

**МІНІСТЕРСТВО ВНУТРІШНІХ СПРАВ УКРАЇНИ  
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ВНУТРІШНІХ СПРАВ**

*Факультет № 6  
Кафедра соціології та психології*

**ТЕКСТ ЛЕКЦІЇ**

з навчальної дисципліни

**«Комп'ютерні методи практичної психології»**  
обов'язкових компонент освітньої програми  
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти

*053 Психологія (практична психологія)*

**Тема №7. Аналіз психологічних даних в SPSS: кореляційний аналіз**

**Харків 2023**

**ЗАТВЕРДЖЕНО**

Науково-методичною радою  
Харківського національного  
університету внутрішніх справ  
Протокол від 30.08.2023 р. №7

**СХВАЛЕНО**

Вченою радою факультету №6  
Протокол від 25.08.2023 р. №7

**ПОГОДЖЕНО**

Секцією Науково-методичної  
ради ХНУВС з гуманітарних та  
соціально-економічних дисциплін  
Протокол від 29.08.2023 р. №7

Розглянуто на засіданні кафедри соціології та психології  
Протокол від 15.08.2023 р. №8

**Розробник:**

Професор кафедри соціології та психології факультету №6  
д-р соціол. н., професор Нечитайло Ірина Сергіївна

**Рецензенти:**

1. Керівник психологічної служби Харківського гуманітарного університету «Народна українська академія», доцент кафедри соціології та гуманітарних дисциплін, к. психол. н., Гога Н. П.;
2. Доцент кафедри соціології та психології факультету №6, к. психол. н., доцент Філоненко В. М.

## ТЕМА №7. АНАЛІЗ ПСИХОЛОГІЧНИХ ДАНИХ В SPSS: КОРЕЛЯЦІЙНИЙ АНАЛІЗ

### План

- 7.1. Поняття та види кореляційного зв'язку.
- 7.2. Алгоритми розрахунку коефіцієнтів кореляції.

### Рекомендована література

#### *Основна*

1. Максименко С. Д., Носенко Е. Л. Експериментальна психологія : підручник Київ : Центр учб. літ., 2017. 359 с.
2. Нечитайло І. С., Бірюкова М. В. Математичні методи в соціології : підручник для студентів ВНЗ / Нар. укр. акад., [каф. соціології]. Харків : Вид-во НУА, 2012. 243 с.
3. Татьянчиков А. О. Математичні методи в психології: навчально-методичні рекомендації (в допомогу до самостійної роботи для здобувачів вищої освіти ступеня бакалавра факультету психології, політології та соціології) ; кафедра психології НУ «Одеська юридична академія». Одеса : Фенікс, 2021. 48 с.

#### *Допоміжна*

4. Застосування математично-статистичних методів аналізу у психологічних вимірюваннях [Електронний ресурс]. Режим доступу: <http://surl.li/aghly> . Дата звернення: 31.07.2023.
5. Катаєв Є. С. Використання статистичних методів обробки даних у дослідженнях “я-концепції” особистості. Вісник Національного університету оборони України. 2012. №2 (27) /2012. С. 171-176.
6. Салюк М. А. Статистична обробка даних експериментального дослідження. Методичний посібник з курсу «Експериментальна психологія» / за ред. Е.Л. Носенко. Дніпропетровськ: Інновація, 2010. 26 с.
7. Старушенко Г. А. Статистична обробка даних в системі публічного управління : навч. посіб. Дніпро : ГРАНІ, 2018. 144 с.
8. Foster G., Lane D., Scott D., Hebl M. and other. An Introduction to Psychological Statistics. University of Missouri, St. Louis. 2018. 271 p.

## ТЕКСТ ЛЕКЦІЇ

### 7.1. Поняття та види кореляційного зв'язку

Для обчислення кореляцій між даними в програмі SPSS використовуються команди підменю Correlate (Кореляція) меню Analyze (Аналіз). Кореляція являє собою величину, укладену в межах від -1 до +1. Попри те, що існує багато коефіцієнтів кореляції, кожен з яких має своє умовне позначення, в загальному у смислі кореляція позначається як  $r$ .

