\frac{v_I}{v_{II}} = \frac{v_{xI}}{v_{xII}} = \frac{v_{yI}}{v_{yII}} = \frac{v_{zI}}{v_{zII}} = k_v$$

де k_v — масштаб швидкостей, однакових за кінематичної подоби

Оскільки $v = L/T$, $k_v = k_L/k_T$ де T — час, k_T — масштаб часу.

З кінематичної подоби випливає геометрична подібність ліній струму. Очевидно, що для кінематичної подоби потрібна геометрична подібність русел.

Динамічна подібність - це пропорційність сил, що діють на подібні об'єми в кінематично подібних потоках і рівність кутів, що характеризують напрямок цих сил. В потоках рідин зазвичай діють різні сили: сили тиску, в'язкості (тертя), тяжкості та ін. Дотримання їх пропорційності означає повну гідродинамічну подібність. Здійснення на практиці повного гідродинамічного подібності виявляється досить складним, тому зазвичай мають справу з частковою (неповною) подібністю, при якій дотримується пропорційність лише основних, головних сил.

Для напірних течій в закритих руслах тобто для потоків в трубах, в гідромашинах і тому подібних, такими силами, як показує аналіз, є сили тиску, в'язкості і сили інерції. На рідинау діє також сила тяжіння, але в напірних потоках її дія проявляється через тиск тобто її дія зводиться до відповідної зміни тиску. Тому, розглядаючи так зване приведений тиск $p_{пр} = p - \rho g z$, тим самим враховуємо силу тяжіння.

Сили інерції визначаються добутком маси на прискорення $F = ma$, а їхнє відношення до подібних потоках дорівнює масштабу сил:

$$k_F = \frac{F_I}{F_{II}} = \frac{(ma)_I}{(ma)_{II}} = \frac{k_\rho k_L^3 k_L}{k_T^2} = k_\rho k_v k_L^2,$$

де k_ρ — масштаб щільності.

Таким чином, сили інерції пропорційні щільності, швидкості в другому ступені і розміром L в другому ступені, який, в свою чергу, пропорційний площі S :

$$F_{ин} \sim \rho S v^2.$$

Зауважимо, що цьому ж добутку $\rho S v^2$ пропорційні сили, з якими потік впливає (або здатний впливати на перепони, лопаті гідромашин, обтічні тіла.

Приймемо сили інерції за основу і будемо інші сили, що діють на рідину, порівнювати з інерційними тобто з виразом $\rho S v^2$.

Таким чином, для гідродинамічно подібних потоків I і II маємо

$$\left(\frac{F}{\rho S v^2}\right)_I = \left(\frac{F}{\rho S v^2}\right)_{II} = \text{idem}. \quad (1.70)$$

Це відношення, однакове для подібних потоків, називають *числом Ньютона* позначають Ne. Тут під F мається на увазі основна сила: сила тиску, в'язкості, тяжкості або ін. Отже, співвідношення (1.70) являє собою загальний вид закону гідродинамічної подібності. Розглянемо три характерних випадки впливу на рухому рідину основних сил і знайдемо умови подібності потоків.

1. На рідина діють лише сили тиску і інерції. Тоді $F = \Delta p S \sim \Delta p L^2$ н умова (1.70) набуде вигляду

$$\left(\frac{\Delta p}{\rho v^2}\right)_I = \left(\frac{\Delta p}{\rho v^2}\right)_{II} = \text{Eu},$$

де Δp – прийнята різниця тисків (або просто тиск); Eu – безрозмірний критерій, який називається числом Ейлера.

Отже, умовою гідродинамічної подібності геометрично подібних потоків в даному випадку є рівність для них чисел Ейлера. Фізичний сенс числа Ейлера: це є величина, пропорційна відношенню сил тиску до сил інерції.

2. На рідина діють сили в'язкості, тиску і інерції. Тоді

$$F = \mu (dv/dy) S \sim \nu\rho (v/L) L^2 \sim \nu\rho v L$$

і умова (1.70) після поділу останнього виразу на $\rho v^2 L^2$ набуде вигляду

$$\left(\frac{\nu}{vL}\right)_I = \left(\frac{\nu}{vL}\right)_{II} \quad \text{або} \quad \left(\frac{vL}{\nu}\right)_I = \left(\frac{vL}{\nu}\right)_{II} = \text{Re} = \text{idem},$$

де Re - безрозмірний критерій, який називається числом Рейнольдса

Отже, умовою гідродинамічної подібності геометрично подібних потоків в даному випадку є рівність чисел Рейнольдса, підрахованих для подібних перетинів потоків.

Остання умова є особливо важливою в даному курсі, так як їм встановлюється основний критерій подібності напірних потоків - *число Рейнольдса*. За характерний розмір L при підрахунку числа Рейнольдса

повинен прийматися поперечний розмір потоку, наприклад, діаметр перетину.

Фізичний сенс числа Рейнольдса: це є величина, пропорційна відношенню сил в'язкості до сил інерції.

3. На рідину діють сили тяжіння, тиску і інерції.

Тогда $F \sim \rho g L^3$ и условие (1.70) принимает вид

$$\left(\frac{\rho g L^3}{\rho v^2 L^3}\right)_{\mathrm{I}} = \left(\frac{\rho g L^3}{\rho v^2 L^3}\right)_{\mathrm{II}} \quad \text{або} \quad \left(\frac{v^2}{gL}\right)_{\mathrm{I}} = \left(\frac{v^2}{gL}\right)_{\mathrm{II}} = \mathrm{Fr} = \mathrm{idem},$$

де Fr – безрозмірний критерій, який називається числом Фруда.

