Міністерство внутрішніх справ України
Харківський національний університет внутрішніх справ

кафедра інформаційних технологій, факультет № 4

ТЕКСТ ЛЕКЦІЇ

з навчальної дисципліни *Теорія інформації та кодування*
обов’язковий компонент
освітньої програми *першого(бакалаврського)*рівня вищої освіти
125 – Кібербезпека (безпека інформаційних та комунікаційних систем)

за темою: «Двійкові коди, що виявляють помилки»

м. Харків 2019

ЗАТВЕРДЖЕНО
Науково-методичною радою
Харківського національного
університету внутрішніх справ
Протокол від __________№ ___

СХВАЛЕНО
Вченою радою факультету № 4
Протокол від___________№ ____

ПОГОДЖЕНО
Секцією науково-методичної ради
ХНУВС з технічних дисциплін
Протокол від__________№ ___

Розглянуто на засіданні кафедри інформаційних технологій протокол від________№__

Розробник: *Тулупов Володимир Володимирович, кандидат технічних наук, доцент Харків: ХНУВС*

Рецензенти: *Носов В.В., професор кафедри кібербезпеки факультету №4 Харківського національного університету внутрішніх справ к.т.н., доцент.*

План лекції

Вступ
1. Коди, їх класифікація та основні характеристики
2. Двійкові коди, що виявляють помилки

Висновки

Література:

1. Духин, Александр Александрович. Теория информации: Учебное пособие / А.А.Духин. - М.: Гелиос АРВ, 2007.
2. Стариченко Б. Е. Теоретические основы информатики: Учебное пособие для вузов. - 2-е изд. перераб. и доп. - М.: Горячая линия - Телеком, 2003.
3. Дмитриев В.И. Прикладная теория информации. Учебник для студентов ВУЗов по специальности
4. «Автоматизированные системы обработки информации и управления». – М.: Высшая школа, 1989 – 320 с.
5. К.Шеннон. Работы по теории информации и кибернетике. Издательство иностранной литературы, Москва, 1963.

Текст лекції

Вступ

Використання інформації для вирішення будь-яких завдань, безумовно, пов'язане з необхідністю її поширення, тобто здійснення процесів передачі і прийому. При цьому доводиться вирішувати проблему узгодження методу кодування з характеристиками каналу зв'язку, а також забезпечити захист переданої інформації від можливих спотворень. При спотвореннях у кодах виникають помилки – замість одного символу коду зчитується інший. Для певного вирішення цієї проблеми були розроблені коди, за якими декодер може виявляти та/або виправляти помилки.

- **Коди, їх класифікація та основні характеристики**

Уточнимо основні терміни для кодів, за якими можливо виявляти та/або виправляти помилки.

Кодування - це процес перетворення повідомлень в упорядковану послідовність символів (знаків, елементів) одного алфавіту.

Код – сукупність кодових комбінацій, побудованих за одним правилом і на основі одного алфавіту.

Кодова комбінація – це впорядкований набір символів (знаків, елементів) одного алфавіту.

Таким чином, кожному повідомленню однозначно відповідає визначена кодова комбінація.

Наведемо коротку **класифікацію** кодів.

За ***потужністю*** алфавіту (кількістю q символів алфавіту) коди розділяють на ***двійкові*** ($q = 2$) та ***недвійков*і** ($q (2$). Останні називають ще багатопозиційними або багатоосновними.

За ***коректувальною здатністю*** коди розділяють на ***безнадмірні*** та ***надмірні***.

До ***безнадмірних*** кодів належать так звані прості або первинні коди, які використовують для первинного кодування джерел повідомлень. Ці коди не дозволяють виявляти і виправляти помилки. Це пояснюється тим, що такі коди використовують всі можливі комбінації і будь-яка помилка призводить до появи дозволеної кодової комбінації.

До ***надмірних*** кодів належать коди, які дозволяють виявляти та/або виправляти помилки. У цих кодах використовується тільки визначена частина можливих комбінацій, що дозволяє при спотворенні елементів кодових комбінацій виявити або виправити їх. Кількість виявлених або виправлених помилок буде залежати від коректувальної здатності коду, тобто від його надмірності та особливостей побудови.

За ***способом побудови*** коди розділяють на ***блокові*** та ***неперервні***. До першої групи належать коди, які є сукупністю кодових комбінацій, а до другої – коди, для яких кодування і декодування становлять неперервний у часі процес.

