

Лабораторна робота №1

Тема заняття: Дослідження процесів в електричному колі синусоїдального струму.

Навчальна мета заняття: Визначення параметрів електричних коливань по їх осцилограмам. Використання методів комп'ютерного моделювання для розрахунку схеми у пакеті Electronic Workbench.

Кількість годин: 4

Місце проведення: згідно з розкладом.

Навчальні питання:

Вступ.

1. Загальні відомості про синусоїдальний струм та його характеристики.
2. Вимірювання параметрів синусоїдальної напруги за допомогою осцилографа.
3. Вимірювання різниці фаз напруг.

Висновки

Література: [1, 2, 3, 6]

Короткі теоретичні вказівки

1. Загальні відомості про синусоїдальний струм та його характеристики

Найбільш загальним є поняття змінного струму. Дано визначення змінного струму. Змінним струмом називають струм, який змінюється з плином часу. Це визначення відноситься також до змінних напруг і ЕРС.

Значення змінного струму в даний момент часу називають його миттєвим значенням (миттєвим струмом). Для позначення миттєвого струму, напруги, ЕРС застосовують малі літери латинського алфавіту: i , u , e . Для того щоб підкреслити, що змінний струм, напруга і ЕРС є функціями часу, їх іноді позначають як $i(t)$, $u(t)$, $e(t)$.

Змінні струми можуть бути періодичними і неперіодичними. Періодичним називають струм, миттєві значення якого повторюються через рівні проміжки часу.

Періодом змінного струму T називають найменший проміжок часу, після закінчення якого миттєві значення періодичного струму повторюються. Період вимірюють у секундах (с). Для періодичної функції справедливе:

$$i(t) = i(t \pm T).$$

Переважає вид періодичного процесу в електричних колах з синусоїдальний режим, який характеризується тим, що всі напруги і струми є синусоїдальними функціями. Синусоїда являє собою найпростішу періодичну функцію і має такий вигляд і параметри (рис.1):

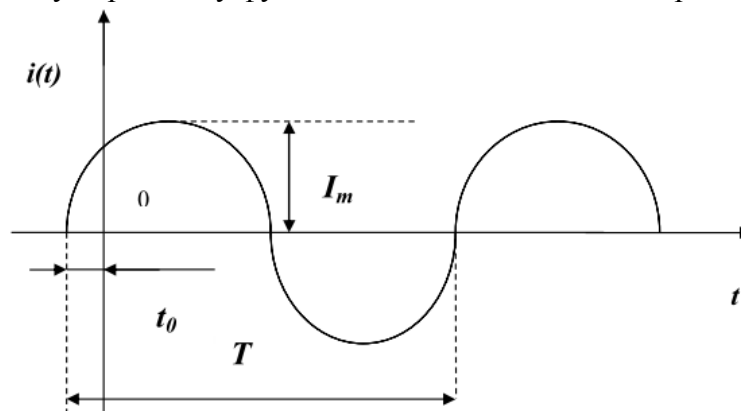


Рис. 1. Періодична синусоїдальна функція

Частотою змінного струму f називають величину, зворотну періоду. Частота позначається латинською літерою f .

$$f = 1 / T$$

Частота показує, яке число коливань здійснює змінний струм протягом однієї секунди. Частота вимірюється в герцах (Гц). Один герц відповідає одному коливанню в секунду.

Аналітичний запис синусоїдального струму має вигляд:

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi)$$

де I_m - амплітуда струму;

ω - кутова частота;

ψ - початкова фаза.

Амплітуда струму I_m – це його найбільше значення за абсолютною величиною.

Кутова частота ω – це швидкість зміни фази струму, рівна частоті синусоїдального струму, помноженої на 2π

$$\omega = 2\pi f = 2\pi / T \text{ рад/с}$$

Фаза струму, або фазовий кут $\varphi(t)$ - це аргумент синусоїдального струму, що визначає стадію зміни синусоїдальної величини:

$$\varphi(t) = \omega t + \psi,$$

де ψ початкова фаза - значення фази синусоїдального струму в початковий момент часу (при $t = 0$);

ωt - миттєва (залежить від часу) фаза.

При графічному зображенні синусоїдального струму по горизонтальній осі відкладають час t (рис. 1) або миттєву фазу ωt (рис. 2).

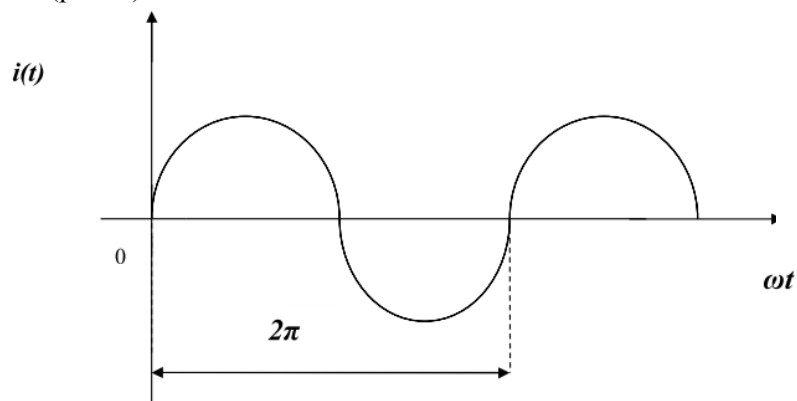


Рис. 2. Періодична синусоїдальна функція

За наявності кількох синусоїдальних функцій, що змінюються з однаковою частотою, початкові фази яких різні, то кажуть, що вони зміщені одна відносно іншої по фазі.

Зсув фаз - це алгебраїчна величина, що дорівнює різниці початкових фаз.

Наприклад, для струму і напруги, зображених на рис. 3,

$$\Delta\varphi = \psi_u - \psi_i.$$

Якщо $\Delta\varphi > 0$ - напруга випереджає по фазі струм. Якщо $\Delta\varphi < 0$, то напруга відстає по фазі від струму. Якщо $\Delta\varphi = 0$, то напруга і струм збігаються по фазі (синфазні).

Якщо $\Delta\varphi = \pi$, то напруга і струм знаходяться в протифазі.

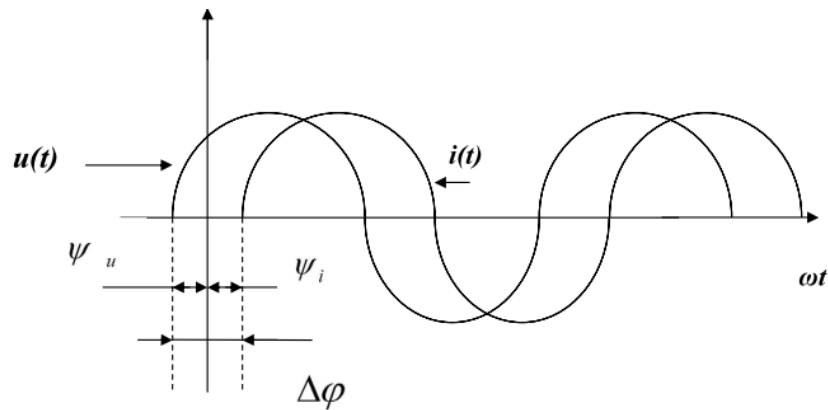


Рис. 3. Зсув фаз електричних коливань

Виконання роботи

Система схемотехнічного моделювання Electronics Workbench призначена для моделювання та аналізу електричних схем. При виконанні лабораторної роботи для формування схеми досліджень необхідні: джерело змінної напруги AC Voltage Source, осцилограф, заземлення, а також з'єднувальні елементи.

2. **Вимірювання параметрів синусоїдальної напруги за допомогою осцилографа** Відкрийте програму Electronics Workbench. Схема досліджуваного електричного кола має такий вигляд (рис. 4):



Рис. 4. Схема досліджуваного електричного кола

2.2. Перенесіть необхідні елементи з заданої схеми на робочу область **Electronics Workbench**. Для цього необхідно вибрати розділи на панелі інструментів (Instruments, Sources), в яких знаходяться потрібні вам елементи, потім перенести їх на робочу область (клацнути мишею на потрібному елементі і, не відпускаючи кнопки, перенести в потрібне місце схеми). Перенесіть джерело змінної напруги, осцилограф, заземлення.

2.3. З'єднайте контакти елементів і розташуйте елементи в робочій області для одержання необхідної вам схеми. Для з'єднання двох контактів необхідно клацнути по одному з контактів основною кнопкою миші і, не відпускаючи клавішу, довести курсор до другого контакту. **Зарисуйте схему досліджуваного кола в звіт.**

2.4. Отримайте на екрані осцилографа осцилограму напруги джерела, для чого натисніть кнопку включення живлення на панелі інструментів (рис. 5) і через 2-3 секунди вимкніть її.

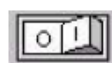


Рис. 5. Кнопка включення живлення

Двічі клацніть на зображенні осцилографа і на зображенні, що з'явилося на передній

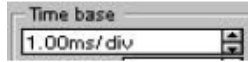
панелі осцилографа, натисніть кнопку **Expand**.

У вікнах **Channel A**, **Channel B** передній панелі осцилографа, щоз'явилася, натисніть кнопки DC.

За допомогою зміни значень коефіцієнтів відхилення по вертикалі

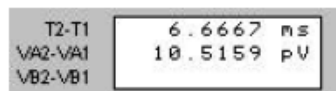


і по горизонталі

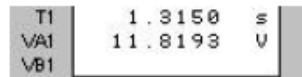


досягніть, щоб розмах синусоїди по вертикалі склав не менше 2/3 екрану, а по горизонталі розташувалося 1-2 періоду. Зображення на екрані осцилографа називається осцилограмою. Перемістіть движок смуги прокрутки зображення (знаходиться під екраном осцилографа) в крайнє ліве положення. **Зарисуйте осцилограму в звіт по лабораторній роботі.**

2.5. Визначте за допомогою осцилографа період коливання. Використовуйте червону і синю візирні лінії. Для визначення періоду відзначтез їх допомогою початок і кінець періоду. У вікні дисплея прочитайте значення T2-T1, що відповідає значенню періоду. За величиною періоду розрахуйте значення частоти коливання. Порівняйте результат розрахунку і встановлене на джерелі значення.



2.6. Для визначення амплітуди вирівняйте червону візирну лінію з точкою осцилограми, відповідної амплітуди коливання. У вікні індикації в рядку VA1 прочитайте значення амплітуди коливання.



