МІНІСТЕРСТВО ВНУТРІШНІХ СПРАВ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ВНУТРІШНІХ СПРАВ
КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ ЛЬОТНИЙ КОЛЕДЖ

Циклова комісія природничих дисциплін

МЕТОДИЧНІ МАТЕРІАЛИ

ДО ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

із навчальної дисципліни «Вища математика»
обов'язкових компонент
освітньо-професійної програми
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка

Харків 2022

ЗАТВЕРДЖЕНО
Науково-методичною радою
Харківського національного
університету внутрішніх справ
Протокол від 26.09.2022 № 9

СХВАЛЕНО
Методичною радою Кременчуцького
льотного коледжу Харківського
національного університету
внутрішніх справ
Протокол від 19.09.2022 № 2

ПОГОДЖЕНО
Секцією Науково-методичної ради
ХНУВС з технічних дисциплін
Протокол від 23.09.2022 № 9

Розглянуто на засіданні циклової комісії природничих дисциплін, протокол від 12.09.2022 № 3

Розробники:
1. викладач циклової комісії природничих дисциплін, спеціаліст вищої категорії Гусарова О.В.;
2. викладач циклової комісії природничих дисциплін, спеціаліст вищої категорії Подгорних Н.В.

Рецензенти:
1. Завідувач відділення фахової підготовки навчального відділу КЛК ХНУВС, старший викладач циклової комісії технічного обслуговування авіаційної техніки КЛК ХНУВС, к.т.н., спеціаліст вищої категорії, викладач-методист Владов С. І.
2. Доцент кафедри автомобілів та тракторів Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського, к.т.н., доцент Черниш А.А.

1.1 Розподіл часу навчальної дисципліни за темами (**денна форма навчання –** не передбачено)

1.2. Розподіл часу навчальної дисципліни за темами (заочна форма навчання)

Номер та назва навчальної теми	**Кількість годин, відведених на вивчення навчальної дисципліни**						**Вид контролю**
	Всього	**з них:**					
		Лекції	**Семінарські заняття**	**Практичні заняття**	**Лабораторні заняття**	**Самостійна робота**	
Семестр № 3							
Тема № 1 Елементи лінійної алгебри.	**20**	**2**		**2**		**16**	
Тема № 2 Елементи аналітичної геометрії.	**20**	**2**		**-**		**18**	
Тема № 3Диференціальне числення фінкцій однієї змінної	**22**	**2**		**2**		**18**	
Тема № 4 Диференціальне числення функцій двох змінних.	**22**	**2**		**2**		**18**	
Тема № 5 Інтегральне числення	**26**	**2**		**2**		**22**	
Тема № 6 Диференціальні рівняння.	**22**	**2**		**-**		**20**	
Тема № 7 Ряди.	**18**	**2**		**-**		**16**	**екзамен**
Всього за семестр № 3:	**150**	**14**		**8**		**128**	

2. Методичні вказівки до практичних занять

Тема № 1 Елементи лінійної алгебри.

Практичне заняття № 1: Елементи лінійної алгебри.
Навчальна мета заняття: формування навичок, застосування набутих знань на лекційних заняттях до виконання практичних завдань з теми: знаходження оберненої матриці, розв'язок СЛАР матричним методом.
Кількість годин: : 2.
Місце проведення: навчальний кабінет коледжу.

Навчальні питання:

1. Матриця. Основні поняття.
2. Обернена матриця. Розв'язок СЛАР матричним методом.

Література: [1] (стор. 20-58), [4](стор.8-37, 42-46).

План проведення заняття:

І. Порядок проведення вступу до заняття.

Проведення попереднього контролю теоретичних знань (фронтальне опитування).

Запитання для фронтального опитування:

1. Що називається матрицею розміру $m \times n$?
2. У якому випадку матрицю А можна помножити на матрицю В? У якому випадку існує добуток АВ і ВА?
3. Яка операція називається транспонуванням матриці та які властивості має ця операція?
4. Які перетворення матриць називають елементарними?
5. Що називається визначником матриці та як він обчислюється?
6. Сформулюйте основні властивості визначників.
7. Що таке алгебраїчне доповнення?
8. Поясніть метод знаходження оберненої матриці.

ІІ. Порядок проведення основної частини заняття.

Формування практичних умінь і навичок (розв'язання задач).

Задача 1. Відомо, що $A = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -5 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{pmatrix}$.

Знайдіть:

1. 2A+B
2. A^2
3. AB
4. BA
5. A^{-1}
5. AA^T

Задача 2. Приведіть матрицю до східчастого вигляду та знайдіть її ранг.

1. $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 5 & 0 \\ -1 & 4 & 0 \end{pmatrix}$ 2. $\begin{pmatrix} 1 & -5 & 2 \\ 0 & 5 & 3 \\ -1 & 8 & 0 \end{pmatrix}$

Задача 3. Обчислити визначники.