Блокові коди ***за кількістю елементів у кодових комбінаціях*** коду всі коди розділяють на ***рівномірні*** та ***нерівномірні***. До першої групи належать коди, у яких всі комбінації, що складають код, мають однакову кількість елементів, а до другої – ті, у яких кодові комбінації коду можуть містити різну кількість елементів.

Блокові коди ***за використанням перевірочних елементів*** у кодових комбінаціях розділяють на ***роздільні*** на ***нероздільні***. До першої групи належать коди, кодові комбінації яких містять інформаційні та перевірочні елементи, до другої – коди, у кодових комбінаціях яких не відокремлюються інформаційні та перевірочні елементи.

Блокові коди ***за способом побудови перевірочних елементів*** у кодових комбінаціях розділяють на ***лінійні*** (*групові, систематичні*) та ***нелінійні*** (*несистематичні*). До першої групи належать коди, у яких перевірочні елементи одержують як результат лінійних операцій над визначеними інформаційними елементами (для двійкових кодів за модулем 2), а до другої – коди, що будуються за іншими принципами.

Різновидом лінійних (систематичних) кодів є ***циклічні*** коди, для котрих характерною є така особливість: циклічний зсув будь-якої комбінації коду дає комбінацію, яка завжди належить до цього коду.

При виборі коду для передачі даних керуються вимогами до вірогідності інформації, що передається, та швидкістю передачі даних, які визначаються, головним чином, характеристиками кодів.

До основних характеристик кодів належать:

1. **довжина коду** n – кількість елементів (символів, знаків), які складають кодову комбінацію ;
2. **кількість інформаційних елементів** k;
3. **кількість перевірочних елементів** r (для коректувальних роздільних кодів);
4. **алфавіт коду** Q – множина символів (знаків), що різняться між собою, яка використовується для побудови кодових комбінацій коду (для двійкових кодів $Q = \{0,1\}$);
5. **потужність алфавіту коду** q – кількість символів (знаків) алфавіту (для двійкового коду $q = 2$);
6. **потужність коду** N_0 – кількість дозволених кодових комбінацій, які використовуються для передачі повідомлень (для блокових роздільних кодів у загальному вигляді $N = q^k$, зокрема для двійкових кодів $N_0 = 2^k$) ;
7. **повна кількість кодових комбінацій** N – кількість всіх можливих комбінацій для даного коду, яка дорівнює для блокових рівномірних кодів у загальному вигляді $N = q^n$, зокрема для двійкового коду $N = 2^n$;
8. **надмірність коду** R , яка визначається
   a. для роздільних кодів: $R = \frac{r}{n}$,
   b. та для нероздільних кодів: $R = 1 - (log_2 N_0 / log_2 N)$;
   1. **швидкість коду** V : $V = 1 - R$;
      a. для роздільних кодів маємо $V = k\frac{\square}{\square}n = 1 - \left(r\frac{\square}{\square}n\right)$;
2. **вага кодової комбінації** w – для двійкового коду визначається кількістю одиниць у кодовій комбінації ;

3. **кодова відстань** d між двома кодовими комбінаціями однакової довжини визначається як кількість одноіменних елементів (розрядів) з різними значеннями символів (відстань Хеммінга);
4. **мінімальна кодова відстань** $d_{\min}$ – визначається для коду в цілому як мінімальне значення кодових відстаней між усіма парами кодових комбінацій, що належать до даного коду. Мінімальна кодова відстань визначає його здатність виявляти та виправляти помилки. Так, для кодів, що виявляють помилки, $d_{\min}$ повинна мати значення: $d_{\min} \geq t+1$, для кодів, що виправляють помилки: $d_{\min} \geq 2s+1$, де t – кратність помилки, що виявляється кодом, s – кратність помилки, що виправляється кодом .

Приклад 5.1.

Алфавіт дискретного джерела інформації налічує 64 символи, які кодуються в кодері рівномірним двійковим завадостійким кодом довжиною $n = 8$. Визначити надмірність такого коду.

Розв'язання. Для безнадмірного кодування символів достатньо застосувати рівномірний двійковий код довжиною $k = log_2\ 64 = 6$. Це число визначає кількість інформаційних елементів.

Тоді надмірність завадостійкого коду

$$R = 1 - \frac{k}{n} = 1 - \frac{6}{8} = \frac{1}{4} = 0{,}25 .$$

Приклад 5.2.