2.7. Порівняйте результат вимірювання амплітуди з встановленим на джерелі значенням. **Запишіть результати вимірювань в звіт. Зробіть висновки за результатами вимірювань.**

Примітка. У вікні **Voltage (V)** джерела вказано діюче значення напруги

$$U_d = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

2.8. Змініть значення параметрів джерела змінної напруги відповідно до табл.№1

Таблиця №1

Номер варіанта	1, 16	2, 17	3, 18	4, 19	5, 20	6, 21	7, 22	8, 23	9, 24	10, 25	11, 26	12, 27	13, 28	14, 29	15, 30
<i>Frequency,</i> <i>Hz</i>	10	20	30	40	50	60	70	80	30	90	100	110	120	130	140
<i>Amplitude,</i> <i>V</i>	15	14	13	12	11	10	9	8	10	7	6	5	4	3	2
<i>Phase,</i> <i>Deg</i>	90	180	270	90	180	270	90	180	270	90	180	270	90	180	270

Повторіть вимірювання (п.п. 2.5-2.7).

Запишіть результати вимірювань в звіт. Відзначте, як вплинула зміна початкової фази сигналу джерела на положення осцилограми на екрані осцилографа.

3. Вимірювання різниці фаз напруг.

Для формування схеми досліджень необхідні: джерело змінної напруги AC Voltage Source, осцилограф, резистор, конденсатор, заземлення, а також з'єднувальні елементи.

3.1. Схема досліджуваного електричного кола має такий вигляд (рис. 6).

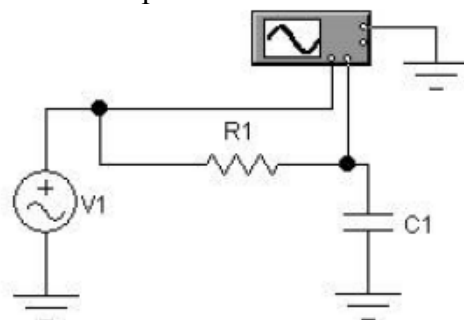


Рис. 6. Схема досліджуваного електричного кола

3.2. Доповніть досліджуване коло резистором і конденсатором.

3.3. З'єднайте контакти елементів і розташуйте елементи в робочій області для одержання необхідної вам схеми. **Зарисуйте схему досліджуваного кола в звіт.**

3.4. Промаркуйте з'єднувальні дроти, для чого встановіть вказівник миші на провідник, ведучий на лівий вхід осцилографа (вхід A), і клацніть правою клавішею. У меню виберіть опцію **Wire Properties** і у вікні виберіть червоний квадрат. Натисніть ОК. Аналогічно виділіть синім кольором провідник, що веде на другий вхід осцилографа. Тепер осцилограми двох одночасно спостережуваних сигналів матимуть різні кольори.

3.5. Встановіть параметри джерела змінної напруги відповідно номеру варіанта (табл. №1) і занесіть дані в звіт.

3.6. Параметри елементів встановіть відповідно до табл. Б2.

Таблиця №2

Номер варіанта	1, 16	2, 17	3, 18	4, 19	5, 20	6, 21	7, 22	8, 23	9, 24	10, 25	11, 26	12, 27	13, 28	14, 29	15, 30
r , Ом	100	150	200	300	50	150	125	20	50	100	200	150	50	75	25
C , мкФ	55	30	100	25	150	80	125	60	40	30	75	50	50	15	100

3.7. Отримайте осцилограми напруг і замалюйте їх до звіту.

3.8. Визначте різницю фаз напруг. Для цього визначте, яку частину періоду становить відрізок по осі часу, відповідний різниці фаз двох коливань. З огляду на те, що за період фаза змінюється на 360 градусів, розрахуйте різницю фаз. **Запишіть результат у звіт.**

Контрольні питання

1. Як визначити амплітуду коливання за його осцилограмою?
2. Як визначити кутову частоту коливання за його осцилограмою?
3. Як визначити різницю початкових фаз коливань по їх осцилограмам?
4. Як впливає зміна частоти коливання на його осцилограму?
5. Як впливає зміна початкової фази коливання на його осцилограму?

Оформити звіт, в якому:

1. привести завдання для лабораторної роботи;
2. привести результати експериментів згідно завданню;
3. зробити висновки;
4. відповісти на контрольні запитання.

Лабораторна робота №2

Тема заняття: Вивчення принципу роботи нелінійного локатора.

Навчальна мета заняття: Вивчення принципу роботи нелінійного локатора на основі моделювання схеми заміщення в середовищі програми Electronics Workbench.

Кількість годин: 4

Місце проведення: згідно з розкладом.

Навчальні питання:

Вступ.

1. За допомогою мережі Internet вивчити призначення, загальні принципи дії нелінійних локаторів.

Висновки

Література: [1, 2, 3, 6]

Завдання для виконання:

1. Отримати графіки сигналів на передавачі та приймачі нелінійного локатора (НЛ) для елементів с ВАХ хибного та напівпровідникового з'єднань.

2. Порівняти отримані характеристики сигналів.

3. Зняти спектри амплітуд гармонік сигналів, відбитих від напівпровідникових елементів з несиметричною та симетричною ВАХ.

4. Порівняти чисельно амплітуди другої та третьої гармоніки відбитих сигналів від нелінійних елементів з несиметричною та симетричною ВАХ і зробити висновки по причині різниці відношень гармонік в першому та в другому випадках.

5. Оформити звіт по лабораторній роботі.

Порядок проведення роботи:

1. Запустити програму EWB.

2. Зробити схему дослідження, згідно рис. 1.

3. Включити симулятор. Для спостереження сигналів локатора відкрити вікно осцилографа, обидва канали осцилографа перевести в режим «АС».

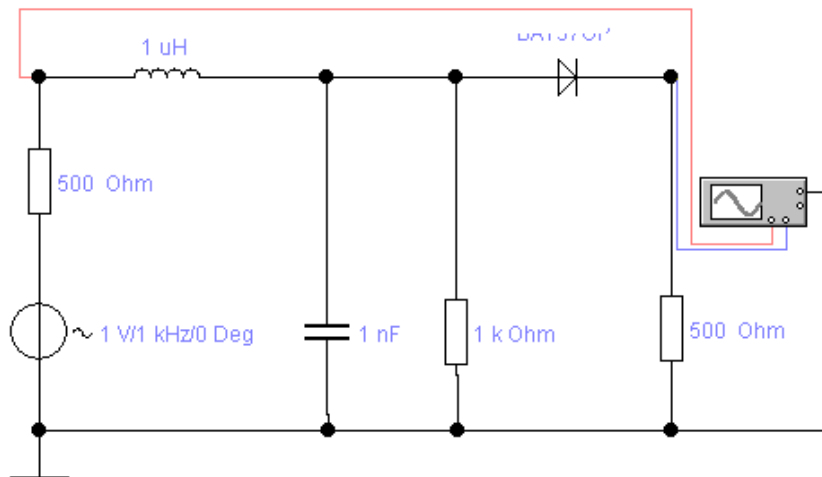


Рис. 1. Еквівалентна схема заміщення НЛ для р-п-переходу.

Примітка. В схемі симетрична ВАХ нелінійного елемента сформована зустрічно-паралельним з'єднанням двох діодів.

4. При натисканні на кнопку «В/А» виводиться ВАХ напівпровідникового пристрою (рис. 3).