1). $|A| = \begin{vmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \end{vmatrix}$

2) $|A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \end{vmatrix}$

Задача 4. Розв'язати системи рівнянь за допомогою оберненої матриці (матричним методом).

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 7, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6. \end{cases}$$

III. Порядок проведення заключної частини заняття.

Підведення підсумків заняття.

Домашнє завдання:

Задача 1. Відомо, що $A = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 1 \\ -4 & 2 & 3 \\ 6 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 1 \\ 2 & 2 & -3 \\ 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$. Знайдіть:

1. 3B+A
2. B^2
3. BA
4. B-AB
5. $B+A^2$

Задача 2. Приведіть матрицю до східчастого вигляду та знайдіть її ранг.

1. $\begin{pmatrix} 4 & -8 & 0 \\ 3 & 5 & 1 \\ -1 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ 2. $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 6 & 0 & 1 \\ -3 & 4 & 0 \end{pmatrix}$

Задача 3. Обчислити визначники.

1) $|A| = \begin{vmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 5 \end{vmatrix}$

2) $|A| = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \\ -2 & -3 & 1 & 10 \end{vmatrix}$

Задача 4. . Дано матрицю $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 3 & -5 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

Знайти: а) B^{-1}

Задача 5. Розв'язати системи рівнянь за допомогою оберненої матриці (матричним методом).

$$\begin{cases} 4x - 3y + 2z = 9, \\ 2x + 5y - 3z = 4, \\ 5x + 6y - 2z = 18. \end{cases}$$

Практичне заняття № 2: Диференціальне числення функцій однієї змінної.

Навчальна мета заняття: набути навичок знаходження похідних звичайних функцій, складних, заданих параметрично та неявно, дослідження графіку функції; розширення, поглиблення й деталізація наукових знань, отриманих здобувачами вищої освіти на лекціях та в процесі самостійної роботи і спрямованих на підвищення рівня засвоєння навчального матеріалу, умінь і навичок, розвиток наукового мислення та усного мовлення.

Кількість годин: : 2.

Місце проведення: навчальний кабінет коледжу.

Навчальні питання:

1. Похідна. Визначення. Основні правила.
2. Логарифмічне диференціювання.
3. Диференціювання функцій, заданих неявно та параметрично.

Література: [1] (стор. 215-251, 272-289), [7] (стор.8-36, 44-50).

План проведення заняття:

I. Порядок проведення вступу до заняття.

Проведення попереднього контролю теоретичних знань (фронтальне опитування).

Запитання для фронтального опитування:

1. Дайте визначення похідної. Наведіть геометричний та механічний зміст.
2. Зв’язок між неперервністю та диференційованістю функції.
3. Основні правила диференціювання.
4. Похідні основних елементарних функції.
5. Логарифмічне диференціювання.
6. Як знаходять похідні першого та другого порядку від функції, заданої неявно рівнянням $F(x, y) = 0$?
7. Як знайти проміжки зростання та спадання функції?

8. Як знайти екстремуми функції?
9. Знаходження найбільшого та найменшого значення функції на відрізку.
10. Схема повного дослідження функції.

II. Порядок проведення основної частини заняття.
Формування практичних умінь і навичок (розв'язання задач).

Задача 1. Знайти похідні даних функцій.

1. а) $y = \sqrt[3]{3x^4 + 2x - 5}$; б) $y = tg^4 3x$;

в) $y = \dfrac{9\operatorname{arctg}(x+7)}{x}$; г) $y = (3x^2 - 7)\ln(x - 3x^2)$;

д) $y = \dfrac{\sqrt{x+7}(x-3)^4}{(x+2)^5}$.

2. а) $y = \sqrt[3]{(x-3)^4}$; б) $y = (3x^2 - 4)\arcsin 5x$;;

в) $y = \dfrac{arctg(2x+3)}{(x+1)}$; г) $y = \ln(4x+7)$;

д) $y = \dfrac{(x-3)^5(x+2)^3}{\sqrt{(x-1)^3}}$.

Задача 2. Знайти похідну неявної функції.

1. $y^2 = 8x$; **2.** $\dfrac{x^2}{5} + \dfrac{y^2}{7} = 1$;

Задача 3. Знайти найбільше та найменше значення функції $y = f(x)$ на відрізку $[a, b]$.

1. $y = \ln(x^2 - 2x + 2)$, $[0; 3]$. **2.** $y = e^{4x - x^2}$, $[1; 3]$.

Задача 4. Дослідити функції, побудувати графіки.

1. а) $y = 4x^3 - 3x^4$, б) $y = \dfrac{x^2 - 5x}{x + 4}$.

Задача 5. Знайти похідну $\dfrac{dy}{dx}$ функції $y = f(x)$, застосовуючи логарифмічне диференціювання.