Визначити кодову відстань між комбінаціями A і B двійкового коду та записати всі комбінації, які знаходяться від комбінації A на кодовій відстані $d = 3$, якщо A = 01001, B = 11101.

Розв'язання. Щоб визначити кодову відстань між комбінаціями A та B знаходимо поелементну суму за модулем 2 цих комбінацій :

$A \oplus B = (■(01001@11101@(10100)¯)$

одержуємо комбінацію $C = 10100$, вага якої $w = 2$. Тобто в комбінаціях A і B у трьох однойменних розрядах (на 1-му справа, 2-му і 4-му) знаходяться однакові символи, а на двох (на 3-му справа і 5-му) – різні, сукупність яких і визначає степінь різниці між комбінаціями A та B . Вага комбінації C є кодовою відстанню Хеммінга між комбінаціями A та B .

Будь-яка комбінація ваги $w = 3$, якщо її порозрядно додати за модулем 2 до комбінації A (такої ж довжини), дає нову комбінацію, яка буде знаходитися від комбінації A на кодовій відстані $d = 3$. Кількість таких комбінацій буде дорівнювати кількості сполучень з $n = 5$ по $d = 3$:

$$C_5^3 = \frac{n!}{d!\,(n-d)!} = \frac{5!}{3!\,(5-3)!} = 10.$$

Ці комбінації одержуємо, додаючи порозрядно до комбінації A почергово всі десять комбінацій з вагою 3:

$$\oplus\begin{array}{c}01001\\ \underline{00111}\\ 01110\end{array}\quad \oplus\begin{array}{c}01001\\ \underline{01011}\\ 00010\end{array}\quad \oplus\begin{array}{c}01001\\ \underline{01101}\\ 00100\end{array}\quad \oplus\begin{array}{c}01001\\ \underline{01110}\\ 00111\end{array}\quad \oplus\begin{array}{c}01001\\ \underline{10011}\\ 11010\end{array}$$

$$\oplus\begin{array}{c}01001\\ \underline{10101}\\ 11100\end{array}\quad \oplus\begin{array}{c}01001\\ \underline{10110}\\ 11111\end{array}\quad \oplus\begin{array}{c}01001\\ \underline{11001}\\ 10000\end{array}\quad \oplus\begin{array}{c}01001\\ \underline{11010}\\ 10011\end{array}\quad \oplus\begin{array}{c}01001\\ \underline{11100}\\ 10101\end{array}$$

Таким чином одержуємо такі 10 комбінацій, які знаходяться від комбінації A на кодовій відстані d = 3: 01110, 00010, 00100, 00111, 11010, 11100, 11111, 10000, 10011, 10101.

Приклад 5.3.

Побудувати всі комбінації n - елементного (розрядного) двійкового простого коду, які знаходяться від двійкової комбінації A на кодовій відстані $d = 2$, якщо $A = 10101$, $n = 5$.

Розв'язання. Для отримання комбінацій двійкового простого коду, які знаходяться на кодовій відстані $d = 2$ від комбінації A, треба до комбінації A додати за модулем 2 всі комбінації двійкового n -елементного ($n = 5$) простого коду з відповідною вагою ($w = 2$).

Загалом кількість відповідної ваги визначається з виразу $C_n^w = C_n^d$, тобто для $n = 5$ та $d = 2$:

$$C_5^2 = \frac{n!}{d!\,(n-d)!} = \frac{5!}{2!\,(5-2)!} = 10.$$

Додавання комбінацій виконуємо поелементно за модулем 2 без переносу. При цьому отримуємо 10 кодових комбінацій двійкового простого коду, які знаходяться від комбінації $A = 10101$ на кодовій відстані $d = 2$.

- **Двійкові коди, що виявляють помилки**

Особливість кодів, що виявляють помилки, полягає у тому, що кодові комбінації, які входять до складу таких кодів, відрізняються одна від одної кодовою відстанню не меншою за $d_{\min} = 2$.

Такі коди умовно можна розділити на двi групи:

- коди, в яких використовуються всі комбінації, але до кожної з них за обумовленим правилом додаються r перевірочних елементів,
- та коди, які одержують шляхом зменшення кількості дозволених комбінацій.

До першої групи кодів, що виявляють помилки, відносяться такі лінійні коди:

- з перевіркою на парність,
- з простим повторенням,
- інверсний (Бауера),
- кореляційний;

нелінійні коди:

- з перевіркою на непарність,
- код Бергера.

