

МІНІСТЕРСТВО ВНУТРІШНІХ СПРАВ УКРАЇНИ

Харківський національний університет внутрішніх справ

Кафедра педагогіки та психології факультет № 3

**МЕТОДИЧНІ МАТЕРІАЛИ
ДО ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ**

навчальної дисципліни «**МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ В
ПСИХОЛОГІЇ**» обов'язкових компонент
освітньої програми першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
за спеціальністю 053 Психологія (психолог ювенальної превенції)

Харків 2023

ЗАТВЕРДЖЕНО

Науково-методичною радою
Харківського національного
університету внутрішніх справ
Протокол від 21.12.2023 № 11

СХВАЛЕНО

Вченою радою факультету № 3
Протокол від 20.12.2023 № 13

ПОГОДЖЕНО

Секцією науково-методичної ради
з гуманітарних та соціально-
економічних дисциплін ХНУВС
Протокол від 21.12.2023 № 11

Розглянуто на засіданні кафедри педагогіки та психології
(Протокол від 14.12.2023 № 20)

Розробники:

професор кафедри педагогіки та психології, кандидат психологічних наук,
доцент факультету № 3 ХНУВС Харченко С.В.

Рецензенти:

1. начальник кафедри психології та педагогіки гуманітарного факультету
НАНГУ, кандидат психологічних наук, доцент Ларіонов С.О.
2. доцент кафедри педагогіки та психології факультету № 3 ХНУВС,
кандидат психологічних наук, доцент Доценко В.В.

**1. Розподіл часу навчальної дисципліни за темами
(денна форма навчання)**

Номер та найменування теми	Кількість годин відведених на вивчення навчальної дисципліни						Вид контролю
	Всього	з них:					
		лекції	Семінарські заняття	Практичні заняття	Лабораторні заняття	Самостійна робота	
Семестр № 6							
Тема № 1 <i>Вимірювання в психологічних дослідженнях</i>	8			4		4	залік
Тема № 2 <i>Впорядкування даних психологічного дослідження</i>	6			2		4	
Тема № 3 <i>Міри центральної тенденції і мінливості</i>	12			6		6	
Тема № 4 <i>Змінні та їх розподіл</i>	12			6		6	
Тема № 5 <i>Перевірка статистичних гіпотез, міри відмінності</i>	36			18		18	
Тема № 6 <i>Міри зв'язку</i>	16			8		8	
Всього за семестр № 6	90			44		46	

2. Методичні вказівки до практичних занять

Тема № 1: Вимірювання в психологічних дослідженнях

Практичне заняття 1. Методи одновимірного шкалювання

Навчальна мета заняття: закріпити й поглибити розуміння здобувачів вищої освіти про математичні методи в психологічних дослідженнях.

Час проведення: 2 години

Місце проведення: навчальна аудиторія.

Навчальні питання:

1. Методи одновимірного шкалювання.
2. Шкала найменувань.

Література, матеріально-технічне та методичне забезпечення

1. Климчук В.О. Математичні методи у психології. Навчальний посібник для студентів психологічних спеціальностей. Київ : Освіта України. 2019.
2. Руденко В. М., Руденко Н. М. Математичні методи в психології. Київ : Академвидав, 2019.

План проведення заняття

I Порядок проведення вступу

Одновимірною є шкала, яка характеризує тільки одну просту психологічну ознаку (ще кажуть: змінну, характеристику). Така шкала містить усі можливі значення даної психологічної ознаки.

До методів одновимірного шкалювання належать методи бальних оцінок, метод попарних порівнянь, методи прямих оцінок, такі, як метод суб'єктивно рівних інтервалів, метод оцінки величини та ін.

Різні методи одновимірного шкалювання дають можливість будувати шкали різних типів: порядкові, інтервалів, відношень..

Методи бальних оцінок є методами порядкового шкалювання, проте в деяких випадках вони дають можливість побудувати шкалу, сильнішу, ніж порядкова.

Процедура побудови порядкових шкал досить проста й стабільна. Її широко використовують як у прикладних розділах психології, так і в наукових дослідженнях.

До методів бальних оцінок належать методи графічного шкалювання, шкалювання з використанням стандартів, числові методи. Спільним для цих методів є приписування стимулам чисел відповідно до порядку їх розподілу.

Шкала — це система символів, якими вимірюють або оцінюють ту чи іншу величину. Основними типами шкал є шкали найменувань, порядку, інтервалів і відношень. Конкретні шкали не завжди просто віднести до того чи іншого типу. Шкали найменувань і порядку є якісними шкалами (ще кажуть: категоріальні, атрибутивні шкали), а інтервальні й відношень — кількісними шкалами (ще кажуть: числові шкали). Відповідно їх ще називають неметричними й метричними шкалами. Таким чином, в психології існує два підходи до психологічних вимірювань: неметричний (менш строгий) і метричний (більш строгий).

Шкала найменувань (ще кажуть: номінативна, номінальна, класифікаційна) — це шкала, яка класифікує за назвою. Вона встановлює відповідність об'єкта тому чи іншому класові за певною властивістю. Назва не вимірюється кількісно, а лише дає можливість відрізнити один об'єкт від іншого.

При побудові шкал найменувань кожен елемент деякої множини об'єктів має бути віднесений лише до одного класу об'єктів.

Найпростішим випадком шкали найменувань є дихотомічна шкала (ще кажуть: номінативно-дихотомічна) — ділить значення ознаки на два класи, які утворюються за логічною ознакою: “А” — “не А”.

Якщо використовується шкала найменувань, то класам об'єктів (для їхнього позначення) можна приписувати будь-які символи: числа, букви чи інші знаки. У разі використання чисел для позначення (тобто числа є лише символами) класів чи окремих об'єктів над цими числами не можна

виконувати ніяких арифметичних операцій (додавання, віднімання, множення, ділення).

Порядкова шкала (ще кажуть: ординальна, рангова) шкала поряд з відношенням еквівалентності встановлює відношення порядку. Ця шкала класифікує за принципом “більше — менше”: класи впорядковуються за зростанням чи спаданням значень вимірюваної ознаки і їх не можна переставляти місцями (у розглянутій вище шкалі найменувань не мало значення, в якому порядку розміщуються класи).

У порядковій шкалі має бути не менше 3 класів.

Класам можна приписувати словесні позначення (наприклад, “високий”, “середній”, “низький”) або числові (наприклад, “1-й клас”, “2-й клас”, “3-й клас”).

Усі психологічні методи, які базуються на рангуванні, застосовують шкали порядку. Ранжування може бути звичайним і примусовим.

При звичайному ранжуванні кількість рангів може відрізнятися від кількості досліджуваних об’єктів.

Якщо кількість рангів дорівнює кількості впорядковуваних об’єктів, то таке ранжування називається примусовим.

II Порядок проведення основної частини

1. Здобувачі вищої освіти визначають який тип шкал в наведених викладачем прикладах (найменувань або порядкова шкала).

2. Здобувачі вищої освіти наводять власні приклади шкали найменувань або порядкової шкали.

Здобувачі вищої освіти визначають поріг слухової чутливості.

III Порядок проведення заключної частини

В групі необхідно наприкінці заняття обговорити утруднення, які виникають при первинній обробці результатів експерименту.

Тема № 1: Вимірювання в психологічних дослідженнях

Практичне заняття 2. Стандартизовані інтервальні шкали та шкала відношень.

Навчальна мета заняття: закріпити й поглибити розуміння здобувачів вищої освіти про математичні методи в психологічних дослідженнях.

Час проведення: 2 години

Місце проведення: навчальна аудиторія.

Навчальні питання:

1. Стандартизовані інтервальні шкали.
2. Шкала відношень.

Література, матеріально-технічне та методичне забезпечення

1. Климчук В.О. Математичні методи у психології. Навчальний посібник для студентів психологічних спеціальностей. Київ : Освіта України. 2019.
2. Руденко В. М., Руденко Н. М. Математичні методи в психології. Київ : Академвидав, 2019.

План проведення заняття

I Порядок проведення вступу

Стандартизовані інтервальні шкали.

У шкалі інтервалів для позначення об'єктів використовуються лише числа. За допомогою шкали інтервалів можна порівнювати два об'єкти для з'ясування, на скільки більше чи менше проявляється певна властивість в одного об'єкта, ніж в іншого. Отже, шкала інтервалів класифікує за принципом “більше на певну кількість одиниць— менше на певну кількість одиниць”.

За інтервальною шкалою вимірюється вік людини (коли людина з'являється на світ, то її абсолютний вік не дорівнює “істинному” нулеві).

У психології рівноінтервальними вважаються лише шкали в одиницях частин стандартного відхилення (середнього квадратичного відхилення) і процентильні шкали і то лише за умови, що розподіл значень у вибірці був

нормальним (“нормальність” розподілу можна перевірити за допомогою критерію χ^2 Пірсона, критерію Колмогорова або порівняти статистичні показники асиметрії й ексцесу з їхніми критичними значеннями)..

При побудові більшості інтервальних шкал застосовують правило “трьох сигм.

Найпоширенішими в практичній психодіагностиці стандартними рівноінтервальними шкалами є: шкала стенів, шкала станайнів, п’ятибальна шкала, шкала z-оцінок, шкала Т-балів, шкала стандартних IQ-показників, а також процентильна шкала. При використанні цих шкал здійснюється перехід від “сирих” балів (первинних показників тестів) до балів стандартної шкали. Використання стандартних шкал дає можливість порівнювати результати різних дослідників, одержаних за різними методиками.

Для переходу до стандартних шкал треба за емпіричними (тобто вибірковими дослідними) даними знайти оцінки середнього арифметичного значення (математичного сподівання) a і стандартного відхилення (середнього квадратичного відхилення) σ :

$$a = \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}; \quad \sigma = S = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}.$$

Шкала відношень (ще кажуть: рівних відношень, пропорційна шкала) — це метрична шкала, для якої встановлена можливість порівняння попарних відношень. На цій шкалі обов’язково має бути точка абсолютного (“істинного”) нуля, тобто фіксований початок відліку. У шкалі відношень, як і в шкалі інтервалів, для позначення об’єктів використовують лише числа. Шкала відношень класифікує об’єкти пропорційно до міри вираження вимірюваної властивості.

У шкалі відношень у нульовій точці вимірювана ознака повністю відсутня. Нульовою точкою у психології є поріг абсолютної чутливості.

Абсолютний нуль також має місце при підрахунках кількостей об'єктів.

У психологічних дослідженнях широко застосовуються вимірювання, які дають можливість встановлювати кількісні зв'язки між психологічними ознаками і формулювати психологічні закони.

II Порядок проведення основної частини

1. Здобувачі вищої освіти визначають який тип шкал в наведених викладачем прикладах (інтервальні шкали або шкала відношень).

2. Здобувачі вищої освіти наводять власні приклади інтервальних шкал або шкали відношень.

III Порядок проведення заключної частини

Підбивається підсумок заняття.

Тема № 2: Впорядкування даних психологічного дослідження

Практичне заняття. Впорядкування даних психологічного дослідження

Навчальна мета заняття: сформулювати у здобувачів вищої освіти навичок щодо впорядкування даних в психологічних дослідженнях.

Час проведення: 2 години

Місце проведення: навчальна аудиторія.

Навчальні питання:

1. Таблиці частот та відсотків.
2. Полігон частот, гістограми, графіки, діаграми.

Література, матеріально-технічне та методичне забезпечення

1. Климчук В.О. Математичні методи у психології. Навчальний посібник для студентів психологічних спеціальностей. Київ : Освіта України. 2019.

2. Руденко В. М., Руденко Н. М. Математичні методи в психології. Київ : Академвидав, 2019.

План проведення заняття

I Порядок проведення вступу

Рівні інтерпретації даних експериментального дослідження:

- змістовий, який передбачає якісний аналіз сукупності емпіричних об'єктів і стосунків між ними, побудову моделі реальності;
- формальний, який полягає у кількісному аналізі сукупності результатів вимірів, коли кожному об'єкту приписується певний формальний символ таким чином, щоб зв'язки між елементами системи відображали відповідні відношення між емпіричними об'єктами.

Першим кроком обробки є упорядкування даних, тобто їх класифікація і групування через табулювання (складання таблиць, в яких результати розбиті по групах “сирих” значень, частот або відсотків), геометричне зображення залежностей між змінними (побудова полігонів частот, гістограм, графіків, графів, діаграм тощо).

II Порядок проведення основної частини

1. Здобувачі вищої освіти складають таблиці частот та відсотків, за даними, які пропонуються викладачем.
2. Здобувачі вищої освіти геометрично відображають залежності між змінними шляхом побудови полігонів частот, гістограм, графіків, графів, діаграм.

III Порядок проведення заключної частини

В групі необхідно наприкінці заняття обговорити утруднення, які виникають при первинній обробці результатів експерименту.

Тема № 3: Міри центральної тенденції і мінливості

Практичне заняття 1. Міри центральної тенденції

Навчальна мета заняття: закріпити й поглибити розуміння здобувачів вищої освіти про міри центральної тенденції.

Час проведення: 2 години

Місце проведення: навчальна аудиторія.

Навчальні питання:

1. Мода.

2. Медіана.
3. Середнєарифметичне.
4. Квантілі.

Література, матеріально-технічне та методичне забезпечення

1. Андрійчук І.П Математична статистика для психологів. Навчально-методичний посібник. Тернопіль: ТНПУ ім. В. Гнатюка, 2011.
2. Горкавий В. К., Ярова В. В. Математична статистика: Навчальний посібник. Київ : ВД «Професіонал», 2014.
3. Климчук В.О. Математичні методи у психології. Навчальний посібник для студентів психологічних спеціальностей. Київ : Освіта України. 2019.
4. Літнарівч Р.М. Основи математичної статистики у психології : Навчальний посібник. Ч.3. Рівне : МEGУ, 2016.
5. Математико-статистичні методи в соціології та психології : Навч. посіб. / А. Б. Телейко, Р. К. Чорней. Київ : МАУП, 2017.
6. Руденко В. М., Руденко Н. М. Математичні методи в психології. Київ : Академвидав, 2019.

План проведення заняття

I Порядок проведення вступу

При інтерпретації даних, одержаних за допомогою порядкової шкали, можна як характеристики центральної тенденції використовувати моду M_o і медіану M_e (частіше використовують медіану); для характеристики розсіювання — проценти́лі або півмі́жквартильні відхилення Q .

При інтерпретації даних, виміряних за інтервальною шкалою, як характеристики центральної тенденції можна використовувати моду M_o , медіану M_e , квантілі, середнє арифметичне M (частіше застосовують середнє арифметичне) і середнє квадратичне значення S ; для оцінки розсіювання — дисперсію D чи стандартне відхилення σ .

Коефіцієнти асиметрії A_s й ексцесу E_x дають можливість оцінити відхилення розподілу досліджуваної ознаки від нормального, на який найчастіше посилаються в психологічних дослідженнях. Також можна знаходити й інші числові характеристики розподілу.

При інтерпретації даних, виміряних за шкалою відношень, як характеристики центральної тенденції можна використовувати моду M_o , медіану M_e , квантилі, середнє арифметичне M і середнє квадратичне значення S , а також розраховувати геометричні G й гармонічні H середні; для оцінки розсіювання — дисперсію D чи стандартне відхилення σ , а також коефіцієнт варіації V . Можна обчислювати коефіцієнти асиметрії A_s й ексцесу E_x , інші параметри розподілу. Для оцінки величини статистичного зв'язку між відносними змінними застосовують коефіцієнт лінійної (парної) кореляції Пірсона r_{xy} . Дані, одержані за шкалою відношень, можна обробляти за допомогою як непараметричних, так і параметричних статистичних методів.