Поняття «кореляція» і «двовимірна кореляція» часто вживаються як синоніми: останнє означає «кореляція між двома змінними» і підкреслює, що розглядається саме двовірне співвідношення.

Основний коефіцієнт кореляції – Пірсона – призначений для оцінки зв'язку між двома змінними величинами, виміряними за метричними шкалами, розподіл яких відповідає нормальному. Незважаючи на те, що величина  $r$  розраховується в припущенні, що значення обох змінних розподілені по нормальному закону, формула для обчислення дає досить точні результати і у випадках аномальних розподілів, а також у випадках, коли одна зі змінних є дискретною.

Для розподілів, які не є нормальними, краще користуватися ранговими коефіцієнтами кореляції Спірмена або Кендалла.

Команди підменю Correlate (Кореляція) дозволяють обчислити як коефіцієнт Пірсона (Pearson), так і коефіцієнти Спірмена (Spearman) і Кендалла (Kendall's tau-b).

Існують і інші коефіцієнти кореляції, що застосовуються для різних типів даних.

*Кореляція, або коефіцієнт кореляції* – це статистичний показник ймовірнісного зв'язку між двома змінними величинами. На відміну від функціонального зв'язку, при якому кожному значенню однієї змінної відповідає строго визначене значення іншої змінної, ймовірнісний зв'язок характеризується тим, що кожному значенню однієї змінної відповідає множина значень іншої змінної.

Прикладом ймовірнісної кореляції є зв'язок між зростом і вагою людей. Зрозуміло, що один і той же зріст може бути у людей різного ваги, як і навпаки. Величина коефіцієнта кореляції змінюється від -1 до +1 або від 0 до +1. Значення коефіцієнту, які наближені до  $|1|$  (одиниці по модулю) відповідають повному функціональному зв'язку між двома змінними, 0 – відсутність зв'язку.

Наочне представлення про зв'язок двох змінних відбиває графік двовірного розсіювання, який відповідає команді Scatter (Розсіювання) буде за допомогою функції меню Graphs (Графіки). На такому графіку кожен об'єкт являє собою точку, координати якої задані значеннями двох змінних. Таким чином, безліч об'єктів на графіку позначається безліччю точок. Виходячи з конфігурації цієї множини точок можна судити про характер зв'язку між двома змінними.

Строго позитивна кореляція (*perfect positive correlation*) визначається значенням  $p=1$ . Термін «строга» означає, що значення однієї змінної однозначно визначаються значеннями іншої змінної, а термін «позитивна» що зі зростанням значень однієї змінної значення іншої змінної також зростають. Строга кореляція є математичною абстракцією і практично не зустрічається в реальних дослідженнях. Прикладом строгої кореляції є відповідність між часом шляхи і пройденою відстанню при незмінній швидкості.

Позитивна кореляція відповідає значенням  $0 < p < 1$ . Позитивну кореляцію слід інтерпретувати таким чином: якщо значення однієї змінної зростають, то значення іншого мають тенденцію до зростання.

Чим ближчим є коефіцієнт кореляції до 1, тим сильніше ця тенденція, і навпаки, з наближенням коефіцієнта кореляції до 0 тенденція слабшає.

Прикладом значної позитивної кореляції служить залежність між зростом і вагою людини. Вважається, що в цьому випадку коефіцієнт кореляції дорівнює  $p=0,83$ . Слабка позитивна кореляція ( $p=0,12$ ) спостерігається між здатністю людини до співчуття та реальною допомогою, яку він надає нужденним людям.

Відсутність кореляції (*no correlation*) визначається значенням  $p=0$ . Нульовий коефіцієнт кореляції свідчить про те, що значення змінних ніяк не пов'язані одне з одним. Прикладом пари величин з нульовою кореляцією є зріст людини і результат її IQ-тесту.

