

**МІНІСТЕРСТВО ВНУТРІШНІХ СПРАВ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ВНУТРІШНІХ СПРАВ
КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ ЛЬОТНИЙ КОЛЕДЖ**

Циклова комісія природничих дисциплін

**МЕТОДИЧНІ МАТЕРІАЛИ
ДО ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ**

**із навчальної дисципліни «Теорія ймовірностей і математична статистика»
обов'язкових компонент освітньо-професійної програми
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
Облік і аудит**

Харків 2022

ЗАТВЕРДЖЕНО

Науково-методичною радою
Харківського національного
університету внутрішніх справ
Протокол від 30.08.2022 № 8

СХВАЛЕНО

Методичною радою Кременчуцького
льотного коледжу Харківського
національного університету
внутрішніх справ
Протокол від 22.08.2022 № 1

ПОГОДЖЕНО

Секцією Науково-методичної ради
ХНУВС з технічних дисциплін
Протокол від 29.08.2022 № 8

Розглянуто на засіданні циклової комісії природничих дисциплін, протокол
від 10.08.2022 № 1

Розробник: доцент циклової комісії природничих дисциплін, к.ф. —м.н.
Семенов В.О.

Рецензенти:

1. Доцент кафедри автомобілі та трактори Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського, кандидат технічних наук Черниш А.А.
2. Ст.викладач циклової комісії економіки та управління Кременчуцького льотного коледжу Харківського національного університету внутрішніх справ, кандидат економічних наук Цимбалістова О.А.

**1. Розподіл часу навчальної дисципліни за темами
(денна форма навчання)**

Номер та назва навчальної теми	Кількість годин, відведених на вивчення навчальної дисципліни						Вид контролю
	Всього	з них:					
		Лекції	Семінарські заняття	Практичні заняття	Лабораторні заняття	Самостійна робота	
Семестр № 5							
Тема № 1. Означення ймовірності. Основні теореми теорії ймовірностей	8	2		2		4	
Тема № 2. Повторення випробувань. Теореми Бернуллі та Лапласа	8	2		2		4	
Тема № 3. Випадкові величини. Закон розподілу. Числові характеристики випадкових величин	9	2		2		5	
Тема № 4. Функція та щільність розподілу. Нормальний розподіл	9	2		2		5	
Тема № 5. Двовірні випадкові величини. Закон великих чисел. Центральна гранична теорема	9	2		2		5	
Тема № 6. Генеральна та вибіркова сукупність. Варіаційні ряди. Числові характеристики вибірки та їх статистичні оцінки	9	2		2		5	
Тема № 7. Перевірка статистичних гіпотез	9	2		2		5	
Тема № 8. Лінійна кореляція та регресія	9	2		2		5	
Тема № 9. Криволінійна кореляція. Поняття багатофакторної регресії	10	2		2		6	
Тема № 10. Основи дисперсійного аналізу	10	2		2		6	
Всього за семестр № 5:	90	20		20		50	залік

**Розподіл часу навчальної дисципліни за темами
(заочна форма навчання)**

Номер та назва навчальної теми	Кількість годин, відведених на вивчення навчальної дисципліни					Вид контролю
	Всього	з них:				
		Лекції	Семінарські заняття	Практичні заняття	Лабораторні заняття	
Семестр № 5						
Тема № 1. Означення ймовірності. Основні теореми теорії ймовірностей	8	2				6
Тема № 2. Повторення випробувань. Теореми Бернуллі та Лапласа	8			2		6
Тема № 3. Випадкові величини. Закон розподілу. Числові характеристики випадкових величин	8	2				6
Тема № 4. Функція та щільність розподілу. Нормальний розподіл	9			2		7
Тема № 5. Двовірні випадкові величини. Закон великих чисел. Центральна гранична теорема	7					7
Тема № 6. Генеральна та вибіркова сукупність. Варіаційні ряди. Числові характеристики вибірки та їх статистичні оцінки	9			2		7
Тема № 7. Перевірка статистичних гіпотез	7					7
Тема № 8. Лінійна кореляція та регресія	14	2		2		10
Тема № 9. Криволінійна кореляція. Поняття багатофакторної регресії	10					10
Тема № 10. Основи дисперсійного аналізу	10					10
Всього за семестр № 5:	90	6		8		76
						залік

2. Методичні вказівки до практичних занять

Тема № 1. Означення ймовірності. Основні теореми теорії ймовірностей

Практичне заняття №1. Основні теореми теорії ймовірностей

Навчальна мета заняття: Навчити здобувачів вищої освіти розв'язувати задачі на класичну формулу, застосовувати теореми додавання та множення, формулу повної ймовірності та формули Бейеса.

Кількість годин – 2. Місце проведення – навчальний кабінет

Навчальні питання:

1. Формули комбінаторики.
2. Класичне визначення ймовірності.
3. Теореми додавання та множення ймовірностей.
4. Формула повної ймовірності. Формули Бейеса.

Література, методичне та матеріально-технічне забезпечення занять.

[8] (с.28-35, 40-45, 48-53), конспект лекцій, методичні вказівки до проведення практичних занять

План проведення заняття:

I. Порядок проведення вступу до заняття.

Проведення попереднього контролю теоретичних знань здобувачів вищої освіти (фронтальне опитування).