Варіант	Завдання	Варіант	Завдання
1	$y = \sqrt[x]{x}$	5	$y = x^{\ln x}$

III. Порядок проведення заключної частини заняття.
Підведення підсумків заняття.
Домашнє завдання:

Задача 1. Знайти похідні даних функцій.

1. а) $y = \sqrt{3x^4 - 2x^3 + x}$; б) $y = arctg\sqrt{x}$;

Задача 2. Знайти похідну неявної функції.

1. tg $y = 3x + 5y$; **2.** $xy = \operatorname{ctg} y$;

Практичне заняття № 3: Диференціальне числення функцій кількох змінних.
Навчальна мета заняття: формування навичок, застосування набутих знань на лекційних заняттях до виконання практичних завдань з теми: знаходження частинних похідних, екстремумів функції двох змінних.
Кількість годин: : 2.
Місце проведення: навчальний кабінет коледжу.

Навчальні питання:

1. Поняття функції багатьох змінних.
2. Частинні похідні. Мішані похідні.
1. Екстремуми функції двох змінних.
2. Найбільше і найменше значення функції в замкненій області

Література: [2] (стор. 19-50), [8] (стор. 8-36, 44-50).

План проведення заняття:

І. Порядок проведення вступу до заняття.

Проведення попереднього контролю теоретичних знань (фронтальне опитування).

Запитання для фронтального опитування:

1. Функція двох змінних.
2. Область визначення функції двох змінних.
3. Неперервність функціїдвох змінних.
4. Що таке частинні похідні?
5. Що таке мішані похідні?
6. Як знайти екстремум функції багатьох змінних?

ІІ. Порядок проведення основної частини заняття.

Формування практичних умінь і навичок (розв'язання задач).

Задача 1. Визначити екстремуми функції $z = f(x, y)$.

Варіант	Завдання	Варіант	Завдання
1	$z = y^2 + 2x^2 + 3xy - 4x - 8y$	6	$z = x^2 + y^2 - 9xy + 27$
2	$z = y^2 + x^2 + xy + x - y + 1$	7	$z = x^2 + 3y^2 + x - y$
3	$z = 4(x - y) - y^2 - x^2$	8	$z = 10 + 2xy - x^2$
4	$z = 5xy - 7x - 10y$	9	$z = x^2 + xy$
5	$z = 20 + 9x - 6y - xy + y^2 + x^2$	10	$z = x^2 - y^2 + 6x + 3y$

Задача 2. Знайти найбільше і найменше значення функції $z = 3x^2 + 3y^2 - 2x - 2y + 2$ у трикутнику з вершинами $O(0, 0)$, $B(2, 0)$, $C(0, 2)$.

ІІІ. Порядок проведення заключної частини заняття.

Підведення підсумків заняття.

Домашнє завдання:

Задача 1. Визначити екстремуми функції $z = f(x, y)$.

Варіант	Завдання	Варіант	Завдання
1	$z=3x+6y-xy-y^2-x^2$	4	$z=x^2-y^2+5x+4y$
2	$z=4xy+y^2+x^2-8x-10y$	5	$z=3x^2-xy+x+y$
3	$z=18x-6y-2y^2-3x^2+2xy-17$	6	$z=x^2+2y^2+1$

Задача 2. Знайти найбільше і найменше значення функції $z=3x^2+3y^2-2x-2y+2$ у трикутнику з вершинами $O(0,\ 0)$, $B(3,\ 0)$, $C(0,\ 3)$.

Практичне заняття № 4: Інтегральне числення.
Навчальна мета заняття: формування навичок, застосування набутих знань на лекційних заняттях до виконання практичних завдань з теми: знаходження подвійних та потрійних інтегралів.

Кількість годин: : 2.
Місце проведення: навчальний кабінет коледжу.
Навчальні питання:

1. Подвійний інтеграл, його геометричний зміст. Властивості. Обчислення подвійних інтегралів.
2. Потрійний інтеграл та його обчислення.
3. Застосування подвійних та потрійних інтегралів.

Література: [11] (стор. 8-132)

План проведення заняття:

І. Порядок проведення вступу до заняття.

Проведення попереднього контролю теоретичних знань (фронтальне опитування).

Запитання для фронтального опитування:

1. Означення подвійного інтегралу.
2. Властивості властивості інтеграла.
3. Означення потрійного інтегралу.
4. Застосування подвійного інтегралу.
5. Застосування потрійного інтегралу

ІІ. Порядок проведення основної частини заняття.

Формування практичних умінь і навичок (розв'язання задач).