Прикладом коду другої групи є код з постійною вагою. Код з числом одиниць в комбінації, кратним трьом, може належати до першої або до другої групи кодів у залежності від методики його побудови.

Код з перевіркою на парність є найбільш поширеним кодом, який використовується для виявлення поодиноких помилок і всіх помилок непарної кратності. Код містить (n – 1) інформаційних та один перевірочний елемент і позначається як $(n, n-1)$-код.

Перевірочний елемент визначається як сума за модулем 2 всіх інформаційних елементів: $b_1 = \sum_{i=1}^{k} a_i$, тобто кодова комбінація коду утворюється доповненням комбінації k-елементного первинного коду одним елементом таким чином, щоб кількість одиниць у новому n-розрядному ($n = k + 1$) коді була парною. Код має кодову відстань $d_{\min} = 2$.

Для виявлення помилки на приймальному боці виконують перевірку на парність всієї прийнятої кодової комбінації за допомогою визначення кодового синдрому $s_1 = \sum_{i=1}^{n-1} a_i^* \oplus b_1^*$, де a_i^*, b_1^* – прийняті на приймальному боці відповідно інформаційні та перевірочний елементи.

Вважається, що при $s_1 = 0$ помилки в комбінації нема, при $s_1 = 1$ – помилка є. Код виявляє всі помилки непарної кратності.

Надмірність коду $R = 1 - k/(k+1) = 1/(k+1)$.

Код з перевіркою на непарність відрізняється від коду з перевіркою на парність тим, що кожна його кодова комбінація має непарне число одиниць, тобто додатковий перевірочний елемент формують виходячи з числа одиниць у первинній кодовій комбінації: ***при парному числі одиниць перевірочний елемент дорівнює одиниці, при непарному – нулю***. Для виявлення помилки в кодовій комбінації на приймальному боці виконується перевірка на непарність. Код є роздільним нелінійним кодом довжини n з $n-1$ інформаційними та одним перевірочним елементами і має таку ж спроможність виявлення помилки та надмірність, як і код з перевіркою на парність.

Код з простим повторенням (з повторенням без інверсії) є роздільним лінійним кодом. Код містить k інформаційних та $r = k$ перевірочних елементів. У цьому коді r перевірочних елементів є простим повторенням k інформаційних елементів первинної кодової комбінації: $b_i = a_i$, де $i = 1 \dots k$. Через те, що код має $d_{\min} = 2$, він може бути використаний для виявлення поодиноких помилок. Процедура виявлення помилок у прийнятій кодовій комбінації полягає у порівнянні однойменних інформаційних і перевірочних елементів. Їх незбіг говорить про наявність помилок у прийнятій комбінації. Код дозволяє виявити не тільки однократні помилки, а й деякі помилки більшої кратності, за винятком так званих "дзеркальних" помилок, коли в інформаційній і перевірочній послідовностях кодової комбінації в результаті дії завад спотворюються елементи, які знаходяться на однакових за номером розрядах.

Надмірність коду $R = 1 - \frac{k}{2k} = \frac{1}{2}$.

Приклад 5.4.

Закодувати комбінацію двійкового простого коду ($k = 7$) двійковими кодами, що виявляють помилки: *з **перевіркою на парність*** і ***простим повторенням***. Виявити однократну помилку та порівняти надмірності цих кодів.

Розв'язання. Кодова комбінація коду з перевіркою на парність буде мати вигляд: A_1 = 11101011, а коду з простим повторенням – A_2 = 11101011110101.

Нехай у комбінації коду з перевіркою на парність виникла однократна помилка, вектор якої E_1 = 00000100. Тоді сума $A_1 \oplus E_1$ = 11101111.

У цьому разі сума за модулем 2 елементів одержаної на приймальному боці кодової комбінації дорівнює 1, тобто непарна, що вказує на наявність у ній помилки. Надмірність коду R_1 = 1–7/8 = 0,125.

Нехай в комбінації коду з простим повторенням вектор однократної помилки буде E_2=00000100000000. Тоді сума $A_2 \oplus E_2$= 11101111110101. Порівнюючи першу і другу частини кодової комбінації (одержуючи їх суму за модулем 2), отримаємо остачу, яка не буде дорівнювати нулю (1110111⊕1110101 = 0000010), що вказує на наявність помилки у прийнятій кодовій комбінації. Надмірність коду R_2 = 0,5. Таким чином $R_2 > R_1$.