Запитання для фронтального опитування:

1. Що називається перестановкою? Напишіть формулу.
2. Що називається розміщенням? Напишіть формулу.
3. Що називається сполукою? Напишіть формулу.
4. Назвіть 2 правила комбінаторики.
5. Які бувають події?
6. Які події називаються несумісними? Наведіть приклад.
7. Які події утворюють повну групу? Наведіть приклад.
8. Які події називаються протилежними?
9. Які події називаються рівноможливими?
10. Що таке ймовірність події?
11. Напишіть класичну формулу ймовірності.
12. В яких границях змінюється ймовірність?
13. Що називається статистичною ймовірністю? Напишіть формулу.
14. Що називається геометричною ймовірністю? Напишіть формулу.
15. Що називається сумою двох подій?
16. Що називається добутком двох подій?
17. Чому дорівнює ймовірність суми подій?
18. Чому дорівнює ймовірність добутку подій?
19. Напишіть формулу повної ймовірності.
20. Напишіть формули Бейеса.

II. Порядок проведення основної частини заняття.

Формування практичних умінь і навичок
здобувачів освіти (розв'язання задач).

1. Формули комбінаторики.

Приклад 1. Скількома способами можна скласти список з 7 курсантів?

Приклад 2. Скільки різних чотирицифрових чисел можна скласти за допомогою цифр 0,1,2,3, використовуючи кожен з них тільки один раз?

Приклад 3. Скільки існує трицифрових чисел, усі цифри яких різні і парні?

Приклад 4. Скількома способами можна вибрати капітана та його заступника з 12 гравців команди?

Приклад 5. На площині розміщені 25 точок так, що ніякі три з них не лежать на одній прямій. Скільки існує трикутників з вершинами в цих точках?

Приклад 6. На вершину гори ведуть 10 доріг. Скількома способами можна спочатку піднятися на гору, а потім спуститися з гори?

2. Класичне визначення ймовірності.

Приклад 7. Кидають дві однакові монети. Яка ймовірність того, що випадуть: а) два герба; б) герб і цифра?

Приклад 8. Яка ймовірність, що навмання вибране двозначне число ділиться на 12?

Приклад 9. У ящику знаходилися 45 кульок, з яких 17 білих. Загубили дві не білих кульки. Яка ймовірність того, що навмання витягнута кулька буде білою?

Приклад 10. У коробці лежать 64 цукерки, причому частина з них у жовтих обгортках, а частина — у синіх. Знайдіть кількість цукерок у жовтих обгортках, якщо ймовірність витягти навмання з цієї коробки одну цукерку в синій обгортці дорівнює 0,625.

3. Теорема додавання та множення ймовірностей.

Приклад 11. Два стрільці стріляють по мішені. Ймовірність влучення в мішень при одному пострілі для першого стрільця складає 0,7, а для другого — 0,8. Знайти ймовірність того, що при одному пострілі в мішень влучає а) тільки один стрілець; б) обидва стрільці; в) хоча б один із стрільців.

Приклад 12. Кинуто три гральні кістки. Знайти ймовірності наступних подій: а) на двох гранях, що випали, з'явиться однакова цифра, а на третій грані — інша цифра; б) на всіх гранях з'являться різні цифри.

4. Формула повної ймовірності. Формули Бейеса.

Приклад 13. Нехай в одному із трьох ящиків знаходиться 3 білих і 2 чорних кулі, у другому — 2 білі й 3 чорних, у третьому — тільки білі кулі. З навмання обраного ящика витягають одну кулю. Знайти ймовірність того, що вона білого кольору.

Приклад 14. В умовах **Приклада 13**, обрана з ящика куля виявилася білого кольору. Знайти ймовірність того, що куля була взята із третього ящика.

III. Порядок проведення заключної частини заняття

Підведення підсумків заняття.

Домашнє завдання: Розв'язати задачі:

1. Кинуто дві гральні кістки. Знайти ймовірність того, що сума цифр на гранях, що випали – парна, причому на грані хоча б однієї кістки з'явиться шістка.

2. На складі є 15 кінескопів, причому 10 з них виготовлені Львівським заводом. Знайти ймовірність того, що серед п'яти взятих навмання кінескопів виявляться три кінескопи Львівського заводу.

3. Набираючи номер телефону, абонент забув останні три цифри й, пам'ятаючи лише, що ці цифри різні, набрав їх навмання. Знайти ймовірність того, що набрані потрібні цифри.

4. Робітник обслуговує одночасно 3 верстати. Ймовірність порушення роботи протягом години для першого дорівнює 0,1, для другого — 0,2, для третього — 0,2. Яка ймовірність того, що: а) усі три верстати працюватимуть протягом години; б) хоча б один із них вийде з ладу?

5. Два економісти заповнюють документи, які складають у спільну папку.

Ймовірність помилки для першого економіста дорівнює 0,1, для другого — 0,2. Перший економіст заповнив 40 документів, другий — 60. Під час перевірки у навмання взятому з папки документі виявили помилку. Знайти ймовірність того, що документ складав перший економіст.

Тема № 2. Повторення випробувань. Теорема Бернуллі та Лапласа.

Практичне заняття №2. Теорема Бернуллі та Лапласа, формула Пуассона.