Отже, умовою гідродинамічної подібності геометрично подібних потоків в даному випадку є рівність чисел Фруда. З попереднього ясно, що *число Фруда - це величина, пропорційна відношенню сил інерції до сил тяжкості*.

Критерій Фруда є важливим при розгляді безнапірних течій у відкритих руслах, для напірних течій його можна не враховувати.

Навіщо це треба?

Отже, в подібних напірних потоках маємо рівність безрозмірних коефіцієнтів і чисел α, ξ, λ, Eu, Re і деяких інших, які будуть введені в розгляд нижче. Зміна числа Re означає, що змінюється співвідношення основних сил в потоці, в зв'язку, з чим зазначені коефіцієнти можуть також дещо змінитися. Тому *всі коефіцієнти слід розглядати як функції основного і визначального критерію для напірних потоків в'язкої рідини - числа Рейнольдса* Re (хоча в деяких інтервалах числа Re ці коефіцієнти можуть залишатися постійними).

При експериментальних дослідженнях і моделюванні напірних течій в лабораторних умовах необхідно, по-перше, забезпечити геометричну подібність моделі (I) і натури (II), включаючи умови входу і виходу, і, по-друге, дотримати рівність чисел Рейнольдса: ReI = ReII. З другої умови отримуємо необхідну швидкість потоку під час проведення експерименту. Забезпечуючи умову подібності можна змінювати навіть в'язкість піддослідної рідини.

Крім перерахованих основних критеріїв подібності (Eu, Fr, Re), в гідравліці застосовують і інші критерії для особливих випадків течії рідини. Так, при розгляді течій, пов'язаних з поверхневим натягом (наприклад, при розпаді струменя на краплі, розпилюванні палива в двигунах), вводять *критерій Вебера* (We), *рівний відношенню сил поверхневого натягу до сил інерції*.

При розгляді неусталених (нестаціонарних) періодичних течій з періодом T (наприклад, течій в трубопроводі, приєднаному до поршневого насосу) вводять *критерій Струхаля* (Sh), що враховує сили інерції від нестаціонарності, звані локальними.

При розгляді рухів рідини з урахуванням її стисливості (наприклад, рухів емульсій) вводять критерій Маха (M), що враховує сили пружності.

Критерій Маха ($\mathbf{M} = v/c = \mathbf{idem}$) має дуже велике значення при розгляді рухів газу. Чим ближче число М до одиниці, тим більше вплив стисливості газу при його русі.

2. Режими течії рідини в трубах

Досліди показують, що можливі два режими або два види течії рідин і газів в трубах: *ламінарний* і *турбулентний*. Зазначені течії рідини можна спостерігати на приладі, представленому на рис. 1.39. Він складається з резервуара А з водою, від якого відходить скляна труба В з краном С на кінці, і судини D з водним розчином тієї чи іншої фарби, яка може по трубці вводитися тонкою цівкою всередину скляної труби *В*.

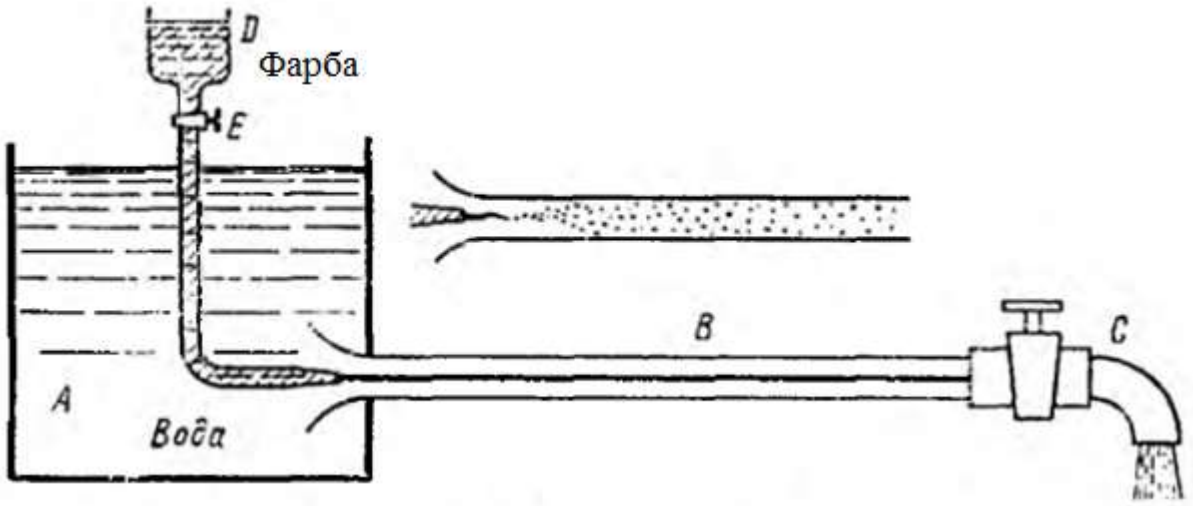


Рисунок 1.39 - Схема приладу для демонстрації режимів течії

Якщо декілька відкрити кран С і дати можливість воді протікати в трубі з невеликою швидкістю, а потім за допомогою крана Е впустити фарбу в потік води, то побачимо, що введена в трубу фарба не буде перемішуватися з потоком води. Цівка фарби буде чітко видимою уздовж всієї скляної труби, що вказує на шаруватий характер течії рідини і на відсутність перемішування. П'єзометр або трубка Піто, приєднані до труби, показують незмінність тиску і швидкості за часом, відсутність коливань (пульсацій). Це так зване ламінарна (шаруваті) течія.