Код з числом одиниць у комбінації, кратним трьом, можна утворити

- або шляхом додавання до кожної комбінації первинного коду двох перевірочних елементів,
- або зменшенням кількості дозволених кодових комбінацій первинного коду за допомогою накладання додаткової умови – кількість одиниць у кожній комбінації повинна бути кратною трьом $(0,3,6,\dots)$.

У першому випадку до первинної кодової комбінації додаються два перевірочні розряди, які мають такі значення, що сума одиниць у кодовій комбінації стає кратною трьом. Так, наприклад, комбінація первинного коду закодована кодом з числом одиниць, кратним трьом, буде мати вигляд , комбінація

,

,

,

,

,

тощо.

У другому випадку з усіх кодових комбінацій первинного коду вибирають тільки ті комбінації, які мають вагу $w = 0,3,6,9,\dots$. Всі інші комбінації заборонені для вживання.

Код дозволяє виявити всі поодинокі помилки та деякі помилки більшої кратності.

Здатність коду виявляти помилкові комбінації майже така ж, як і коду з постійною вагою.

Надмірність коду з доповненням до необхідної кількості одиниць (кратності): $R = 1 - \frac{k}{k+2}$, а для коду, який утворюється шляхом відбору комбінацій з відповідною кількістю одиниць з повного числа комбінацій простого коду:

$$R = 1 - \frac{\log_2\left(C_n^0 + C_n^3 + C_n^6 + \cdots + C_n^{3b}\right)}{n},$$

де b – ціла частина $\frac{n}{3}$.

Інверсний код (код Бауера) є роздільним лінійним кодом з повторенням з інверсією, який має k інформаційних та k перевірочних елементів. Його відмінність від коду з простим повторенням полягає у тому, що значення перевірочних елементів у ньому залежать від значення суми за модулем 2 всіх інформаційних елементів. При $\sum_{i=1}^{k} a_i = 0$, тобто при парному числі одиниць у первинній кодовій комбінації перевірочні елементи просто повторюють інформаційні ($b_i = a_i$, де $i = 1 \dots k$). При $\sum_{i=1}^{k} a_i = 1$ тобто при непарному числі одиниць у первинній кодовій комбінації, перевірочні елементи повторюють інформаційні в інвертованому вигляді (у зворотному коді): $b_i = a_i \oplus 1$, де $i = 1 \dots k$.

Для виявлення помилок декодером у послідовності, що складається з елементів, спочатку підсумовують одиниці, які знаходяться у перших k елементах. Якщо їх кількість парна, решта k елементів приймається у позитиві. Обидві зареєстровані частини кодової комбінації поелементно порівнюються (перший елемент з першим, другий – з другим і т.д.). При наявності хоча б одного незбігу вся послідовність елементів бракується. Якщо кількість одиниць серед перших k елементів прийнятої комбінації непарна, решта k елементів приймається у негативі (інвертуються). Після чого виконується поелементне порівняння. Наявність незбігу призводить до відбракування кодової комбінації. Така побудова коду дозволяє виявити дуже багато варіантів спотворення елементів.

Надмірність коду $R = 1 - \frac{k}{2k} = \frac{1}{2}$.

Приклад 5.5.

Закодувати комбінацію 01000 двійкового простого коду (k=5) двійковими кодами, що виявляють помилки: з числом одиниць у комбінації, ***кратним трьом***, та ***інверсним*** (***Бауера***). Виявити однократну помилку і порівняти надмірності цих кодів.

Розв'язання. Кодова комбінація коду з числом одиниць, кратним трьом, буде мати вигляд: A_1=0100011, а інверсного коду – A_2=0100010111.

Нехай у комбінації коду з числом одиниць, кратним трьом, виникла однократна помилка, вектор якої E_1=0000100. Тоді сума $A_1 \oplus E_1$=0100111. У цьому разі вага одержаної кодової комбінації w^*=4, тобто відрізняється від w=3, що вказує на наявність у ній помилки. Надмірність коду R_1 = 1– 5/7=2/7.