Мода M_o — обчислюється для шкал найменувань, порядку, інтервальних і відношень. Мода — значення ознаки, яке найчастіше трапляється в даній сукупності.

Це єдина міра центральної тенденції, яку можна застосовувати для характеристики класифікаційних ознак (шкала найменувань). Якщо досліджувана сукупність складається з кількох груп і для кожної групи знайдено значення моди, то ці значення не можуть бути використані для знаходження моди всієї сукупності. Загальну моду треба знаходити на основі результатів для всієї сукупності.

Медіана M_e (ще кажуть: серединне значення) — обчислюється для шкал порядку, інтервальних і відношень. Медіана — це значення ознаки, яке ділить розподіл (площу під кривою розподілу) на дві рівні частини.

Якщо досліджувана сукупність складається з кількох груп і для кожної групи знайдено значення медіани, то ці значення не можуть бути використані для знаходження медіани всієї сукупності.

Квантилі — обчислюються для шкал порядку, інтервальних і відношень. Квантилі використовуються в прикладній математичній статистиці при обробці даних, зокрема при шкалюванні.

Квартилі ділять сукупність (а геометрично це означає, що площу гістограми чи площу під кривою розподілу) на 4 рівні частини, і їх є три: Q_1 , Q_2 , Q_3 ; *квінтилі* — на 5 рівних частин, і їх є чотири: K_1 , K_2 , K_3 , K_4 ; *децилі* — на 10, і їх є дев'ять: D_1 , D_2 , ..., D_9 ; *центилі* — на 100 частин, і їх є дев'яносто дев'ять: C_1 , C_2 , ..., C_{99} .

Середнє арифметичне значення M (ще кажуть: середня арифметична величина, середня арифметична; позначають також \bar{x}) — обчислюється для інтервальних шкал і шкал відношень.

Найчастіше, коли кажуть про середні значення, мають на увазі середнє арифметичне. Але середнє арифметичне треба використовувати тільки для досить однорідної сукупності (наприклад, не має смислу середня температура по лікарні).

На значення середнього арифметичного впливають всі значення ознаки (у тому числі й крайні). Для *дискретного розподілу середнє арифметичне значення* обчислюють за формулами:

$$M = \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k n_i x_i}{n} = \sum_{i=1}^k w_i x_i,$$

де $n = n_1 + n_2 + \dots + n_k$ — обсяг вибірки, k — кількість різних варіант, x_i — значення варіант, n_i — частоти (ваги) варіант, $w_i = \frac{n_i}{n}$ — відносні частоти варіант.

II Порядок проведення основної частини

1. Здобувачі вищої освіти проводять розрахунки моди заданих викладачем даних.
2. Здобувачі вищої освіти проводять розрахунки медіани заданих викладачем даних.
3. Здобувачі вищої освіти проводять розрахунки середнєарифмітичного заданих викладачем даних.
4. Здобувачі вищої освіти проводять розрахунки квантилів заданих викладачем даних.

III Порядок проведення заключної частини

Підбивається підсумок заняття.

Тема № 3: Міри центральної тенденції і мінливості

Практичне заняття 2. Міри центральної тенденції

Навчальна мета заняття: закріпити й поглибити розуміння здобувачів вищої освіти про міри центральної тенденції.

Час проведення: 2 години

Місце проведення: навчальна аудиторія.

Навчальні питання:

1. Асиметрія
2. Ексцес

Література, матеріально-технічне та методичне забезпечення

1. Андрійчук І.П Математична статистика для психологів. Навчально-методичний посібник. Тернопіль: ТНПУ ім. В. Гнатюка, 2011.
2. Горкавий В. К., Ярова В. В. Математична статистика: Навчальний посібник. Київ : ВД «Професіонал», 2014.
3. Климчук В.О. Математичні методи у психології. Навчальний посібник для студентів психологічних спеціальностей. Київ : Освіта України. 2019.
4. Літнарівч Р.М. Основи математичної статистики у психології : Навчальний посібник. Ч.3. Рівне : МЕГУ, 2016.

5. Математико-статистичні методи в соціології та психології : Навч. посіб. / А. Б. Телейко, Р. К. Чорней. Київ : МАУП, 2017.

6. Руденко В. М., Руденко Н. М. Математичні методи в психології. Київ : Академвидав, 2019.

План проведення заняття

I Порядок проведення вступу

Коефіцієнти асиметрії A_s й ексцесу E_x дають можливість оцінити відхилення розподілу досліджуваної ознаки від нормального, на який найчастіше посиляються в психологічних дослідженнях.

Асиметрія A_s — обчислюються для даних кількісних шкал (інтервалів чи відношень). Величину *асиметрії* обчислюють за формулою:

$$A_s = \frac{\mu_3}{\sigma^3}, \quad A_s = \frac{\sum_{i=1}^k n_i (x_i - M)^3}{n \sigma^3} = \frac{\sum_{i=1}^k w_i (x_i - M)^3}{\sigma^3},$$

Величина показника асиметрії A_s безрозмірна.

Ексцес E_x (також позначають: e_x , E_s , E_k , E), — обчислюються для даних кількісних шкал. *Ексцес* визначають так:

$$E_x = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3, \quad E_x = \frac{\sum_{i=1}^k n_i (x_i - M)^4}{n \sigma^4} - 3 = \frac{\sum_{i=1}^n w_i (x_i - M)^4}{\sigma^4} - 3,$$

Величина показника крутизни — ексцесу E_x безрозмірна.

II Порядок проведення основної частини

1. Здобувачі вищої освіти проводять розрахунки асиметрії заданих викладачем даних.

2. Здобувачі вищої освіти проводять розрахунки ексцесу заданих викладачем даних.

III Порядок проведення заключної частини

Підбивається підсумок заняття.

Тема № 3: Міри центральної тенденції і мінливості

Практичне заняття 3. Міри мінливості

Навчальна мета заняття: закріпити й поглибити розуміння здобувачів вищої освіти про математичні методи в психологічних дослідженнях.

Час проведення: 4 години

Місце проведення: навчальна аудиторія.

Навчальні питання:

1. Міжквартильний розмах
2. Варіаційний розмах
3. Дисперсія
4. Виправлена дисперсія

Література, матеріально-технічне та методичне забезпечення

1. Климчук В.О. Математичні методи у психології. Навчальний посібник для студентів психологічних спеціальностей. Київ : Освіта України. 2019.
2. Руденко В. М., Руденко Н. М. Математичні методи в психології. Київ : Академвидав, 2019.

План проведення заняття

I Порядок проведення вступу

Квантильні відхилення: міжквартильний розмах ΔQ — обчислюється для шкал порядку, а також інтервальних шкал і шкал відношень.

Між квартилями Q_1 і Q_3 міститься половина всіх значень ознаки. Тому своєрідною мірою розсіювання є величина $\Delta Q = Q_3 - Q_1$, яка називається *міжквартильним розмахом*.

Варіаційний розмах R (ще кажуть: розмах варіювання, розмах) — обчислюється для інтервальних шкал і шкал відношень. Це найпростіша міра відхилення.

Варіаційний розмах визначається лише крайніми значеннями ознаки

$$R = x_{\max} - x_{\min}$$

Дисперсія D (позначають також s^2 , σ^2), виправлена дисперсія S^2 і середнє квадратичне відхилення σ (ще кажуть: стандартне відхилення, стандарт, сигма; позначають також s) — обчислюються для інтервальних шкал і шкал відношень.

Дисперсія є середнім арифметичним значенням квадратів відхилень окремих значень ознаки від їх середнього арифметичного значення.

Дисперсія має розмірність, рівну квадратові розмірності ознаки, і

обчислюється за формулою:
$$D = \frac{\sum_{i=1}^k n_i (x_i - M)^2}{n} = \sum_{i=1}^k w_i (x_i - M)^2$$

II Порядок проведення основної частини

3. Здобувачі вищої освіти проводять розрахунки міжквартильного розмаху заданих викладачем даних.

4. Здобувачі вищої освіти проводять розрахунки варіаційного розмаху заданих викладачем даних.

5. Здобувачі вищої освіти проводять розрахунки дисперсії заданих викладачем даних.

6. Здобувачі вищої освіти проводять розрахунки виправленої дисперсії заданих викладачем даних.

III Порядок проведення заключної частини

Підбивається підсумок заняття.

Тема № 4: Змінні та їх розподіл

Практичне заняття 1. Залежні та незалежні змінні. Вибірка.

Навчальна мета заняття: закріпити й поглибити розуміння здобувачів вищої освіти про математичні методи в психологічних дослідженнях.

Час проведення: 2 години

Місце проведення: навчальна аудиторія.

Навчальні питання:

1. Залежні змінні та незалежні змінні.
2. Незалежні та залежні вибірки.

3. Стратегії побудови вибірки.

Література, матеріально-технічне та методичне забезпечення

1. Климчук В.О. Математичні методи у психології. Навчальний посібник для студентів психологічних спеціальностей. Київ : Освіта України. 2019.
2. Літнарівич Р.М. Основи математичної статистики у психології : Навчальний посібник. Ч.3. Рівне : МEGУ, 2016.
3. Математико-статистичні методи в соціології та психології : Навч. посіб. / А. Б. Телейко, Р. К. Чорней. Київ : МАУП, 2017.
4. Руденко В. М., Руденко Н. М. Математичні методи в психології. Київ : Академвидав, 2019.

План проведення заняття

I Порядок проведення вступу

Експеримент є методом вивчення впливу незалежної змінної на залежну за умови врахування проміжних і контролю (тобто дотримання константних характеристик) побічних змінних.

Змінна є будь-яким аспектом дійсності, який можна змінити, виявити ці зміни і зафіксувати їх в експерименті

II Порядок проведення основної частини

Здобувачі вищої освіти визначають залежні та незалежні змінні в запропонованих прикладах експериментів.

Здобувачі вищої освіти формулюють залежні та незалежні змінні для експерименту відповідно схемі.

Незалежні змінні:

– зміни в навколишньому середовищі (фізичному, коли змінюються сенсорні й просторово-часові умови, соціальному, коли задається присутність чи відсутність експериментатора або інших людей, соціально-психологічному, коли задаються особливості спілкування і взаємодії досліджуваного й експериментатора або групи досліджуваних тощо);

– особливості завдання, тобто тієї діяльності, на яку спрямовуються досліджувані завдяки стимульному матеріалу та інструкції; при цьому можуть змінюватися заохочення і покарання, засоби розв’язання, створюватися штучні перешкоди тощо; по-друге, варіації особистості:

– спровоковані зміни (біологічні, коли здійснюється вплив на фізіологічні чи психофізіологічні показники, наприклад, через вживання ліків, і психологічні, коли здійснюється вплив на установки чи мотивацію, наприклад, через класичне підкріплення — матеріальну зацікавленість);

– зміни, на які посилаються (наприклад, у диференціально-психологічних дослідженнях створюються кілька груп, які різною мірою представляють вираженість певних рис).

Залежні змінні: вербальні й невербальні параметри поведінки досліджуваного, які виступають опосередкованими показниками певних психічних якостей

Вибірка — це множина об’єктів або подій, вибраних за допомогою певної процедури з генеральної сукупності для участі в дослідженні. Зазвичай, обсяг генеральної сукупності великий, що робить прийняття до уваги всіх членів непрактичним або неможливим. Вибірка є множиною або сукупністю певного обсягу, члени якої збираються та статистичні характеристики обчислюються таким чином, що в результаті можна зробити висновки або екстраполяцію із вибірки на всю генеральну сукупність.

Звичайна ситуація дослідження, коли цікавить дослідника властивість вивчається на двох або більше вибірках з метою їх подальшого порівняння. Ці вибірки можуть перебувати в різних співвідношеннях - в залежності від процедури їх організації. Незалежні вибірки характеризуються тим, що ймовірність відбору будь-якого випробуваного однієї вибірки не залежить від відбору будь-якого з випробуваних інший вибірки. Навпаки, залежні вибірки характеризуються тим, що кожному випробуваному однієї вибірки поставлений у відповідність за певним критерієм випробуваний з іншої вибірки.

Найбільш типовий приклад залежних вибірок - повторне вимірювання властивості (властивостей) на одній і тій же вибірці після впливу (ситуація «до-після»). В цьому випадку вибірки (одна - до експериментального впливу, інша - після експериментального впливу) залежні в максимально можливій мірі, так як вони включають одних і тих же випробовуваних. Можуть бути і більш слабкі варіанти залежності. Наприклад, чоловіки - одна вибірка, їх дружини - інша вибірка. Або діти 5-7 років - одна вибірка, а їх батьки - інша.

Відбір груп для їх участі в психологічних експериментах здійснюється за допомогою різних стратегій, які потрібні для того, щоб забезпечити максимально можливе дотримання внутрішньої і зовнішньої валідності: рандомізація (випадковий відбір); попарний відбір; стратометричний відбір; наближене моделювання; залучення реальних груп.

Рандомізація, або випадковий відбір, використовується для створення простих випадкових вибірок. Ця стратегія ґрунтується на припущенні, що кожен член популяції з рівною імовірністю може потрапити у вибірку. Наприклад, щоб зробити випадкову вибірку з 100 здобувачів вищої освіти, можна скласти папірці з іменами всіх студентів, а потім дістати 100.

Попарний відбір — стратегія побудови груп вибірки, при якому групи випробовуваних складаються з суб'єктів/об'єктів, еквівалентних по значущих для експерименту побічних параметрах. Дана стратегія ефективна для експериментів з використанням експериментальних і контрольних груп з кращим варіантом у випадку психологічних дослідженнях — залученням близнюкових пар (моно- і дізиготних).

Стратометричний відбір — рандомізація з виділенням страт (або кластерів). При даному способі генеральна сукупність ділиться на групи (страти), що мають певні характеристики (у випадку психологічних досліджень — стать, вік, політичні погляди, освіта, рівень доходів тощо), і відбираються особи з відповідними характеристиками.

Наближене моделювання — узагальнення висновків про обмежену вибірку на більш широкую популяцію. Наприклад, при участі в дослідженні

студентів 2-го курсу ЗВО, дані цього дослідження розповсюджуються на «людей у віці від 17 до 21 року».

II Порядок проведення основної частини

Курсанти формують вибірку для психологічного дослідження.

III Порядок проведення заключної частини

В групі необхідно наприкінці заняття обговорити утруднення, які виникають при визначенні в експерименті змінних. Підбивається підсумок заняття.

Тема № 4: Змінні та їх розподіл

Практичне заняття 2. Порівняння двох дисперсій нормальних генеральних сукупностей (F-критерій Фішера-Снедекора).

Навчальна мета заняття: закріпити й поглибити розуміння здобувачів вищої освіти про математичні методи в психологічних дослідженнях.

Час проведення: 2 години

Місце проведення: навчальна аудиторія.

Навчальні питання:

1. Порівняння двох дисперсій нормальних генеральних сукупностей (F-критерій Фішера-Снедекора).

Література, матеріально-технічне та методичне забезпечення

1. Літнарів Р.М. Основи математичної статистики у психології : Навчальний посібник. Ч.3. Рівне : МЕНУ, 2016.

2. Математико-статистичні методи в соціології та психології : Навч. посіб. / А. Б. Телейко, Р. К. Чорней. Київ : МАУП, 2017.

3. Руденко В. М., Руденко Н. М. Математичні методи в психології. Київ: Академвидав, 2019.

План проведення заняття

I Порядок проведення вступу

Генеральні сукупності X і Y мають нормальні розподіли. Із цих генеральних сукупностей взято незалежні вибірки обсягів n_x і n_y і для них знайдено виправлені вибіркові дисперсії s_x^2 і s_y^2 .

Як правило, знайдені виправлені дисперсії s_X^2 і s_Y^2 відрізняються одна від одної. Нехай

$$s_X^2 > s_Y^2$$

(якщо буде виконуватися протилежна нерівність, то можна поміняти позначення генеральних сукупностей X і Y).