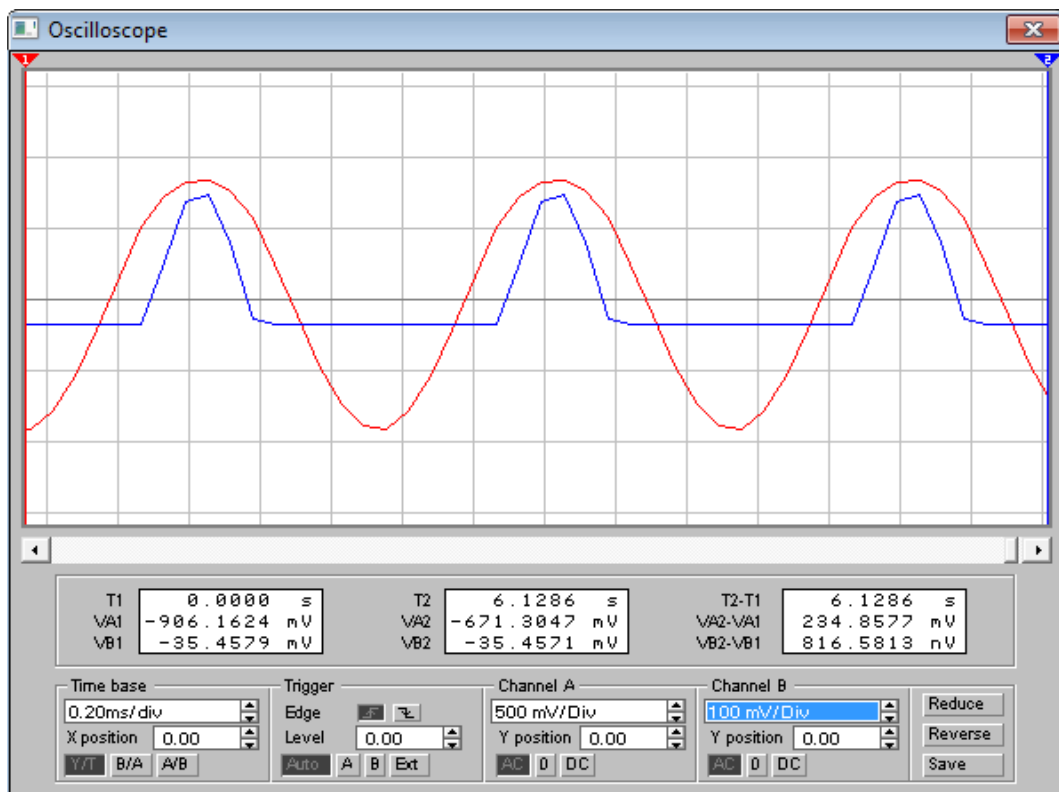


Рис. 2. Діаграми вихідного і вхідного сигналів локатора

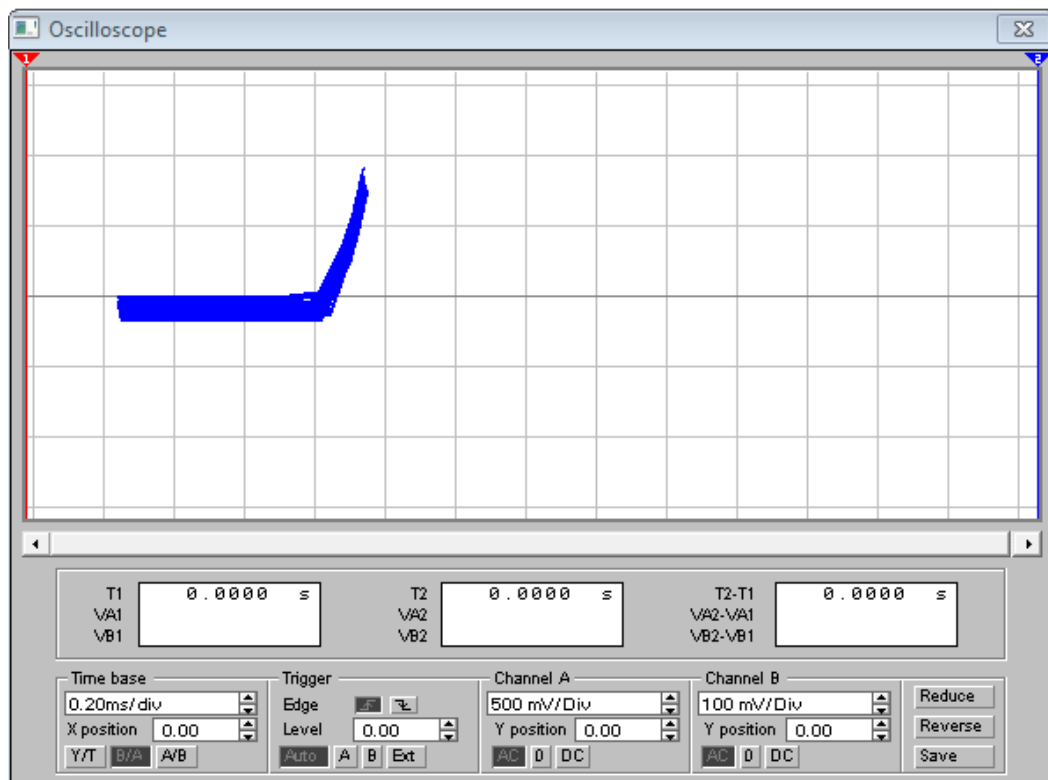


Рис. 3. ВАХ напівпровідникового діоду

5. Після отримання ВАХ закрити осцилограф і зайти в меню Analysis —» Fourier —> —
◆Simulate

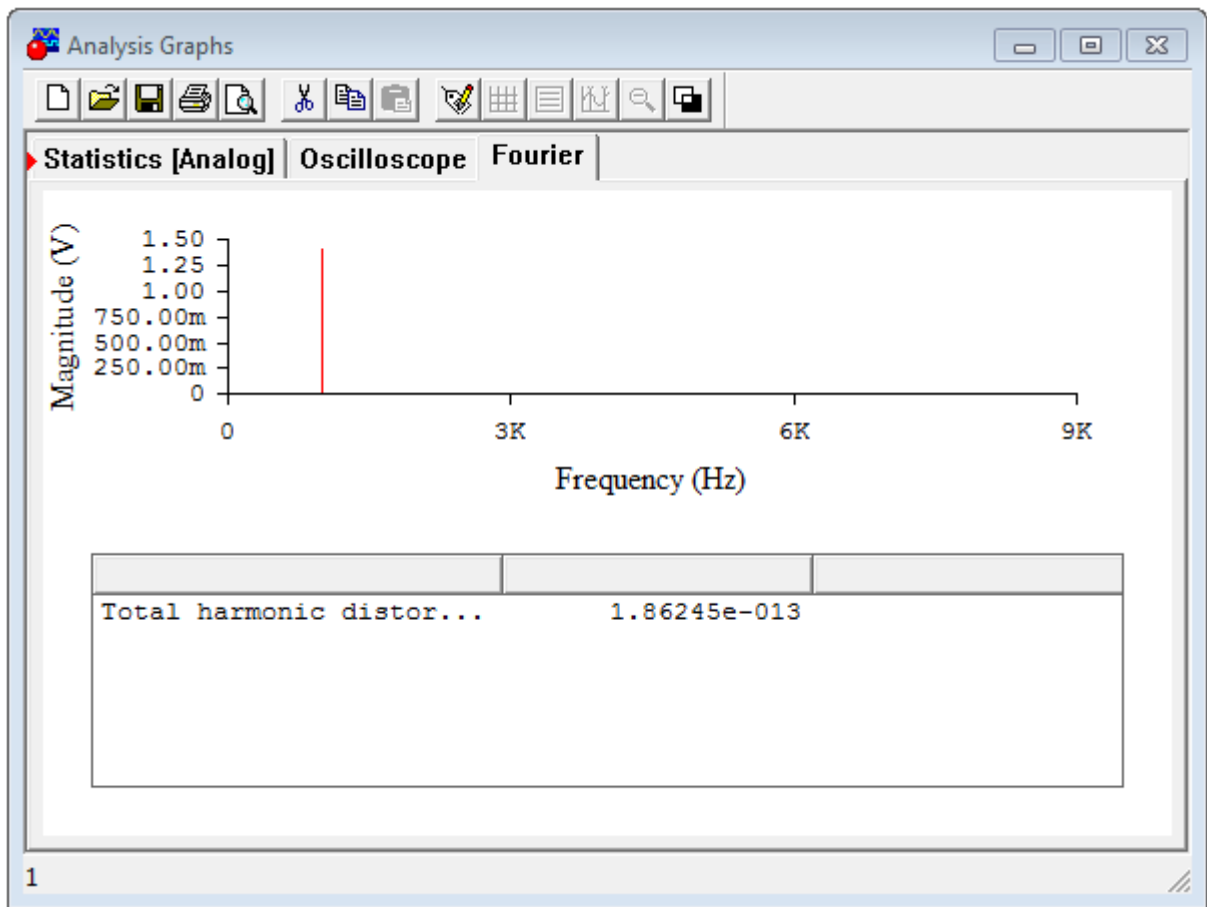


Рис. 4. Спектр амплітуд сигналу від напівпровідникового з'єднання

6. Оформити звіт, в якому:

- привести завдання для лабораторної роботи;
- привести результати експериментів згідно завданню;
- зробити висновки;
- відповісти на контрольні запитання.

Контрольні запитання:

1. Наведіть визначення нелінійного елемента та назвіть декілька видів нелінійних об'єктів.
2. Охарактеризуйте принцип нелінійної локації?
3. Охарактеризуйте основні характеристики нелінійних радіолокаторів.
4. Чому у відбитому сигналі від нелінійного елемента з р-п-переходом домінує друга гармоніка?
5. Як залежить потужність сигналу, відбитого від об'єкта, від частоти локатора?
6. Охарактеризуйте причини що викликають помилкове спрацювання нелінійного локатора.

Лабораторна робота №3

Тема заняття: Побудова емпіричних законів розподілів і визначення точкових оцінок їхніх числових характеристик

Навчальна мета заняття: Вивчення основних понять математичної статистики. Систематизація, обробка і використання статистичної інформації для виявлення статистичних закономірностей ознаки або ознак певної сукупності елементів.

Кількість годин: 4

Місце проведення: згідно з розкладом.

Навчальні питання:

Вступ.

1. За допомогою мережі Internet вивчити емпіричних законів розподілів і визначення точкових оцінок їхніх числових характеристик.
2. Побудувати кумулятивну криву і гістограму для заданої сукупності результатів багаторазових спостережень величини X . Розрахуйте точкові оцінки характеристик положення (середнє арифметичне, медіана, середнє арифметичне меж варіаційного ряду), розсіювання (дисперсія і середнє квадратичне відхилення результатів спостереження і вимірювання), асиметрії й гостровершинності.

Висновки

Література: [1, 2, 3,]

1.Завдання для виконання:

Побудувати кумулятивну криву і гістограму для заданої сукупності результатів багаторазових спостережень величини X . Розрахуйте точкові оцінки характеристик положення (середнє арифметичне, медіана, середнє арифметичне меж варіаційного ряду), розсіювання (дисперсія і середнє квадратичне відхилення результатів спостереження і вимірювання), асиметрії й гостровершинності.

2 Варіанти контрольних завдань

Варіант 1.1

3,41	3,46	3,52	3,57	3,61	3,66	3,71	3,77
3,42	3,47	3,53	3,58	3,62	3,67	3,72	3,78
3,43	3,48	3,54	3,59	3,63	3,68	3,73	3,79
3,44	3,50	3,55	3,60	3,64	3,69	3,74	3,80
3,45	3,51	3,56	3,61	3,65	3,70	3,76	3,81

Варіант 1.2

0,864	0,965	1,100	1,341	1,568	1,750	1,960	2,055
0,884	0,985	1,137	1,386	1,614	1,791	1,974	2,075
0,904	1,005	1,173	1,432	1,649	1,827	1,995	2,096
0,925	1,026	1,209	1,477	1,659	1,863	2,015	2,116
0,945	1,064	1,250	1,523	1,704	1,936	2,035	2,136

Варіант 1.3

0,397	0,488	0,509	0,529	0,545	0,561	0,583	0,606
0,446	0,492	0,513	0,532	0,548	0,565	0,587	0,615
0,460	0,496	0,517	0,535	0,552	0,568	0,592	0,630
0,475	0,501	0,522	0,538	0,555	0,573	0,597	0,644
0,484	0,504	0,525	0,542	0,558	0,578	0,601	0,693

Варіант 1.4

6,245	6,338	6,376	6,406	6,431	6,456	6,486	6,524
6,286	6,347	6,383	6,411	6,436	6,461	6,492	6,534
6,304	6,355	6,389	6,416	6,441	6,467	6,499	6,545
6,317	6,363	6,394	6,421	6,446	6,473	6,507	6,558
6,328	6,370	6,401	6,426	6,451	6,479	6,515	6,576

Варіант 1.5

1,845	5,515	6,507	6,982	7,400	7,818	8,326	9,648
3,829	5,714	6,648	7,066	7,484	7,901	8,590	10,045
4,623	5,912	6,732	7,149	7,567	7,985	8,855	10,574
5,118	6,110	6,815	7,233	7,651	8,068	9,119	11,103
5,317	6,309	6,899	7,316	7,734	8,152	9,384	12,955

Варіант 1.6

13,80	14,07	14,40	14,62	14,89	15,16	15,44	15,71
13,85	14,13	14,34	14,67	14,94	15,22	15,49	15,76
13,91	14,18	14,45	14,73	15,00	15,27	15,54	15,82
13,96	14,24	14,51	14,78	15,05	15,33	15,60	15,87
14,02	14,29	14,56	14,84	15,11	15,38	15,65	15,93