Навчальна мета заняття: Навчити здобувачів вищої освіти розв'язувати задачі на застосування теорем Бернуллі, Лапласа та Пуассона

Кількість годин – 2. Місце проведення – навчальний кабінет

Навчальні питання:

1. Схема Бернуллі.
2. Формула Пуассона.
3. Локальна та інтегральна теорема Лапласа.

Література, методичне та матеріально-технічне забезпечення занять.

[8] (с.55-65), конспект лекцій, методичні вказівки до проведення практичних занять

План проведення заняття:

I. Порядок проведення вступу до заняття.

Проведення попереднього контролю теоретичних знань здобувачів вищої освіти (фронтальне опитування).

Запитання для фронтального опитування:

1. Сформулюйте дві вимоги «схеми Бернуллі».
2. Запишіть формулу Бернуллі.
3. Як обчислюється ймовірність появи події A в серії з n випробувань від k_1 до k_2 разів за умов схеми Бернуллі?

4. Яка ймовірність появи події A в n незалежних випробуваннях хоча б один раз за умов схеми Бернуллі?
5. Яку функцію називають локальною функцією Лапласа?
6. Яку функцію називають інтегральною функцією Лапласа?
7. Як обчислюють значення локальної та інтегральної функцій Лапласа?
8. Запишіть локальну теорему Лапласа.
9. Запишіть інтегральну теорему Лапласа.
10. Запишіть формулу Пуассона.

II. Порядок проведення основної частини заняття.

Формування практичних умінь і навичок
(розв'язання задач).

1. Схема Бернуллі.

Приклад 1. До магазину зайшли 8 покупців. Ймовірність того, що будь-який з них не піде з магазину без покупки, дорівнює 0,4. а) Знайти ймовірність того, що троє з покупців дещо куплять. б) Яка ймовірність того, що жоден з них нічого не купить?

Приклад 2. У процесі виробництва ймовірність дефектів у кожній партії продукції складає 0,1. Яка ймовірність того, що з десяти партій дефекти будуть мати менше двох партій?

Приклад 3. Серед 5 студентів проводиться психологічний тест на визначення типу характеру людини. Ймовірність того, що за результатами тестування буде правильно визначено тип характеру кожної людини, дорівнює 0,9. Знайти ймовірність того, що буде правильно визначено тип характеру лише трьох протестованих студентів.

2. Формула Пуассона.

Приклад 4. Книгу надруковано тиражем 90 000 примірників. Ймовірність неправильного брошурування книги дорівнює 0,0001. Знайти ймовірність того, що тираж має 5 бракованих книг.

Приклад 5. В одержаній партії текстильних виробів 0,6 % браку. Яка ймовірність при випадковому відборі 1000 виробів виявити: а) шість бракованих виробів; б) хоча б один бракований виріб?

3. Локальна та інтегральна теореми Лапласа.

Приклад 6. Знайти ймовірність того, що серед 1000 новонароджених буде 480 дівчаток, якщо ймовірність народження хлопчика дорівнює 0,515.

Приклад 7. Гральний кубик кидають 800 разів. Яка ймовірність того, що кількість очок кратна трьом, з'явиться 267 разів?

Приклад 8. Гральний кубик кидають 800 разів. Яка ймовірність того, що кількість очок, кратна трьом, з'явиться не менше 260 разів і не більше 274 разів?

Приклад 9. Ймовірність вчасної реалізації зі складу однієї пари взуття

дорівнює 0,8. Знайти ймовірність того, що вчасно буде реалізовано не менше 75 пар, якщо на склад завезено 100 пар взуття. Знайти найімовірнішу кількість вчасно реалізованих пар взуття.

Приклад 10. Зі статистичних даних відомо, що ймовірність захворіти грипом

під час епідемії для кожної особи дорівнює 0,1. Яка ймовірність того, що із 100 перевірених осіб хворими виявляться від 20 до 50 осіб?

Приклад 11. Ймовірність появи деякої події в кожному з незалежних випробувань дорівнює 0,5. Знайти кількість випробувань n , при якій з ймовірністю 0,7698 можна очікувати, що відносна частота появи події відхилиться від її ймовірності за абсолютною величиною не більше, ніж на 0,02.

III. Порядок проведення заключної частини заняття

Підведення підсумків заняття.

Домашнє завдання: Розв'язати задачі:

1) Оглядову лекцію мають прослухати 100 студентів. Ймовірність бути присутнім на лекції для кожного студента дорівнює 0,7. Знайти ймовірність того, що на лекцію прийде більше половини студентів.

2) Знайти ймовірність того, що серед 100 осіб буде не більше 40 брюнетів, якщо близько 30 % населення — брюнети.

3) Ймовірність влучення у літак з гвинтівки при кожному пострілі дорівнює 0,001. Здійснюється 3000 пострілів. Знайти ймовірність того, що буде хоча б одне влучення.

4) В групі 15 студентів. Ймовірність того, що обраний студент чоловічої статі — 0,3. Необхідно обчислити ймовірність того, що в групі 7 хлопців.

5) Ймовірність зробити помилку на одній сторінці при наборі тексту становить 0,001. Перевіряється книжка, що містить 850 сторінок. Обчислюється ймовірність того, що в книжці будуть помилки на 7 сторінках.