Негативна кореляція відповідає значенням  $-1 < p < 0$ . Якщо значення однієї змінної зростають, то значення іншої мають тенденцію до спадання.

Чим ближче коефіцієнт кореляції до -1, тим сильніше ця тенденція, і навпаки, з наближенням коефіцієнта кореляції до 0 тенденція слабшає.

Слабка негативна кореляція ( $p=-0,13$ ) спостерігається між агресивністю людини по відношенню до свого друга і допомогою, яку вона надає. Чим більш агресивною є людина, тим менш вона схильна надавати допомогу, проте така залежність виражена слабо. Прикладом значної негативної кореляції ( $p=-0,73$ ) служить залежність між нервовою збудливістю людини й її емоційною врівноваженістю. Чим вище вираженими є результати тесту на збудливість, тим більш низький результат має тест на врівноваженість.

Строго негативна кореляція (*perfect negative correlation*) визначається значенням  $p=-1$ . Вона, так само, як і суворі позитивна кореляція, є математичною абстракцією і не знаходить відображення в практичних дослідженнях. Приклад, що ілюструє строгу негативну кореляцію, можна взяти зі шкільного підручника фізики: при рівномірному русі відстань дорівнює добутку часу на швидкість. При заданій відстані час і швидкість є зворотно пропорційними величинами: щоб пройти шлях за половину часу, необхідно йти вдвічі швидше.

*Лінійна і криволінійна кореляції.* Основний коефіцієнт кореляції Пірсона є мірою прямолінійного зв'язку між змінними: його значення досягають максимуму, коли точки на графіку двовірного розподілу лежать на одній прямій лінії. У реальному житті відносини між змінними часто виявляються

не тільки імовірнісними, але і нелінійними: монотонними або немонотонними. Якщо зв'язок нелінійний, але монотонна, то замість кореляції Пірсона слід використовувати рангові коефіцієнти кореляції Спірмена або Кендалла.

Нерідко зв'язок між двома змінними є не тільки нелінійним, але і немонотонним. В якості прикладу розглянемо такі два фактори, як нервово збудження перед іспитом і успішність його здачі. Дослідження показують, що студенти, які відчувають помірне нервово збудження, мають найкращі результати на іспитах, у той час як дуже спокійні або дуже нервові студенти здають іспити значно гірше. Але якщо на осі абсцис відобразити ступінь нервового збудження, а на осі ординат – результати складання екзаменів, то графік залежності між ними прийме вигляд, близький до перевернутої букви U. При цьому будь-який коефіцієнт кореляції, обчислений для цих величин, виявиться досить низьким. Це пояснюється тим, що для немонотонних відносин потрібні інші методи оцінки кореляції.

Перед тим як оцінювати кореляцію двох змінних, рекомендується побудувати графік залежності між ними – графік двомірного розподілу (розсіювання). Якщо графік демонструє монотонність зв'язку, то для обчислення кореляції можна використовувати команди підменю *Correlate* (Кореляція).

*Рангові кореляції.* Як уже зазначалося, необхідність у застосуванні рангових кореляцій виникає в двох випадках: коли розподіл хоча б однієї із двох змінних не відповідає нормальному і коли зв'язок між змінними є нелінійним. У цих випадках замість кореляції Пірсона можна вибрати рангові кореляції: Спірмена або Кемдалла.

Ранговими вони є тому, що програма попередньо ранжує змінні, між якими вони обчислюються. Кореляцію Спірмена програма SPSS обчислює наступним чином: спочатку змінні переводяться в ранги, а потім до рангів застосовується формула Пірсона. Таким чином, кореляція Спірмена інтерпретується по аналогії з кореляцією Пірсона. Інакше справа йде з кореляцією Кендалла, яка має імовірнісну природу.