Але це розходження може бути зумовлене або різними випадковими причинами, наприклад, випадковим відбором об'єктів, або тим, що самі генеральні дисперсії різні. Треба встановити, значуще (суттєво) чи незначуще (несуттєво) відрізняються виправлені вибіркові дисперсії.

Для цього треба при заданому рівні значущості α перевірити нульову гіпотезу про рівність генеральних дисперсій:

$$H_0 : D(X) = D(Y).$$

Альтернативною гіпотезою може бути або гіпотеза

$$H_1 : D(X) > D(Y) ,$$

або гіпотеза

$$H_1 : D(X) \neq D(Y) .$$

Емпіричне значення критерію Фішера-Снедекора обчислюють за формулою:

$$F_{\text{емп}} = \frac{s_X^2}{s_Y^2} \quad (\text{де } s_X^2 > s_Y^2).$$

Для першого випадку (конкуруюча гіпотеза має вигляд $H_1 : D(X) > D(Y)$) будують правобічну критичну область. Критичну точку при заданому рівні значущості α і кількостях ступенів свободи $k_1 = n_X - 1$ і $k_2 = n_Y - 1$

$$F_{\text{кр}}(\alpha; k_1, k_2) = F_{\text{кр}}(\alpha; n_X - 1, n_Y - 1)$$

знаходять за таблицею критичних точок розподілу Фішера-Снедекора (див. додаток 2, таблиця 3).

Для другого випадку (конкуруюча гіпотеза має вигляд $H_1 : D(X) \neq D(Y)$) будують двобічну критичну область. При цьому досить знайти праву критичну область при рівні значущості, вдвічі меншому, ніж заданий, тобто

при $\frac{\alpha}{2}$. Отже, критичну точку при заданому рівні значущості α і кількостях ступенів свободи $k_1 = n_X - 1$ і $k_2 = n_Y - 1$

$$F_{\text{кр}}\left(\frac{\alpha}{2}; k_1, k_2\right) = F_{\text{кр}}\left(\frac{\alpha}{2}; n_X - 1, n_Y - 1\right)$$

знаходять за таблицею критичних точок розподілу Фішера-Снедекора.

Якщо $F_{\text{емп}} < F_{\text{кр}}$, то немає підстав для відхилення нульової гіпотези; якщо $F_{\text{емп}} \geq F_{\text{кр}}$, то нульову гіпотезу про рівність генеральних дисперсій відхиляють.

II Порядок проведення основної частини

Виконується завдання на порівняння двох дисперсій нормальних генеральних сукупностей (F-критерій Фішера-Снедекора).

III Порядок проведення заключної частини

Підбивається підсумок заняття.

Тема № 4: Змінні та їх розподіл

Практичне заняття 3. Критерії згоди та критерій кутового перетворення ϕ Фішера.

Навчальна мета заняття: закріпити й поглибити розуміння здобувачів вищої освіти про математичні методи в психологічних дослідженнях.

Час проведення: 2 години

Місце проведення: навчальна аудиторія.

Навчальні питання:

1. Критерій згоди χ^2 Пірсона.
2. Критерій Колмогорова про вигляд розподілу.
3. Критерій кутового перетворення ϕ Фішера.

Література, матеріально-технічне та методичне забезпечення

4. Климчук В.О. Математичні методи у психології. Навчальний посібник для студентів психологічних спеціальностей. Київ : Освіта України. 2009.

5. Літнарівич Р.М. Основи математичної статистики у психології : Навчальний посібник. Ч.3. Рівне : МЕНУ, 2016.

6. Математико-статистичні методи в соціології та психології : Навч. посіб. / А. Б. Телейко, Р. К. Чорней. Київ : МАУП, 2017.

7. Руденко В. М., Руденко Н. М. Математичні методи в психології. Київ: Академвидав, 2019.

План проведення заняття

I Порядок проведення вступу

Одним з найпоширеніших критеріїв згоди є критерій χ^2 Пірсона.

Критерій χ^2 дає можливість при заданому рівні значущості α перевірити на основі вибірових даних узгодженість розподілу випадкової величини X з будь-яким теоретичним розподілом. При цьому обсяг вибірки n має бути досить великим ($n \geq 50$ або принаймні $n \geq 30$). При $n < 30$ критерій дає досить наближені значення. При великих n точність критерію підвищується.

Критерій згоди Колмогорова значно простіший, ніж критерій χ^2 , але він має багато обмежень.

Так, при застосуванні критерію Колмогорова класи, для яких одержано емпіричні частоти, мають бути впорядкованими за зростанням чи спаданням значень досліджуваної ознаки і тому досліджувана ознака повинна мати тип не нижчий від порядкового. Теоретична функція розподілу $F(x)$, з якою порівнюється емпіричний розподіл частот, повинна бути неперервною. Крім того, функція теоретичного розподілу $F(x)$ має бути повністю відомою. На практиці це інколи трапляється: як правило, з теоретичних міркувань відомий тільки вигляд розподілу, а параметри визначаються за вибіровими даними. Заміна значень параметрів їхніми вибіровими оцінками вносить похибку і знижує точність критерію. Крім того, вважається, що критерій Колмогорова не можна застосовувати, якщо в теоретичну функцію розподілу $F(x)$ входять оцінки параметрів, знайдені за тою самою вибіркою, за якою обчислюється емпірична функція розподілу $F_n(x)$.

Критерій Фішера призначений для зіставлення двох вибірок по частоті даного дослідника ефекту (показника). Чим він більший, тим вірогідніше відмінності.

Критерій оцінює достовірність відмінностей між тими процентними долями двох вибірок, в яких зареєстрований цікавий для нас ефект (показник). Образно кажучи, ми порівнюємо між собою 2 кращих шматка, вирізані з 2-х пирогів, і вирішуємо, який з них дійсно більше.

Розрахунок критерію ϕ

1. Визначити ті значення ознаки, які будуть критерієм для поділу випробовуваних на тих, у кого «є ефект» і тих, у кого «немає ефекту».

2. Підрахувати кількість випробовуваних в першій групі, у яких «є ефект». Підрахувати кількість випробовуваних у другій групі, у яких «є ефект».

Визначити процентні частки випробовуваних, у яких "є ефект", шляхом віднесення їх кількості до загальної кількості випробовуваних в даній групі (вибірці). Перевірити, чи не дорівнює чи одна з зіставляються процентних часток нулю.

Якщо це так, спробувати змінити це, зсунувши точку поділу груп в ту чи іншу сторону. Якщо це неможливо або небажано, відмовитися від критерію ϕ і використовувати критерій χ^2 . Визначити по табл. додаток 1 величини кутів ϕ для кожної з зіставляються процентних часток. Підрахувати емпіричне значення ϕ за формулою:

$$\phi = (\phi_1 - \phi_2) \sqrt{n_1 * n_2 / (n_1 + n_2)}$$

де ϕ_1 - кут, відповідний більшою процентною часткою;

ϕ_2 - кут, відповідний меншою процентною часткою;

n_1 - кількість спостережень в вибірці 1;

n_2 - кількість спостережень в вибірці 2.

Зіставити отримане значення $\phi_{\text{емп}}$ з критичними значеннями: $\phi \leq 1,64$ ($p < 0,05$) і $\phi \leq 2,31$ ($p < 0,01$).

Якщо $\phi_{\text{емп}} \leq \phi_{\text{кр}}$. H_0 відкидається.

Обмеження критерію ϕ

1. Жодна з зіставляються часткою не повинна бути рівною нулю. Формально немає перешкод для застосування методу ϕ у випадках, коли частка спостережень в одній з вибірок дорівнює 0. Однак в цих випадках результат може виявитися невиправдано завищеними.

2. Верхня межа в критерії ϕ відсутня - вибірки можуть бути як завгодно великими.

Нижня межа - 2 спостереження в одній з вибірок. Однак слід дотримуватися таких співвідношення в чисельності двох вибірок:

а) якщо в одній вибірці всього 2 спостереження, то в другій повинно бути не менше 30:

б) якщо в одній з вибірок всього 3 спостереження, то в другій повинно бути не менше 7:

в) якщо в одній з вибірок всього 4 спостереження, то в другій повинно бути не менше 5: г) при $n_1, n_2 \geq 5$ можливі будь-які порівняння. В принципі можливо і зіставлення вибірок, що не відповідають цій умові, наприклад, із співвідношенням $n_1 = 2, n_2 = 15$, але в цих випадках не вдасться виявити достовірних відмінностей.

II Порядок проведення основної частини

Використовуючи критерій перевірити χ узгодженість розподілу випадкової величини X з теоретичним розподілом за вказівкою викладача.

Використовуючи ϕ - критерій кутового перетворення Фішера, оцінити істотність розбіжностей між відсотковими частками двох вибірок за вказівкою викладача.

Припустимо, нас цікавить, чи розрізняються дві групи студентів по успішності вирішення нової експериментальної завдання. У першій групі з 20 осіб з нею впоралися 12, а в другій вибірці з 25 осіб - 10. У першому випадку процентна частка розв'язали задачу складе $12/20 - 100\% = 60\%$, а в другій $10/25 - 100\% = 40\%$. Достовірно чи розрізняються ці процентні частки при

даних n_1 і n_2 ? Здавалося б, і "на око" можна визначити, що 60% значно вище 40%. Однак насправді ці відмінності при даних n_1 , n_2 недостовірні.

III Порядок проведення заключної частини

Підбивається підсумок заняття.

Тема № 5: Змінні та їх розподіл

Практичне заняття 1. Нульова гіпотеза. g-критерій знаків.

Навчальна мета заняття: закріпити й поглибити розуміння здобувачів вищої освіти про математичні методи в психологічних дослідженнях.

Час проведення: 2 години

Місце проведення: навчальна аудиторія.

Навчальні питання:

1. Нульова гіпотеза.
2. g-критерій знаків.

Література, матеріально-технічне та методичне забезпечення

1. Климчук В.О. Математичні методи у психології. Навчальний посібник для студентів психологічних спеціальностей. Київ : Освіта України. 2019.

2. Руденко В. М., Руденко Н. М. Математичні методи в психології. Київ : Академвидав, 2019.

План проведення заняття

I Порядок проведення вступу

Випадок залежних вибірок (ще кажуть: зв'язних вибірок) трапляється досить часто і виникає тоді, коли спостереження груп досліджуваних зв'язані між собою спільними умовами експерименту і групи формуються не випадково. Наприклад, впливові різних факторів піддається та сама вибірка досліджуваних; на тій самій групі досліджуваних апробуються різні методики; дослідження проводиться за тією ж методикою різними дослідниками тощо.

Нехай вибіркoві значення x_i і y_i ($i = \overline{1, n}$) попарно залежні, але, як правило, $x_i \neq y_i$. Це розходження може бути зумовлене або різними випадковими причинами, або тим, що самі генеральні середні значення $M(X)$ і $M(Y)$ різні. Треба встановити, значуще (суттєво) чи незначуще (несуттєво) відрізняються вибіркoві середні значення \bar{x} і \bar{y} .

Для цього треба при заданому рівні значущості α перевірити нульову гіпотезу про рівність генеральних середніх значень (математичних сподівань):

$$H_0 : M(X) = M(Y)$$

при конкуруючій гіпотезі:

$$H_1 : M(X) \neq M(Y) .$$

Критерій знаків - непараметричний критерій, тобто не використовує ніяких даних про характер розподілу, і може застосовуватися в широкому спектрі ситуацій, однак при цьому він може мати меншу потужність, ніж більш спеціалізовані критерії.

G-критерій знаків призначений для дослідження визначення напрямку зсуву в значеннях досліджуваної ознаки в двох вибірках. Критерій дозволяє визначити чи змінюються значення змінної при переході від одного виміру до іншого в бік поліпшення або сторону погіршення. Він не призначений для визначення інтенсивності зсувів.

Обмеження критерію: кількість осіб в обох вимірах має варіюватися від 5 до 300. Аналог Т-критерію Вілкоксона.

Для того, щоб розрахувати g-критерій знаків необхідно виконати наступний алгоритм:

1. Скласти таблицю значень двох вибірок.
2. Парно відняти від значень другої змінної значення першої змінної.
3. Підрахувати кількість нульових зрушень.
4. Виключити нульові зсуви з розгляду.

5. Підрахувати загальну кількість значень (без нульових зсувів).
Вважати це число як n .

6. Переконатися, що кількість значень у вибірці варіюється від 5 до 300.

7. Підрахувати кількість «негативних» і «позитивних» зсувів.
Вважати «типовими» ті зсув кількість яких більше.

8. Вважати емпіричним значенням G то кількість зсувів яких менше.

9. По таблиці критичних значень g -критерію знаків визначити $G_{кр}$.

10. Зіставити між собою $G_{кр}$ та $G_{емп}$. Якщо $G_{емп}$ менше $G_{кр}$, то зсув і «типову» сторону достовірний.

II Порядок проведення основної частини

Завдання 1. Нехай генеральні сукупності X і Y мають нормальні розподіли і генеральні дисперсії цих сукупностей хоч і невідомі, але рівні між собою. Із цих генеральних сукупностей взято незалежні вибірки невеликих обсягів $n_x = 14$ і $n_y = 16$. Нехай також знайдено $T_{емп} = 2,07$. Треба при заданому рівні значущості $\alpha = 0,05$ перевірити нульову гіпотезу про рівність генеральних середніх значень (математичних сподівань) $H_0 : M(X) = M(Y)$ при альтернативній гіпотезі $H_1 : M(X) \neq M(Y)$.

Завдання 2. Для двох незалежних вибірок, обсяги яких $n_x = 11$, $n_y = 14$, взятих з нормальних генеральних сукупностей X і Y , знайдено виправлені вибіркові дисперсії $s_x^2 = 1,34$ і $s_y^2 = 1,47$. При рівні значущості $\alpha = 0,02$ треба перевірити нульову гіпотезу $H_0 : D(X) = D(Y)$ про рівність генеральних дисперсій при конкуруючій гіпотезі $H_1 : D(X) \neq D(Y)$.

Завдання 3. Порівняйте рівень тривожності підлітків до і після тренінгу впевненості в собі.

№	Рівень тривожності (до тренінгу)	Рівень тривожності (після тренінгу)
1	15	14
2	14	11

3	16	17
4	18	19
5	21	20
6	21	18
7	20	15
8	15	17
9	17	14
10	13	12

III Порядок проведення заключної частини

Підбивається підсумок заняття.

Тема № 5: Перевірка статистичних гіпотез, міри відмінності

Практичне заняття 2. Критерій Манна-Уїтні.

Навчальна мета заняття: закріпити й поглибити розуміння здобувачів вищої освіти про математичні методи в психологічних дослідженнях.

Час проведення: 2 години

Місце проведення: навчальна аудиторія.

Навчальні питання:

1. Критерій Манна-Уїтні.

Література, матеріально-технічне та методичне забезпечення

1. Климчук В.О. Математичні методи у психології. Навчальний посібник для студентів психологічних спеціальностей. Київ : Освіта України. 2019.

2. Літнарівч Р.М. Основи математичної статистики у психології : Навчальний посібник. Ч.3. Рівне : МЕНУ, 2016.

3. Математико-статистичні методи в соціології та психології : Навч. посіб. / А. Б. Телейко, Р. К. Чорней. Київ : МАУП, 2017.

4. Руденко В. М., Руденко Н. М. Математичні методи в психології. Київ: Академвидав, 2019.