Тема № 3. Випадкові величини. Закон розподілу. Числові характеристики випадкових величин

Практичне заняття №3. Закон розподілу. Числові характеристики випадкових величин

Навчальна мета заняття: Навчити здобувачів вищої освіти знаходити закони розподілу та їх числові характеристики.

Кількість годин – 2. Місце проведення – навчальний кабінет

Навчальні питання:

1. Закони розподілу ДВВ.
2. Розподіл Пуассона.
3. Числові характеристики ДВВ.

Література, методичне та матеріально-технічне забезпечення занять.

[8](с.70-81, 112-120), конспект лекцій, методичні вказівки до проведення

План проведення заняття:**I. Порядок проведення вступу до заняття.**

Проведення попереднього контролю теоретичних знань
здобувачів вищої освіти (фронтальне опитування).

Запитання для фронтального опитування:

1. Що називають випадковою величиною?
2. Яка випадкова величина називається дискретною?
3. Яким чином можна задати дискретний розподіл випадкової величини?
4. Як побудувати багатокутник розподілу випадкової величини?
5. В яку чверть декартової системи координат графіки функцій розподілу ймовірностей випадкової величини ніколи не попадають?
6. Які є основні види дискретних розподілів ймовірностей?
7. Напишіть формулу розподілу Пуассона
8. Що називають неперервною випадковою величиною?
9. Що називається математичним сподіванням ДВВ? Напишіть формулу для його обчислення.
10. Що називається дисперсією? Середнім квадратичним відхиленням?
11. Напишіть формули для дисперсії та середнього квадратичного відхилення.

II. Порядок проведення основної частини заняття.

Формування практичних умінь і навичок
(розв'язання задач).

1. Закони розподілу ДВВ.

Приклад 1. Нехай випадкова величина X дорівнює кількості номерів, угаданих гравцем у лотереї «6 із 39». Побудувати ряд розподілу випадкової величини X . Знайти значення функції розподілу в точці $x = 3$.

Розв'язання. Випадкова величина X має гіпергеометричний розподіл. Процес розіграшу можна змодельовати так: у лототроні (ящику) міститься $N = 39$ однакових за фізичними властивостями кульок, серед яких $S = 6$ «білих» (так можна називати кульки з виграшними номерами) і $N - S = 33$ «чорних». Вважатимемо, що кульки добре перемішані, тобто рівномірно витягнути можна будь-яку з наявних кульок. Тому можна вважати, що із 39 кульок навмання виймається $m = 6$ шт. Тоді X — це кількість «білих» кульок серед шести вибраних (номерів, які загадані гравцем). Очевидно, випадкова величина X набуває значень від 0 до 6, причому

$$P(X = i) = \frac{C_6^i \cdot C_{33}^{6-i}}{C_{36}^6}.$$

Виконавши підрахунки для $i = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$, отримаємо таблицю:

i	0	1	2	3	4	5	6
-----	---	---	---	---	---	---	---

p_i	$\frac{1107568}{3262623}$	$\frac{1424016}{3262623}$	$\frac{613800}{3262623}$	$\frac{109120}{3262623}$	$\frac{7920}{3262623}$	$\frac{198}{3262623}$	$\frac{1}{3262623}$
-------	---------------------------	---------------------------	--------------------------	--------------------------	------------------------	-----------------------	---------------------

Значення функції розподілу $F_X(x)$ випадкової величини X у точці $x = 3$.

$$F_X(3) = P\{X < 3\} = P\{X = 0 \text{ або } X = 1 \text{ або } X = 2\} = P\{X = 0\} + P\{X = 1\} +$$

$+ P\{X = 2\}$. Оскільки виграшними вважають лотерейні квитки, у яких не менше 3 вгаданих номерів, то ймовірність нічого не виграти, заповнивши один лотерейний квиток, дорівнює

$$\frac{1107568}{3262623} + \frac{1424016}{3262623} + \frac{613800}{3262623} \approx 0,9641$$

Приклад 2. Нехай X — випадкова величина, що дорівнює кількості хлопців у навіманні вибраній сім'ї з трьома дітьми. Вважаючи народження хлопця й дівчини рівноймовірними подіями, побудувати ряд розподілу та многокутник розподілу ймовірності випадкової величини X , а також обчислити ймовірність того, що в сім'ї буде більше хлопчиків, ніж дівчаток.

2. Розподіл Пуассона.

Приклад 3. Магазин отримав 1000 пляшок мінеральної води. Ймовірність того, що під час перевезення пляшка розіб'ється, дорівнює 0,004. Знайти ряд розподілу випадкової величини X , що характеризує кількість розбитих пляшок, і ймовірність того, що розбитих пляшок буде більше трьох.

Розв'язання. Оскільки число $n = 1000$ велике, а ймовірність розбиття однієї пляшки $p = 0,004$ мала, то маємо закон розподілу Пуассона. Обчислюємо $\lambda = np = 4$ та записуємо формулу ймовірності для ряду розподілу

$$P(X = k) = \frac{4^k}{k!} e^{-4}, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

Для знаходження ймовірності того, що розбитих пляшок буде більше трьох, знайдемо ймовірність протилежної події «розбитих пляшок не більше трьох». Для цього потрібно знайти суму ймовірностей:

$$\begin{aligned} P(X \leq 3) &= P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) = \\ &= \frac{4^0}{0!} e^{-4} + \frac{4^1}{1!} e^{-4} + \frac{4^2}{2!} e^{-4} + \frac{4^3}{3!} e^{-4} = e^{-4} \left(1 + 4 + 8 + \frac{32}{3} \right) = 0,4335. \end{aligned}$$

Отже, ймовірність шуканої події $P(X \geq 4) = 0,5665$.