Розглянемо принцип обчислення Кендалла на прикладі. Припустимо, оцінюється зв'язок між ростом і вагою в групі людей, попередньо ранжованих за цим змінним. Тоді при порівнянні будь-яких двох людей з цієї групи можливі дві ситуації: односпрямоване співпадіння змінних («збіг»), коли і зріст, і вага однієї людини, є більшою, ніж зріст і вага іншої; різноспрямовані зміни («інверсія») – це коли зріст у другої людини є більшим, а вага – меншою, ніж у першої. Перебравши всі пари випробовуваних, можна оцінити ймовірність збігів (P) і ймовірність інверсій (Q).

Кореляція Кендалла – це різниця ймовірностей «збігів» і «інверсій»:  $T = P - Q$ . За значенням кореляції Кендалла завжди можна обчислити ймовірність «збігів» ( $P = (1 + T) / 2$ ) і «інверсій» ( $Q = (1 - T) / 2$ ). Наприклад, якщо кореляція між ростом і вагою  $T = 0,5$ , то ймовірність «збігів» (чим більше зріст, тим більше вага),  $P = 0,75$ , а ймовірність «інверсій» (чим більше зріст, тим менше вага)  $Q = 0,25$ . Таким чином, важливою перевагою кореляції T Кендалла є її чітка імовірнісна інтерпретація.

*Значущість.* Як і більшість статистичних процедур, команди підменю Correlate (Кореляція) поряд з описовими статистиками (кореляціями в даному випадку) обчислюють їх рівень значущості. Нагадаємо, що рівень значущості є мірою статистичної достовірності результату обчислень, в даному випадку – кореляції, іслужить підставою для інтерпретації. Якщо дослідження показало, що рівень значущості кореляції не перевищує 0,05, то це означає, що з імовірністю 5% і менше кореляція є випадковою. Зазвичай це є підставою для висновку про статистичної достовірності кореляції.

В іншому випадку ( $p > 0,05$ ) зв'язок визнається статистично недостовірним і не підлягає змістовній інтерпретації.

SPSS дозволяє визначати два тести значущості: односторонній (one-tailed) і двосторонній (two-tailed). Зазвичай використовується двосторонній тест значущості. Але якщо ви заздалегідь знаєте напрямок кореляції (позитивна або негативна) і вас цікавить тільки один напрямок, то можна використовувати односторонній тест значущості. Однак така ситуація трапляється рідко, а якщо і трапляється, то правомірність односторонньої перевірки важко піддається обґрунтуванню.

*Приватна кореляція.* Суть приватної кореляції полягає в наступному. Якщо дві змінні корелюють, то завжди можна припустити, що ця кореляція обумовлена впливом третьої змінної, як загальної причини спільної мінливості перших двох змінних. Для перевірки цього припущення досить виключити вплив цієї третьої змінної і обчислити кореляцію двох змінних без урахування впливу третьої змінної (при фіксованих її значеннях). Кореляція, обчислена таким чином, і називається приватною. Наприклад, при дослідженні зв'язку між швидкістю читання і зрілістю моральних суджень у дітей різного віку напевно буде виявлена кореляція цих двох змінних. Відповідь на питання, чи пов'язані вони безпосередньо, або зв'язок обумовлений, наприклад, віком, дозволяє дати приватна кореляція. Якщо при фіксованих значеннях віку приватна кореляція швидкості читання і зрілості моральних суджень наближується до нуля, то можна зробити висновок, що зв'язок між цими змінними обумовлена віком.

## 7.2. Алгоритми розрахунку коефіцієнтів кореляції

У покрокових процедурах наведено кілька прикладів, що ілюструють застосування команд підменю Correlate (Кореляція). В якості файлу даних використовується спеціально підібраний робочий файл з п'ятьма змінними «тест 1», «тест 2», «тест 3», «тест 4», «тест 5».

Спочатку виконуються три підготовчих кроку.

**Крок 1.** Створіть новий файл даних або підготуйте існуючий.

**Крок 2.** Запустіть програму SPSS за допомогою значка на робочому столі або команди Пуск > Програми > SPSS for Windows > SPSS 11.0 for Windows (Start > Programs > SPSS for Windows > SPSS 11.0 for Windows) головного меню Windows.