Нехай у комбінації інверсного коду виникла однократна помилка, вектор якої E_2=0000100000. Тоді сума $A_2 \oplus E_2$=0100110111. У декодері виконується перевірка кількості одиниць у першій половині кодової комбінації, яка дорівнює 2. Це означає, що друга половина комбінації повинна прийматися у позитиві (без інверсії). Порівнюючи першу і другу (неінвертовану) частини прийнятої кодової комбінації одержимо незбіг у чотирьох розрядах, що вказує на наявність у ній помилки. Надмірність коду R_2 = 0,5. Таким чином $R_2 > R_1$.

Кореляційний код передбачає кодування кожного елемента первинної кодової комбінації. При цьому "0" записується як "01", а "1" – як "10". Так, наприклад, первинній кодовій комбінації 100101 буде відповідати комбінація кореляційного коду. В технічній літературі такий двійковий запис дуже часто називають Манчестер - код. Приймальний пристрій на кожному такті, який складається з двох сусідніх елементів кореляційного коду, 0 [1 1 [0

повинен зафіксувати перехід або . У разі прийняття двох нулів або двох одиниць приймальний пристрій фіксує наявність помилки.

Такий код дозволяє виявляти помилки будь-якої кратності у кожній парі елементів одного такту, але не здатний виявити так звані "дзеркальні" двократні помилки, коли сусідні елементи одного такту під впливом завад змінюються на протилежні.

Надмірність коду $R = 1 - \frac{k}{2k} = \frac{1}{2}$.

До переваг коду можна віднести, крім відсутності постійної складової у напрузі кодованого сигналу при передачі одиниць та нулів по каналу зв'язку імпульсами постійного струму різної полярності, також можливість самосинхронізації генератора приймача, тому що приймання кожного біта супроводжується фронтом сигналу, який приймається, у центрі біта.

Приклад 5.6.

Закодувати комбінацію 010101 двійкового простого коду ($k = 6$) двійковими кодами, що виявляють помилки: *з **перевіркою на непарність*** і ***кореляційним***. Виявити однократну помилку та порівняти надмірності цих кодів.

Розв'язання. Кодова комбінація коду з перевіркою на непарність буде мати вигляд: A_1=0101010, а кореляційного – A_2=011001100110.

Нехай у комбінації коду з перевіркою на непарність виникла однократна помилка, вектор якої E_1=0000100. Тоді сума $A_1 \oplus E_1$=0101110. У декодері перевіряється за модулем 2 сума елементів одержаної кодової комбінації. У цьому разі вона буде дорівнювати 0, тобто парна, що вказує на наявність в комбінації помилки. Надмірність коду $R_1 = 1 - \frac{6}{7} = \frac{1}{7}$.

Нехай у комбінації кореляційного коду виникла однократна помилка, вектор якої E_2=000010000000. Тоді сума $A_2 \oplus E_2$= 011011100110. Як відомо, декодування кодової комбінації у декодері ведуть тактами по два елементи у кожному такті. При цьому два елементи одного такту не повинні мати однакове значення, тобто не повинно бути сполучень 00 та 11. У даному разі у третьому такті (парі елементів) буде отримано сполучення 11, що вказує на наявність помилки у прийнятій комбінації. Надмірність коду R_2= 0,5. Таким чином $R_2 > R_1$.

Код Бергера є найбільш поширеним з несистематичних кодів. У такому коді перевірочні елементи, які дописуються у кінці первинної кодової комбінації, – це ***інвертований запис двійкового числа, яким записується сума одиниць у кодовій комбінації k–елементного первинного коду, що кодується кодом Бергера***. При цьому число *r* перевірочних елементів визначається як найменше ціле, для якого виконуються умови $r \geq \log_2(k+1)$. Так, наприклад, при $k = 8$, отримаємо , тобто $r = 4$.

Для виявлення помилки у декодері виконується операція підрахунку числа одиниць в інформаційній частині прийнятої кодової комбінації. Це число записується у двійковій формі, інвертується і порівнюється з перевірочною частиною прийнятої кодової комбінації. Їх незбіг вказує на наявність помилки.

Надмірність коду $R = 1 - \frac{r}{n}$.

Код з постійною вагою, тобто з постійним числом одиниць та нулів у комбінаціях, часто називають кодом на одне сполучення. Загальна кількість кодових комбінацій коду з постійною вагою

$$N = C_n^m = \frac{n!}{m!\,(n-m)!}$$

де m – число одиниць у комбінації довжини n .