При поступовому збільшенні швидкості течії води в трубі шляхом відкриття крана картина перебігу спочатку не змінюється, але потім при певній швидкості течії настає швидке її зміна. Цівка фарби по виході з трубки починає коливатися, потім розмиватися і перемішуватися з потоком води, причому стають помітними вихроутворення і обертальний рух рідини. П'єзометр і трубка Піто показують безперервні пульсації тиску і швидкостей в потоці води. Течія стає, як його прийнято називати, *турбулентною* (див. Рис. 1.39, вгорі).

Якщо зменшити швидкість потоку, то відновиться ламінарна течія.

Отже, *ламінарною* називається шарувату *течія без перемішування частинок рідини і без пульсацій швидкостей і тиску*. За такої течії всі лінії

струму цілком визначаються формою русла, по якому тече рідина. При ламінарноій течії рідини в прямій трубі постійного перетину все лінії струму спрямовані паралельно осі труби тобто прямолінійно; відсутні поперечні переміщення рідини. Ламінарна течія є цілком упорядкованою і при постійному напорі строго сталою.

Турбулентним називається течія, що супроводжується інтенсивним *перемішуванням рідини і пульсаціями швидкостей і тисків*. Рух окремих частинок виявляється подібним хаотичного, безладного руху молекул газу. При турбулентній течія вектори швидкостей мають не тільки осьові, а й нормальні до осі русла складові, тому поряд з основним поздовжнім переміщенням рідини уздовж русла відбуваються поперечні переміщення (перемішування) і обертальний рух окремих об'ємів рідини. Цим і пояснюються пульсації швидкостей і тиску.

Режим течії даної рідини в даній трубі змінюється приблизно при певній середньої по перетину *швидкості* течії $v_{кр}$, яку називають *критичною*. Як показують досліди, значення цієї швидкості прямо пропорційно кінематичної в'язкості *v* і обернено пропорційно діаметру *d* труби

$$v_{кр} = kv/d.$$

Вхідний в цю формулу безрозмірний коефіцієнт пропорційності k однаковий для всіх рідин і газів, а також для будь-яких діаметрів труб. Це означає, що *зміна режиму течії відбувається при певному співвідношенні між швидкістю, діаметром і в'язкістю* v

$$k = v_{кр}\, d/v.$$

Отримане безрозмірне число називається критичним числом Рейнольдса і позначається

$$Re_{кр} = v_{кр}\, d/v.$$

Як показують досліди, для труб круглого перетину Re кр »2300.

Таким чином, критерій подібності Рейнольдса дозволяє судити про режим течії рідини в трубі. При Re <Rекр течія є ламінарною, при Re> Rекр - турбулентним. Точніше кажучи, цілком розвинена турбулентна течія в трубах встановлюється лише при Re ≈4000, а при Re = 2300 - 4000 має місце перехідна, критична область.

Знаючи швидкість руху рідини, її в'язкість і діаметр труби, можна розрахунковим шляхом знайти число Re і, порівнявши його з Rекр, визначити режим течії рідини.

На практиці мають місце як ламінарна, так і турбулентна течії, причому перша спостерігається в основному в тих випадках, коли по трубах рухаються дуже в'язкі рідини, наприклад мастила, друге зазвичай відбувається в водопроводах, а також в трубах, по яких перетікають бензин, гас , спирти, кислоти та інші маловязкі рідини.

3. Кавітація

У деяких випадках при русі рідини в закритих руслах відбуваються явища, пов'язані зі зміною агрегатного стану рідини тобто з перетворенням її в *пар*, а також з *виділенням з рідини розчинених у ній газів*. Наприклад, при течії рідини через місцеве звуження труби *збільшується швидкість і падає тиск*. Якщо абсолютний тиск при цьому досягає значення, рівного тиску насичених парів цієї рідини при даній температурі, або тиску, при якому починається виділення з неї розчинених газів, то в даному місці потоку починається інтенсивне пароутворення (кипіння) і виділення газів. У розширеній частини швидкість потоку зменшується, а тиск зростає, і виділення парів і газів припиняється; виділилися пари конденсуються, а гази поступово знову розчиняються.

Це *місцеве порушення суцільності течії з утворенням парових і газових бульбашок (каверн), обумовлене місцевим падінням тиску в потоці, називається* ***кавітацією***.

Наочно це явище можна продемонструвати на простому пристрої (рис. 1.40). Вода або інша рідина під тиском в кілька атмосфер підводиться до регулювального крана (вентиля) А і далі протікає через прозору трубку Вентурі, яка спочатку плавно звужує потік, потім ще більш плавно розширює і через кран Б виводить в атмосферу.

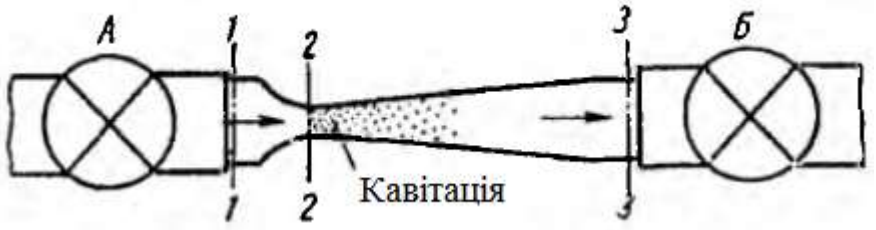


Рисунок 1.40 - Схема трубки для демонстрації кавітації

При невеликому відкритті регулювального крана і, отже, при малих значеннях витрати і швидкості рідини падіння тиску в вузькому місці трубки незначно, потік цілком прозорий, і кавітація відсутня. При поступовому відкритті крана відбувається збільшення швидкості рідини в трубці і падіння абсолютного тиску.