Задача1. Обчислити подвійний інтеграл.

$$\iint\limits_D \left(3x\sqrt{y}+2\right)dxdy, \qquad D: x=0; y=2x; y=1$$

$$\iint\limits_D (e^{2x-y} + 3y)dxdy, \qquad D: y = 0; x = 1; x = y$$

$$\iint\limits_D \frac{dxdy}{\sqrt{4+x+y}}, \qquad D: y = 0; x = 0; y + x = 5$$

Задача 2. Обчислити площу плоскої фігури, обмеженої лініями.

$$y = 3 - \frac{3}{4}x^2, y + \frac{3}{2}x = 3;$$
$$x = -y^2 - 2y, y = 2x + 3;$$
$$x + y = 2, y = x^2 - 4x + 2.$$

Задача 3. Обчислити потрійний інтеграл.

$\iiint\limits_V (x^2 + y^2 + z^2)dxdydz$ $\qquad V$: $x^2 + y^2 + z^2 \le 4$ ($x \ge 0, y \ge 0, z \ge 0$)

$\iiint\limits_V z^2 dxdydz$ $\qquad V$: $1 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 36$, $x \ge 0, y \ge 0, z \ge 0$

III. Порядок проведення заключної частини заняття.

Підведення підсумків заняття.

Домашнє завдання:

Задача1. Обчислити подвійний інтеграл. $\iint\limits_D xy^2 e^{xy} dxdy$, $0 \le x \le 1$, $1 \le y \le 2$

Задача 2. Обчислити площу плоскої фігури, обмеженої лініями. $x^2 + y^2 = 4$, $y = 2 - x$, $y = 1$.

Задача 3. Обчислити потрійний інтеграл. $\iiint\limits_V z^2 dxdydz$ V: $1 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 36$, $x \ge 0$, $y \ge 0$, $z \ge 0$.

3. Рекомендована література (основна, допоміжна), інформаційні ресурси в Інтернеті

Основна

1. Денисюк В. П, Репета В. К. Вища математика. Модульна технологія навчання: Навч. посібник: У 4 ч. – Ч. 1. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2005. – 296 с.
2. Денисюк В. П, Репета В. К. Вища математика. Модульна технологія навчання: Навч. посібник: У 4 ч. – Ч. 2. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2005. – 276 с.
3. Денисюк В. П, Репета В. К. Вища математика. Модульна технологія

навчання: Навч. посібник: У 4 ч. – Ч. 3. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2005. – 444 с.
4. Антоненко В.Ф., Олешко Т.І., Паламарчук Ю.А. Вища математика. Модуль 1. Лінійна алгебра: Навч. посібник / За заг. ред. проф. Т.І. Олешко. - К.: Книжкове вид-во НАУ, 2005.- 140 с.
5. Кравченко В.В., Лубенська Т.В., Олешко Т.І. Вища математика. Модуль 2. Векторна алгебра та аналітична геометрія: Навч. посібник / За заг. ред. проф. Т.І. Олешко. - К.: Книжкове вид-во НАУ, 2005.- 144 с.
6. Коновалюк В.С, Олешко Т.І., Петрусенко В.П. Вища математика. Модуль 3. Вступ до математичного аналізу: Навч. посібник / За заг. ред. проф. Т.І. Олешко. - К.: Книжкове вид-во НАУ, 2005.- 128 с.
7. Ластівка І.О., Левковська Т.А., Олешко Т.І. Вища математика. Модуль 4. Диференціальне числення функций однієї змінної: Навч. посібник /За заг. ред. проф. Т.І. Олешко.- К.: Книжкове вид-во НАУ, 2005,- 120 с
8. Мазур К.І., Олешко Т.І., Трофименко В.І. Вища математика. Модуль 5. Диференціальне числення функцій багатьох змінних: Навч. посібник / За заг. ред. проф. Т.І. Олешко. - К.: Книжкове вид-во НАУ, 2005.- 104 с.
9. Ковтонюк І.Ю., Коршлович С.Ю., Олешко Т.І. Вища математика. Модуль 6. Інтегральне числення функції однієї змінної Навч. посібник / За заг. ред. проф. Т.І. Олешко. - К.: Книжкове вид-во НАУ, 2005.- 112 с.
10. Андрощук Л.В., Ковтун О.І., Олешко Т.І. Вища математика. Модуль 7 Ряди. Диференціальні рівняння : Навч. посібник / За заг. ред. проф. Т.І. Олешко. - К.: Книжкове вид-во НАУ, 2005.- 104 с.

Допоміжна

11. Бубняк Т.І. Вища математика: Навчальний посібник. - Львів: «Новий світ-2000», 2009. – 436 с.
12. Жиленко Т. І. Обчислення та застосування кратних і криволінійних інтегралів : навч. посіб. / Т. І. Жиленко, О. А. Білоус. – Суми : Сумський державний університет, 2017. – 224 с.

Інформаційні ресурси

13. http://teta.at.ua/vishha_matematika_pidruchnik.pdf
14. https://edu-lib.com/izbrannoe/dubovik-v-p-yurik-i-i-vishha-matematika-na