3. Числові характеристики ДВВ.

Приклад 4. Випадкова величина X має ряд розподілу, наведений у таблиці

x_i	1	2	3
p_i	0,2	0,6	0,2

Знайти числові характеристики випадкової величини X .

Розв'язання. Математичне сподівання випадкової величини X обчислимо

за формулою

$$M(X) = \sum_{i=1}^3 x_i p_i = 1 \cdot 0,2 + 2 \cdot 0,6 + 3 \cdot 0,2 = 2.$$

Дисперсію випадкової величини X знайдемо за формулою

$$D(X) = \sum_{i=1}^3 x_i^2 p_i - (M(X))^2 = 1 \cdot 0,2 + 4 \cdot 0,6 + 9 \cdot 0,2 - 2^2 = 0,4.$$

Середнє квадратичне відхилення випадкової величини X :

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} = \sqrt{0,4} \approx 0,633.$$

Мода і медіана дорівнюють

$$Mo(X) = Me(X) = 2.$$

III. Порядок проведення заключної частини заняття

Підведення підсумків заняття.

Домашнє завдання: Розв'язати задачі:

1. Два стрільці роблять по одному незалежному пострілу в одну мішень. Ймовірність влучення для першого стрільця дорівнює 0,8, а для другого — 0,5. Знайти ряд розподілу і многокутник розподілу випадкової величини X — кількості влучень у мішень, ймовірність того, що кількість влучень дорівнюватиме кількості промахів, а також знайти математичне сподівання, дисперсію та середнє квадратичне відхилення розподілу випадкової величини X .

2. Нехай X — випадкова величина, яка дорівнює кількості випадань грані «6» при двох підкиданнях кубика. Побудувати ряд розподілу, многокутник розподілу та функцію розподілу випадкової величини X , а також графік цієї функції (вважати випадання кожної цифри рівноймовірним).

3. Гральний кубик підкидається до першої появи п'ятірки. Випадкова величина X — кількість підкидань кубика. Знайти ряд розподілу випадкової величини X і найімовірнішу кількість підкидань за умови рівноймовірності випадання кожної цифри.

4. Випадкова величина X має ряд розподілу, наведений у таблиці

X_i	1	2	3
P_i	0,2	0,5	0,3

Знайти числові характеристики випадкової величини X .

Тема № 4. Функція розподілу та щільність розподілу. Нормальний розподіл

Практичне заняття №4. Неперервні ВВ. Нормальний розподіл

Навчальна мета заняття: Навчити здобувачів вищої освіти знаходити щільність розподілу та характеристики неперервних випадкових величин.

Кількість годин — 2 Місце проведення — навчальний кабінет

Навчальні питання:

1. Функція та щільність розподілу.
2. Нормальний розподіл.
3. Числові характеристики НВВ.

Література, методичне та матеріально-технічне забезпечення занять.

[8] (с.89-100), конспект лекцій, методичні вказівки до проведення практичних занять

План проведення заняття:

I. Порядок проведення вступу до заняття.

Проведення попереднього контролю теоретичних знань здобувачів освіти (фронтальне опитування).

Запитання для фронтального опитування:

1. Що називають неперервною випадковою величиною?
2. Чому дорівнює ймовірність набуття конкретного значення неперервною випадковою величиною?
3. Якими способами можна задати неперервну випадкову величину?
4. Яка випадкова величина називається абсолютно неперервною?
5. Що називають щільністю розподілу ймовірностей випадкової величини?
6. Які властивості має функція щільності розподілу ймовірності?
7. Які типи абсолютно неперервних розподілів Ви знаєте?
8. Який розподіл називається рівномірним?
9. Який вигляд має функція щільності розподілу нормальної випадкової величини?
10. Чому дорівнює площа фігури, що утворюється графіком щільності нормально розподіленої випадкової величини і віссю Ox на проміжку $(-\infty; +\infty)$?
11. Що можна сказати про інтервал $(a - 3\sigma; a + 3\sigma)$ у зв'язку з нормальним розподілом?

II. Порядок проведення основної частини заняття.

Формування практичних умінь і навичок (розв'язання задач).

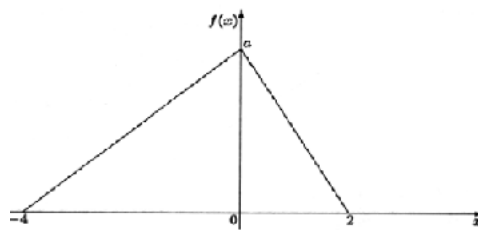
1. Функція та щільність розподілу.

Приклад 1. Випадкова величина X має функцію розподілу

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & \text{якщо } x \leq 0; \\ a\sqrt{2x}, & \text{якщо } 0 < x \leq 8; \\ 1, & \text{якщо } x > 8. \end{cases}$$

Знайти параметр a , аналітичний вираз для щільності розподілу та ймовірність влучення значень випадкової величини X в інтервал $(1; 6)$.

