МІНІСТЕРСТВО ВНУТРІШНІХ СПРАВ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ВНУТРІШНІХ СПРАВ
КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ ЛЬОТНИЙ КОЛЕДЖ

Циклова комісія природничих дисциплін

ТЕКСТ ЛЕКЦІЇ

з навчальної дисципліни «Вища математика»
обов'язкових компонент
освітньо-професійної програми
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка

за темою – Ряди

Харків 2022

ЗАТВЕРДЖЕНО
Науково-методичною радою
Харківського національного
університету внутрішніх справ
Протокол від 26.09.2022 № 9

СХВАЛЕНО
Методичною радою Кременчуцького
льотного коледжу Харківського
національного університету
внутрішніх справ
Протокол від 19.09.2022 № 2

ПОГОДЖЕНО
Секцією Науково-методичної ради
ХНУВС з технічних дисциплін
Протокол від 23.09.2022 № 9

Розглянуто на засіданні циклової комісії природничих дисциплін, протокол від 12.09.2022 № 3
.

Розробники:
1. викладач циклової комісії природничих дисциплін, спеціаліст вищої категорії Гусарова О.В.;
2. викладач циклової комісії природничих дисциплін, спеціаліст вищої категорії Подгорних Н.В.

Рецензенти:
1. Завідувач відділення фахової підготовки навчального відділу КЛК ХНУВС, старший викладач циклової комісії технічного обслуговування авіаційної техніки КЛК ХНУВС, к.т.н., спеціаліст вищої категорії, викладач-методист Владов С. І.
2. Доцент кафедри автомобілів та тракторів Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського, к.т.н., доцент Черниш А.А.

План лекції

1. Числові ряди. Основні поняття.
2. Степеневий ряд. Радіус, інтервал та область збіжності.
3. Розкладання функції у степеневі ряди Тейлора та Маклорена.

Рекомендована література:

Основна

1. Денисюк В. П, Репета В. К. Вища математика. Модульна технологія навчання: Навч. посібник: У 4 ч. – Ч. 1. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2005. – 296 с.
2. Денисюк В. П, Репета В. К. Вища математика. Модульна технологія навчання: Навч. посібник: У 4 ч. – Ч. 2. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2005. – 276 с.
3. Денисюк В. П, Репета В. К. Вища математика. Модульна технологія навчання: Навч. посібник: У 4 ч. – Ч. 3. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2005. – 444 с.
4. Антоненко В.Ф., Олешко Т.І., Паламарчук Ю.А. Вища математика. Модуль 1. Лінійна алгебра: Навч. посібник / За заг. ред. проф. Т.І. Олешко. - К.: Книжкове вид-во НАУ, 2005.- 140 с.
5. Кравченко В.В., Лубенська Т.В., Олешко Т.І. Вища математика. Модуль 2. Векторна алгебра та аналітична геометрія: Навч. посібник / За заг. ред. проф. Т.І. Олешко. - К.: Книжкове вид-во НАУ, 2005.- 144 с.
6. Коновалюк В.С, Олешко Т.І., Петрусенко В.П. Вища математика. Модуль 3. Вступ до математичного аналізу: Навч. посібник / За заг. ред. проф. Т.І. Олешко. - К.: Книжкове вид-во НАУ, 2005.- 128 с.
7. Ластівка І.О., Левковська Т.А., Олешко Т.І. Вища математика. Модуль 4. Диференціальне числення функций однієї змінної: Навч. посібник /За заг. ред. проф. Т.І. Олешко.- К.: Книжкове вид-во НАУ, 2005,- 120 с
8. Мазур К.І., Олешко Т.І., Трофименко В.І. Вища математика. Модуль 5. Диференціальне числення функцій багатьох змінних: Навч. посібник / За заг. ред. проф. Т.І. Олешко. - К.: Книжкове вид-во НАУ, 2005.- 104 с.
9. Ковтонюк І.Ю., Коршлович С.Ю., Олешко Т.І. Вища математика. Модуль 6. Інтегральне числення функції однієї змінної Навч. посібник / За заг. ред. проф. Т.І. Олешко. - К.: Книжкове вид-во НАУ, 2005.- 112 с.
10. Андрощук Л.В., Ковтун О.І., Олешко Т.І. Вища математика. Модуль 7 Ряди. Диференціальні рівняння : Навч. посібник / За заг. ред. проф. Т.І. Олешко. - К.: Книжкове вид-во НАУ, 2005.- 104 с.