При деякому значенні цього тиску, яке можна вважати рівним тиску насичених парів, у вузькому місці трубки з'являється чітко видима зона кавітації, що представляє собою область місцевого кипіння рідини і подальшої конденсації пари. Розміри зони кавітації зростають у міру подальшого відкриття крана тобто при збільшенні тиску в перерізі 1-1, а отже, і витрати. Однак як би при цьому ні зростав витрата, тиск у вузькому перерізі 2-2 зберігається постійним тому, бо постійним є тиск насичених парів.

Кавітація супроводжується характерним шумом, а при тривалому її впливі також ерозійним руйнуванням металевих стінок. Останнє пояснюється тим, що конденсації бульбашок пари (і стиснення бульбашок газу) відбувається зі значною швидкістю, частинки рідини, що заповнюють

порожнину конденсуються бульбашки, спрямовуються до його центру і в момент завершення конденсації (схлопування бульбашки) викликають місцеві удари - *значне підвищення тиску в окремих точках*. Матеріал при кавітації руйнується не там, де виділяються бульбашки, а там, де вони конденсуються.

При виникненні кавітації значно збільшується опір трубопроводів і, отже, зменшується їхня пропускна здатність, тому що каверни зменшують живі перетину потоків, швидкість в яких різко зростає.

Кавітація в звичайних випадках є небажаним явищем, і її не слід допускати в трубопроводах та інших елементах гідросистем. Вона може виникати у всіх місцевих гідравлічних опорах, де потік зазнає місцеве звуження з подальшим розширенням, наприклад в кранах, вентилях, засувках, діафрагмах, жиклерах і ін.

Кавітація може мати місце в гідромашинах (насосах і гідротурбінах), а також на лопатях швидко обертаються гребних гвинтів. У цих випадках наслідком кавітації є різке зниження коефіцієнта корисної дії машини і потім поступове руйнування її деталей, що піддаються впливу кавітації.

У гідросистемах кавітація може виникати в трубопроводах низького тиску - у всмоктуючих трубопроводах. У цьому випадку її область поширюється на значну частину всмоктуючого трубопроводу або навіть на всю його довжину. Потік в трубопроводі при цьому робиться двофазним, що складається з рідкої і парової фаз.

У початковій стадії паровиділення парова фаза може бути у вигляді дрібних бульбашок, приблизно рівномірно розподілених за обсягом рідини, що рухається (рис. 1.41, а). При подальшому парогазовиділенні відбувається укрупнення бульбашок, які при горизонтальному розташуванні труби рухаються переважно у верхній частині її перетину (рис. 1.41, *б)*.



Рисунок 1.41 – Схеми двофазних потоків

Очевидно, що при такій значній парогазової фазі нормальна подача рідини по трубопроводу порушується.

Багатокомпонентна рідина складається з так званих легких і важких фракцій. Перші мають більшу пружність парів, ніж другі, тому при кавітації спочатку скипають легкі фракції, а потім важкі. Конденсація парів відбувається в зворотному порядку - спочатку випадають важкі фракції, потім - легкі.

Для характеристики місцевих гідравлічних опорів щодо кавітації застосовується безрозмірний критерій, який називається числом кавітації:

$$\varkappa = \frac{p_1 - p_{в.п}}{\rho v_1^2/2}, \qquad (1.77)$$

де p_1 і v_1 - абсолютний тиск і швидкість потоку в перерізі труби перед місцевим опором.

Значення x, при якому в місцевому опорі починається кавітація, називається критичним числом кавітації $X_{КР}$.

Число $X_{КР}$ визначається в основному формою місцевого опору, хоча в деякій мірі на нього може впливати і число Рейнольдса.

4. Теорія ламінарної течії в круглих трубах

Ламінарна течія є строго впорядкованою, шаруватою течією без перемішування рідини. Теорія ламінарної течії рідини ґрунтується на законі тертя Ньютона. Це тертя між шарами рідини, що рухається є єдиним джерелом втрат енергії.

Розглянемо усталену ламінарну течію рідини в прямій круглій циліндричній трубі з внутрішнім діаметром d, = $2r_0$. Щоб виключити вплив сили тяжіння і цим спростити висновок, припустимо, що труба розташована горизонтально. Досить далеко від входу в неї, де потік вже цілком сформувався (стабілізувався), виділимо відрізок довжиною *l* між перетинами *1—1* s *2—2* (рис. 1.44).