Приклад 2. Щільність розподілу випадкової величини X задано графічно:



Визначити значення параметра a та аналітичні вирази для $f_X(x)$ і $F_X(x)$. Знайти $P(X \in [0; 2])$; $P(X \in [-2; 1])$.

Приклад 3. Випадкова величина X має рівномірний закон розподілу на відрізку $[2; 5]$. Знайти аналітичні вирази для щільності та функції розподілу

цієї випадкової величини. Побудувати їх графіки. Знайти ймовірність влучення значень випадкової величини в інтервал $(0; 3]$.

2. Нормальний розподіл.

Приклад 4. Випадкова величина X має нормальний розподіл ймовірностей з параметрами $a = 7$ і $\sigma = 2$. Порівняти ймовірності влучення значень випадкової величини X у проміжки $[3; 7]$ і $[-100; 1]$. Зазначити інтервал, у який випадкова величина X влучає з практичною достовірністю.

Приклад 5. Нормальний закон розподілу випадкової величини X задано функцією розподілу

$$F_X(x) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(t+1)^2}{32}} dt.$$

Побудувати графік функції $f_X(x)$. Обчислити $P(-5 < X < 3)$; $P(|X + 1| < 12)$.

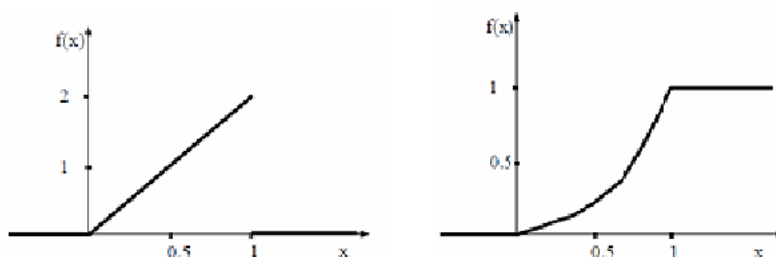
3. Числові характеристики НВВ.

Приклад 6. Випадкова величина X задана щільністю розподілу ймовірності $f(x) = \begin{cases} 0, & x \notin [0; 1] \\ 2x, & x \in [0; 1] \end{cases}$. Знайти: $F(x)$, $M(X)$, $D(X)$, σ і побудувати графіки функцій $f(x)$ і $F(x)$.

Розв'язання. Знаходимо інтегральну функцію $F(x)$:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x^2, & 0 \leq x \leq 1 \\ 1, & x > 1. \end{cases}$$

Будуємо графіки диференціальної та інтегральної функцій:



Знаходимо математичне сподівання й дисперсію:

$$M(x) = \int_0^1 xf(x)dx = 2 \int_0^1 x^2 dx = \frac{2}{3}; \quad D(X) = \int_0^1 x^2 f(x)dx - \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{1}{2} - \frac{4}{9} = \frac{1}{18}.$$

Знаходимо середнє квадратичне відхилення: $\sigma = \sqrt{D(X)} = \frac{\sqrt{2}}{6}$.

Приклад 7. Випадкову величину X задано щільністю розподілу

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{якщо } x \leq 0, \\ \frac{1}{2\sqrt{x}}, & \text{якщо } 0 < x \leq \frac{1}{4}, \\ 16x, & \text{якщо } \frac{1}{4} < x \leq \frac{\sqrt{2}}{4}, \\ 0, & \text{якщо } x > \frac{\sqrt{2}}{4}. \end{cases}$$

Знайти числові характеристики випадкової величини X .

III. Порядок проведення заключної частини заняття

Підведення підсумків заняття.

Домашнє завдання: Розв'язати задачі:

1. Випадкова величина X має нормальний розподіл із параметрами a , σ . У кожному з наступних пунктів знайти інтервал, у який значення випадкової величини X влучають з практичною достовірністю (із ймовірністю 0,9973):

а) $a = 0$, $\sigma = 1$; б) $a = 5$, $\sigma = 2$.

2. Щільність розподілу нормально розподіленої випадкової величини X має вигляд $f_X(x) = c \cdot e^{-\frac{(x+3)^2}{8}}$. Знайти параметри c , a та σ . Порівняти ймовірності влучення значень випадкової величини X у проміжки $(-9; 3]$ і $(4; 100]$.

3. Поїзди метро йдуть з інтервалом 2 хв. Вважаючи, що час X очікування поїзда на зупинці має рівномірний розподіл, знайти аналітичні вирази для щільності та функції розподілу цієї випадкової величини. Побудувати їх графіки. Знайти ймовірність того, що час очікування перевищуватиме 30 с.

Тема № 5. Двомірні випадкові величини. Закон великих чисел.

Центральна гранична теорема.

Практичне заняття №5. Двомірні випадкові величини. Закон великих чисел.

Навчальна мета заняття: Навчити здобувачів вищої освіти розв'язувати задачі

Кількість годин – 2. Місце проведення – навчальний кабінет

Навчальні питання:

1. Двомірні випадкові величини.
2. Закон великих чисел.