План проведення заняття

I Порядок проведення вступу

Критерій Манна-Уїтні передбачає, що розглянуті змінні виміряні в порядковій шкалі (ранжовані). Інтерпретація подібна інтерпретації результатів t-критерію для незалежних вибірок, за винятком того, що U критерій обчислюється, як сума індикаторів попарного порівняння елементів першої вибірки з елементами другої вибірки. U критерій - найбільш потужна (чутлива) непараметрична альтернатива t-критерію для незалежних вибірок; фактично, в деяких випадках він має навіть більшу потужність, ніж t-критерій.

Цей метод визначає, чи достатньо мала зона перехрещуються значень між двома рядами (ранжируваною поруч значень параметра в першій вибірці і таким же в другій вибірці). Чим менше значення критерію, тим імовірніше, що відмінності між значеннями параметра в вибірках достовірні.

У критерії Манна-Уїтні не накладаються обмеження на діапазон зміни значень ознак в обох вибірках, тобто не має значення взаємне розміщення досліджуваних вибірок.

При застосуванні критерію Манна-Уїтні обсяги вибірок мають задовольняти такі вимоги: $n_X \geq 3$ і $n_Y \geq 3$ або $n_X = 2$ і $n_Y \geq 5$. При цьому першою вважається та вибірка, яка за попередніми оцінками має більші значення.

Алгоритм підрахунку U-критерію Манна - Уїтні.

Скласти єдиний ранжируваний ряд з обох зіставляються вибірок, розставивши їх елементи за ступенем наростання ознаки і приписавши меншому значенню менший ранг. Загальна кількість рангів вийде рівним де - кількість елементів в першій вибірці, а- кількість елементів у другій вибірці.

Розділити єдиний ранжируваний ряд на два, що складаються відповідно з одиниць першої і другої вибірок. Підрахувати окремо суму рангів, що

припали на долю елементів першої вибірки, і окремо - на частку елементів другої вибірки. Визначити більшу з двох рангових сум (U_1), відповідну вибірці з елементами.

Визначити значення U-критерію Манна - Уїтні за формулою

По таблиці для обраного рівня статистичної значущості визначити критичне значення критерію для даних n_1 і n_2 . Якщо отримане значення менше табличного або дорівнює йому, то визнається наявність суттєвої різниці між рівнем ознаки в розглянутих вибірках. Достовірність відмінностей тим вище, чим менше значення.

II Порядок проведення основної частини

Припустимо, ми хочемо порівняти рівень інтелекту дітей в 7 «а» і 7 «б» класі середньої загальноосвітньої школи.

Крок 1. Занесем значення в таблицю.

7 «а»		7 «б»	
ПІБ досліджуваного	Бали IQ	ПІБ досліджуваного	Бали IQ
КТИ	112	БРИ	121
ВСИ	105	ДРО	120
МНИ	109	РНА	134
АНМ	90	ВРА	119
УРА	130	ГРА	115
ВФЫ	117	ДЖА	106
РКИ	117	ВЦК	107
ТРИ	125	ЮЕР	101

ТРК	134	ЖЕН	97
ТНК	109	КОР	117

Крок 2. Розташуємо всі значення в один ряд (2.1) і проранжиріуем їх (2.2).

ПІБ досліджуваного	Бали IQ (2.1)	Ранг (2.2)
РНА		
ТРК	134	$(1+2)/2=1,5$
УРА	130	3
ТРИ	125	4
БРИ	121	5
ДРО	120	6
ВРА	119	7
ВФЫ		
РКИ		
КОР	117	$(8+9+10)/3=9$
ГРА	115	11
КТИ	112	12
ТНК		
МНИ	109	$(13+14)/2=13,5$
ВЦК	107	15

ДЖА	106	16
ВСИ	105	17
ЮЕР	101	18
ЖЕН	97	19
АНМ	90	20

Крок 3. Підсумувати ранги значень в групі 7 «а» та в групі 7 «б» Ранги 7 «а» = 1,5 + 3 + 4 + 9 + 9 + 12 + 13,5 + 13,5 + 17 + 20 = 102,5 Ранги 7 «б» = 1,5 + 5 + 6 + 7 + 9 + 11 + 15 + 16 + 18 + 19 = 107,5

Крок 4. визначити яка з рангових сум більша. Ранг 7 «а» < Ранг 7 «б»
=>рангова сума 7 "б" більше

Крок 5. Визначити емпіричні значення критерію U Манна-Уїтні за формулою: $U_{emp} = (n_1 * n_2) + \frac{n_x * (n_x + 1)}{2} - T_x$, де n_1 — кількість випробовуваних в 1 групі; n_2 — кількість випробовуваних в 2 групі; T_x - більша з двох рангових сум; n_x — кількість випробовуваних в групі з більшою ранговою сумою.

$$U_{emp} = (10 * 10) + \frac{10 * (10 + 1)}{2} - 107,5 = 100 + 55 - 107,5 = 47,5$$

Крок 6. По таблиці визначити критичні значення критерію U Манна-Уїтні.

$$U_{kr} = 23$$

Крок 7. Порівняти критичні значення з емпіричними.

$$23 < 47,5 \Rightarrow U_{kr} < U_{emp}$$

Курсанти виконують завдання на визначення достовірності відмінностей за критерієм Манна-Уїтні

Величини порогів тактильної чутливості

Чоловіки 39 36 31 35 29 34 38

Жінки 30 32 28 30 33 37 28 27

Чи відрізняються між собою порогови чутливості чоловіків і жінок?

III Порядок проведення заключної частини

Підбивається підсумок заняття.

Тема № 5: Перевірка статистичних гіпотез, міри відмінності

Практичне заняття 3. Ранговий критерій Вілкоксона для повторних вимірювань

Навчальна мета заняття: закріпити й поглибити розуміння здобувачів вищої освіти про математичні методи в психологічних дослідженнях.

Час проведення: 2 години

Місце проведення: навчальна аудиторія.

Навчальні питання:

1. Ранговий критерій Вілкоксона для повторних вимірювань

Література, матеріально-технічне та методичне забезпечення

1. Климчук В.О. Математичні методи у психології. Навчальний посібник для студентів психологічних спеціальностей. Київ : Освіта України. 2019.

2. Руденко В. М., Руденко Н. М. Математичні методи в психології. Київ : Академвидав, 2019.

План проведення заняття

I Порядок проведення вступу

За допомогою критерію знаків можна перевіряти статистичну значущість якісних (наприклад, зміна ставлення до певного явища на протилежне) і кількісних (наприклад, зміна часу реакції, вищі чи нижчі бали тощо) змін, хоча для випадку кількісних змін краще застосувати критерій Вілкоксона, який враховує не тільки напрямок, а й інтенсивність змін.

Обсяг експериментальної вибірки може бути як досить малим, так і досить великим — від п'яти до трьохсот ($5 \leq n \leq 300$). При цьому, якщо для певного елемента досліджуваної вибірки зсув не зафіксовано, то цей елемент в обсягові вибірки не враховується.

Ранговий критерій Вілкоксона (ще кажуть: *T*-критерій) застосовують для порівняння показників, виміряних за порядковою чи кількісною шкалою на тій самій вибірці досліджуваних об'єктів у різних умовах.

Критерій Вілкоксона дає можливість визначити не тільки напрямок змін, а й їхню величину і тому він потужніший, ніж критерій знаків. Для ефективного застосування цього критерію зсуви мають набувати значень в широкому діапазоні.

II Порядок проведення основної частини

Здобувачі вищої освіти виконують завдання на визначення критерію Вілкоксона.

III Порядок проведення заключної частини

Підбивається підсумок заняття.

Тема № 5: Перевірка статистичних гіпотез, міри відмінності

Практичне заняття 4. *t*-критерій Стьюдента

Навчальна мета заняття: закріпити й поглибити розуміння здобувачів вищої освіти про математичні методи в психологічних дослідженнях.

Час проведення: 2 години

Місце проведення: навчальна аудиторія.

Навчальні питання:

1. *t*-критерій Стьюдента

Література, матеріально-технічне та методичне забезпечення

1. Климчук В.О. Математичні методи у психології. Навчальний посібник для студентів психологічних спеціальностей. Київ : Освіта України. 2019.

2. Руденко В. М., Руденко Н. М. Математичні методи в психології. Київ : Академвидав, 2019.

План проведення заняття

I Порядок проведення вступу

t-критерій Стюдента порівняння двох середніх значень нормальних генеральних сукупностей, дисперсії яких невідомі, але однакові (за даними малих незалежних вибірок). Нехай генеральні сукупності X і Y мають нормальні розподіли. Із цих генеральних сукупностей взято незалежні вибірки невеликих обсягів n_X і n_Y ($n_X \leq 30$, $n_Y \leq 30$) і для них знайдено вибіркові середні значення \bar{x} і \bar{y} і виправлені вибіркові дисперсії s_X^2 і s_Y^2 .

Нехай, крім того, генеральні дисперсії цих сукупностей хоч і невідомі, але рівні між собою. Якщо немає підстав так вважати, то спочатку треба перевірити гіпотезу про рівність генеральних дисперсій, скориставшись F -критерієм Фішера-Снедекора.

Критерій Стюдента дає можливість встановити, чи відмінності між двома незалежними вибірками зумовлені випадковими причинами чи ні.

Як правило, знайдені вибіркові середні значення \bar{x} і \bar{y} відрізняються одне від одного. Нехай $\bar{x} > \bar{y}$

(якщо буде виконуватися протилежна нерівність, то можна поміняти позначення генеральних сукупностей X і Y).

Але це розходження може бути зумовлене або різними випадковими причинами, наприклад, випадковим відбором об'єктів, або тим, що самі генеральні середні значення $M(X)$ і $M(Y)$ різні. Треба встановити, значуще (суттєво) чи незначуще (несуттєво) відрізняються вибіркові середні значення \bar{x} і \bar{y} .

Для цього треба при заданому рівні значущості α перевірити нульову гіпотезу про рівність генеральних середніх значень (математичних сподівань): $H_0 : M(X) = M(Y)$.

Альтернативною гіпотезою може бути або гіпотеза

$$H_1 : M(X) > M(Y) ,$$

або гіпотеза

$$H_1 : M(X) \neq M(Y) .$$

Емпіричне значення критерію Стюдента обчислюють за формулою:

$$T_{\text{емп}} = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{(n_X - 1)s_X^2 + (n_Y - 1)s_Y^2}} \sqrt{\frac{n_X n_Y (n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}}.$$

Для першого випадку (конкуруюча гіпотеза має вигляд $H_1 : M(X) > M(Y)$) будують правобічну критичну область. Критичну точку при заданому рівні значущості α і кількості ступенів свободи $k = n_X + n_Y - 2$

$$t_{\text{кр одноб}}(\alpha; k) = t_{\text{кр одноб}}(\alpha; n_X + n_Y - 2)$$

знаходять за таблицею критичних точок розподілу Стюдента (див. додаток 2, таблиця 5) для *однобічної* критичної області.

Для другого випадку (конкуруюча гіпотеза має вигляд $H_1 : M(X) \neq M(Y)$) будують двобічну критичну область. Критичну точку при заданому рівні значущості α і кількості ступенів свободи $k = n_X + n_Y - 2$

$$t_{\text{кр двоб}}(\alpha; k) = t_{\text{кр двоб}}(\alpha; n_X + n_Y - 2)$$

знаходять за таблицею критичних точок розподілу Стюдента для *двобічної* критичної області.

II Порядок проведення основної частини

Здобувачі вищої освіти виконують завдання на визначення t-критерію Стюдента

III Порядок проведення заключної частини

Підбивається підсумок заняття.

Тема № 5: Перевірка статистичних гіпотез, міри відмінності

Практичне заняття 5. Критерій S Джонкіра.

Навчальна мета заняття: закріпити й поглибити розуміння курсантів про математичні методи в психологічних дослідженнях.

Час проведення: 2 години

Місце проведення: навчальна аудиторія.

Навчальні питання:

1. Критерій S Джонкіра.

Література, матеріально-технічне та методичне забезпечення

1. Климчук В.О. Математичні методи у психології. Навчальний посібник для студентів психологічних спеціальностей. Київ : Освіта України. 2019.

2. Руденко В. М., Руденко Н. М. Математичні методи в психології. Київ : Академвидав, 2019.

План проведення заняття

I Порядок проведення вступу

Критерій S призначений для виявлення тенденцій зміни ознаки при переході від вибірки до вибірки при зіставленні трьох і більше вибірок.

Критерій S дозволяє впорядкувати обстежені вибірки по будь-якою ознакою: зміна властивостей пам'яті з віком, здатність до навчання дітей за соціальними групами.

В результаті можна стверджувати, що на першому місці по вираженості досліджуваної ознаки варто вибірка, наприклад, Б, на другому - А, на третьому -В тощо. Інтерпретація отриманих результатів буде залежати від того, за яким принципом були утворені досліджувані вибірки. Тут можливі два принципово відмінних варіанти.

1. Якщо впорядкувати за ознакою, яка вимірюється кількісно вибірки відрізняються за якісними ознаками (професії, національності, місця роботи тощо), то можна їх (креативністю, гнучкістю тощо).

2. Якщо вибірки відрізняються за кількісною ознакою (віком, стажем роботи, соціометричному статусу тощо), то впорядкувати їх можна за іншою кількісною ознакою. Тобто фактично встановити міру зв'язку між двома кількісними ознаками.

Умови застосування критерію S Джонкіра

1. Вимірювання може бути проведено в шкалі порядку, інтервалів або відносин.

2. Вибірki повинні бути незалежними.

3. Кількість елементів в кожній вибірці повинно бути однаковим. Якщо число спостережень неоднаково, то необхідно зрівнювати

4. Нижня межа застосовності критерію: не менше трьох вибірок і не менше двох елементів в кожному спостереженні. Верхня межа не більше 6 вибірок і не більше 10 елементів в кожній вибірці.

У всіх інших випадках слід користуватися критерієм Н Крускала-Уолісса.

Алгоритм підрахунку критерію S –Джонкіра

1. Перевірити, чи виконуються обмеження.
2. Впорядкувати вибірки зліва направо в порядку зростання значень досліджуваної ознаки, спираючись на середні значення. Сформулювати гіпотези.
3. Занести дані в таблицю, залишивши вільні стовпці поруч зі значеннями.
4. Починаючи з крайнього лівого стовпця підрахувати для кожного індивідуального значення кількість перевищують його значень у всіх шпальтах справа (S_i). Отримані суми записати поруч з кожним індивідуальним значенням.
5. Підрахувати суми отриманих показників по стовпцях. Підрахувати загальну суму S_i , підсумувавши все суми по стовпцях. Цю загальну суму позначити як А.
6. Підрахувати максимально можливу кількість перевищують значень (В), яке ми отримали б, якби всі значення праворуч були вище значень зліва:

$$B = c \times (c-1) : 2 \times n$$

де с - кількість вибірок, n - кількість спостережень в кожній вибірці.

7. Визначити емпіричне значення S по формулі:

$$S_{\text{емп}} = 2 \times A - B$$

8. По таблиці Додатка 1 визначити критичні значення S для даних n і с.

Завдання

У вибірці з 28 чоловіків-керівників проводилося обстеження за допомогою 16-факторного особистісного опитувальника Р.Б. Кетелла (форма

А). У таблиці наведено індивідуальні значення випробовуваних за фактором N. Дані згруповані за віковими групами. Чи можна стверджувати, що є певна тенденція зміни значень фактора N при переході від групи до групи?

Індивідуальні значення за фактором N16PF в 4 вікових групах керівників.

№№ досліджуваних	1 група 26-31 роки	2 група 32-37 роки	3 група 38-42 роки	4 група 46-52 роки
1	2	11	8	11
2	10	7	12	12
3	5	8	14	9
4	8	12	9	9
5	10	12	16	10
6	7	12	14	14
7	12	9	10	13
Суми	54	71	83	78
Середнє	7,71	10,14	11,86	11,14

Тема № 5: Перевірка статистичних гіпотез, міри відмінності

Практичне заняття 6. Q-критерій Розембаума.