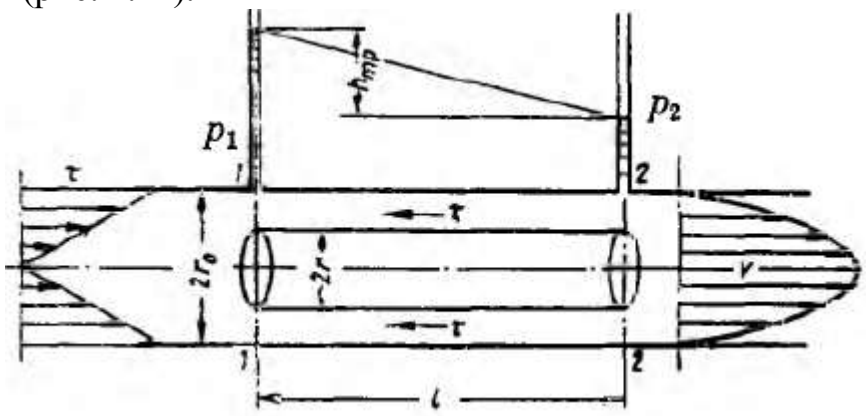


Рисунок 1.44 – Втрата напору по довжині при ламінарній течії

Тиск у різних перерізах не будуть однаковим, є втрати!

З огляду на сталості діаметра труби, швидкість рідини буде постійною, а коефіцієнт α теж буде незмінним уздовж потоку внаслідок його стабільності, тому з рівняння Бернуллі для вибраних перетинів знайдемо втрати напору по довжині

$$p_1/(\rho g) = p_2/(\rho g) + h_{тр},$$

де $h_{тр}$ – втрата напору на тертя по довжині.

Звідкіля

$$h_{тр} = (p_1 - p_2)/(\rho g) = p_{тр}/(\rho g).$$

Що і буде підтверджено дослідом як на рис. 1.44 при довгій трубі.

Уже без виведення рівнянь розглянемо самі положення теорії ламінарного течії.

Йшлося про тертя. Від чого залежить, від дотичних напружень зсуву шарів. Дотичні напруження в поперечному перерізі труби змінюються за лінійним законом у функції радіуса. Епюра дотичного напруження показана на рис. 1.44 зліва (ця епюра не залежить від режиму течії).

Із рівності нулю суми сил, що діють па виділений обєм: сил тиску і опору (позначаючи дотичне напруження на бічній поверхні циліндра через τ) отримаємо

$$(p_1 - p_2)\,\pi r^2 - 2\pi r l \tau = 0, \quad \Longrightarrow \quad \tau = p_{тр} r/(2l).$$

Дотичне напруження τ за законом тертя Ньютона виражаються через динамічну в'язкість μ, поперечний градієнт швидкості dv/dy при цьому замінимо змінну dy (відстань від стінки) на поточний радіус r:

Значить втрати тиску від тертя $p_{тр}/(2l) = -\mu\, dv/dr.$

Або зміна швидкості від тертя $dv = -p_{тр} r\, dr/(2\mu l).$

Після інтегрування отримаємо $$v = -\frac{p_{тр}}{2\mu l}\frac{r^2}{2} + C.$$

Постійну інтегрування С знайдемо з умови, що на стінці при $r = r_0$ $v = 0$

$C = p_{тр} r_0^2/(4\mu l).$

Швидкість по колу радіусом r

$$v = p_{тр}\,(r_0^2 - r^2)/(4\mu l). \qquad (1.78)$$

Цей вираз є законом розподілу швидкостей по перетину круглої труби при ламінарній течії. Крива, що зображає епюру швидкостей, є параболою другого ступеня. Максимальна швидкість, що має місце в центрі перетину (при r=0)

$$v_{max} = p_{тр} r_0^2/(4\mu l).$$

Вхідне в цю формулу відношення $p_{тр}/l$ являє собою гідравлічний (п'єзометричний) ухил, помножений на ρg. Ця величина є постійною уздовж прямої труби постійного діаметра.

Навіщо це треба?

Так витрата виражається через швидкість і площа перетину

$$dQ = v\, dS.$$

Підставляємо рівняння швидкості і інтегруємо

$$Q = \frac{\pi p_{тр}}{2\mu l}\int_0^{r_0} (r_0^2 - r^2)\, r\, dr = \frac{\pi p_{тр}}{8\mu l} r_0^2. \qquad (1.80)$$

Після інтегрування по всій площі поперечного перерізу почавши від $r = 0$ до $r = r_0$

Середню по перерізу швидкість знайдемо поділом витрат на площу. З урахуванням виразу (1.80) отримаємо

$$v_{ср} = Q/(\pi r_0^2) = p_{тр} r_0^2/(8\mu l).$$

Висновок - середня швидкість при ламінарній течії в 2 рази менше максимальної: $v_{ср} = 0{,}5\, v_{max}$.

Дослідним шляхом простіше визначити втрати напору (тиску) і витрату. Тоді

$$h_{тр} = p_{тр}/(\rho g) = 128\nu l Q/(\pi g d^4).$$ тут ν - вязкость.

Отриманий закон опору показує, що при ламінарній течії в трубі круглого перетину втрата напору на тертя пропорційна витраті і в'язкості першого ступеня і обернено пропорційна до діаметру четвертого ступеня. Цей закон, зазвичай званий *законом Пуазейля*, використовується для розрахунку трубопроводів з ламінарною течією. Втрату на тертя виражають через

$$h_{тр} = \lambda_л \frac{l}{d} \frac{v_{ср}^2}{2g},$$

де $\lambda_л$ - коефіцієнт втрат та тертя для ламінарного течії $\lambda_л = 64/\mathrm{Re}$.

Це *вид формули Вейсбаха-Дарсі*.