Додаткова

11. Бубняк Т.І. Вища математика: Навчальний посібник. - Львів: «Новий світ-2000», 2009. – 436 с.
12. Жиленко Т. І. Обчислення та застосування кратних і криволінійних інтегралів : навч. посіб. / Т. І. Жиленко, О. А. Білоус. – Суми : Сумський державний університет, 2017. – 224 с.

Інформаційні ресурси в інтернеті

13. http://teta.at.ua/vishha_matematika_pidruchnik.pdf
14. https://edu-lib.com/izbrannoe/dubovik-v-p-yurik-i-i-vishha-matematika-na

Текст лекції

1. Числові ряди. Основні поняття.

Визначення. Нехай дана нескінченна послідовність чисел $a_1,\ a_2,\ ...,\ a_n,...$ Вираз

$$a_1 + a_2 + ... + a_n + ... = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \qquad (1)$$

називають *числовим рядом*. При цьому числа $a_1,\ a_2,\ ...,\ a_n,...$ називають *членами ряду*, a_n *- загальний член ряду*.

Визначення. Сума скінченого числа n перших членів ряду називається *n-ою частковою сумою ряду*:

$S_n = a_1 + a_2 + ... + a_n$.

Розглянемо суми $S_1 = a_1$, $S_2 = a_1 + a_2$, $S_3 = a_1 + a_2 + a_3,\ldots,$ $S_n = a_1 + a_2 + ... + a_n ...$

Визначення. Якщо існує скінчена межа $S = \lim\limits_{n\to\infty} S_n$, то її називають *сумою ряду* (1) і говорять, що ряд збіжний. Якщо $\lim\limits_{n\to\infty} S_n$ не існує, то говорять, що ряд (1) розбіжний і суми не має.

Теорема (Необхідна ознака збіжності ряду). Якщо ряд збіжний, то його *n*-й член прямує до нуля. $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$ (2)

Зауваження. Якщо $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$, то ряд може бути збіжним і розбіжним, а якщо $\lim\limits_{n\to\infty} a_n \neq 0$, то ряд розбіжний.

Це означає, що невиконання умови (2) є достатньою умовою розбіжності знакосталого ряду.

<u>Приклад 2.</u> Ряд $\frac{1}{3} + \frac{2}{5} + \frac{3}{7} + ... + \frac{n}{2n+1} + ...$ розбіжний, тому що

$$\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} \frac{n}{2n+1} = \frac{1}{2} \neq 0.$$

Достатні ознаки збіжності

Ознака порівняння. Нехай дано два ряди з невід'ємними членами $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ і $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$, і нехай, починаючи з деякого $n > N$, виконується умова $a_n \le b_n$ $(n = 1, 2, ...)$. Тоді:

1) якщо ряд $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ збіжний, то збіжний і ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$;

2) якщо ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ розбіжний, то розбіжний і ряд $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$.

Для порівняння часто використовують ряди:

$\sum_{n=1}^{\infty} a\, q^{n-1}$, $|q|<1$ - збіжний (геометрична прогресія)

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\alpha}}$ $\begin{cases} \alpha > 1, & \text{збіжний,} \\ \alpha \le 1, & \text{розбіжний.} \end{cases}$

Гранична форма ознаки порівняння. Якщо $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ і $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ - ряди з невід'ємними членами й існує відмінний від нуля $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = k > 0$, то розглянуті ряди одночасно збіжні або розбіжні.

Ознака Даламбера. Нехай маємо ряд із додатними членами $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$. Якщо існує $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = k$, то при $k<1$ ряд збіжний, при $k>1$ ряд розбіжний, при $k=1$ потрібні додаткові дослідження – ознака відповіді не дає.

Приклад 3. Дослідити на збіжність ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$.

Розв'язок. Скористаємося ознакою Даламбера; маємо $a_n = \frac{n}{2^n}$, $a_{n+1} = \frac{n+1}{2^{n+1}}$; отже,

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{n+1}{2^{n+1}} \cdot \frac{2^n}{n} = \lim_{n\to\infty} \frac{n+1}{2n} = \frac{1}{2} < 1.$$

Даний ряд збіжний.

Радикальна ознака Коші. Якщо для ряду з невід'ємними членами $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ існує $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = k$, то при $k<1$ ряд збіжний, при $k>1$ ряд розбіжний, при $k=1$ потрібні додаткові дослідження – ознака відповіді не дає.

Приклад 4. Дослідити на збіжність ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln^n (n+1)}$.