Варіант 1.7

4,277	4,739	5,317	6,046	7,086	8,126	9,021	9,687
4,369	4,832	5,456	6,254	7,294	8,334	9,187	9,791
4,462	4,924	5,595	6,462	7,502	8,523	9,375	9,895
4,554	5,017	5,734	6,670	7,710	8,688	9,479	9,999
4,647	5,179	5,872	6,878	7,918	8,855	9,583	10,10

Варіант 1.8

1,003	4,536	5,607	6,473	7,132	7,791	8,457	9,314
2,928	4,750	5,821	6,604	7,263	7,923	8,629	9,486
3,357	4,964	6,036	6,736	7,396	7,943	8,800	9,857
3,786	5,179	6,209	6,868	7,527	8,114	8,971	10,43
4,214	5,393	6,341	7,000	7,659	8,286	9,143	13,00

Варіант 1.9

9,649	9,979	10,116	10,221	10,310	10,399	10,504	10,641
9,797	10,011	10,139	10,240	10,327	10,418	10,528	10,676
9,858	10,040	10,161	10,258	10,344	10,438	10,553	10,715
9,905	10,067	10,182	10,276	10,362	10,459	10,580	10,762
9,944	10,092	10,202	10,293	10,380	10,481	10,609	10,823

Варіант 1.10

1,387	3,375	4,059	4,270	4,480	4,690	4,901	5,490
2,418	3,523	4,101	4,312	4,522	4,732	4,985	5,616
2,713	3,670	4,143	4,354	4,564	4,775	5,111	5,742

3,007	3,817	4,185	4,396	4,606	4,817	5,237	6,247
3,228	3,965	4,228	4,438	4,648	4,859	5,364	7,573

Варіант 1.11

6,299	6,332	6,365	6,398	6,431	6,464	6,497	6,530
6,306	6,339	6,372	6,405	6,438	6,470	6,503	6,536
6,313	6,345	6,379	6,411	6,444	6,477	6,510	6,543
6,319	6,352	6,385	6,418	6,451	6,484	6,517	6,549
6,326	6,359	6,392	6,424	6,457	6,490	6,523	6,556

Варіант 1.12

4,973	4,996	5,027	5,059	5,105	5,145	5,180	5,207
4,978	5,000	5,033	5,068	5,114	5,150	5,187	5,211
4,982	5,005	5,040	5,077	5,123	5,158	5,195	5,219
4,987	5,015	5,046	5,086	5,132	5,165	5,199	5,223
4,991	5,021	5,050	5,095	5,141	5,173	5,203	5,227

Варіант 1.13

1,702	2,221	2,355	2,471	2,571	2,673	2,793	2,941
1,982	2,248	2,381	2,491	2,591	2,697	2,817	3,020
2,062	2,275	2,408	2,511	2,611	2,721	2,841	3,100
2,141	2,301	2,431	2,531	2,631	2,745	2,865	3,140
2,195	2,328	2,451	2,550	2,651	2,769	2,889	3,380

Варіант 1.14

14,33	14,61	14,72	14,81	14,89	14,97	15,06	15,17
14,45	14,64	14,74	14,83	14,90	14,98	15,08	15,20
14,50	14,66	14,76	14,85	14,92	15,00	15,10	15,24
14,54	14,68	14,78	14,86	14,93	15,02	15,12	15,28
14,58	14,70	14,80	14,88	14,95	15,04	15,14	15,33

Варіант 1.15

2,313	6,830	8,051	8,613	9,101	9,590	10,078	11,848
4,755	7,074	8,222	8,710	9,199	9,687	10,322	12,406
5,732	7,319	8,320	8,808	9,297	9,785	10,713	13,057
6,342	7,563	8,417	8,906	9,394	9,883	11,103	13,708
6,586	7,807	8,515	9,003	9,492	9,980	11,494	15,987

Варіант 1.16

8,033	8,055	8,077	8,098	8,12	8,142	8,163	8,185
8,038	8,059	8,081	8,102	8,124	8,146	8,168	8,19
8,042	8,064	8,085	8,107	8,129	8,15	8,172	8,194
8,046	8,068	8,09	8,111	8,133	8,155	8,176	8,198
8,051	8,072	8,094	8,116	8,137	8,159	8,181	8,202

Варіант 1.17

2,270	2,504	2,709	3,017	3,500	3,983	4,343	4,574
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

2,309	2,543	2,768	3,105	3,617	4,062	4,418	4,613
2,348	2,582	2,826	3,193	3,720	4,133	4,457	4,652
2,387	2,650	2,885	3,280	3,808	4,203	4,496	4,691
2,426	2,651	2,944	3,383	3,895	4,273	4,535	4,730

Варіант 1.18

0,733	3,575	4,491	5,027	5,521	6,027	6,561	7,096
2,230	3,758	4,632	5,126	5,619	6,133	6,668	7,363
2,658	3,941	4,731	5,225	5,718	6,240	6,775	7,791
3,086	4,125	4,830	5,323	5,817	6,347	6,882	8,219
3,391	4,308	4,928	5,422	5,920	6,454	6,989	9,716

Варіант 1.19

2,018	2,104	2,14	2,167	2,19	2,218	2,234	2,285
2,057	2,112	2,146	2,172	2,194	2,223	2,253	2,295
2,073	2,12	2,151	2,177	2,199	2,229	2,26	2,307
2,084	2,127	2,157	2,181	2,204	2,24	2,268	2,313
2,095	2,134	2,162	2,186	2,208	2,246	2,276	2,323

Варіант 1.20

0,224	0,725	0,897	0,991	1,052	1,112	1,173	1,360
0,451	0,759	0,932	1,004	1,064	1,124	1,185	1,408
0,506	0,794	0,955	1,016	1,076	1,136	1,215	1,493
0,587	0,828	0,967	1,028	1,088	1,149	1,263	1,614
0,667	0,863	0,979	1,040	1,100	1,161	1,312	1,916

Варіант 1.21

2,069	2,099	2,129	2,16	2,19	2,222	2,251	2,281
2,075	2,105	2,135	2,166	2,196	2,226	2,257	2,287
2,081	2,111	2,142	2,172	2,202	2,232	2,263	2,293
2,087	2,117	2,148	2,178	2,208	2,238	2,269	2,299
2,093	2,123	2,154	2,184	2,214	2,245	2,275	2,305

Варіант 1.22

4,604	4,987	5,473	6,015	6,674	7,441	8,101	8,591
4,681	5,064	5,575	6,138	6,828	7,594	8,223	8,668
4,757	5,141	5,678	6,260	6,981	7,732	8,361	8,745
4,834	5,269	5,780	6,383	7,134	7,855	8,438	8,821
4,911	5,371	5,892	6,521	7,228	7,978	8,515	8,898

Варіант 1.23

2,012	3,587	4,064	4,450	4,744	5,037	5,487	6,022
2,871	3,683	4,160	4,509	4,802	5,105	5,563	6,212
3,062	3,778	4,255	4,568	4,861	5,181	5,640	6,403
3,253	3,874	4,333	4,626	4,920	5,258	5,716	6,594
3,444	3,969	4,391	4,685	4,979	5,334	5,792	7,358

Варіант 1.24

21,87	22,03	22,1	22,15	22,19	22,23	22,28	22,35
21,94	22,05	22,11	22,16	22,2	22,24	22,29	22,37
21,97	22,06	22,12	22,16	22,21	22,25	22,31	22,39
21,99	22,07	22,13	22,17	22,21	22,26	22,32	22,41
22,01	22,09	22,14	22,18	22,22	22,27	22,33	22,44

Варіант 1.25

1,024	3,303	3,954	4,364	4,670	4,976	5,386	6,037
2,239	3,433	4,084	4,425	4,731	5,038	5,516	6,167
2,587	3,563	4,180	4,486	4,793	5,099	5,647	6,493
2,934	3,693	4,241	4,547	4,854	5,160	5,777	7,014
3,173	3,824	4,302	4,609	4,915	5,256	5,907	8,316

Варіант 1.26

21,96	22,03	22,09	22,14	22,2	22,26	22,3	22,35
21,98	22,04	22,1	22,16	22,21	22,27	22,31	22,36
21,99	22,05	22,11	22,17	22,22	22,28	22,31	22,37
22,01	22,07	22,12	22,18	22,24	22,29	22,33	22,38
22,02	22,08	22,13	22,19	22,25	22,3	22,34	22,39

Варіант 1.27

0,514	0,707	0,966	1,339	1,773	2,208	2,564	2,792
0,553	0,746	1,035	1,426	1,860	2,286	2,637	2,830
0,591	0,784	1,105	1,513	1,947	2,355	2,676	2,896
0,630	0,823	1,174	1,560	2,034	2,425	2,714	2,907
0,668	0,896	1,252	1,687	2,121	2,494	2,753	2,946

Варіант 1.28

0,409	2,431	2,901	3,331	3,667	4,003	4,465	5,052
1,506	2,525	2,995	3,398	3,734	4,070	4,582	5,268
1,820	2,619	3,089	3,465	3,801	4,137	4,700	5,581
2,133	2,713	3,183	3,533	3,868	4,229	4,817	5,895
2,337	2,807	3,264	3,600	3,936	4,347	4,935	6,992

Варіант 1.29

263,67	263,99	264,12	264,22	264,31	264,4	264,5	264,63
263,82	264,02	264,15	264,24	264,33	264,41	264,52	264,66
263,87	264,05	264,17	264,26	264,34	264,43	264,54	264,7
263,92	264,08	264,19	264,28	264,36	264,45	264,57	264,75
263,96	264,1	264,21	264,29	264,38	264,47	264,6	264,8

Варіант 1.30

0,032	5,512	7,072	7,717	8,363	9,009	10,059	11,512
2,938	5,845	7,201	7,847	8,492	9,138	10,349	12,045
4,101	6,177	7,330	7,976	8,622	9,267	10,640	12,820
4,848	6,509	7,459	8,105	8,751	9,477	10,930	13,595

5,180	6,841	7,588	8,234	8,880	9,768	11,221	16,307
-------	-------	-------	-------	-------	-------	--------	--------

3 Приклад виконання завдання

3.1 Завдання

Побудуйте кумулятивну криву і гістограму для наведених у табл. 1.1 результатів багаторазових спостережень величини X . Розрахуйте точкові оцінки характеристик положення (середнє арифметичне, медіана, середнє арифметичне меж варіаційного ряду), розсіювання (дисперсія і середнє квадратичне відхилення результатів спостереження й вимірів), асиметрії й гостровершинності.