Знаючи закон розподілу швидкостей по перетину труби, легко визначити *коефіцієнт Коріоліса* α, що враховує нерівномірність розподілу швидкостей в рівнянні Бернуллі, для випадку стабілізованого ламінарного течії рідини в круглій трубі

$$\alpha = \frac{1}{v_{ср}^3 S} \int_S v^3\, dS = 16 \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2}\right)^3 \frac{r\, dr}{r_0^2}.$$

Позначимо змінну $1 - r^2/r_0^2$ як z, знайдемо

$$\alpha = -8 \int_1^0 z^3\, dz = 2 \,|\, z^4 \,|_0^1 = 2.$$

Висновок дійсна кінетична енергія ламінарного потоку з параболічним розподілом швидкостей в 2 рази перевищує кінетичну енергію того ж потоку, але при рівномірному розподілі швидкостей.

Викладена теорія ламінарного течії рідини в круглій трубі добре підтверджується досвідом, і виведений закон опору зазвичай не потребує будь-яких поправках, за винятком таких випадків:

1) при перебігу в початковій ділянці труби, де відбувається поступове формування параболічного профілю швидкостей;

2) при течії з теплообміном;

3) при течії в капілярах і зазорах з облітерацією;

4) при течії з великими перепадами тиску

5. Турбулентна течія. Основні відомості

Для турбулентної течії характерно перемішування рідини, пульсації швидкостей і тисків. Якщо за допомогою особливо чутливого приладу-самописця виміряти і записати пульсації, наприклад, швидкості за часом у фіксованій точці потоку, то отримаємо картину, подібну показаної на рис. 1.54. Швидкість безладно коливається біля деякого усередненого $v_{0ср}$ за часом значення, яке в даному випадку залишається постійним.

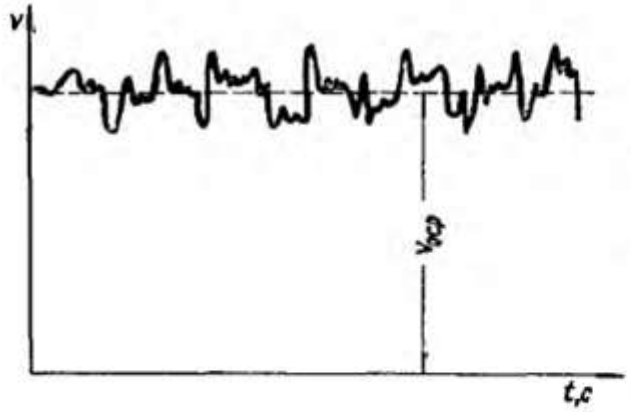


Рисунок 1.54 - Пульсація швидкості у турбулентному потоці

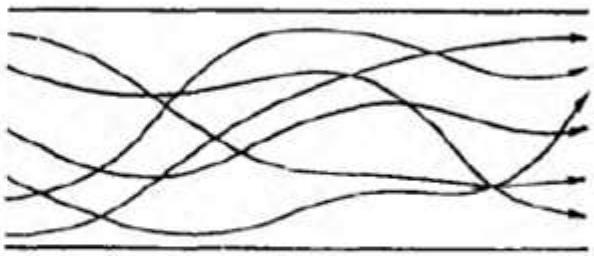


Рисунок 1.55 - Характер ліній потоку у турбулентному потоці

Траєкторії часток, що проходять через дану нерухому точку простору в різні моменти часу, являють собою криві лінії різної форми, незважаючи на прямолінійність труби. Характер ліній струму в трубі в даний момент часу також відрізняється великою різноманітністю (рис. 1.55). Таким чином, турбулентна течія завжди є несталою, так як значення швидкостей і тисків, а також траєкторії частинок, змінюються за часом. Однак його можна розглядати як усталену течією за умови, що усереднені за часом значення швидкостей і тисків, а також повна витрата потоку не змінюються з часом. Такий вид течії зустрічається на практиці досить часто.

Розподіл швидкостей (усереднених за часом) в поперечному перерізі турбулентного потоку істотно відрізняється від того, який є характерним для ламінарної течії. Якщо порівняємо криві розподілу швидкостей в ламінарному і турбулентному потоках в одній і тій же трубі і при одній і тій ж витраті (однаковій середній швидкості), то виявимо істотну відмінність (рис. 1.56). Розподіл швидкостей при турбулентній течії більш рівномірний, а наростання швидкості біля стінки більш круте, ніж при ламінарній течії, для якого характерний параболічний закон розподілу швидкостей.

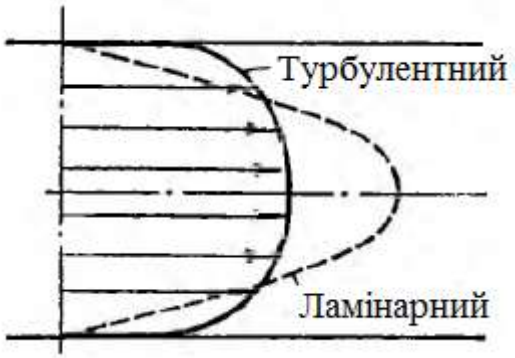


Рисунок 1.56 – Епюри швидкостей течії рідини у ламінарному і турбулентному потоках

Тому коефіцієнт Коріоліса α, що враховує нерівномірність розподілу швидкостей в рівнянні Бернуллі, при турбулентній течії значно менше, ніж при ламінарній. На відміну від ламінарної течії, де α не залежить від Re і дорівнює 2, тут коефіцієнт α є функцією Re і зменшується зі збільшенням останнього від 1,13 до 1,025 - наближається до одиниці, тому в більшості випадків при турбулентній течії можна приймати $\alpha = \mathbf{1}$.