Розв'язок. Тут зручно застосувати ознаку Коші, оскільки $\sqrt[n]{a_n} = \frac{1}{\ln(n+1)}$, а межа останнього дробу знаходиться просто:

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\frac{1}{\ln^n(n+1)}} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{\ln(n+1)} = 0 < 1.$$

Даний ряд збіжний.

Знакозмінні ряди. Теорема Лейбніца

Будемо розглядати ряди, члени яких змінюють знаки, тобто ряди вигляду:

$$a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \ldots = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n . \qquad (3)$$

Теорема Лейбніца. Якщо у знакозмінному ряді

$a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \ldots \ (a_n > 0)$

члени такі, що $a_1 > a_2 > a_3 > \ldots$ і $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$, то ряд збіжний, його сума додатна і не перевершує першого члена.

Зауваження. Теорема Лейбніца справедлива, якщо нерівності $a_1 > a_2 > a_3 > \ldots$ виконуються, починаючи з деякого N.

Визначення. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ називається *абсолютно збіжним*, якщо збіжний ряд, складений з абсолютних величин його членів: $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$. Якщо ж ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ збіжний, а ряд $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$, складений з абсолютних величин його членів, розбіжний, то даний ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ називається *умовно збіжним* рядом.

Приклад 5. Дослідити на збіжність ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n}$.

Розв'язок. Перша умова ознаки Лейбніца виконується: $1 > \frac{1}{2} > \frac{1}{3} > \frac{1}{4} > \ldots$

Тому що $\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} = 0$, то виконана і друга умова. Отже, даний ряд збіжний.

Складемо ряд з абсолютних величин: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$. Даний гармонічний ряд розбіжний, отже, цей ряд умовно збіжний.

2. Степеневий ряд. Радіус, інтервал та область збіжності

Визначення. Ряд $u_1(x) + u_2(x) + \ldots + u_n(x) + \ldots$, члени якого – функції змінної x, називається *функціональним*.

Надаючи змінній x певні числові значення, ми одержуємо різні числові ряди, які можуть виявитися збіжними або розбіжними.

Визначення. Множина значень x, для яких функціональний ряд збіжний, називають *областю збіжності* цього ряду.

Визначення. Функціональний ряд, що має вигляд

$$a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)^2 + \ldots + a_n(x - x_0)^n + \ldots = \sum_{n=0}^{\infty} a_n(x - x_0)^n,$$

(4)

де $a_0, a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$ - коефіцієнти ряду, а x_0 - деяке фіксоване число, називається *степеневим*.

Якщо в ряді (1) прийняти $x_0 = 0$, то отримаємо більш простий ряд

$$a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots + a_n x^n + \ldots = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n. \qquad (5)$$

Для рядів (4), (5), аналогічно з числовими рядами при дослідженні збіжності можна застосовувати узагальнені ознаки збіжності Даламбера та радикальну ознаку Коші . Але відмінністю степеневих рядів від числових є те, що один і той самий степеневий ряд може бути збіжним, або розбіжним залежно від точки x. При дослідженні збіжності степеневого ряду застосовується теорема Абеля.

Теорема. Якщо ряд (4) є збіжним у деякій точці $x = x_0 \neq 0$, то він абсолютно збіжний для всіх $|x| < x_0$, а якщо ряд (4) є розбіжним у точці $x = x_1 \neq 0$, то він розбіжний для всіх $|x| > |x_1|$.

Для дослідження збіжності степеневих рядів вводять поняття радіуса, інтер-валу та області збіжності.

Визначення. *Інтервалом збіжності степеневого ряду* (4), (5) називається інтервал $x \in (a, b)$, в якому цей ряд є збіжним.

Щоб знайти інтервал збіжності степеневого ряду (4), спершу необхідно знайти границю

$$\lim_{n\to\infty} \left| \frac{u_{n+1}}{u_n} \right|, \qquad (6)$$

де $u_n = a_n(x - x_0)^n$, а $u_{n+1} = a_{n+1}(x - x_0)^{n+1}$, $a_n > 0$.

Підставивши значення для u_n і u_{n+1} у формулу (6), маємо

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} |x - x_0| = |x - x_0| \lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}.$$

Якщо $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = l < \infty$, тоді знаходження інтервалу збіжності зводиться до розв'язання нерівності

$$l|x - x_0| < 1 \quad \Rightarrow \quad |x - x_0| < \frac{1}{l} \quad \Rightarrow \quad -\frac{1}{l} + x_0 < x < \frac{1}{l} + x_0. \qquad (7)$$

Це і буде інтервал збіжності степеневого ряду (4).