Після запуску програми у діалоговому вікні SPSS for Windows кладніть

на кнопці Cancel (Скасувати).

Після виконання цього кроку на екрані з'явиться вікно редактора даних SPSS.

**Крок 3.** Відкрийте файл даних, з якими ви маєте намір працювати.

Якщо він розташований в поточній папці, то виконайте наступні дії:

1. Виберіть у меню File (Файл) команду Open>Data (Відкриття>Дані) або клацніть на кнопці Open File (відкрити файл) панелі інструментів.

2. У діалоговому вікні, двічі клацніть на імені робочого файлу або введіть це ім'я з клавіатури і клацніть на кнопці OK.

Незалежно від того, відкрита програма SPSS тільки-но або якісь процедури вже виконувалися, у верхній частині головного вікна має бути присутнім рядок меню (вона показана нижче). Поки рядок меню присутня на екрані, доступні всі команди аналізу даних. При цьому вікно з даними бачити не обов'язково.

При роботі зі зведеними таблицями чи під час редагування діаграм деякі пункти меню можуть зникати або змінюватися. Щоб повернутися до головного вікна і стандартної панелі меню, клацніть на кнопці згортання або відновлення поточного вікна.

Після завершення кроку 3 на екрані повинне бути вікно редактора даних з рядком меню.

**Крок 4.** В меню Analyze (Аналіз) виберіть команду Correlate>Two-dimensional (Кореляція>Двовимірна).

На екрані з'явиться діалогове вікно Двовимірного розподілу (Двовимірні кореляції).

Вікно Двовимірного розподілу дозволяє налаштувати параметри обчислення кореляцій. У списку ліворуч містяться імена всіх змінних, що мають числовий тип. Рядкові змінні для команди Correlate>Two-dimensional (Кореляція>Двовимірна) недоступні.

Щоб вибрати змінні для обчислення кореляції, їх потрібно перемістити в список Variables (Змінні) за допомогою кнопки зі стрілкою. Якщо кілька потрібних змінних розташовані у вихідному списку одна за одною, ви можете, навести вказівник миші на верхню з них, натиснувши кнопку миші, і таким чином перемістити вказівник на нижню змінну і відпустити кнопку миші, тим самим виділивши одразу кілька змінних.

У групі Correlation Coefficients (Коефіцієнти кореляції) за замовчуванням встановлений прапорець Pearson (Пірсона). Якщо потрібно обчислити рангові кореляції, то слід встановити прапорець Spearman (Спірмен) і (або) Kendall's tau-b (Кендалла). Можете встановити всі три прапорці, щоб мати можливість порівнювати три коефіцієнти кореляції для різних розподілів даних.

У групі Significance test (Тест значущості) за замовчуванням встановлений перемикач Two-tailed (Двосторонній). Якщо ви заздалегідь впевнені в напрямку (знаку) кореляції, то можете встановити перемикач One-tailed (Односторонній).

Параметр Flag significant correlations (Позначати значущі кореляції)



встановлено за замовчанням. Це означає, що кореляції, обчислені з рівнем значущості від 0,01 до 0,05, будуть позначені однією зірочкою(\*), а від 0 до 0,01 – двома зірочками (\*\*). Незалежно від значимості в висновок включаються коефіцієнти кореляції і *p*-рівні, обчислені з точністю до 3 знаків після коми, а також кількість об'єктів, які брали участь у процедурі.

У прикладах, наведених у цій лекції, ми будемо користуватися коефіцієнтом кореляції Пірсона, двостороннім тестом значущості, а також позначати зірочками значущі кореляції. Якщо у ваших дослідженнях знадобиться використовувати іншу конфігурацію параметрів, ви самі можете легко налаштувати їх, встановлюючи прапорці та перемикачі. «Відправною точкою» при виконанні всіх прикладів служить діалогове вікно Two-dimensional Correlations (Двовимірні кореляції).