Навчальна мета заняття: закріпити й поглибити розуміння курсантів про математичні методи в психологічних дослідженнях.

Час проведення: 2 години

Місце проведення: навчальна аудиторія.

Навчальні питання:

1. Q-критерій Розембаума

Література, матеріально-технічне та методичне забезпечення

1. Климчук В.О. Математичні методи у психології. Навчальний посібник для студентів психологічних спеціальностей. Київ : Освіта України. 2019.

2. Літнарівич Р.М. Основи математичної статистики у психології : Навчальний посібник. Ч.3. Рівне : МЕНУ, 2016.

3. Математико-статистичні методи в соціології та психології : Навч. посіб. / А. Б. Телейко, Р. К. Чорней. Київ : МАУП, 2017.

4. Руденко В. М., Руденко Н. М. Математичні методи в психології. Київ: Академвидав, 2019.

План проведення заняття

I Порядок проведення вступу

Це дуже простий непараметричний критерій, який дозволяє швидко оцінити відмінності між двома вибірками за будь-якою ознакою. Однак якщо критерій Q не виявляється достовірних відмінностей, це ще не означає, що їх дійсно немає. У цьому випадку варто застосувати критерій ϕ^2 Фішера. Якщо ж Q-критерій виявляє достовірні відмінності між вибірками з рівнем значимості $p < 0,01$, можна обмежитися тільки їм й уникнути труднощів застосування інших критеріїв.

Критерій застосовується в тих випадках, коли дані представлені принаймні в порядковій шкалою. Ознака повинен варіювати в якомусь діапазоні значень, інакше зіставлення за допомогою Q-критерію просто неможливі. Наприклад, якщо у нас тільки 3 значення ознаки, 1, 2 і 3, - дуже складно буде встановити відмінності. Метод Розенбаума вимагає, отже, досить тонко вимірюваних ознак.

Застосування критерію починаємо з того, що упорядковуємо значення ознаки в обох вибірках по наростанню (або зменшенню) ознаки. Найкраще, якщо дані кожного випробуваного представлені на окремій картці. Тоді нічого не варто впорядкувати два ряди значень по цікавого для нас ознакою, розкладаючи картки на столі. Так ми відразу побачимо, чи збігаються діапазони значень, і якщо немає, то наскільки один ряд значень "вище" (S_1), а другий - "нижче" (S_2). Для того, щоб не заплутатися, в цьому і в багатьох інших критеріях рекомендується першим рядом (вбіркою, групою) вважати той ряд, де значення вище, а другим рядом - той, де значення нижче.

Потужність критерію не дуже велика. У тому випадку, якщо він не виявляє відмінностей, можна звернутися до інших статистичних критеріїв, наприклад, до U-критерієм Манна-Уїтні або критерієм ϕ^2 Фішера.

Дані для застосування Q-критерію Розенбаума повинні бути представлені хоча б в порядковій шкалою. Ознака повинен вимірюватися в значному діапазоні значень (чим більш значному - тим краще).

Обмеження застосування критерію

1. У кожній з вибірок має бути не менше 11 значень ознаки.
2. Обсяги вибірок повинні приблизно збігатися.
3. Якщо обсяги вибірок менше 50, то абсолютна величина різниці n_1 (кількість одиниць в першій вибірці) і n_2 (кількість одиниць в другій вибірці) не повинна бути більше 10.
4. Якщо обсяги вибірок між 50 і 100, то абсолютна величина різниці n_1 і n_2 не повинна бути більше 2.
5. Якщо обсяги вибірок більше 100, то допускається, щоб одна з вибірок перевищувала іншу не більше ніж в 1,5 - 2 рази.
6. Діапазони значень ознаки в двох вибірках не повинні збігатися між собою.

Для застосування Q-критерію Розенбаума потрібно виконати такі дії.

1. Впорядкувати значення окремо в кожній вибірці по мірі зростання ознаки; прийняти за першу вибірку ту, значення ознаки в якій імовірно вище, а за другу - ту, де значення ознаки імовірно нижче.
2. Визначити максимальне значення ознаки в другій вибірці і підрахувати кількість значень ознаки в першій вибірці, які більше його (S_1).
3. Визначити мінімальне значення ознаки в першій вибірці і підрахувати кількість значень ознаки в другій вибірці, які менше його (S_2).
4. Розрахувати значення критерію $Q_{emp} = S_1 + S_2$.
5. По таблиці визначити критичні значення критерію для даних n_1 і n_2 .
6. Якщо отримане значення Q_{emp} перевищує табличне або дорівнює йому ($Q_{кр.}$) (див. додаток 1), то визнається наявність суттєвої різниці між рівнем ознаки в розглянутих вибірках.

II Порядок проведення основної частини

Визначте за Q-критерієм Розенбаума, чи є значимі відмінності за рівнем емпатії між дівчатами та юнаками.

Дівчата			Юнаки		
№ пп	ПІБ	Загальний бал за показником емпатії	№ пп	ПІБ	Загальний бал за показником емпатії
1	А.Е.В.	81	1	Б.Б.А.	80
2	А.С.К.	78	2	В.Г.А.	70
3	В.Е.К.	75	3	Д.А.А.	64
4	Г.А.Ф.	69	4	Е.А.В.	66
5	Е.К.В.	67	5	Ж.Е.Н.	77
6	Е.А.А.	91	6	И.С.В.	68
7	З.Н.С.	80	7	К.К.А.	61
8	К.О.Р.	74	8	Л.Е.П.	62
9	К.О.Н.	89	9	Л.А.С.	77
10	К.И.А.	65	10	М.С.С.	59
11	Л.Л.С.	70	11	М.А.Д.	55
12	Н.О.М.	77	12	О.М.С.	74
13	Н.Ж.А.	89	13	П.А.В.	73
14	П.В.Л.	78	14	С.В.В.	72
15	С.О.П.	86	15	Т.Г.И.	64
16	С.Н.С.	83	16	Т.И.В.	70
17	Т.И.И.	82			
18	У.А.К.	78			
19	Я.Е.Л.	72			
20	Я.В.В.	82			

I

II Порядок проведення заключної частини

Підбивається підсумок заняття.

Тема № 5: Перевірка статистичних гіпотез, міри відмінності.

Практичне заняття 7. L - критерій тенденцій Пейджа.

Навчальна мета заняття: закріпити й поглибити розуміння курсантів про математичні методи в психологічних дослідженнях.

Час проведення: 2 години

Місце проведення: навчальна аудиторія.

Навчальні питання:

1. L - критерій тенденцій Пейджа

Література, матеріально-технічне та методичне забезпечення

1. Климчук В.О. Математичні методи у психології. Навчальний посібник для студентів психологічних спеціальностей. Київ : Освіта України. 2019.
2. Літнарівич Р.М. Основи математичної статистики у психології : Навчальний посібник. Ч.3. Рівне : МEGУ, 2016.
3. Математико-статистичні методи в соціології та психології : Навч. посіб. / А. Б. Телейко, Р. К. Чорней. Київ : МАУП, 2017.
4. Руденко В. М., Руденко Н. М. Математичні методи в психології. Київ: Академвидав, 2019.

План проведення заняття

I. Порядок проведення вступу

L - критерій тенденцій Пейджа застосовується для зіставлення показників, вимірюваних у трьох і більш умовах на одній і тій же вибірці випробовуваних. L-критерій дозволяє виявити тенденції у вимірі ознаки при переході від умови до умови. Його можна розглядати як розвиток критерію Фрідмана, оскільки він не тільки констатує відмінності, але і вказує на напрямок змін.

На жаль, застосування цього досить потужного критерію обмежено обсягом вибірки: число випробовуваних не може бути більше 12, а також числом вимірів ознаки - воно не може бути більше 6.

Підрахунок критерію тенденцій L Пейджа

1. Проранжувати індивідуальні значення першого випробуваного, отримані ним в 1-м, 2-м, 3-м тощо вимірах. При цьому першим може бути будь-який випробуваний, наприклад перший за алфавітом імен.
2. Виконати те ж саме по відношенню до всіх інших випробуваних.
3. Підсумувати ранги за умовами, в яких здійснювалися виміри. Перевірити збіг загальної суми рангів з розрахунковою сумою.

4. Розташувати всі умови в порядку зростання їх рангових сум в таблиці.

5. Визначити емпіричного значення $L_{\text{емп}}$ критерію Пейджа за формулою:

$$L_{\text{емп}} = \sum_{i=1}^c R_i i, \quad (6.2)$$

де R_j - сума рангів i -го стовпця в впорядкованій таблиці; i - порядковий номер стовпчика, що вийшов в новій таблиці, впорядкованої за сумою рангів; c - число вимірювань.

6. За таблицею додатка визначаємо $L_{\text{крит}}$ та робимо висновок.

Для застосування критерію Пейджа необхідно дотримуватися таких умов.

1. Вимірювання може бути проведено в ранговій, інтервального і шкалою відносин.

2. Вибірka повинна бути зв'язковою.

3. У вибірці повинно бути не менше двох і не більше 12 випробовуваних, кожен з яких має не менш трьох вимірних показників.

4. Застосування критерію обмежено, так як таблиці критичних значень розраховані на невелику вибірку ($n < 12$) і невелика кількість вимірювань (не більш 6). Якщо ці обмеження не виконуються, доводиться використовувати критерій Фрідмана.

II Порядок проведення основної частини

Визначте до покарань чиї покарання виправдовують випробувані: коли карають особисто (я сам), коли це робить бабуся або вчителька.

Випробувані	Умова 1: "Я сам"		Умова 2: "Бабуся"		Умова 3: "Вчителька"	
	Оцінка	Ранг	Оцінка	Ранг	Оцінка	Ранг
1	4		2		1	
2	1		1		1	
3	5		4		4	
4	4		3		2	
5	3		3		2	
6	4		5		1	
7	3		3		1	
8	5		5		3	
9	6		5		3	
10	2		2		2	
11	6		3		2	
12	5		3		4	
13	7		5		4	
14	5		5		2	
15	5		5		4	
16	6		6		4	
Суми						
Середні						

III Порядок проведення заключної частини

Підбивається підсумок заняття.

Тема № 5: Перевірка статистичних гіпотез, міри відмінності

Практичне заняття 8. Критерій χ^2 (хи-квадрат) Фрідмана.

Навчальна мета заняття: закріпити й поглибити розуміння курсантів про математичні методи в психологічних дослідженнях.

Час проведення: 2 години

Місце проведення: навчальна аудиторія.

Навчальні питання:

1. Критерій χ^2 Фрідмана.

Література, матеріально-технічне та методичне забезпечення

1. Климчук В.О. Математичні методи у психології. Навчальний

посібник для студентів психологічних спеціальностей. Київ : Освіта України. 2019.

2. Літнарівич Р.М. Основи математичної статистики у психології : Навчальний посібник. Ч.3. Рівне : МEGУ, 2016.

3. Математико-статистичні методи в соціології та психології : Навч. посіб. / А. Б. Телейко, Р. К. Чорней. Київ : МАУП, 2017.

4. Руденко В. М., Руденко Н. М. Математичні методи в психології. Київ: Академвидав, 2019.

План проведення заняття

I Порядок проведення вступу

Непараметричний критерій χ^2 Фрідмана можна розглядати як узагальненням критерію Т Вілкоксона на три і більше вимірів зв'язковий вибірки випробовуваних. Цей критерій можна розглядати як аналог однофакторного дисперсійного аналізу для зв'язних вибірок. Критерій дозволяє встановити рівень статистичної достовірності відмінностей відразу в декількох вимірах (від 3 до 100) за допомогою однієї процедури, але не дає можливості виявити напрямок змін. Розрахунок за критерієм χ^2 Фрідмана вимагає виконання наступних операцій:

1. Представити отримані данні у вигляді таблиці

Випробуваний	Показник 1	Показник 2	Показник n_i
1			
2			
n_i			

2. Ранжувати експериментальні дані за всіма показниками для одного випробуваного.

3. Підсумувати отриманих рангів за кожним виміром.

4. Перевірка збігів загальної суми рангів з розрахунковою сумою.

5. Визначити емпіричне значення критерію за формулою (6.1):

$$\chi^2_{\text{фр.эмп}} = \left(\frac{12}{nc(c+1)} \sum_{i=1}^c R_i^2 \right) - 3n(c+1), \quad (6.1)$$

де n - кількість досліджуваних або рядків; c - кількість стовпців; R_i - сума рангів кожного стовпчика. Таблиці для знаходження критичних значень критерію Фрідмана дивись за посиланням URL : <https://www.sgu.ru/sites/default/files/textdocsfiles/2014/02/19/sidorenko.pdf>: або URL : https://www.studmed.ru/kalinin-si-kompyuternaya-obrabotka-dannyh-dlya-psihologov_9d22a196e90.html (стр. 325-326).

Розрізни між умовами можна вважати достовірними вказано, якщо $\chi^2_{\text{емп}}$ досягає відповідного критичного значення або перевищує його.

Для застосування критерію Фрідмана необхідно виконувати наступні умови:

1. Вимірювання повинно бути проведено в шкалі інтервалів або відносин.
2. Вибірка повинна бути зв'язковою.
3. У вибірці повинно бути не менше двох випробовуваних, кожен з яких має не менше трьох вимірних показників. Верхня межа для кількості випробовуваних не визначено, а кількість вимірювань не може перевищувати 100.
4. В залежності від числа вимірювань і кількості випробовуваних використовуються різні таблиці значущості.

II Порядок проведення основної частини

Визначте до покарань чиї покарання виправдовують випробувані: коли карають особисто (я сам), коли це робить бабуса або вчителька.

Випробувані	Умова 1: "Я сам"		Умова 2: "Бабуся"		Умова 3: "Вчителька"	
	Оцінка	Ранг	Оцінка	Ранг	Оцінка	Ранг
1	4		2		1	
2	1		1		1	
3	5		4		4	
4	4		3		2	
5	3		3		2	
6	4		5		1	
7	3		3		1	
8	5		5		3	
9	6		5		3	
10	2		2		2	
11	6		3		2	
12	5		3		4	
13	7		5		4	
14	5		5		2	
15	5		5		4	
16	6		6		4	
Суми						
Середні						

III Порядок проведення заключної частини

Підбивається підсумок заняття.

Тема № 5: Перевірка статистичних гіпотез, міри відмінності

Практичне заняття 9. Алгоритм прийняття рішень про застосування методу математичної статистики.

Навчальна мета заняття: закріпити й поглибити розуміння курсантів про математичні методи в психологічних дослідженнях.

Час проведення: 2 години

Місце проведення: навчальна аудиторія.

Навчальні питання:

1. Алгоритм прийняття рішень про застосування методу математичної статистики.

Література, матеріально-технічне та методичне забезпечення

1. Климчук В.О. Математичні методи у психології. Навчальний

посібник для студентів психологічних спеціальностей. Київ : Освіта України. 2019.

2. Руденко В. М., Руденко Н. М. Математичні методи в психології. Київ : Академвидав, 2019.

План проведення заняття

I Порядок проведення вступу

Параметричні критерії - критерії, що включають в формулу розрахунку параметри розподілу, тобто середні і дисперсії (критерій Стюдента, критерій F тощо)

Непараметричні критерії - критерії, що не включають у формулу розрахунку параметрів розподілу і засновані на оперуванні частотами або рангами (критерій Q Розенбаума, критерій T Вілкоксона тощо).

Критерії мають свої переваги і недоліки. Параметричні критерії можуть виявитися дещо більш потужними, ніж непараметричні, але тільки в тому випадку, якщо ознака виміряна за інтервальною шкалою і нормально розподілена, а це вимагає досить складних розрахунків, результат яких заздалегідь невідомий.