Такий код утворюється з простого двійкового коду відбором комбінацій, які мають однакову кількість одиниць *m*. У декодері підраховується кількість одиниць у прийнятій кодовій комбінації. Невідповідність кількості одиниць числу m говорить про наявність помилки у кодовій комбінації.

Код з постійною вагою має мінімальну кодову відстань $d_{\min} = 2$ і виявляє всі помилки непарної кратності, а також всі помилки парної кратності, які призводять до порушення умови $m = const$.

Надмірність коду $R = 1 - \frac{log_2 C_n^m}{n}$ n.

Задача на самостійну роботу

Закодувати комбінацію A двійкового простого коду двійковими кодами, що виявляють помилки, згідно варіанта, поданого в таблиці 5.1. Показати на прикладі виявлення помилок, кількість яких визначається заданим варіантом, та порівняти надмірності цих кодів.

Таблиця 5.1.

№ варі-анта	Первинна кодова комбінація *A* двійкового простого коду	Двійковий код, що виявляє помилки	Кількість помилок, яка виявляється першим / другим кодом
1	100101010100	ПРП, КБ	1/1
2	11101101101	ПРН, ПП	1/1
3	11011010	КК, КБ	1/1
4	0000011100	ПВ(4), ПП	1/1
5	0000011000	ПВ(3), ОКЗ	1/1
6	10111101011	ІК, КБ	3/1
7	11101010101	ІК, ПП	3/1
8	0011101100	ІК, КК	3/1
9	11000010100	ІК, ПВ(5)	3/1
10	00101010100	ПВ(6), ПРП	1/1
11	100101010100	ПВ(5), ПРН	1/1
12	101111010	КК, ПП	1/1
13	1110010111	КК, КБ	1/1
14	100101011110	ПРП, ПП	1/1
15	100101010100	ПРН, ОКЗ	1/1
16	110000101011	ІК, КБ	3/1
17	010101010101	ІК, ПП	3/1
18	1011101101	ІК, КБ	3/1
19	1100001011	ІК, ПВ(5)	3/1
20	1000000101	ПВ(4), ПРП	1/1
21	1001010101	ПВ(7), ПРН	1/1
22	10111	КК, ПП	1/1
23	11100101	КК, ОКЗ	1/1
24	100101011110	ПРП, ПП	1/1
25	100101010100	ПРН, ОКЗ	1/1

Умовні позначення двійкових кодів, що виявляють помилки: ПРП – з перевіркою на парність; ПРН – з перевіркою на непарність; ПП – з простим повторенням; ІК – інверсний; КК – кореляційний; КБ – Бергера; ОК3 – з числом одиниць, кратним трьом; ПВ(w) – з постійною вагою w.

Контрольні питання

1. Якими є основні інформаційні характеристики дискретних джерел повідомлень?
2. Як можна класифікувати коди?
3. Що належить до основних характеристик кодів?
4. Як утворюється код з перевіркою на парність?
5. Як утворюється код з перевіркою на непарність?
6. Як утворюється код з простим повторенням?
7. Як утворюється інверсний код (код Бауера)?
8. Як утворюється кореляційний код?
9. Як утворюється код Бергера?
10. Як утворюється код з постійною вагою?
11. Як утворюється код з числом одиниць у комбінації, кратним трьом?
12. До якої групи належать коди, якщо у кодових комбінаціях не відокремлюються інформаційні та перевірочні елементи?
13. Якою буде надмірність коду, якщо алфавіт дискретного джерела інформації налічує 64 символи, які кодуються в кодері рівномірним двійковим завадостійким кодом довжиною n=10?
14. Якою є кодова відстань між комбінаціями $A = 01011$, $B = 11101$?
15. Якою повинна бути мінімальна кодова відстань для кодів, що виявляють 3 помилки?
16. Якою повинна бути мінімальна кодова відстань для кодів, що виправляють 3 помилки?
17. Закодувати комбінацію двійковим кодом, що виявляє помилки, з перевіркою на парність.
18. Закодувати комбінацію двійковим кодом Бауера, що виявляє помилки.
19. Закодувати комбінацію двійковим кодом, що виявляє помилки, з перевіркою на непарність.
20. Закодувати комбінацію двійковим кореляційним кодом, що виявляє помилки.
21. Закодувати комбінацію двійковим несистематичним кодом Бергера, що виявляє помилки.
22. Закодувати комбінацію двійковим кодом з числом одиниць у комбінації, кратним трьом, що виявляє помилки.