Щоб знайти інтервал збіжності ряду (5) необхідно покласти в нерівності (7) $x_0 = 0$. Ми отримаємо симетричний відносно початку координат інтервал

$$-\frac{1}{l} < x < \frac{1}{l}. \qquad (8)$$

Для знаходження області збіжності необхідно перевірити збіжність числових рядів на кінцях інтервалу збіжності в точках $x_1 = x_0 - \frac{1}{l}$ та $x_2 = x_0 + \frac{1}{l}$. Якщо в одній із цих точок, або в обох ряд буде збіжним, то їх необхідно включити до області збіжності. Отже, область збіжності степеневого ряду може бути наступною:

1.Збігатися з інтервалом збіжності $\left(-\frac{1}{l} + x_0,\ x_0 + \frac{1}{l}\right)$. (9)

2. Включати одну з граничних точок інтервалу, тобто мати вигляд $\left[-\frac{1}{l} + x_0,\ x_0 + \frac{1}{l}\right)$, або $\left(-\frac{1}{l} + x_0,\ x_0 + \frac{1}{l}\right]$. (10)

3. Включати обидві граничні точки інтервалу $\left[-\frac{1}{l} + x_0,\ x_0 + \frac{1}{l}\right]$.

(11)

Зауваження. Інтервал і область збіжності можна знайти, використавши узагальнену радикальну ознаку Коші

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{|u_n|}, \qquad (12)$$

провівши ті самі міркування, що і при застосуванні узагальненої ознаки збіжності Даламбера.

Визначення. *Радіусом збіжності степеневого ряду* (5) називається число

$$\lim_{n\to\infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right| = R. \qquad (13)$$

Якщо $R = 0$, то ряд (5) збіжний лише при $x = 0$.

Для ряду (5) за допомогою радіуса збіжності можна записати інтервал збіжності у вигляді $(-R,\ R)$. Зваживши на (8), можемо записати

$$(-R,\ R) = \left(-\frac{1}{l}, \frac{1}{l}\right) \qquad (14)$$

<u>Приклад 6.</u> Знайти область збіжності степеневого ряду $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n \cdot 3^n}$.

Розв'язання. Тут $u_n = \frac{(x-3)^n}{n \cdot 3^n}$, $u_{n+1} = \frac{(x-3)^{n+1}}{(n+1) \cdot 3^{n+1}}$. Тоді скориставшись формулою (3), маємо $\lim_{n\to\infty} \left| \frac{u_{n+1}}{u_n} \right| = \lim_{n\to\infty} \frac{\left|(x-3)^{n+1}\right| n \cdot 3^n}{(n+1) \cdot 3^{n+1} \left|(x-3)^n\right|} =$

$= |x-3| \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n}{(n+1)3} = \dfrac{1}{3}|x-3|$. Отже, інтервал збіжності визначається із нерівності $\dfrac{1}{3}|x-3|<1$, $|x-3|<3 \;\Rightarrow\; 0<x<6$. Інтервал збіжності $x\in(0,\ 6)$.

Дослідимо збіжність числових рядів на кінцях інтервалу.

1. При $x=0$ маємо числовий ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-3)^n}{n\cdot 3^n}=\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n 3^n}{n\cdot 3^n}=\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$. За ознакою Лейбніца даний ряд є збіжним, точніше, умовно збіжним, тому точка $x=0$ входить до області збіжності.

2. При $x=6$ маємо числовий ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{3^n}{n\cdot 3^n}=\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n}$. Це гармонічний ряд. Ми знаємо, що він розбіжний. Звідси область збіжності $x\in[0;6)$.

3. Розкладання функції у степеневі ряди Тейлора та Маклорена

Нехай функція $f(x)$ є сумою степеневого ряду

$$f(x)=a_0+a_1(x-x_0)+a_2(x-x_0)^2+\ldots+a_n(x-x_0)^n+\ldots\ ,$$

(15)

який збігається в інтервалі (x_0-R, x_0+R). В цьому випадку кажуть, що функция $f(x)$ розкладається в степеневий ряд в околі точки x_0 або за степенями $x-x_0$. Можна довести, що коефіцієнти $a_0, a_1,\ a_2, \ldots, a_n, \ldots$ цього ряду обчислюються за формулами:

$$a_0=f(x_0),\ a_1=\frac{f'(x_0)}{1!},\ a_2=\frac{f''(x_0)}{2!},\ldots,a_n=\frac{f^{(n)}(x_0)}{n!},\ldots \qquad (16)$$