**Крок 5.** На цьому кроці ми створимо кореляційну матрицю для значень змінних «тест 1», ..., тест 5. Після виконання кроку 4 має відкритися діалогове вікно Two-dimensional Correlations (Двовимірні кореляції).

1. Двічі клацніть на змінну «тест 1», щоб перемістити її в список Variables (Змінні).
2. Повторіть попередній крок для змінних «тест 2» і «тест 3».
3. Клацніть на кнопки ОК, щоб відкрити вікно виведення.

Кнопка Options (Параметри) дозволяє задати додаткові параметри кореляції. При натисканні цієї кнопки відкривається діалогове вікно Two-dimensional Correlations: Options (Двовимірні кореляції: Параметри).

У групі Statistics (Статистики) є два прапорці, які керують відображенням статистичних величин: Means and standard deviations (Середні значення і стандартні відхилення) та Cross-product deviations and covariances (Пересічні продукти відхилень і коваріації). Група Missing Values (Пропущені значення) з двох перемикачів дозволяє вибрати спосіб виключення об'єктів, що містять пропущені значення. Установка перемикача Exclude cases попарно (Попарне виключення об'єктів) означає, що якщо при обчисленні кореляції між парою змінних для якого-небудь об'єкта виявиться відсутнє значення, то об'єкт буде виключено з обчислення, тільки для цієї пари змінних. В результаті може виявитися, що для різних пар змінних коефіцієнти кореляції будуть вираховані з різним числом об'єктів. При установці перемикача Exclude cases listwise (Порядкове виключення об'єктів) програма перед початком обчислювального процесу виключить з розгляду всі об'єкти, містять хоча б одне відсутнє значення. У будь-якому випадку, розв'язання проблеми відсутніх значень краще провести до початку аналізу.

У наведеному прикладі програма генерує квадратну кореляційну матрицю. Нерідко досліднику необхідно обчислити не всі кореляції, а тільки їх частину. Наприклад, можна уявити ситуацію, коли спочатку створюється кореляційна матриця розміром 12x12, а потім виникає необхідність ввести в аналіз дві нові змінні і обчислити коефіцієнт кореляції між ними і 12 попередніми змінними. Можливості підменю Correlate (Кореляція) не дозволяють цього робити – доведеться створювати командний файл.

Для створення командного файлу потрібно відкрити вікно редактора

синтаксису, вибравши команду: New>Syntax (Новий>Синтаксис) у меню File (Файл).

Необхідні команди вводяться безпосередньо у вікні редактора. Щоб виконати введену команду, її потрібно виділити та клацнути на кнопці Run Current (Запуск команди) на панелі інструментів. Другий варіант запуску – вибрати в меню команду Run>All (Запустити>Всі). Майте на увазі, що будь-який пропущений знак, включаючи завершальну крапку, або неправильно написане слово призведе до видачі програмою повідомлення про помилку.

**Крок 5а.** На цьому кроці ми створимо кореляційну матрицю Пірсона розміром 1x5, призначену для оцінки ступеня залежності змінної «позначка 2» від змінних «тест 1»-«тест 5».

1. В меню File (Файл) виберіть команду New > Syntax (Новий > Синтаксис). У відкрите вікно редактора синтаксису введіть наступну команду – Correlations variables «тест 1», «тест 2», «тест 3», «тест 4», «тест 5» with «позначка 2».

2. Виберіть команду Run > АН (Запустити > Всі) або виділіть всю команду лівою кнопкою миші і клацніть на кнопці Run Current (Запуск команди) панелі інструментів. Команда буде виконана і відкриється вікно виведення.

В конструкції, наведеної тут, можна довільно змінювати імена змінних. Допускається будь-яка кількість змінних як до, так і після ключового слова with. Змінні, перераховані до слова with, складуть рядки нової кореляційної матриці, а перераховані після слова with – її стовпці. Якщо ви отримаєте на екрані повідомлення про помилку, то, швидше за все, ви або невірно ввели ім'я змінної, або забули вказати крапку в кінці команди.