Таблиця 1.1 - Результати спостережень

2,25	4,07	4,50	4,89	5,22	5,55	5,97	6,44
3,24	4,16	4,58	4,96	5,29	5,61	6,07	6,63
3,52	4,24	4,67	5,02	5,35	5,69	6,16	6,92
3,81	4,33	4,75	5,09	5,42	5,79	6,25	7,20
3,99	4,41	4,83	5,15	5,48	5,88	6,36	8,19

3.2 Виконання завдання

1. Розташуємо результати спостережень x_i у порядку зростання і занесемо їх у табл. 1.2.

Таблиця 1.2 - До побудови емпіричних законів розподілу

i	x_i	m_i	F_i
1	2,25	1	0,025
2	3,24	3	0,1
3	3,52		
4	3,81		
5	3,99	10	0,35
6	4,07		
7	4,16		
8	4,24		
9	4,33		
10	4,41		
11	4,50		
12	4,58		
13	4,67		
14	4,75		
15	4,83	13	0,7
16	4,89		
17	4,96		
18	5,02		
19	5,09		
20	5,15		
21	5,22		
22	5,29		
23	5,35		
24	5,42		
25	5,48		

26	5,55		
27	5,61		
28	5,69		
29	5,79		
30	5,88		
31	5,97		
32	6,07	9	0,925
33	6,16		
34	6,25		
35	6,36		
36	6,44		
37	6,63		
38	6,92	3	0,975
39	7,20		
40	8,19	1	1

2. Взявши з таблиці мінімальне і максимальне значення x_i , визначимо діапазон

$$\Delta X = x_n - x_1 = 8,19 - 2,25 = 5,94.$$

3. Відповідно до рекомендацій [1] розіб'ємо цей діапазон на $L=7$ інтервалів шириною

$$\Delta x = \frac{\Delta x}{L} = \frac{5,94}{7} = 0,8486.$$

Визначимо межі інтервалів $x_{\min j}$ і $x_{\max j}$ і їхньої середини x_{cpj} по формулі

$$x_{cpj} = \frac{x_{\max j} + x_{\min j}}{2}$$

і занесемо їх у табл. 1.3.

Таблиця 1.3 - Межі інтервалів і їх середини

j	$x_{\min j}$	$x_{\max j}$	x_{cpj}
1	2,25	3,099	2,674
2	3,099	3,947	3,523
3	3,947	4,796	4,371
4	4,796	5,644	5,22
5	5,644	6,493	6,096
6	6,493	7,341	6,917
7	7,341	8,19	7,767

Відзначимо межі інтервалів горизонтальними рисами в табл. 1.2.

4. Порахуємо кількість m_j результатів спостережень, що потрапили в кожний інтервал j і занесемо в табл. 1.2.

5. Будуємо гістограму у вигляді стовпчиків шириною Δx і висотою m_j (рис. 1.1).

6. Визначаємо ймовірність того, що результати спостережень x_i виявляться меншими, ніж межі інтервалів x_{cpj}

$$F_j = P(x_j < x_{cpj}),$$

де $x_{cpj} = x_{\max j} = x_{\min (j+1)}$:

$$F_0 = 0; F_1 = \frac{m_1}{n}; F_2 = \frac{m_1 + m_2}{n}; \dots F_j = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^j m_k; \dots F_j = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n m_k = 1.$$

Для розглянутого приклада

$$F_0 = 0; F_1 = 0,025; F_2 = 0,1; F_3 = 0,35; F_4 = 0,7; F_5 = 0,925; F_6 = 0,975; F_7 = 1.$$

Отримані значення заносимо в табл. 1.2.

7. Будуємо кумулятивну криву експериментальних даних (рис. 1.2).

8. Визначаємо точкові оцінки отриманих розподілів експериментальних даних.

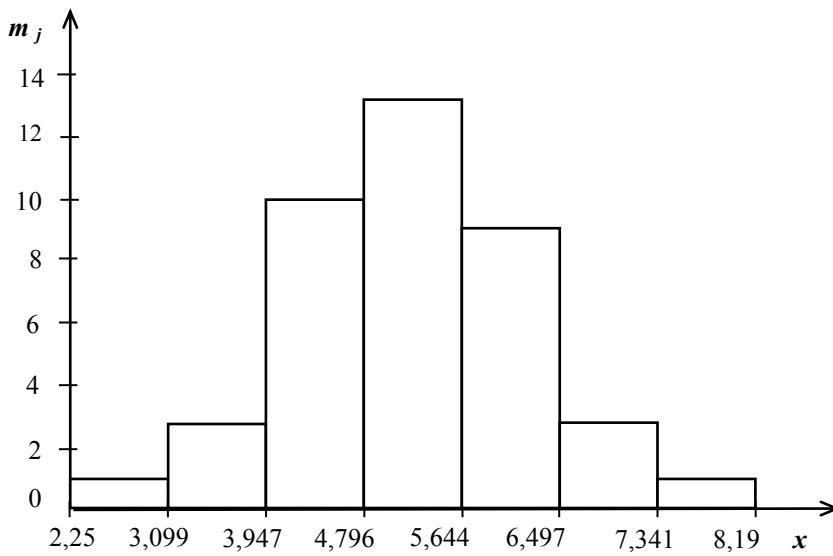


Рисунок 1.1 — Гістограма

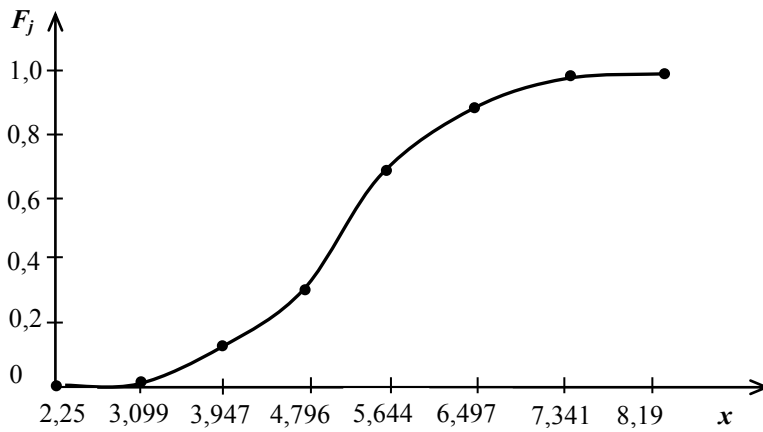


Рисунок 1.2 – Кумулятивна крива

1. Середнє арифметичне $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{40} x_i = 5,19825.$

2. Середнє арифметичне меж варіаційного ряду

$$x_{cp} = \frac{x_{\min} + x_{\max}}{2} = 5,22.$$

3. Медіана $Me = \frac{x_{20} + x_{21}}{2} = \frac{5,15 + 5,22}{2} = 5,185.$

4.Оцінка дисперсії результату спостережень

$$\hat{D}_X = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{40} (x_i - \bar{x})^2 = 1,30304.$$

5.Оцінка СКВ (середнє квадратичне відхилення) результату спостережень

$$\hat{\sigma}_X = \sqrt{\hat{D}_X} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = 1,1415.$$

6.Оцінка СКВ результату виміру (середнього арифметичного)

$$\hat{\sigma}_{\bar{X}} = \frac{\hat{\sigma}_X}{\sqrt{n}} = 0.18049.$$

7.Оцінка асиметрії

$$\hat{A} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{n\hat{\sigma}_X^3} = 0,0419.$$

8.Оцінка ексцесу

$$\hat{E} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4}{n\hat{\sigma}_X^4} - 3 = 0,327.$$

Лабораторна робота №4

Тема заняття: Визначення меж випадкових похибок при обробці прямих вимірів з багаторазовими спостереженнями.

Навчальна мета заняття: Вивчення основних понять математичної статистики. Систематизація, обробка і використання статистичної інформації для виявлення статистичних закономірностей при обробці прямих вимірів з багаторазовими спостереженнями.

Кількість годин: 4

Місце проведення: згідно з розкладом.

Навчальні питання:

Вступ.

1. Межі випадкової похибки результатів багаторазових вимірів, наведених у лабораторній роботі №3, для заданих надійної ймовірності P_f і рівні значущості критеріїв згоди α .

Висновки

Література: [1, 2, 3,]

1. Варіанти контрольних завдань

Визначте межі випадкової похибки результатів багаторазових вимірів, наведених у лабораторній роботі №3, для заданих у табл. №1 надійної ймовірності P_f і рівні значущості критеріїв згоди α .

Таблиця №1 - Варіанти завдань

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P_H	0,9	0,95	0,99	0,9973	0,9	0,95	0,99	0,9973	0,9	0,95
α	0,01	0,05	0,1	0,01	0,05	0,1	0,01	0,05	0,1	0,01
№	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
P_H	0,99	0,9973	0,9	0,95	0,99	0,9973	0,9	0,95	0,99	0,9973
α	0,05	0,1	0,01	0,05	0,1	0,01	0,05	0,1	0,01	0,05
№	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
P_H	0,9	0,95	0,99	0,9973	0,9	0,95	0,99	0,9973	0,9	0,95
α	0,1	0,01	0,05	0,1	0,01	0,05	0,1	0,01	0,05	0,1

2. Приклад виконання контрольного завдання

2.1 Завдання

Визначите межі випадкової похибки результатів багаторазових вимірів, наведених у прикладі виконання контрольного завдання у лабораторній роботі №3 (пп. 1.3.), для довірчої ймовірності $P_f = 0,9973$ і рівня значущості критеріїв згоди $\alpha = 0,05$.

2.2 Виконання завдання

По виду гістограми і кумулятивної кривої заданих результатів спостережень, а також по отриманих точкових оцінках асиметрії і ексцесу, висловлюємо гіпотезу про те, що результат спостереження розподілений за нормальним законом.

1. Визначення грубих похибок і промахів за критерієм Райта.

Результат виміру x_i (x_{\max} або x_{\min}) не належить нормальному розподілу із заданою ймовірністю P , якщо

$$\frac{|x_i - M_x|}{\sigma_x} > t_P,$$

т.е. якщо x_i виходить за межі інтервалу $(\hat{M}_x - t_P \hat{\sigma}_x; \hat{M}_x + t_P \hat{\sigma}_x)$, де t_P – надійний коефіцієнт, береться з табл. 2.2. Для нормального закону розподілу $t_P = 3,0$ (для ймовірності $P = 0,9973$), а межі інтервалу будуть рівні, відповідно 1,77375 і 8,62275.

За межі цього інтервалу не виходить жоден результат виміру. Отже, промахів і грубих похибок немає.

Таблиця 2.2 - Значення t_P для різних розподілів

Вид розподілу	Арксинуса	Рівномірне	Симпсона	Нормальне	Лапласа
t_P	$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{6}$	3	4,18

2. Визначення грубих похибок і промахів за критерієм Смирнова.