Підставляючи ці коефіцієнти у формулу (15), дістанемо степеневий ряд

$$f(x)=f(x_0)+\frac{f'(x_0)}{1!}(x-x_0)+\frac{f''(x_0)}{2!}(x-x_0)^2+\ldots+\frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x-x_0)^n+\ldots, \qquad (17)$$

який називається рядом *Тейлора* для функції $f(x)$. Окремий випадок ряда Тейлора при $x_0=0$ називається рядом Маклорена:

$$f(x)=f(0)+\frac{f'(0)}{1!}x+\frac{f''(0)}{2!}x^2+\ldots+\frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n+\ldots \qquad (18)$$

Розкладання в ряд Маклорена деяких функцій:

$$e^x=1+\frac{x}{1!}+\frac{x^2}{2!}+\ldots+\frac{x^n}{n!}+\ldots$$

$$\sin x=\frac{x}{1!}-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}-\ldots+(-1)^{n-1}\frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!}+\ldots$$

$$\cos x=1-\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}-\ldots+(-1)^{n-1}\frac{x^{2n-2}}{(2n-2)!}+\ldots$$

$$(1+x)^m=1+mx+\frac{m(m-1)}{2!}x^2+\frac{m(m-1)(m-2)}{3!}x^3+\ldots+\frac{m(m-1)(m-2)\ldots(m-n+1)}{n!}x^n+\ldots$$

Інтервалом збіжності для перших трьох рядів є вся дійсна вісь, а для четвертого ряду – інтервал (-1,1).

Степеневі ряди застосовують для обчислення з довільною точністю значень функцій і значень визначених інтегралів, для яких відповідний невизначений інтеграл „не береться".

Приклад 7. Знайти sin1 з точністю до 0,001.

Розв'язання. Запишемо $\sin 1 = 1 - \frac{1}{3!} + \frac{1}{5!} - \ldots = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{(2n-1)!}$. Ряд, що стоїть у правій частині абсолютно збіжний. Оскільки $\frac{1}{5!} \approx 0,008 > 0,001$, то для знаходження sin1 з точністю до 0,001 досить перших трьох доданків: $\sin 1 \approx 1 - \frac{1}{3!} + \frac{1}{5!} = 0,842$. Помилка, що припускається при цьому, менша, ніж перший відкинутий член (тобто менша, ніж 0,0002). Обчислене мікрокалькулятором значення sin1 наближено дорівнює 0,84147.

Приклад 8. Обчислити інтеграл $\int_0^{\frac{1}{4}} e^{-x^2} dx$ з точністю до 0,001.

Розв'язання: Розкладемо підінтегральну функцію в ряд Маклорена, замінюючи x на $-x^2$ відповідній формулі: $e^{-x^2} = 1 - \frac{x^2}{1!} + \frac{x^4}{2!} - \frac{x^6}{3!} + \ldots$.

Інтегруючи цей степеневий ряд на відрізку, що належить інтервалу збіжності, дістанемо

$$\int_0^{\frac{1}{4}} e^{-x^2} dx = \int_0^{\frac{1}{4}} \left(1 - \frac{x^2}{1!} + \frac{x^4}{2!} - \frac{x^6}{3!} + \ldots\right) dx = \left(x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{10} - \frac{x^7}{42} + \ldots\right)\Bigg|_0^{\frac{1}{4}} =$$

$$= \frac{1}{4} - \frac{1}{3 \cdot 4^3} + \frac{1}{10 \cdot 4^5} - \frac{1}{42 \cdot 4^7} + \ldots$$ Одержали ряд лейбніцівського типу.

Оскільки $\frac{1}{3 \cdot 4^3} = 0,0054 > 0,001$, а $\frac{1}{10 \cdot 4^5} < 0,001$, то з точністю до 0,001 маємо:

$$\int_0^{\frac{1}{4}} e^{-x^2} dx \approx \frac{1}{4} - \frac{1}{192} = 0,245.$$

Контрольні питання:

1. Дайте визначення числового ряду, члена ряду, частинної суми і суми ряду. Визначте збіжність ряду.
2. Сформулюйте необхідну умову збіжності ряду.
3. Сформулюйте ознаку Даламбера збіжності ряду.
4. Сформулюйте радикальну ознаку збіжності ряду.
5. Сформулюйте теорему Лейбніца.
6. Дайте означення абсолютної та умовної збіжності рядів.
7. Дайте означення функціонального ряду; області його збіжності.
8. Дайте означення степеневого ряду.

9. Сформулюйте теорему Абеля.
10. Як знаходять радіус збіжності степеневого ряду?
11. Розкладання функції в ряд Тейлора та Маклорена.