Література, методичне та матеріально-технічне забезпечення занять

[8](с.126-150, 179-186), конспект лекцій, методичні вказівки до проведення практичних занять

План проведення заняття:

I. Порядок проведення вступу до заняття.

Проведення попереднього контролю теоретичних знань

здобувачів вищої освіти (фронтальне опитування).

Зпитання для фронтального опитування:

1. Що називають функцією розподілу ймовірностей двовимірної випадкової величини?
2. Які властивості має $F(x, y)$?
3. Як можна задати двовимірну дискретну випадкову величину?
4. Яка двовимірна випадкова величина називається абсолютно неперервною?
5. Які властивості має функція щільності $f(x, y)$?
6. Що називають умовним законом розподілу?
7. Як обчислюються числові характеристики умовних законів розподілу?
8. Що називають коваріацією системи випадкових величин?
9. Що називають коефіцієнтом кореляції?
10. Які випадкові величини називають некорельованими?
11. Сформулюйте теорему Бернуллі.
12. Напишіть нерівність Чебишева.

II. Порядок проведення основної частини заняття.

Формування практичних умінь і навичок здобувачів освіти (розв'язання задач).

1. Двовірні випадкові величини.

Приклад 1. Задано таблицю розподілу двовимірної випадкової величини (X, Y) :

$\begin{smallmatrix} X \\ Y \end{smallmatrix}$	1	2	3
-1	0,2	0,1	0,3
0	0,15	0,15	0,1

Потрібно:

- а) знайти безумовні закони розподілу випадкових величин X та Y ;
- б) знайти умовний закон розподілу X за умови, що $Y = -1$;
- в) знайти умовний закон розподілу Y за умови, що $X = 3$;
- г) з'ясувати, залежні чи ні випадкові величини X і Y .

Приклад 2. Система випадкових величин (X, Y) має розподіл ймовірностей, представлений у таблиці:

$\begin{smallmatrix} X \\ Y \end{smallmatrix}$	0	1
0	0,2	0,15
1	0,15	0,15
2	0,1	0,25

Знайти:

- а) математичні сподівання $M(X)$ і $M(Y)$;
- б) дисперсії $D(X)$ і $D(Y)$.

2. Закон великих чисел.

Приклад 3. Використовуючи нерівність Чебишева, оцінити ймовірність того, що $|X - M(X)| < 0,3$, якщо $D(X) = 0,0025$. Оцінити ймовірність тієї самої події, якщо відомо, що X має нормальний розподіл.

Приклад 4. Маса деталей, що виготовляються на верстаті, є випадковою величиною, середнє значення якої (математичне сподівання) дорівнює 1,2 кг. Дисперсія цієї величини дорівнює 0,012. Використовуючи нерівність Чебишева, оцінити ймовірність того, що:

- а) відхилення маси деталі від її середнього значення за абсолютною величиною не перевищить 0,2;
- б) маса деталі набуде значення від 1,18 до 1,22.

III. Порядок проведення заключної частини заняття

Підведення підсумків заняття.

Домашнє завдання: Розв'язати задачі:

- По мішені проводиться один постріл. Ймовірність влучення дорівнює p . Розглядається X — кількість влучень, Y — кількість промахів. Побудувати функцію розподілу $F(x, y)$ двовимірної випадкової величини (X, Y) .
- Використовуючи нерівність Чебишева, оцінити ймовірність того, що $|X - M(X)| > 0,1$, якщо $\sigma(X) = 0,4$. Оцінити ймовірність тієї самої події, якщо відомо, що X має нормальний розподіл.

Тема № 6. Генеральна та вибіркова сукупність. Варіаційні ряди. Числові характеристики вибірки та їх статистичні оцінки

Практичне заняття № 6. Варіаційні ряди. Числові характеристики вибірки.

Навчальна мета заняття: Навчити студентів заходити числові характеристики вибірки та їх оцінки.

Кількість годин – 2. Місце проведення – навчальний кабінет

Навчальні питання:

1. Методи обчислення зведених характеристик вибірки.
2. Зміщена та незміщена оцінки.
3. Інтервальне оцінювання, довірчі інтервали.

Література, методичне та матеріально-технічне забезпечення занять.
 [8](с.192-210, 245-250), конспект лекцій, методичні вказівки до проведення практичних занять

План проведення заняття:

I. Порядок проведення вступу до заняття.

Проведення попереднього контролю теоретичних знань
 здобувачів вищої освіти (фронтальне опитування).

Запитання для фронтального опитування:

1. Що називають генеральною сукупністю?
2. Що називають вибіркою об'єму n ?
3. Що таке варіаційний ряд?
4. Що розуміють під полігоном частот (відносних частот)?
5. Що таке гістограма частот (відносних частот)?
6. Як обчислити вибіркове середнє значення?
7. Як обчислити вибіркиму дисперсію?
8. Як обчислити середнє квадратичне відхилення?
9. Що таке мода статистичного розподілу і як її обчислити?
10. Що таке медіана статистичного розподілу і як її обчислити?
11. Що називають розмахом варіації?
12. Що розуміють під статистичною оцінкою деякого параметра?
13. Яка оцінка називається зміщеною і незміщеною?
14. Що є незміщеною оцінкою математичного сподівання?
15. Що є зміщеною оцінкою генеральної дисперсії?
16. У чому суть методу найбільшої правдоподібності?
17. Що розуміють під інтервальною оцінкою параметра?
18. Що таке довірчий інтервал?
19. Якими нерівностями визначається довірчий інтервал для математичного сподівання нормально розподіленої випадкової величини?
20. Якими нерівностями визначається довірчий інтервал для середнього квадратичного відхилення нормально розподіленої випадкової величини?