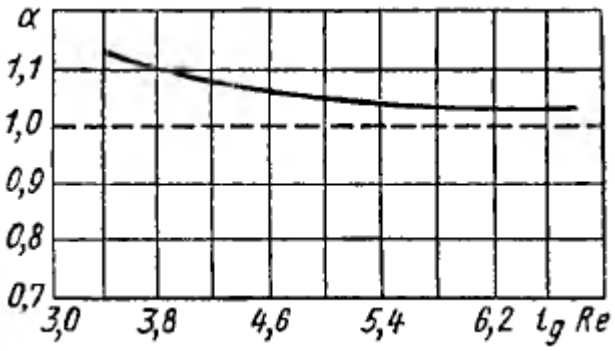


Рисунок 1.57 – Залежність коефіцієнту α від lg(R_e)

Якщо при ламінарній течії втрата напору на тертя зростає пропорційно швидкості (витраті) першого ступеня, то при переході до турбулентної течії помітні деякий стрибок опору і потім більш круте наростання величини htp по кривій, близькій до параболи другого ступеня (рис. 1.58).

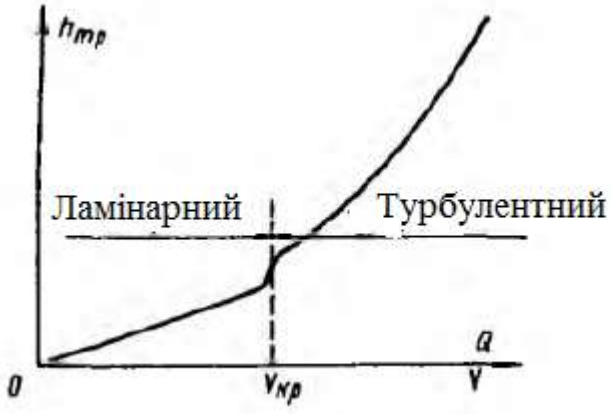


Рисунок 1.58 – Залежність $h_{тр}$ від v і Q

Зважаючи на складність турбулентної течії і труднощів його аналітичного дослідження до теперішнього часу для нього немає достатньо суворої і точної теорії. Існують напівемпіричні, наближені теорії.

У більшості випадків для практичних розрахунків, пов'язаних з турбулентною течією рідин в трубах, користуються експериментальними даними, систематизованими на основі теорії гідродинамічної подоби.

Основною розрахунковою формулою для втрат напору при турбулентній течії в круглих трубах є емпірична формула, яка називається *формулою Вейсбаха-Дарсі* і має такий вигляд:

$$h_{тр} = \lambda_т \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g},$$

де $\lambda_т$ - коефіцієнт втрат на тертя при турбулентній течії, або коефіцієнт Дарсі.

Ця основна формула застосовна як при турбулентній, так і при ламінарній течії - відмінність полягає лише в значеннях коефіцієнта λ.

Існує ряд емпіричних і напівемпіричних формул, що виражають цю функцію для турбулентної течії в гідравлічно гладких трубах; однією з найбільш зручних і уживаних є формула П. К. *Конакова*

$$\lambda_т = 1/(1{,}8 \lg \mathrm{Re} - 1{,}5)^2,$$

застосовна при числі R_e від $R_{екр}$ до R_e, рівного декільком мільйонам.

При $2300 < Re < 10^5$ можна користуватися також *формулою Блазіуса*

$$\lambda = \frac{0{,}3164}{\mathrm{Re}^{0{,}25}}$$

Зі збільшенням Re коефіцієнт $\lambda_т$, зменшується, однак це зменшення набагато менш значно, ніж при ламінарній течії (рис. 1.59).

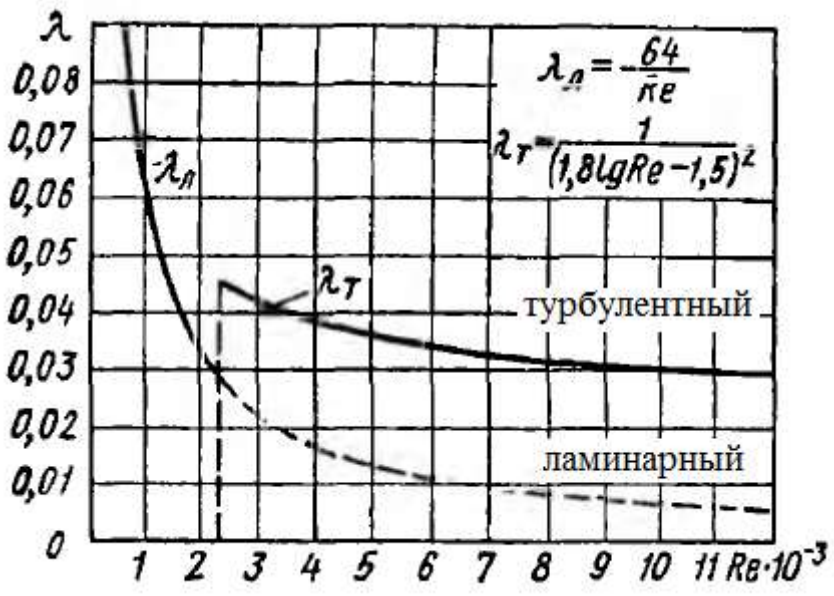


Рисунок 1.59 – Залежність $\lambda_л$ і $\lambda_т$ від числа Re

До числа гідравлічно гладких труб можна без великої погрішності віднести цільнотянуті труби з кольорових металів (включаючи і алюмінієві сплави), а також високоякісні безшовні сталеві труби. Таким чином, труби, що вживаються в якості паливо проводів і гідросистем, в звичайних умовах можна вважати гідравлічно гладкими.