Може виявитися, що розподіл ознаки відрізняється від нормального, і нам так чи інакше все одно доведеться звернутися до непараметричним критеріям. Непараметричні критерії позбавлені всіх цих обмежень і не вимагають таких тривалих і складних розрахунків. У порівнянні з параметричними критеріями вони обмежені лише в одному - з їх допомогою неможливо оцінити взаємодія двох або більше умов або факторів, що впливають на зміну ознаки. Це завдання може вирішити тільки дисперсійний двохфакторний аналіз.

Потужність критерію - це його здатність виявляти відмінності, якщо вони є. Одні і ті ж завдання можуть бути вирішені за допомогою різних критеріїв, при цьому виявляється, що деякі критерії дозволяють виявити відмінності там, де інші виявляються нездатними це зробити, або виявляють більш високий рівень значущості відмінностей. підставою для вибору

критерію може бути не тільки потужність, але й інші його характеристики, а саме: а) простота; б) більш широкий діапазон використання (наприклад, по відношенню до даних, визначеним за читача шкалою, або по відношенню до великих n); в) придатність по відношенню до нерівних за обсягом вибірок; г) велика інформативність результатів.

АЛГОРИТМ

Ухвалення рішення про завдання і методі обробки на стадії планування дослідження

1. Визначте, яка модель вам здається найбільш придатною для доказу ваших наукових припущень.
2. Уважно ознайомтеся з описом методу.
3. Проаналізуйте обмеження критерію і вирішите, чи зможете ви зібрати дані, які будуть відповідати цим обмеженням (великі обсяги вибірок, наявність декількох вибірок, тощо).

ДОВІДНИК

Критерій Фішера (ф критерій Фішера) призначений для зіставлення двох вибірок по частоті даного дослідника ефекту (показника). Чим він більший, тим вірогідніше відмінності. Критерій оцінює достовірність відмінностей між тими процентними долями двох вибірок, в яких зареєстрований цікавий для нас ефект (показник).

За допомогою критерію знаків можна перевіряти статистичну значущість якісних (наприклад, зміна ставлення до певного явища на протилежне) і кількісних (наприклад, зміна часу реакції, вищі чи нижчі бали тощо) змін, хоча для випадку кількісних змін краще застосувати критерій Вілкоксона, який враховує не тільки напрямок, а й інтенсивність змін. Обсяг експериментальної вибірки може бути як досить малим, так і досить великим — від п'яти до трьохсот ($5 \leq n \leq 300$). При цьому, якщо для певного елемента досліджуваної вибірки зсув не зафіксовано, то цей елемент в обсягові вибірки не враховується.

Ранговий критерій Вілкоксона (Т-критерій) застосовують для порівняння показників, виміряних за порядковою або кількісною шкалою на тій самій вибірці досліджуваних об'єктів у різних умовах. Критерій Вілкоксона дає можливість визначити не тільки напрямок змін, а й їхню величину і тому він потужніший, ніж критерій знаків. Для ефективного застосування цього критерію зсуви мають набувати значень в широкому діапазоні. Доцільно застосовувати цей критерій, коли величина самих зрушень варіює в деякому діапазоні (10-15% від їх величини).

Q-критерій Розембаума дуже простий непараметричний критерій, який дозволяє швидко оцінити відмінності між двома вибірками за будь-якою ознакою. Однак якщо критерій Q не виявляється достовірних відмінностей, це ще не означає, що їх дійсно немає. Якщо ж Q-критерій виявляє достовірні відмінності між вибірками з рівнем значимості $p < 0,01$, можна обмежитися тільки їм. Критерій застосовується в тих випадках, коли дані представлені принаймні в порядковій шкалою. Ознака повинен варіювати в якомусь діапазоні значень, інакше зіставлення за допомогою Q-критерію неможливі.

Критерій Манна-Уїтні (U критерій) передбачає, що розглянуті змінні виміряні в порядковій шкалі (ранжовані). Цей метод визначає, чи достатньо мала зона перехрещуються значень між двома рядами (ранжируваною поруч значень параметра в першій вибірці і таким же в другій вибірці). Чим менше значення критерію, тим імовірніше, що відмінності між значеннями параметра в вибірках достовірні. U критерій - найбільш потужна (чутлива) непараметрична альтернатива t-критерію для незалежних вибірок; фактично, в деяких випадках він має навіть більшу потужність, ніж t-критерій.

У критерії Манна-Уїтні не накладаються обмеження на діапазон зміни значень ознак в обох вибірках, тобто не має значення взаємне розміщення досліджуваних вибірок. При застосуванні критерію Манна-Уїтні обсяги вибірок мають задовольняти такі вимоги: $n_x \geq 3$ і $n_y \geq 3$ або $n_x = 2$ і $n_y \geq 5$. При цьому першою вважається та вибірка, яка за попередніми оцінками має більші значення.

Біноміальний критерій t визначає, чи достатньо емпірична частота народження ознаки перевищує задану, «переважає» її.

Обмеження біноміального критерію:

1. У вибірці повинно бути не менше 5 спостережень. Застосування критерію при $2 \leq n < 5$ можливе, але лише щодо певного типу завдань.

2. Верхня межа чисельності вибірки залежить від обмежень, визначених пп.3-8 і варіює в діапазоні від 50 до 300 спостережень, що визначається наявними таблицями критичних значень.

3. Біноміальний критерій t дозволяє перевірити лише гіпотезу про те, що частота народження даного нас ефекту в обстеженій вибірці перевищує задану ймовірність P . Задана ймовірність при цьому повинна бути: $P \leq 0,50$.

L - критерій тенденцій Пейджа застосовується для зіставлення показників, вимірюваних у трьох і більш умовах на одній і тій же вибірці випробовуваних. L-критерій дозволяє виявити тенденції у вимірі ознаки при переході від умови до умови. Він не тільки констатує відмінності, але і вказує на напрямки змін. Застосування цього критерію обмежено обсягом вибірки: число випробовуваних не може бути більше 12, а також числом вимірів ознаки - воно не може бути більше 6.

Непараметричний критерій χ^2 Фрідмана можна розглядати як узагальненням критерію Т Вілкоксона на три і більше вимірів зв'язковий вибірки випробовуваних. Цей критерій можна розглядати як аналог однофакторного дисперсійного аналізу для зв'язних вибірок. Критерій дозволяє встановити рівень статистичної достовірності відмінностей відразу в декількох вимірах (від 3 до 100) за допомогою однієї процедури, але не дає можливості виявити напрямки змін.

G-критерій знаків призначений для дослідження визначення напрямку зсуву в значеннях досліджуваної ознаки в двох вибірках. Критерій дозволяє визначити чи змінюються значення змінної при переході від одного виміру до іншого в бік поліпшення або сторону погіршення. Він не призначений для

визначення інтенсивності зсувів. Обмеження критерію: кількість осіб в обох вимірах має варіюватися від 5 до 300. Аналог Т-критерію Вілкоксона.

Критерій S призначений для виявлення тенденцій зміни ознаки при переході від вибірки до вибірки при зіставленні трьох і більше вибірок. Критерій S дозволяє впорядкувати обстежені вибірки за будь-якою ознакою.

t-критерій Стюдента для незалежних вибірок застосовується для порівняння середніх значень двох незалежних між собою вибірок.

Умови застосування:

1. Порівнянні значення не становлять пару корелюють значень.
2. Розподіл ознак в кожній вибірці відповідає нормальному розподілу.
3. Дисперсії ознаки в вибірках приблизно рівні (перевіряється за допомогою критерію F-Фішера).

III Порядок проведення заключної частини.

Підбивається підсумок заняття.

Тема № 6: Кореляційні дослідження в психології.

Практичне заняття 1. Види кореляцій

Навчальна мета заняття: закріпити й поглибити розуміння курсантів про математичні методи в психологічних дослідженнях.

Кількість годин: 2.

Місце проведення навчальна аудиторія.

Навчальні питання:

1. Поняття кореляції. Види кореляцій.
2. Статистична міра кореляційного зв'язку. Коефіцієнт кореляції.

Література, матеріально-технічне та методичне забезпечення

1. Максименко С. Д., Носенко Е. Л. Експериментальна психологія. Підручник. К. : Центр учбової літератури., 2018.

2. Максименко С.Д. Експериментальна психологія : підручник. Київ : Центр учб. літ. 2017.

План проведення заняття:

I Порядок проведення вступу

Кореляційний аналіз — це статистичне дослідження залежності між випадковими величинами (англ. correlation — взаємозв'язок). У найпростішому випадку досліджують дві вибірки (набори даних), у загальному — їх багатовимірні комплекси (групи).

Мета кореляційного аналізу — виявити чи існує істотна залежність однієї змінної від інших.

Головні завдання кореляційного аналізу:

- оцінка за вибірковими даними коефіцієнтів кореляції;
- перевірка значущості вибіркових коефіцієнтів кореляції або кореляційного відношення;
- оцінка близькості виявленого зв'язку до лінійного
- побудова довірчого інтервалу для коефіцієнтів кореляції.

Під кореляцією розуміють реально встановлений факт взаємозв'язку певного стану однієї змінної з певними значеннями іншої, коли зміна однієї з них супроводжується зміною другої. Інакше кажучи, кореляція відображає факт коваріації змінних.

Кореляція відображає лише лінійну залежність величин, але не відображає їх функціональної зв'язаності. Наприклад, якщо обчислити коефіцієнт кореляції між величинами $A = \sin(x)$ та $B = \cos(x)$, він буде наближений до нуля, тобто залежність між величинами відсутня. Між тим, величини A та B очевидно пов'язані між собою за законом $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$.

Використання можливе у випадку наявності достатньої кількості випадків для вивчення: для конкретного типу коефіцієнту кореляції становить від 25 до 100 пар спостережень.

Кореляція не означає причинність.

Види кореляцій розрізняють за особливостями збору даних:

- аутохонні кореляції, які являють собою кореляцію результатів виміру однієї й тієї ж змінної на одних і тих самих об'єктах — досліджуваних у різний час, що дає змогу встановити паттерн реакцій і, отже, відкриває шлях до дослідження структури особистості;

- синхронні кореляції, які встановлюють кореляції між різними змінними, що були виміряні одночасно (на одному і тому ж етапі дослідження);

- перехресно-відстрочену кореляцію між двома змінними, які вимірюються в різний проміжок часу, наприклад, одна — на першому етапі дослідження, друга — на кінцевому етапі.

Види кореляцій розрізняють за типом зв'язку:

- лінійну кореляцію, в якій виокремлюють позитивну, коли підвищення рівня однієї змінної супроводжується підвищенням іншої, і негативну, коли зростання рівня однієї змінної супроводжується зменшенням рівня іншої;

- нульову, коли зв'язок між змінними відсутній;

- нелінійну кореляцію, коли підвищення рівня однієї змінної супроводжується зростанням іншої до певних значень, а потім супроводжується її зменшенням.

Отже, кореляційним дослідженням, як правило, називають пасивно спостережуване дослідження, яке має на меті виявлення статистичного взаємозв'язку між змінними і психологічний прогноз на основі визначених інтеркореляцій.

Такого роду дослідження широко використовуються у випадку ускладнення предмета, коли організація активних експериментальних дій неможлива, утруднена або небажана, оскільки процеси, що досліджуються, можуть утратити якісну специфіку, якщо їх штучно ізолювати. Наприклад, досить важко, а з етичних міркувань і неможливо, дослідити каузальні зв'язки між розлученням батьків і розвитком певних особистісних характеристик дітей або, скажімо, між порядком народжуваності й інтелектом. Тут можливо установити тільки статистичні зв'язки. Крім того,

кореляційне дослідження, на відміну від експерименту, дає змогу у більшості випадків швидко провести дослідження, зекономити гроші й час.

Слід зауважити, що в разі встановлення значущого зв'язку між змінними залишається можливою велика кількість пояснень (або теоретичних гіпотез) стосовно характеру і природи такого зв'язку.

Зокрема, залежність, можливо, є каузальною, але напрям зв'язку може бути будь-яким, при цьому без експериментального контролю неможливо віддати перевагу жодному з них.

Так, наприклад, дослідження взаємозв'язку агресивності й перегляду телевізійних передач не дають остаточної відповіді стосовно того, чи агресивність спонукає до перегляду телевізійних передач певної спрямованості, чи, навпаки, такі передачі породжують агресивну поведінку.

Може виявитися, що змінні не будуть пов'язані каузальним зв'язком, але входять у комплекс взаємодії, що інші каузальні залежності породжують кореляцію між ними. Наприклад, високий рівень розвитку інтелекту може породжувати кореляцію між успішністю навчання з математики й історії і є в цьому випадку прихованою змінною.

У зв'язку з цим доцільно здійснити перевірку альтернативних пояснень щодо впливу “третього прихованого чинника” шляхом статистичного вилучення “підозрюваних” чинників впливу.

III Порядок проведення заключної частини

В групі необхідно наприкінці заняття обговорити утруднення, які виникають при реалізації кореляційного дослідження.

Тема № 6: Міри зв'язку

Практичне заняття 2. Коефіцієнт кореляції Пірсона. Рангова кореляція.

Навчальна мета заняття: закріпити й поглибити розуміння курсантів про математичні методи в психологічних дослідженнях.

Кількість годин: 2.

Місце проведення: навчальна аудиторія.

Навчальні питання:

1. Коефіцієнт кореляції Пірсона.
2. Рангова кореляція.

Література, матеріально-технічне та методичне забезпечення

1. Максименко С. Д., Носенко Е. Л. Експериментальна психологія. Підручник. К. : Центр учбової літератури,. 2018. 360 с.
2. Максименко, С.Д. Експериментальна психологія : підручник. Київ : Центр учб. літ. 2017.

План проведення заняття:

I Порядок проведення вступу

Використання коефіцієнта лінійної кореляції Пірсона в разі, коли закон розподілу і про тип вимірювальної шкали відсутня скільки-небудь надійна інформація, може привести до суттєвих помилок.

Значення коефіцієнта r (який називають коефіцієнтом Пірсона) тим більше, чим більшим є зв'язок між змінними. При цьому значущість цього зв'язку залежить від прийнятого рівня значущості й величини вибірки. Крім коефіцієнта Пірсона, для даних, отриманих за шкалою інтервалів можна використовувати коефіцієнт рангової кореляції Спірмена r .

У психології часто виникає потреба аналізу зв'язку між змінними, які не можуть бути виміряні в інтервального шкалою або в шкалі відносин, але тим не менше піддаються впорядкування і можуть бути проранжовано за рівнем зменшення або зростання ознаки. Для визначення тісноти зв'язку між ознаками, виміряними в порядкових шкалах, застосовуються методи рангової кореляції, а саме, коефіцієнти рангової кореляції Спірмена та Кендалла (використовуються для визначення тісноти зв'язку між двома змінними) і коефіцієнт конкордації (встановлює статистичну зв'язок між кількома ознаками). Використання коефіцієнта лінійної кореляції Пірсона в разі, коли закон розподілу і про тип вимірювальної шкали відсутня скільки-небудь надійна інформація, може привести до суттєвих помилок.

Методи рангової кореляції можуть бути використані для визначення тісноти зв'язку не тільки між кількісними змінними, але і між якісними ознаками за умови, що їх значення можна впорядкувати та проранжувати. Ці методи також можуть бути використані стосовно ознакам, вимірюються в інтервальних шкалах і реляційних шкалах, проте їх ефективність в цьому випадку завжди буде нижче.