За критерієм Смирнова результат виміру x_i не належить заданому розподілу із заданою ймовірністю P , якщо

$$\frac{|\tilde{o}_i - \bar{x}|}{\hat{\sigma}_x} > \beta,$$

де β - випадкова величина, залежна від P і числа спостережень n .

Для числа вимірів $n = 39$ і рівня значущості $\alpha = 0,05$ $P = 1 - \alpha = 0,95$ й значення β по табл. Б1 дорівнює 3,065.

Тоді інтервал $(\bar{x} - \beta \hat{\sigma}_x; \bar{x} + \beta \hat{\sigma}_x)$ буде дорівнювати (1,69955; 8,69695), тобто всі результати виміру x_i належать до нормального розподілу.

3. Перевірка за критерієм Пірсона

Для отриманих раніше значень середин інтервалів гістограми x_{cpj} ($j = 1, \dots, L$), розраховуємо значення щільності ймовірності теоретичного розподілу, скориставшись формулою із додатка А

$$p(x_{cpj}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\hat{\sigma}_x} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\hat{\sigma}_x^2}}$$

і занесемо їх у таблицю (2.3).

Обчислюємо частоти m_{jd} влучень результатів спостережень, що підкоряються теоретичному розподілу по формулі:

$$m_{jd} = p_{jcp} n \Delta x.$$

Обчислені значення m_{jd} й значення частот m_j експериментального розподілу заносимо в таблицю (2.3).

Таблиця 2.3 - Результати розрахунку

j	x_{cpj}	$p(x_{cpj})$	m_{jd}	m_j	χ_i^2
1	2,674	0,0303	1,029	1	0,001
2	3,523	0,1190	4,040	3	0,268
3	4,371	0,2688	9,125	10	0,084
4	5,22	0,3494	11,861	13	0,109
5	6,069	0,2613	8,871	9	0,002
6	6,917	0,1125	3,818	3	0,175
7	7,766	0,0279	0,945	1	0,003

Розрахуємо для кожного інтервалу j значення $\chi_j^2 = \frac{(m_j - m_{j0})^2}{m_{j0}}$ і занесемо їх у табл. 2.3.

Визначимо сумарне значення $\chi^2 = \sum_{j=1}^L \chi_j^2 = 0,702$.

По таблиці Б.3 для заданої ймовірності $P=0,95$ і числа ступенів волі $k = 7-3 = 4$ знаходимо значення $\chi_0^2=9,489$.

Тому що $\chi^2 \ll \chi_0^2$, те це свідчить про те, що гіпотеза про нормальний розподіл експериментальних даних вірна.

4. Перевірка за критерієм Колмогорова

Отримані раніше значення кумулятивної кривої на межах інтервалів x_j занесемо в табл. 2.4.

Таблиця 2.4 - Результати розрахунку

x_j	2,25	3,099	3,94 7	4,79 6	5,644	6,49 3	7,34 1	8,19
F_j	0	0,025	0,1	0,35	0,675	0,9	0,97 5	1
F_{j0}	0,01	0,03	0,14	0,36	0,65	0,87	0,97	0,99
D_j	0,01	0,005	0,04	0,01	0,025	0,03	0,00 5	0,01

Для отриманих раніше оцінок математичного очікування $\hat{M}_x = 5,19825$ й СКВ $\hat{\sigma}_x = 1,1415$ розрахуємо по формулі інтегральної функції нормального розподілу значення F_{j0} у точках x_j

$$F_{j0} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(z-M)^2}{2\sigma_x^2}} dz = \begin{cases} 0,5 - \Phi\left(\frac{x_j - M_x}{\sigma_x}\right), & \text{если } x_j < M_x; \\ 0,5 + \Phi\left(\frac{x_j - M_x}{\sigma_x}\right), & \text{если } x_j > M_x, \end{cases}$$

де $\Phi\left(\frac{x_j - M_x}{\sigma_x}\right) = \Phi(t_p)$ - значення функції Лапласа (табл. Б.6).

Занесемо отримані значення F_{j0} у табл. 2.4.

Знаходимо значення $D = |F_j - F_{j0}|$ і заносимо їх у табл. 2.4. Визначаємо максимальне значення D_j із числа розрахованих: $D_{jmax} = 0,04$. Знаходимо значення $\lambda = D\sqrt{n} = 0,253$.

По табл. Б.2 визначаємо відповідному розрахованому значенню λ ймовірність $P_0=1,000$. Т.к. $P_0 > P = 0,95$, то гіпотезу про нормальний закон розподілу можна вважати вірною.

5. Перевірка за складеним критерієм

Для заданого в прикладі ряду спостережень розрахуємо значення d по формулі:

$$d = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - \hat{M}|}{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{M})^2}} = \frac{0,87525}{1,12715} = 0,7765.$$

Згідно табл. Б.4, для заданої ймовірності $P = 0,95$, значення d повинне перебувати в інтервалі від 0,747 до 0,854, тобто задані результати спостережень задовольняють першій частині складеного критерію.

Для перевірки "хвостів" емпіричного розподілу по другій частині критерію визначимо

половину довірчого інтервалу по формулі: $\varepsilon = t_P \hat{\sigma}_x$. Для нормального розподілу $t_P = 3,0$ (з табл. 2.2), тому $\varepsilon = 3 \cdot 1,1415 = 3,4245$, а межі довірчого інтервалу будуть рівні $x_{\min} = \hat{M} - \varepsilon = 1,77375$; $x_{\max} = \hat{M} + \varepsilon = 8,62275$. Жоден результат спостережень не виходить за зазначені межі, тому всі вони задовольняють другої частини критерію. Таким чином, визначили, що результати спостережень підкоряються нормальному закону розподілу.

6. Визначення меж випадкової похибки результатів спостереження і виміру

Межі випадкової похибки результатів спостереження визначаємо по формулі $\varepsilon_x = \pm t_P \hat{\sigma}_x$. З табл. 2.5 для ймовірності $P_d = 0,9973$ для нормального розподілу знаходимо $t_P = 3$. Тому $\varepsilon_x = \pm 3 \cdot 1,1415 = \pm 3,4$.

Межі випадкової похибки результату виміру (середнього арифметичного) знаходимо по формулі $\varepsilon_{\bar{x}} = \pm t_P \hat{\sigma}_{\bar{x}} = \pm t_P \frac{\hat{\sigma}_{\bar{x}}}{\sqrt{n}}$, де коефіцієнт t_P береться з табл. 2.5 у кожному разі для нормального розподілу (при $n > 20 - 30$). Тому для заданої ймовірності $P_l = 0,9973$, $\varepsilon_{\bar{x}} = \pm 3 \cdot 0,1805 = \pm 0,54$.

Таблиця 2.5 - Залежності надійного коефіцієнта $t_P(P_d)$ для різних законів розподілу

Закон розподілу	Надійна ймовірність P_d			
	0,9	0,95	0,99	0,997 3
Нерівність Чебишева	1,63	4,5	10	19
Нерівність Кампа-Мейделя	1,1	3	6,7	12
Рівноймовірний	1,56	1,65	1,71	$\sqrt{3}$
Сімпсона	1,67	1,9	2,2	$\sqrt{6}$
Нормальний	1,64	1,96	2,58	3
Лапласа	1,63	2,12	3,26	4,18
Арксинуса	1,4	1,4	1,41	$\sqrt{2}$

Додаток А - Закони розподілу випадкових величин

Рівномірний розподіл (рис. А.1, а).

Щільність розподілу

$$p(X) = \begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{3}\sigma_X}, & X \in [M_X - \sqrt{3}\sigma_X; M_X + \sqrt{3}\sigma_X]; \\ 0, & X \notin [M_X - \sqrt{3}\sigma_X; M_X + \sqrt{3}\sigma_X]. \end{cases}$$

Інтегральна функція розподілу

$$F(X) = \int_{-\infty}^X p(u) du = \begin{cases} 0, & X < M_X - \sqrt{3}\sigma_X; \\ \frac{X - M_X + \sqrt{3}\sigma_X}{2\sqrt{3}\sigma_X}, & X \in [M_X - \sqrt{3}\sigma_X; M_X + \sqrt{3}\sigma_X]; \\ 1, & X > M_X + \sqrt{3}\sigma_X. \end{cases}$$

Параметри $A = 0$; $E = -1,2$; $t_P = \sqrt{3}P_{\bar{A}}$.

Трикутний розподіл (Сімпсона) (рис. А.1, б).

Щільність розподілу

$$p(X) = \begin{cases} \frac{X - M_X + \sqrt{6}\sigma_X}{6\sigma_X^2}, & X \in [M_X - \sqrt{6}\sigma_X; M_X]; \\ \frac{M_X + \sqrt{6}\sigma_X - X}{6\sigma_X^2}, & X \in [M_X; M_X + \sqrt{6}\sigma_X]; \\ 0, & X \notin [M_X - \sqrt{6}\sigma_X; M_X + \sqrt{6}\sigma_X]. \end{cases}$$

Інтегральна функція розподілу

$$F(X) = \begin{cases} \frac{(X - M_X + \sqrt{6}\sigma_X)^2}{12\sigma_X^2}, & X \in [M_X - \sqrt{6}\sigma_X; M_X]; \\ 1 - \frac{(X - M_X + \sqrt{6}\sigma_X)^2}{12\sigma_X^2}, & X \in [M_X; M_X + \sqrt{6}\sigma_X]; \\ 0, & X < M_X - \sqrt{6}\sigma_X; \\ 1, & X > M_X + \sqrt{6}\sigma_X. \end{cases}$$

Параметри $A = 0$; $E = -0,6$; $t_P = \sqrt{6}(1 - \sqrt{1 - P_{\bar{A}}})$

Нормальний закон (Гаусса) (рис. А1, в).

Щільність розподілу

$$p(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_X} e^{-\frac{(X-M_X)^2}{2\sigma_X^2}}.$$

Інтегральна функція розподілу

$$F(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_X} \int_{-\infty}^X e^{-\frac{(u-M_X)^2}{2\sigma_X^2}} du.$$

Параметри $A = 0$; $E = 0$; $t_P = \Phi^{-1}(P_{\bar{A}}/2)$

Подвійний експоненціальний розподіл (Лапласа) (рис. А.2, г).

Щільність розподілу

$$p(\tilde{O}) = \frac{1}{2\lambda} e^{-\frac{|X-M_X|}{\lambda}}.$$

Інтегральна функція розподілу

$$F(X) = \begin{cases} \frac{1}{2} e^{\frac{X-M_X}{\lambda}}, & X < M_X; \\ 1 - \frac{1}{2} e^{-\frac{X-M_X}{\lambda}}, & X \geq M_X. \end{cases}$$

Параметри $\sigma_X = \sqrt{2}\lambda$, $A = 0$; $E = 3$; $t_P = -\frac{1}{\sqrt{2}} \ln(1 - P_A)$.