Вперше найбільш вичерпної роботи по визначенню λ були дані І.І. *Нікурадзе*, який на основі достовірних даних побудував графік залежності *lg*(1000λ) от *lg(*Re) для ряду значень Δ/r_0. Досліди Нікурадзе були проведені на трубах з штучно заданої шорсткістю, отриманої шляхом приклеювання піщинок певного розміру на внутрішні стінки трубопроводу. Результати цих досліджень представлені на рис. 1.60, де побудовані криві залежності *lg* (1000λ) від *lg(*Re) для ряду значень відносної шорсткості Δ/r_0. Δ – висота нерівностей

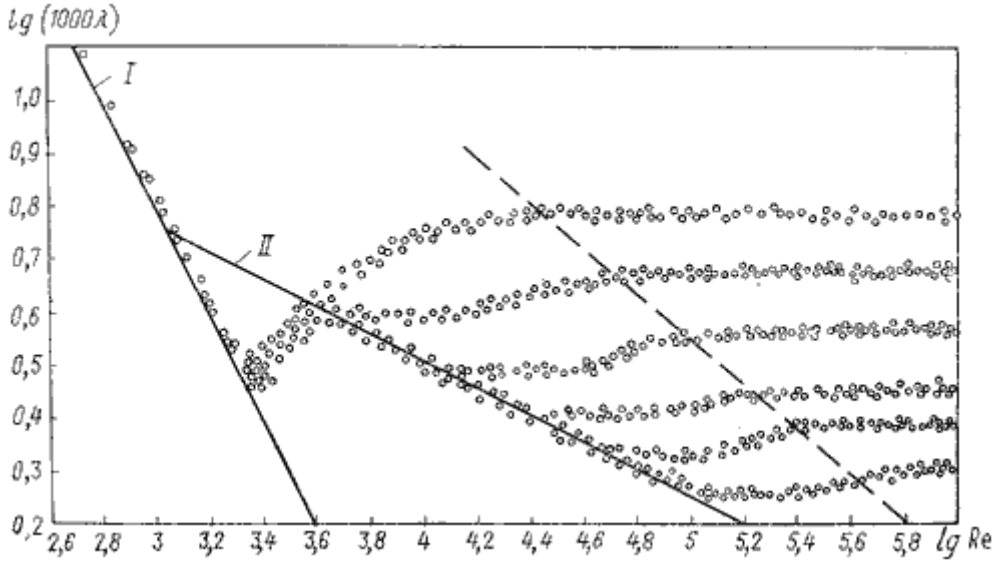


Рисунок 1.60 - Графік Нікурадзе

Пряма I відповідає ламінарному режиму руху рідини.

Далі на графіку можна розглядати ***три області.***

Перша область - область малих Re и Δ/r_0, де коефіцієнт λ не залежить від шорсткості, а визначається лише числом Re (відзначена на рис. 4.7 прямою II). Це область гідравлічно гладких труб. У цій області застосовуємо емпіричну формулу П.К. Конакова.

У другій області, розташованої між ліній II та пунктирною лінією праворуч, коефіцієнт λ залежить одночасно від двох параметрів - числа Re і відносної шорсткості Δ/r_0, яку можна замінити на Δe. Для визначення коефіцієнта λ в цій області може служити універсальна формула А.Д. Альтшуля:

$$\lambda_T = 0{,}11\left(\frac{\Delta_э}{d}+\frac{68}{\mathrm{Re}}\right)^{0{,}25}$$

Третя область - область великих Re і Δ / r0, де коефіцієнт λ не залежить від числа Re, а визначається лише відносною шорсткістю (область розташована праворуч від пунктирною лінії). Це область шорсткуватих труб,

в якій всі лінії з різними шорсткостями паралельні між собою. Цю область називають областю автомодельности або режимом квадратичного опору, тому що тут гідравлічні втрати пропорційні квадрату швидкості.

Визначення λ для цієї області здійснюють за спрощеною формулою Альтшуля:

$$\lambda_T = 0{,}11\left(\frac{\Delta_э}{d}\right)^{0{,}25}$$

Узагальнення формул подано у таблиці нижче

Режим течії		Число Рейнольдса	Визначення λ
Ламінарний		$Re < 2300$	$\lambda = \frac{64}{Re}$ або $\lambda = \frac{75}{Re}$
Перехідний		$2300 < Re < 4000$	Проектування трубопроводів не рекомендовано
Турбулентний	1-а область	$4000 < Re < 10\frac{d}{\Delta_э}$	$\lambda_T = \frac{0{,}3164}{Re^{0{,}25}}$ (ф-ла Блазіуса) $\lambda_T = \frac{1}{(1{,}81\lg Re - 1{,}5)^2}$ (ф-ла Конакова)
	2-а область	$10\frac{d}{\Delta_э} < Re < 560\frac{d}{\Delta_э}$	$\lambda_T = 0{,}11\left(\frac{\Delta_э}{d} + \frac{68}{Re}\right)^{0{,}25}$ (ф-ла Альтшуля)
	3-а область	$Re > 560\frac{d}{\Delta_э}$	$\lambda_T = 0{,}11\left(\frac{\Delta_э}{d}\right)^{0{,}25}$ (ф-ла Альтшуля) $\frac{1}{\sqrt{\lambda_T}} = -2\lg\left(\frac{\Delta_э}{3{,}71d}\right)$ (ф-ла Нікурадзе)