Метод рангової кореляції Спірмена є непараметричним методом, він універсальний і працює з даними, які вимірюються в будь-яких шкалах, і простий в застосуванні. Унікальність методу рангової кореляції полягає в тому, що він дозволяє зіставляти не індивідуальні показники, а індивідуальні ієрархії, або профілі, що недоступно жодному з інших статистичних методів, включаючи метод лінійної кореляції. Коефіцієнт рангової кореляції рекомендується застосовувати в тих випадках, коли нам необхідно перевірити, узгоджено чи змінюються різні ознаки у одного і того ж випробуваного і наскільки збігаються індивідуальні рангові показники у двох окремих досліджуваних або у випробуваного і групи.

Метод рангової кореляції Спірмена дозволяє визначити тісноту (силу) і напрям кореляційного зв'язку між двома ознаками або двома профілями (ієрархіями) ознак. Для підрахунку коефіцієнта рангової кореляції Спірмена необхідно мати два ряди значень, які можуть бути проранжовано.

Такими рядами значень можуть бути:

- 1) дві ознаки А, В, виміряні в одній і тій же групі випробовуваних;
- 2) дві індивідуальні ієрархії ознак А, В, виявлені у двох випробовуваних з одного й того ж набору ознак;
- 3) дві групові ієрархії ознак А, В;
- 4) індивідуальна А і групова В ієрархії ознак.

Спочатку показники ранжуються окремо по кожному з ознак А, В. Кожна з двох сукупностей розташовується у вигляді варіаційного ряду з присвоєнням кожному члену ряду відповідного порядкового номера (рангу), вираженого позитивним числом. Однаковим значенням ряду привласнюють

середнє рангове число. Порівнянні ознаки можна ранжувати в будь-якому напрямку як у бік погіршення якості (ранг 1 отримує найбільший, швидкий, розумний тощо випробуваний), так і навпаки. Головне, щоб обидві змінні були проранжовано однаковим способом. Як правило, меншому значенню ознаки нараховується менший ранг.

Для перевірки правильності проведеного ранжирування для ознак А і В необхідно, відповідно, застосувати формули:

$$\sum_{i=1}^N x_i = \frac{N(N+1)}{2}, \quad \sum_{i=1}^N y_i = \frac{N(N+1)}{2},$$

Обчислення коефіцієнта рангової кореляції Спірмена.

Коефіцієнт рангової кореляції Спірмена обчислюється за формулою:

$$r_s = 1 - \frac{6 \cdot \sum_{i=1}^N d_i^2}{N^3 - N}. \quad (1)$$

де d_i - різниця рангів для кожної i -пари з N спостережень.

Коефіцієнт r_s рангової кореляції Спірмена змінюється від -1 до +1. Для підрахунку коефіцієнта рангової кореляції Спірмена r_s необхідно визначити різниці $d_i = x_i - y_i$ між рангами, отриманими за обома ознаками. Потім ці значення d_i підставляємо в формулу (1). Чим менше різниці між рангами, тим більше буде r_s , тим ближче він буде до (+1). Якщо кореляція відсутня, то все ранги будуть перемішані і між ними не буде ніякої відповідності. Формула (1) складена так, що в цьому випадку r_s виявиться близьким до 0. У випадку негативної кореляції низьким рангах випробовуваних за однією ознакою будуть відповідати високі ранги за іншою ознакою, і навпаки. Чим більше розбіжність між рангами випробовуваних за двома змінним, тим ближче r_s до (-1).

Якщо в варіаційних рядах для X_i і Y_i зустрічаються члени ряду з однаковими ранговими числами, то в формулу для коефіцієнта кореляції Спірмена необхідно внести поправки T_X і T_Y на однакові ранги:

$$r_s = 1 - 6 \cdot \frac{\sum_{i=1}^N d_i^2 + T_X + T_Y}{(N^3 - N)}, \quad (2)$$

де T_X і T_Y обчислюються за формулами:

$$T_X = \frac{1}{12} \cdot \sum_{j=1}^m (a_j^3 - a_j), \quad (3)$$

$$T_Y = \frac{1}{12} \cdot \sum_{k=1}^p (b_k^3 - b_k). \quad (4)$$

У формулі (3) m - кількість груп в ранговій ряду X з однаковими ранговими числами; Відповідно, a_1, a_2, \dots, a_m ($a_j > 1$) - це обсяги кожної групи з однаковими рангами в першому ранговій ряду X .

У формулі (4) p - кількість груп в ранговій ряду Y з однаковими ранговими числами. Відповідно, b_1, b_2, \dots, b_p ($b_k > 1$) - це обсяги кожної групи з однаковими рангами у другому ранговій ряду Y .

Послідовність розрахунку коефіцієнта рангової кореляції Спірмена r_s .

1. Визначити, які дві ознаки або дві ієрархії ознак братимуть участь в зіставленні як змінні A і B .

2. Проранжировать значення змінної A , привласнюючи ранг 1 найменшим значенням ознаки, відповідно до правил ранжирування. Занести ранги X_i в стовпець таблиці по порядку номерів досліджуваних або ознак.

3. Проранжировать значення змінної B , відповідно до тих же правил. Занести ранги Y_i в другий стовпець таблиці по порядку номерів досліджуваних або ознак.

4. Підрахувати різниці d_i між рангами X_i і Y_i по кожному рядку таблиці і занести в третій стовпець таблиці.

5. Звести кожен різницю d_i в квадрат: d_i^2 . Ці значення занести в четвертий стовпець таблиці.

6. Підрахувати суму квадратів $\sum d_i^2$.

7. При наявності однакових рангів розрахувати поправки T_X і T_Y за формулами (3) і (4).

8. Розрахувати коефіцієнт рангової кореляції r_s :

а) при відсутності однакових рангів за формулою (1);

б) при наявності однакових рангів за формулою (2).

9. Визначити за статистичною таблицею критичні значення коефіцієнта r_s рангової кореляції Спірмена для даного N .

10. Якщо $|r_s|$ перевищує критичне значення $R_{кр}$ для обраного рівня статистичної значущості α (або, принаймні, дорівнює йому), то кореляція достовірно відрізняється від 0.

II Порядок проведення основної частини

Курсанти підраховують коефіцієнт кореляції Пірсона за допомогою програми Excel.

Курсанти підраховують коефіцієнт рангової кореляції Спірмена за допомогою програми Excel.

У групи 16 студентів-психологів були виміряні особливості поведінки в конфліктній ситуації по тесту К. Томаса (ознака А – конкуренція, Б – пристосування, В – компроміс, Г – уникання та Д - співробітництво) і рівень самооцінки схильності до ризику за методикою Шуберта (ознака Е).

Отримані результати занесені в таблицю:

№	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.
А	6	7	3	5	3	5	2	4	3	2	4	8	5	4	5	11
Б	7	3	5	3	5	2	4	3	2	4	8	5	4	5	12	4
В	3	5	2	4	3	2	4	8	5	4	5	12	4	2	4	8
Г	5	3	5	2	4	3	2	4	8	5	4	2	4	8	5	4
Д	2	4	3	2	4	8	5	4	5	12	4	2	4	4	2	1
Е	44	35	36	29	39	30	32	31	25	36	28	35	37	29	36	35

Курсанти визначають за r_s критерієм рангової кореляції Спірмена взаємозв'язок рівня суперництва та рівня самооцінки депресії у студентів.

У групи 16 студентів-психологів були виміряні рівень суперництва по тесту К. Томаса (ознака А) і рівень самооцінки депресії за методикою У. Цунга (ознака В).

Отримані результати занесені в таблицю:

№	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.
А	7	7	3	2	3	5	2	5	2	4	4	8	5	4	5	11
В	39	35	36	29	39	30	35	37	25	36	28	35	37	29	36	35

ІІІ Порядок проведення заключної частини

Підбивається підсумок заняття.

Тема № 6: Міри зв'язку

Практичне заняття 3. Факторний аналіз

Навчальна мета заняття: закріпити й поглибити розуміння курсантів про математичні методи в психологічних дослідженнях.

Кількість годин: 2.

Місце проведення навчальна аудиторія.

Навчальні питання:

1. Факторний аналіз.

Література, матеріально-технічне та методичне забезпечення

1. Климчук В.О. Факторний аналіз: використання у психологічних дослідженнях. *Практична психологія та соціальна робота*. 2016. №8. С. 43-48.

План проведення заняття:

І Порядок проведення вступу

Факторно-аналітичний підхід ґрунтується на уявленні про комплексний характер досліджуваного явища, що виявляється, зокрема, у взаємозв'язках між окремими його ознаками.

Мета факторного аналізу – сконцентрувати вихідну інформацію, представлену у вигляді масиву даних і виразити якомога більшу кількість

ознак через якомога меншу кількість характеристик. Вважається, що наймісткіші характеристики і будуть найсуттєвішими. Саме ці узагальнені місткі характеристики і називаються факторами.

Виділяють наступні напрямки, в яких можна використовувати факторний аналіз: зменшення кількості змінних (редукція даних); групування, класифікація та компактна візуалізація даних; пошук прихованих змінних; генерація нових ідей.

Факторний аналіз спирається на обчислення коефіцієнтів кореляції між змінними, а тому масив даних, які готуються для факторного аналізу, повинен відповідати певним вимогам:

- масив повинен бути представлений у вигляді двовимірної матриці;
- у стовпчиках матриці повинні бути занесені аналізовані змінні, а в рядках – значення цих змінних;
- у матриці не повинно бути пропусків;
- бажано, щоб кількість рядків була більшою за кількість стовпчиків.
- кількість змінних (стовпчиків) повинна бути достатньо великою (більше 10).

Програма Statistica автоматично обробляє дані та видає досліднику набір результатів.

Інтерпретація результатів факторного аналізу. Основні результати факторного аналізу виражаються у факторних навантаженнях, факторних полях, факторних вагах, власних значеннях факторів.

Факторні навантаження (factor loadings) – це коефіцієнти кореляції кожної із аналізованих змінних із кожним з виділених факторів. Чим тісніший зв'язок змінної із фактором, тим більшим є її факторне навантаження. Позитивний знак факторного навантаження вказує на прямий зв'язок змінної з фактором, негативний – на обернений. Таблиця факторних навантажень, отримана в результаті факторного аналізу, містить кількість стрічок, рівну кількості змінних (стовпчиків у вихідній матриці), та кількість стовпчиків, рівну кількості виділених факторів

Факторні ваги (factor scores) – кількісні значення зв'язку виділених факторів з об'єктами. Об'єкту з більшою факторною вагою властивий більший рівень прояву властивостей виділеного фактора (більший рівень зв'язку з фактором). Позитивні факторні ваги відповідають об'єктам, що мають рівень прояву властивостей фактора більше середнього, а негативні – нижче середнього. Таблиця факторних ваг складається з кількості стрічок, рівної кількості об'єктів, та кількості стовпчиків, рівної кількості виділених факторів.

За допомогою факторного аналізу можна встановити, який із факторів найбільш значимий. Для цього використовується аналіз власних значень факторів.

Для інтерпретації результатів факторного аналізу необхідні такі величини: факторні навантаження; факторне поле; факторні ваги; власні значення факторів. В текстах наукових робіт представляють лише факторні поля, а при описі цих факторних полів поруч з кожною змінною в дужках ставлять її факторне навантаження. Самі факторні навантаження, ваги та власні значення факторів представляють у додатках. Задача про кількість факторів. Взагалі, рішення про кількість виділених факторів достатньо довільне. Зазвичай, спочатку виділяють максимально можливу кількість факторів, а потім на основі аналізу таблиці власних значень приймають рішення про найбільш збалансовану кількість виділених факторів і проводять знову аналіз вже для обраної їх кількості. Однак, існують загальні рекомендації, слідування яким дасть непоганий результат.

Критерій Кайзера найширше використовується і полягає у тому, що відбираються лише фактори, власні значення яких більше. Цей критерій автоматично включається в модулі факторного аналізу програми STATISTICA.

Критерій кам'янистого насипу. Це є графічний критерій, вперше описаний Р.Б. Кеттелом. Р.Б. Кеттел запропонував знайти таке місце на графіку, де зменшення власних значень зліва направо максимально

сповільнюється. Відповідно до цього критерію варто залишити 2 фактори. Назва цього критерію походить від геологічного терміну, яким позначають уламки гірських порід, які накопичуються в нижній частині скелястого схилу – фактори справа і є тими уламками.

Критерій Кайзера іноді зберігає занадто багато факторів, а критерій кам'янистого насипу – навпаки, іноді зберігає занадто мало факторів. Однак, обидва критерії дають непоганий результат, якщо їх застосовувати в нормальних умовах (невелика кількість факторів та велика кількість змінних і об'єктів). Часто використовують обидва критерії послідовно – відсікають зовсім незначимі фактори з допомогою критерію Кайзера, а потім до тих факторів, які залишилися, застосовують критерій кам'янистого насипу.

Особливості факторного аналізу. Результати факторного аналізу будуть вдалимими, якщо вдасться їх проінтерпретувати, виходячи із смислу показників, які характеризують виділені фактори. Цей етап роботи є надзвичайно відповідальним, оскільки вимагає від дослідника досвіду аналізу та чіткого уявлення про аналізовані змінні. Саме тому включення в набір змінних якомога більшої кількості різноманітних показників ні до чого не призведе. Факторний аналіз не дає якогось нового знання, він лише допомагає виявити структуру заданих дослідником змінних. У зв'язку з цим при підборі змінних для факторного аналізу варто керуватися смисловим наповненням цих змінних. З приводу питання про те, скільки ж факторів аналізувати, якщо їх вибір є досить довільними, то зазвичай досліджують декілька рішень з різною кількістю факторів, а потім обирається одне, найбільш осмислене.

Існує багато різних методів факторного аналізу (метод головних компонент, центроїдний метод, метод головних осей тощо). Більшість із них не статистичні в строгому смислі цього слова, оскільки для них не розроблені методи поширення результатів на генеральну сукупність. Вихідну кореляційну матрицю вважають заданою і обчислення проводяться без врахування статистичної значимості окремих кореляцій. Саме тому питання

про значимість факторних навантажень вирішується з допомогою емпіричних порогів значимості (0,4 або 0,7), а змістове наповнення фактора визначається на основі змінних, які мають високі (значимі) факторні навантаження. Виключенням є метод максимальної правдоподібності та канонічний факторний аналіз, для яких способи перевірки статистичної значимості розроблені.

Однією з проблем факторного аналізу є проблема повороту факторних структур. Будь-який ортогональний поворот факторів призводить до такої ж факторизації, але з перерозподілом навантажень. Необхідність повороту виникає часто тоді, коли виділеним факторам не вдається дати чітку смислову інтерпретацію. Наприклад, в одному факторі навантаження різних змінних можуть бути близькі за величиною і тоді важко знайти єдиний смисловий інваріант цього фактора. Поворот же дозволяє зробити факторні навантаження контрастнішими за рахунок певного зменшення навантажень по одних змінних і збільшення по інших. Це сприяє чіткішому прояву ознак, які формують той чи інший фактор. Місце факторного аналізу у структурі дослідження. Узагальнюючи наш короткий огляд факторного аналізу, слід вказати на його місце в структурі експериментальної роботи. Виділяють два основні підходи до його використання: пошуковий підхід та направлений підхід. Пошуковий підхід до використання факторного аналізу полягає у його використанні на першій стадії дослідження складного явища з метою пошуку гіпотез про його структуру. Використання факторного аналізу на ранніх стадіях експерименту є дійсно надзвичайно продуктивним, однак, факторний аналіз – це, передусім, засіб перевірки та селекції гіпотез. З іншого боку, розглядають направлений факторний аналіз, який має на меті проведення експерименту для підтвердження вже висунутої теоретичної гіпотези. Цей факторний аналіз використовують на пізніших етапах дослідження, коли вже необхідно, наприклад, визначити розмірність досліджуваного явища чи побудувати певний узагальнений індекс для цього явища.

Ф. Франселла та Д. Банністер розробили процедуру наближеного факторного аналізу.