Розподіл за законом арксинуса (рис. А.2, д).

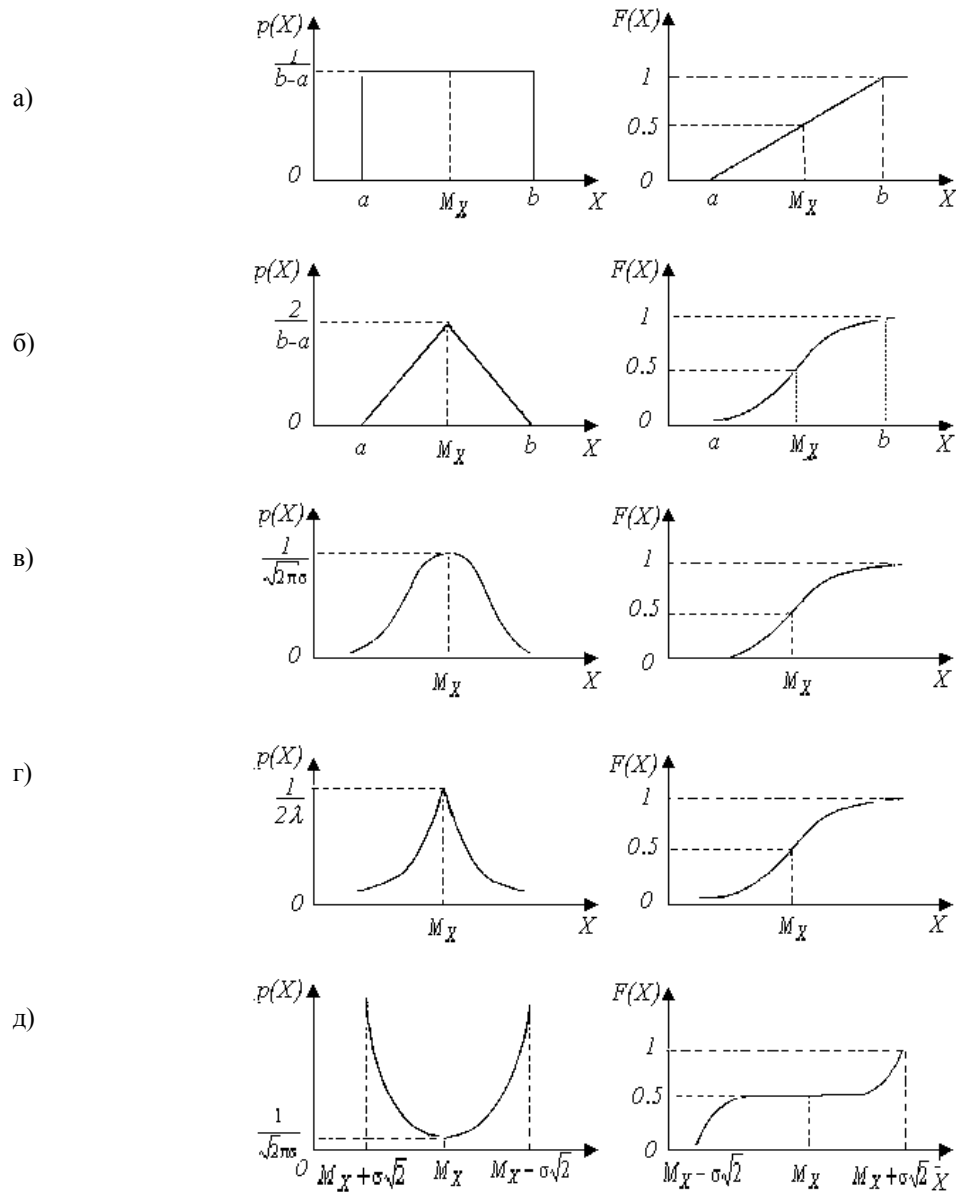
Щільність розподілу

$$p(X) = \begin{cases} \frac{1}{\pi \sqrt{2\sigma_X^2 - (X - M_X)^2}}, & X \in (M_X - \sigma_X \sqrt{2}; M_X + \sigma_X \sqrt{2}); \\ 0, & X \notin (M_X - \sigma_X \sqrt{2}; M_X + \sigma_X \sqrt{2}). \end{cases}$$

Інтегральна функція розподілу

$$F(X) = \begin{cases} 0, & X < M_X - \sigma_X \sqrt{2}; \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arcsin \frac{X - M_X}{\sigma_X \sqrt{2}}, & X \in [M_X - \sigma_X \sqrt{2}; M_X + \sigma_X \sqrt{2}]; \\ 1, & X > M_X + \sigma_X \sqrt{2}. \end{cases}$$

Параметри $A = 0$; $E = -1,5$; $t_P = \sqrt{2} \sin \frac{\pi P_A}{2}$.



а - рівномірний; б - трикутний (Симпсона); в - нормальний ;
г – подвійний експоненціальний (Лапласа); д - арксинуса;

Рисунок А.1 - Закони розподілу

Додаток Б - Статистичні таблиці

Таблиця Б.1 – Залежність $\beta(n)$ у критерії Смірнова

n	Нормальний			Арксинус			Рівномірний			Трикутний			Лаплас		
	0,9	0,95	0,99	0,9	0,95	0,99	0,9	0,95	0,99	0,9	0,95	0,99	0,9	0,95	0,99
3	1,41	1,41	1,41	1,41	1,41	1,41	1,41	1,41	1,41	1,41	1,41	1,41	1,41	1,41	1,41
5	1,87	1,92	1,97	1,90	1,95	2,00	1,87	1,91	1,98	1,86	1,91	1,97	1,91	1,95	1,98
7	2,09	2,18	2,31	2,01	2,14	2,34	2,02	2,14	2,30	2,06	2,15	2,30	2,22	2,30	2,39
9	2,24	2,35	2,53	2,03	2,17	2,45	2,07	2,19	2,46	2,17	2,29	2,44	2,43	2,55	2,69
11	2,34	2,47	2,69	2,00	2,16	2,45	2,09	2,21	2,52	2,23	2,35	2,53	2,60	2,73	2,91
13	2,43	2,56	2,81	1,97	2,13	2,41	2,10	2,22	2,53	2,26	2,40	2,60	2,76	2,92	3,11
15	2,53	2,67	2,95	1,94	2,09	2,38	2,10	2,23	2,52	2,29	2,44	2,64	2,90	3,06	3,30
17	2,55	2,70	2,98	1,91	2,06	2,34	2,09	2,22	2,49	2,32	2,47	2,67	2,98	3,18	3,46
19	2,60	2,75	3,05	1,98	2,01	2,31	2,09	2,21	2,48	2,34	2,49	2,70	3,09	3,28	3,60
21	2,64	2,80	3,10	1,86	1,99	2,27	2,08	2,19	2,47	2,36	2,50	2,71	3,17	3,37	3,71
23	2,68	2,84	3,16	1,85	1,98	2,25	2,08	2,16	2,46	2,38	2,51	2,72	3,26	3,46	3,82
25	2,72	2,88	3,20	1,84	1,97	2,22	2,07	2,15	2,45	2,39	2,51	2,73	3,35	3,55	3,91
27	2,75	2,91	3,24	1,83	1,96	2,21	2,06	2,15	2,44	2,40	2,52	2,73	3,39	3,63	4,00
29	2,78	2,94	3,28	1,82	1,95	2,19	2,06	2,15	2,43	2,41	2,52	2,73	3,48	3,70	4,09
31	2,81	2,97	3,31	1,81	1,94	2,18	2,05	2,14	2,42	2,41	2,52	2,74	3,52	3,76	4,18
33	2,83	3,00	3,34	1,80	1,93	2,17	2,05	2,14	2,40	2,42	2,53	2,74	3,59	3,82	4,26
35	2,85	3,02	3,36	1,79	1,92	2,16	2,04	2,14	2,39	2,42	2,53	2,74	3,64	3,88	4,33
37	2,87	3,04	3,39	1,78	1,91	2,15	2,04	2,13	2,38	2,43	2,53	2,75	3,68	3,93	4,39
39	2,89	3,06	3,41	1,77	1,90	2,14	2,03	2,13	2,37	2,43	2,53	2,75	3,73	3,98	4,45
41	2,91	3,08	3,43	1,77	1,90	2,14	2,03	2,13	2,36	2,44	2,53	2,75	3,78	4,03	4,50

Таблиця Б.2 - Залежність ймовірності P_0 від λ у критерії Колмогорова

1,000	1,000	1,000	1,000	0,997	0,964	0,864
0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6

Таблиця Б.3 - Значення χ_0^2 для різних K і P_0 у критерії Пірсона

$K=L-3$	Задана ймовірність P_0			
	0.90	0.95	0.99	0.999
1	2,71	3,84	6,64	10,83
2	4,60	5,99	9,21	13,82
3	6,22	7,82	11,35	16,27
4	7,78	9,49	13,28	18,46
5	9,24	11,07	15,09	20,50
6	10,65	12,59	16,81	22,50
7	12,02	14,07	19,47	24,30
8	13,36	15,51	20,1	26,1
9	14,68	16,92	21,7	27,9
10	15,99	18,31	23,2	29,6

Таблиця Б.4 – Статистика величини d у складеному критерії

а) нормальний

n	$P = 0,9$		$P = 0,95$		$P = 0,99$	
	d_{min}	d_{max}	d_{min}	d_{max}	d_{min}	d_{max}
11	0,7409	0,8899	0,7153	0,9073	0,6675	0,9359
16	0,7452	0,8733	0,7263	0,8884	0,6829	0,9137
21	0,7495	0,8631	0,7304	0,8768	0,6950	0,9001
26	0,7530	0,8570	0,7360	0,8686	0,7040	0,8901
31	0,7559	0,8511	0,7404	0,8625	0,7110	0,8827
36	0,7583	0,8468	0,7440	0,8578	0,7167	0,8769
41	0,7604	0,8436	0,7470	0,8540	0,7216	0,8722
46	0,7621	0,8409	0,7496	0,8508	0,7256	0,8682
51	0,7636	0,8385	0,7518	0,8481	0,7291	0,8648