Нижче наведені варіанти синтаксису, що дозволяють одержувати різні результати обробки: correlations variables «тест 1» «тест 2» «тест 3» «тест 4» «тест 5» with «позначка 2» / missing listwise.

Обчислення кореляції Пірсона з урахуванням пропусків шляхом порядкового видалення: nonpar corn тест 1» «тест 2» «тест 3» «тест 4» «тест 5» with «позначка 2».

Обчислення кореляції Спірмена з попарним видаленням пропущених значень

Обчислення кореляції Спірмена і Кендалла з видаленням пропусків за рядками.

Після виконання кроку 5 або 5а програма автоматично активізує вікно виведення. Для перегляду результатів, при необхідності, можна скористатися вертикальною і горизонтальною смугами прокрутки. Потрібно звернути увагу на стандартний рядок меню у верхній частині вікна виводу: його присутність дозволяє виконувати будь-які статистичні операції, не перемикаючись назад у вікно редактора даних

*Множинна кореляція.* Про множинну кореляцію йдеться в тому випадку, коли певна ознака може бути пов'язана не з однією, а із сукупністю декількох інших ознак.

У реальних дослідженнях можлива ситуація, коли на певну ознаку може

впливати не одна, а декілька інших. В таких випадках парні показники кореляції будуть давати неправильну інформацію щодо наявності зв'язку між відповідними змінними, оскільки їх значення будуть викривлятися невраховуваними ознаками.

Для уникнення помилок використовують частинні показники кореляції, що усувають такий вплив. Ідея введення таких показників вперше була висунута Г.У. Юлом у 1896 р., а пізніше розвинена ним та К. Пірсоном.

Частинні коефіцієнти кореляції порядку  $k$ , тобто такі, що не враховують опосередкований вплив  $k$  інших змінних, можна розрахувати за коефіцієнтами порядку  $k-1$ , використовуючи рекурентну формулу.

Частинні коефіцієнти кореляції мають всі властивості парних коефіцієнтів кореляції. Вони є показниками наявності лінійного зв'язку між двома незалежними ознаками, який не залежить від впливу інших ознак.

Тісноту зв'язку між декількома змінними у випадку множинної регресії можна оцінити за допомогою коефіцієнта множинної кореляції. Застосовують множинний коефіцієнт кореляції, якій є мірою лінійної кореляції між певною змінною у та сукупністю величин  $X_1, X_2, \dots, X_n$  і визначається як звичайний парний коефіцієнт кореляції та множинна лінійна регресія за  $X_1, \dots, X_n$ . При цьому припускають, що досліджувана сукупність підпорядковується багатовимірному нормальному закону.

Множинний коефіцієнт кореляції, запропонований у 1935 р. Г. Хотелінгом, є окремим випадком коефіцієнтів канонічної кореляції. Множинний коефіцієнт кореляції мажорує будь-який парний або частинний коефіцієнт кореляції, що характеризує статистичні зв'язки досліджуваної ознаки. Додавання нових ознак не може зменшувати коефіцієнт множинної кореляції.

Подання математичних об'єктів називають канонічним, якщо кожному об'єкту однієї множини відповідає один і тільки один об'єкт іншої множини й ця відповідність є взаємно однозначною.

Канонічний кореляційний аналіз здійснюють між двома сукупностями (групами) вибірок. Він призначений для визначення лінійної функції від перших  $p$  компонент і лінійної функції від  $q$  компонент, що залишилися, таких, щоб коефіцієнт кореляції між цими лінійними функціями набув найбільшого можливого значення. Чисельності груп (кількість вибірок у першій та другій групах,  $p$  та  $q$ ) можуть різнитися, але необхідною умовою є рівна кількість варіант у всіх вибірках, що становлять обидві групи.