- кореляційний аналіз - якщо досліджуваний оцінював значимих осіб, то для обробки даних слід використати коефіцієнт кореляції Пірсона, якщо досліджуваний ранжував значимих осіб, то для обробки слід використати коефіцієнт кореляції Спірмена.

Після обчислення всіх показників взаємозв'язку знаходять суму всіх балів по кожній з якостей. Це і буде загальна дисперсія, що пояснюється якістю (в принципі, є аналогом власних значень факторів). Самі показники взаємозв'язку є аналогом факторних навантажень.

Побудова факторного простору. Необхідно розташувати всі якості у просторі двох факторів-осей. Перший фактор буде утворений якістю, яка має найбільшу суму показників взаємозв'язку, тобто найтісніше пов'язана з іншими. Другий фактор утворює друга за силою взаємозв'язку якість, яка, однак, не корелює з першим фактором. Всі інші якості слід розмістити у просторі двох виділених факторів відповідно до коефіцієнтів кореляції "якість-фактор"

Етап інтерпретації є найважливішим у факторному аналізі, адже саме для цього й проводять всі ці складні і громіздкі обчислення. Загалом при інтерпретації результатів ручного факторного аналізу враховують такі показники:

- коефіцієнти кореляції між якістьми;
- показники взаємозв'язку між якістьми;
- загальні дисперсії, які пояснюються якістьми;
- віднесеність якостей до факторів та їх полюсів;
- цілісна картина факторного простору.

Факторний аналіз є потужним інструментом психологічного дослідження. Можливості його використання дуже широкі. Однак, цей інструмент вимагає від дослідника вмінь оперувати великими масивами

даних, глибоко проникати у суть досліджуваного явища, опиратися на теоретичні моделі, висувати та відкидати гіпотези.

III Порядок проведення заключної частини

В групі необхідно наприкінці заняття обговорити обмеження, які виникають при реалізації факторного аналізу.

Тема № 6: Міри зв'язку

Практичне заняття 4. Кластерний аналіз

Навчальна мета заняття: закріпити й поглибити розуміння курсантів про математичні методи в психологічних дослідженнях.

Кількість годин: 2.

Місце проведення навчальна аудиторія.

Навчальні питання:

1. Кластерний аналіз

Література, матеріально-технічне та методичне забезпечення

1. Климчук В.О. Кластерний аналіз: використання у психологічних дослідженнях. *Практична психологія та соціальна робота*. 2016. №4. С. 30-36.

План проведення заняття:

I Порядок проведення вступу

Кластерний аналіз – незамінний метод, коли необхідно знайти внутрішню структуру даних, побудувати емпіричну таксономію, виявити ієрархічну будову даних.

Багато досліджень мають метою організацію даних дослідження у наглядні структури (у психології – класифікація видів поведінки тощо). Зробити це можливо за допомогою кластерного аналізу. Фактично, кластерний аналіз є набором різноманітних алгоритмів класифікації. Коли необхідно класифікувати великі масиви інформації на групи, які придатні для подальшого аналізу – кластерний аналіз є незамінним інструментом.

Кластерний аналіз не є звичайним статистичним методом, у більшості випадків до нього не можуть бути застосовні процеси перевірки статистичної значимості. Кластерний аналіз дає найбільше можливо-значиме рішення. Його часто використовують тоді, коли дослідник має набір даних, але не має жодної апріорної гіпотези про класи цих даних.

При використанні кластерного аналізу слід враховувати наступне:

- більшість методів кластерного аналізу є доволі простими евристичними процедурами, які, як правило, не мають статистичного обґрунтування;

- різні методи кластеризації можуть породжувати різні кластерні рішення для одних і тих же даних, тому слід по-перше обирати найбільш осмислене рішення, по-друге – завжди вказувати, який саме метод кластеризації було використано;

- при використанні кластерного аналізу дослідник намагається виявити структуру даних, в той же час дія кластерного аналізу полягає у привнесенні структури у аналізовані дані, тобто, кластеризація може призвести до появи артефактів (виявлення структури в даних, які її не мають);

- осмислене рішення при кластерному аналізі можна обрати лише тоді, коли є базис для його осмислення – теорія, інакше з'являється небезпека наївного емпіризму, коли результати кластеризації приймаються за істину.

Етапи проведення кластерного аналізу.

- проведення дослідження;
- підготовка даних до кластерного аналізу;
- вибір методу кластерного аналізу;
- вибір міри відстані між об'єктами та її обчислення;
- вибір стратегії кластеризації;
- застосування обраної стратегії для утворення кластерів;
- перевірка результатів кластерного аналізу на осмисленість і їх інтерпретація.

Підготовка даних до кластерного аналізу відбувається так же, як і при факторному аналізі, із збереженням усіх поставлених вимог.

Виділяють три основних методи кластерного аналізу: деревоподібна кластеризація, метод К-середніх та двовходове об'єднання.

Метод деревоподібної кластеризації (ієрархічна кластеризація, tree clustering) дозволяє побудувати ієрархічне кластерне дерево. Деревоподібна кластеризація: пошук відстаней між об'єктами.

Метод К-середніх використовується тоді, коли у дослідника вже є певні апріорні гіпотези стосовно кількості кластерів. В межах цього методу дослідник має наперед задати кількість кластерів, і алгоритм кластеризації дозволить знайти ці кластери так, щоб вони максимально різнилися один від одного. Перевагою цього методу є можливість перевірки статистичної значимості відмінностей між виділеними кластерами.

Метод двовходового об'єднання використовують у випадках, коли хочуть провести одночасну кластеризацію об'єктів (стовпчиків) та спостережень (рядків).

Для проведення кластерного аналізу перш за все необхідно визначитися із методом. Метод деревоподібної кластеризації найбільш показовий і зрозумілий (більшість початківців вперше знайомляться саме з ним).

Після визначення з методом необхідно обрати міру відстані між об'єктами та обчислити ці відстані. Розглянемо, які бувають міри відстаней між об'єктами. Евклідова відстань. Це найуживаніша міра відстані між об'єктами, яка являє собою геометричну відстань між об'єктами у багатомірному просторі. Евклідова відстань обчислюється по вихідним не стандартизованим даним, а тому всі змінні повинні бути виміряні в одному масштабі (якщо це сантиметри, то всі змінні повинні бути виміряні в сантиметрах тощо). Квадрат Евклідової відстані. Ця міра використовується тоді, коли хочуть на порядок збільшити значення відстаней між дуже віддаленими між собою об'єктами.

Манхеттенівська відстань. Ця міра у більшості випадків призводить до таких же результатів, як і Евклідова відстань, але зменшується вплив окремих великих різниць (викидів) через те, що відстань обчислюється по простим різницям координат

Відстань Чебишева. Використовується тоді, коли хочуть позначити два об'єкти як різні, якщо вони відрізняються якимсь одним виміром (однією координатою).

Відсоток невідповідності. Міра використовується у випадках, коли дані належать номінативній шкалі.

Коефіцієнт кореляції Пірсона. Використовується у випадку, абсолютні значення та різниці між об'єктами несуттєві, а більш важливим є наявність зв'язку між ними – $L = 1 - r$. Ця міра чутлива лише до схожості профілів об'єктів. Призводить до результатів, близьких до факторного аналізу – кластери можуть наближатися до факторів.

Стратегії кластеризації являють собою правила об'єднання об'єктів (змінних) у кластери. Вони переглядають таблицю схожостей об'єктів, і на кожному кроці послідовно об'єднують пару найбільш схожих об'єктів (змінних чи кластерів). Завершується процес утворенням одного кінцевого великого кластера, який включає в себе всі об'єкти. Основна різниця між стратегіями – це спосіб вимірювання відстаней. Однак, тут уже мова йдеться не про безпосередні відстані між об'єктами – на першому кроці кластеризації кожен об'єкт являє собою окремий кластер, і відстані між ними визначаються обраною мірою (Евклідова відстань, відстань Чебишева тощо).

Найпоширеніші стратегії кластеризації.

Стратегія найближчого сусіда (Nearest neighbor) або стратегія одиночного зв'язок (Single linkage). Тут відстань між двома кластерами визначається як відстань між двома найближчими об'єктами (найближчими сусідами). Стратегія ніби нанизує об'єкти один на один, і в результаті кластери представляються у вигляді довгих “ланцюжків”. Стратегія пов'язує

два кластери разом, коли будь-які два об'єкти в цих кластерах ближче один до одного, ніж усі інші.

Стратегія найвіддаленішого сусіда або стратегія повного зв'язку. При використанні цієї стратегії відстань між кластерами визначається найбільшою відстанню між двома об'єктами з різних кластерів (між найвіддаленішими сусідами). Стратегія добре працює, коли об'єкти реально належать різним класам. Якщо є природним типом кластерів в отриманих даних є ланцюжки, то ця стратегія є непридатною. Стратегія утворює в основному “кущі” об'єктів. Стратегія незваженого попарного середнього. Відстань між двома кластерами визначається як середня відстань між всіма парами об'єктів у них. Метод ефективний випадку реального об'єднання об'єктів як у “кущі”, так і в “ланцюжки”.

Стратегія зваженого попарного середнього. Стратегія відрізняється від попередньої тим, що при обчисленнях розмір відповідного кластера (кількість об'єктів, які він містить) використовується в якості вагового коефіцієнта. Тому цю стратегію використовують тоді, коли передбачають появу кластерів нерівного розміру.

Стратегія Варда. Ця стратегія суттєво відрізняється від попередніх, оскільки використовує методи дисперсійного аналізу для оцінки відстаней між кластерами. Ця стратегія мінімізує суму квадратів (SS) для двох гіпотетичних кластерів, які можуть бути сформовані на кожному кроці процесу кластеризації. Метод вважається ефективним, але намагається створювати кластери малого розміру.

Якщо уявити таблицю схожостей як багатомірний простір, а об'єкти – як точки цього простору, то можна описати, що роблять з точками цього простору розглянуті стратегії. Перший тип стратегій – стискаючі. Стратегії цього типу ніби стискають простір об'єктів, зменшуючи відстані між усіма групами даних. Коли черговий об'єкт піддається такій стратегії, він, швидше за все, буде віднесений до вже існуючого кластера, ніж стане джерелом утворення нового. Сюди можна віднести стратегію найближчого сусіда.

Другий тип стратегій – розширюючі. Ці стратегії ніби розширюють простір об'єктів, збільшуючи відстані між ними. Точки ніби розступаються, утворюючи дрібніші, але чіткіші групи (кластери). Ці стратегії створюють кластери гіперсферичної форми, приблизно однакові за об'ємом. До цього типу належать стратегія найвіддаленішого сусіда та стратегія Варда. Третій тип стратегій – зберігаючі. Стратегії, які належать до цього типу, залишають вихідний простір об'єктів без змін. Це стратегії зваженого та незваженого попарного середнього.

Останній етап кластерного аналізу – інтерпретація. При інтерпретації кластерного дерева слід намагатися в межах кожного із виділених кластерів знайти певний смисловий інваріант, який би пояснив причину об'єднання об'єктів у цей кластер. Для цього додатково можна використати:

- описові статистики об'єктів;
- описові статистики спостережень (значень об'єктів);
- вихідний масив даних.

В результаті такого аналізу необхідно знайти певну психологічну характеристику, яка одночасно зможе слугувати назвою кластера.

Очевидно, що не всі аспекти емпірично виявленої класифікації повністю накладаються на структуру кластерного дерева, але, власне, у психології такої абсолютно точності навряд чи коли вдасться досягти. Зроблені узагальнення можуть стати джерелом подальших більш ґрунтовних досліджень і висновків з них. Кластерний же аналіз на цьому етапі дослідницької роботи свою задачу виконав – виявив структуру студентської групи на основі рівня професійної ідентифікації.

Представлення результатів кластерного аналізу.

Обов'язково слід вказати: метод кластеризації; міру відстані між об'єктами; стратегію кластеризації.

Розглянемо основні стратегії кластеризації. Простий асоціативний кластер. Для побудови асоціативного кластера обирається один елемент, який буде ядром. Далі підбираються усі елементи, які мають найближчу

відстань до ядра. Таким чином, ядер може бути стільки, скільки є елементів у матриці. Для вибору того чи іншого елементу ядром, слід враховувати зміст задачі, які вирішує дослідник, особливості матриці відстаней.

Складний асоціативний кластер. Від простого відрізняється тим, що в якості ядра виступають декілька елементів. Для побудови такого кластеру обирають складне ядро (як правило, декілька близьких між собою елементів), потім для кожного елемента підбирають його найближчих сусідів. Після цього обирається певна мінімальна відстань і для залишаються у кластері лише ті елементи, які мають цю мінімальну відстань від ядра.

Ланцюговий кластер. Для його побудови обирається з матриці один початковий елемент (№1), далі шукається найближчий до нього елемент (№2) тощо. Побудова ланцюгового кластеру завершується тоді, коли вичерпані усі близькі елементи.

Побудова асоціативного та ланцюгового кластерів переслідує різні цілі. При побудові асоціативного кластера метою є пошук елементів, найближчих до ядра, а при побудові ланцюгового кластера – пошук послідовного зв'язку початкового елемента з усіма іншими елементами матриці.

Асоціативно-ланцюговий кластер. Для його побудови спочатку використовується стратегія побудови асоціативного кластера, а потім до кожного елемента цього кластера використовується стратегія побудови ланцюгового кластера.

II Порядок проведення основної частини.

За емпіричними даними, які зібрані для написання курсової роботи курсанти готують дані, обробляють їх за допомогою модулю кластерного аналізу програми STATISTICA та інтерпретують.

III Порядок проведення заключної частини

В групі необхідно наприкінці заняття обговорити обмеження, які виникають при реалізації кластерного аналізу.

3. Рекомендована література (основна, допоміжна), інформаційні ресурси в Інтернеті

1. Андрійчук І.П Математична статистика для психологів. Навчально-методичний посібник. Тернопіль: ТНПУ ім. В. Гнатюка, 2011.
2. Горкавий В. К., Ярова В. В. Математична статистика: Навчальний посібник. Київ : ВД «Професіонал», 2014.
3. Климчук В.О. Математичні методи у психології. Навчальний посібник для студентів психологічних спеціальностей. Київ : Освіта України. 2019.
4. Літнарівч Р.М. Основи математичної статистики у психології : Навчальний посібник. Ч.3. Рівне : МEGУ, 2016.
5. Математико-статистичні методи в соціології та психології : Навч. посіб. / А. Б. Телейко, Р. К. Чорней. Київ : МАУП, 2017.
6. Руденко В. М., Руденко Н. М. Математичні методи в психології. Київ : Академвидав, 2019.

Допоміжна:

1. Волощенко А. Б., Джалладова І. А. Теорія ймовірностей та математична статистика: Навч.-метод. посібник для самостійного вивч. Київ : КНЕУ, 2013.
2. Жлуктечко В. І., Наконечний С. І., Савіна С. С. Теорія ймовірностей та математична статистика: Навч.–метод. посібник: У 2-х ч. Київ : КНЕУ, 2011.
3. Климчик В.О. Кластерний аналіз: використання в психологічних дослідженнях. *Практична психологія та соціальна робота*. 2016. №4. С. 30–36.
4. Климчук В.О. Факторний аналіз: використання у психологічних дослідженнях. *Практична психологія та соціальна робота*. 2016. №8. С. 43–48.

5. Максименко В. С., Паніотто В. І., Харченко Н. М. Статистичний аналіз соціологічних даних. Київ : Видав. дім “КМ Академія”, 2014.

6. Мармоза А. Т. Практикум математичної статистики: Навч. посіб. Київ : Кондор, 2014.

7. Толбатов Ю. А. Загальна теорія статистики засобами Excel. Навчальний посібник. Київ : Четверта хвиля, 2011.