б) рівномірний

n	$P = 0,9$		$P = 0,95$		$P = 0,99$	
	d_{min}	d_{max}	d_{min}	d_{max}	d_{min}	d_{max}
11	0,7726	0,9347	0,7435	0,9438	0,7016	0,9593
16	0,7860	0,9277	0,7696	0,9375	0,7379	0,9556
21	0,8009	0,9181	0,7879	0,9251	0,7617	0,9433
26	0,8067	0,9119	0,7958	0,9198	0,7706	0,9325
31	0,8166	0,9103	0,8056	0,9187	0,7826	0,9312
36	0,8178	0,9066	0,8095	0,9137	0,7964	0,9248
41	0,8219	0,9047	0,8200	0,9103	0,7997	0,9208
46	0,8258	0,9014	0,8197	0,9069	0,8007	0,9172
51	0,8298	0,8995	0,8242	0,9054	0,8053	0,9177

в) трикутний

n	$P = 0,9$		$P = 0,95$		$P = 0,99$	
	d_{min}	d_{max}	d_{min}	d_{max}	d_{min}	d_{max}
11	0,7292	0,9117	0,7067	0,9238	0,6638	0,9455
16	0,7367	0,8946	0,7183	0,9093	0,6781	0,9359
21	0,7514	0,8822	0,7343	0,8913	0,7091	0,9119
26	0,7604	0,8771	0,743	0,8867	0,7203	0,9049
31	0,7657	0,8719	0,7536	0,8817	0,7282	0,8977
36	0,7671	0,8678	0,755	0,8768	0,7315	0,8901
41	0,7707	0,8618	0,7608	0,8719	0,7409	0,8859
46	0,7735	0,8601	0,7628	0,8689	0,7433	0,88
51	0,7747	0,8599	0,7729	0,8678	0,7423	0,877

в) Лаплас

n	$P = 0,9$		$P = 0,95$		$P = 0,99$	
	d_{min}	d_{max}	d_{min}	d_{max}	d_{min}	d_{max}
11	0,6313	0,879	0,6187	0,8966	0,5713	0,9226
16	0,6362	0,8556	0,6217	0,8718	0,5729	0,9139
21	0,6371	0,84	0,6231	0,8573	0,5741	0,8809
26	0,6383	0,8277	0,625	0,8399	0,5769	0,8702
31	0,6431	0,8145	0,6259	0,8272	0,5793	0,8675
36	0,6439	0,8068	0,6268	0,8236	0,5896	0,8519
41	0,6458	0,8022	0,6285	0,8147	0,59	0,8458
46	0,6463	0,7967	0,6313	0,8069	0,5907	0,8324
51	0,6486	0,7941	0,6341	0,8061	0,6073	0,8125

в) арксинус

n	$P = 0,9$		$P = 0,95$		$P = 0,99$	
	d_{min}	d_{max}	d_{min}	d_{max}	d_{min}	d_{max}
11	0,7937	0,9558	0,768	0,9664	0,7226	0,9803
16	0,8098	0,9519	0,7922	0,9616	0,7529	0,9765

21	0,829	0,9427	0,8179	0,9512	0,7773	0,9661
26	0,8376	0,9382	0,826	0,9459	0,7965	0,9633
31	0,8466	0,934	0,8352	0,9433	0,8109	0,9586
36	0,8478	0,9318	0,8385	0,9403	0,8167	0,9545
41	0,8524	0,9304	0,8444	0,9364	0,8219	0,9526
46	0,8561	0,9293	0,8477	0,9361	0,8246	0,9516
51	0,8622	0,9273	0,853	0,9329	0,8383	0,951

Таблиця Б.5 - Коефіцієнт розподілу Стюдента для числа вимірів n

n	Довірча ймовірність P			
	0,9	0,95	0,99	0,999
2	6,31	12,71	63,68	636,62
3	2,92	4,30	9,93	31,60
4	2,35	3,18	5,84	12,92
5	2,13	2,78	4,60	8,61
6	2,02	2,57	4,06	6,87
7	1,94	2,45	3,71	5,96
8	1,90	2,37	3,50	5,41
9	1,86	2,31	3,36	5,04
10	1,83	2,26	3,25	4,78
11	1,81	2,23	3,17	4,59
12	1,80	2,20	3,11	4,44
13	1,78	2,18	3,06	4,32
14	1,77	2,16	3,01	4,22
15	1,76	2,15	2,98	4,14
16	1,75	2,13	2,95	4,07
17	1,75	2,12	2,92	4,02
18	1,74	2,11	2,90	3,97
19	1,73	2,10	2,88	3,92
20	1,73	2,09	2,86	3,88
∞	1,65	1,96	2,58	3,29

Таблиця Б.6 – Функція Лапласа $\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z e^{-t^2/2} dt$

z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$
0,00	0,0000	0,60	0,2257	1,20	0,3849	1,80	0,4641
0,02	0,0080	0,62	0,2324	1,22	0,3888	1,82	0,4656
0,04	0,0160	0,64	0,2389	1,24	0,3925	1,84	0,4671
0,06	0,0239	0,66	0,2454	1,26	0,3962	1,86	0,4686
0,08	0,0319	0,68	0,2517	1,28	0,3997	1,88	0,4699
0,10	0,0398	0,70	0,2580	1,30	0,4032	1,90	0,4713
0,12	0,0478	0,72	0,2642	1,32	0,4066	1,92	0,4726
0,14	0,0557	0,74	0,2703	1,34	0,4099	1,94	0,4738
0,16	0,0636	0,76	0,2764	1,36	0,4131	1,96	0,4750
0,18	0,0714	0,78	0,2823	1,38	0,4162	1,98	0,4761
0,20	0,0793	0,80	0,2881	1,40	0,4192	2,00	0,4772
0,22	0,0871	0,82	0,2939	1,42	0,4222	2,05	0,4798
0,24	0,0948	0,84	0,2995	1,44	0,4251	2,10	0,4821
0,26	0,1026	0,86	0,3051	1,46	0,4279	2,15	0,4842
0,28	0,1103	0,88	0,3106	1,48	0,4306	2,20	0,4860
0,30	0,1179	0,90	0,3159	1,50	0,4332	2,25	0,4877
0,32	0,1255	0,92	0,3212	1,52	0,4357	2,30	0,4892
0,34	0,1331	0,94	0,3264	1,54	0,4382	2,35	0,4906
0,36	0,1406	0,96	0,3315	1,56	0,4406	2,40	0,4918
0,38	0,1480	0,98	0,3365	1,58	0,4429	2,45	0,4928
0,40	0,1554	1,00	0,3413	1,60	0,4452	2,50	0,4938
0,42	0,1628	1,02	0,3461	1,62	0,4474	2,60	0,4953
0,44	0,1700	1,04	0,3508	1,64	0,4495	2,70	0,4965
0,46	0,1772	1,06	0,3554	1,66	0,4515	2,80	0,4974
0,48	0,1844	1,08	0,3599	1,68	0,4535	2,90	0,4981
0,50	0,1915	1,10	0,3643	1,70	0,4554	3,00	0,4986
0,52	0,1985	1,12	0,3686	1,72	0,4573	3,20	0,4993
0,54	0,2054	1,14	0,3729	1,74	0,4591	3,40	0,4996
0,56	0,2123	1,16	0,3770	1,76	0,4608	3,60	0,4998
0,58	0,2190	1,18	0,3810	1,78	0,4625	3,80	0,4999

Таблиця Б.7 – Значення (1 -P)- процентних точок розподілу Фішера

K2	P	ДОІ									
		4	9	14	19	24	29	39	49	99	∞
4	0,9	4,11	3,94	3,88	3,84	3,83	3,82	3,80	3,79	3,78	3,76
	0,95	6,39	6,00	5,87	5,81	5,77	5,75	5,72	5,70	5,66	5,63
	0,99	16,0	14,7	14,2	14,0	13,9	13,9	13,8	13,7	13,6	13,5
9	0,9	2,69	2,44	2,35	2,31	2,28	2,26	2,23	2,22	2,19	2,16
	0,95	4,26	3,18	3,02	2,95	2,90	2,87	2,83	2,80	2,76	2,71
	0,99	8,02	5,35	5,00	4,84	4,73	4,66	4,57	4,52	4,42	4,31
14	0,9	2,39	2,12	2,02	1,97	1,94	1,92	1,89	1,87	1,83	1,80
	0,95	3,11	2,65	2,48	2,40	2,35	2,31	2,27	2,24	2,19	2,13
	0,99	5,56	4,03	3,70	3,54	3,43	3,36	3,27	3,22	3,11	3,00
19	0,9	2,27	1,98	1,88	1,82	1,79	1,76	1,73	1,71	1,67	1,63
	0,95	2,90	2,42	2,26	2,17	2,11	2,08	2,03	2,00	1,94	1,88
	0,99	4,50	3,53	3,19	3,03	2,93	2,86	2,77	2,71	2,60	2,49
24	0,9	2,19	1,91	1,80	1,74	1,70	1,68	1,64	1,62	1,58	1,53
	0,95	2,78	2,30	2,13	2,05	1,98	1,95	1,90	1,86	1,80	1,73
	0,99	4,22	3,26	2,93	2,77	2,66	2,59	2,50	2,44	2,33	2,21
29	0,9	2,15	1,86	1,75	1,69	1,65	1,62	1,59	1,56	1,52	1,47
	0,95	2,70	2,22	2,05	1,96	1,90	1,86	1,81	1,78	1,71	1,64
	0,99	4,04	3,09	2,77	2,60	2,49	2,43	2,33	2,28	2,16	2,03
39	0,9	2,10	1,79	1,68	1,62	1,58	1,55	1,52	1,49	1,44	1,39
	0,95	2,61	2,13	1,95	1,86	1,79	1,76	1,70	1,67	1,60	1,52
	0,99	3,83	2,89	2,57	2,41	2,29	2,22	2,14	2,08	1,95	1,82
49	0,9	2,09	1,74	1,68	1,58	1,52	1,49	1,46	1,45	1,40	1,34
	0,95	2,56	2,07	1,90	1,78	1,74	1,66	1,64	1,61	1,54	1,40
	0,99	3,73	2,79	2,47	2,28	2,19	2,11	2,02	1,96	1,85	1,62
99	0,9	2,00	1,70	1,58	1,51	1,47	1,44	1,39	1,37	1,30	1,22
	0,95	2,46	1,97	1,79	1,60	1,63	1,59	1,50	1,49	1,39	1,28
	0,99	3,51	2,59	2,26	2,10	1,98	1,93	1,80	1,74	1,59	1,43
∞	0,9	1,94	1,63	1,51	1,43	1,38	1,35	1,30	1,26	1,18	1,00
	0,95	2,37	1,88	1,69	1,59	1,52	1,47	1,40	1,35	1,24	1,00
	0,99	3,32	2,41	2,07	1,91	1,79	1,72	1,60	1,53	1,36	1,00