II. Порядок проведення основної частини заняття.

Формування практичних умінь і навичок
 (розв'язання задач).

1. Методи обчислення зведених характеристик вибірки.

Приклад 1. Задано статичний розподіл вибірки

x_i	2	3	5	8	11	12	18
n_i	2	7	15	32	21	14	9

Знайти вибіркове середнє, вибіркиму дисперсію та середнє квадратичне

відхилення вибірки, розмах вибірки, моду та медіану.

Приклад 2. Задано інтервальний статичний розподіл вибірки

$[x_i; x_{i+1})$	[1; 3)	[3; 5)	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
w_i	0,15	0,05	0,2	0,1	0,05	0,25	0,2

Знайти вибіркове середнє, вибірккову дисперсію та середнє квадратичне відхилення вибірки, моду та медіану.

Приклад 3. Знайти методом добутоків вибірккове середнє та вибірккову дисперсію для такого розподілу вибірки об'єму $n = 100$:

x_i	40	45	50	55	60	65	70
n_i	12	18	20	24	14	7	5

2. Зміщена та незміщена оцінки.

Приклад 4. З генеральної сукупності отримано деяку вибірку об'єму $n = 100$:

x_i	50	80	90	110	120	140	170
n_i	12	7	6	6	15	24	30

Знайти відповідне значення незміщеної оцінки генерального середнього.

Приклад 5. З генеральної сукупності отримано деяку вибірку об'єму $n = 100$:

x_i	0,002	0,004	0,006	0,008	0,01	0,012	0,014
n_i	7	29	35	12	9	5	3

Знайти відповідне значення зміщеної оцінки генеральної дисперсії.

3. Інтервальне оцінювання, довірчі інтервали.

Приклад 6. Знайти довірчий інтервал з надійністю 0,95 для оцінки невідомо-

го математичного сподівання μ нормально розподіленої випадкової величини X , якщо дисперсія цієї випадкової величини $\sigma^2 = 16$, вибіркове середнє $\bar{x} = 15$, а об'єм вибірки $n = 25$.

Приклад 7. З конвеєра надходять електричні лампи. Яким має бути мінімальний розмір партії електроламп для того, щоб з надійністю 0,99 точність оцінки математичного сподівання μ випадкової величини X , що характеризує тривалість горіння лампи, за вибірквим середнім становила $\varepsilon = 1$ год, якщо відомо середнє квадратичне відхилення випадкової величини X : $\sigma = 3$ год?

III. Порядок проведення заключної частини заняття

Підведення підсумків заняття.

Домашнє завдання: Розв'язати задачі:

1. Дано вибірку: 15, 18, 11, 12, 35, 46, 10, 41, 23, 27, 31, 34, 9, 8, 15, 13, 17, 22, 21, 44, 19, 14, 30, 25, 10, 14, 11, 18, 48, 20, 12, 32, 7, 13, 15, 41, 23, 19, 24, 28, 12, 9, 33, 17, 16, 8, 29, 15, 11, 40. За даними вибірки побудувати інтервальний статичний розподіл, полігон і гістограму частот, а також емпіричну функцію абсолютно неперервного розподілу.

2. Задано інтервальний статистичний розподіл вибірки

$[x_i; x_{i+1})$	[4; 8)	[8;12)	[12;16)	[16;20)	[20;24)	[24;28)	[28; 32)
n_i	3	6	6	10	14	5	1

Знайти медіану, моду, варіаційний розмах, вибіркове середнє і дисперсію.

3. Із генеральної сукупності отримано вибірку

x_i	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
n_i	15	10	9	4	12	21	29

Знайти значення незміщеної оцінки генеральної середньої та дисперсії.

4. Знайти довірчий інтервал з надійністю 0,999 для оцінки невідомого мате-матичного сподівання μ нормально розподіленої випадкової величини X , якщо дисперсія випадкової величини $\sigma^2 = 25$, вибіркове середнє $\bar{x} = 3$, а об'єм вибірки $n = 36$.

Тема № 7. Перевірка статистичних гіпотез**Практичне заняття №7.**

Навчальна мета заняття: Навчити здобувачів вищої освіти методам перевірки статистичних гіпотез.

Кількість годин – 2. Місце проведення – навчальний кабінет

Навчальні питання:

1. Перевірка гіпотез про чисельні значення параметрів.
2. Критерії узгодження Пірсона.

Література, методичне та матеріально-технічне забезпечення заняття.

[8](с.265-279, 283-297), конспект лекцій, методичні вказівки до проведення практичних занять

План проведення заняття:**I. Порядок проведення вступу до заняття.**

Проведення попереднього контролю теоретичних знань здобувачів вищої освіти(фронтальне опитування).

Запитання для фронтального опитування:

1. Що називають статистичною гіпотезою?
2. Яку гіпотезу приймають за нульову, а яку - за альтернативну?
3. Що таке похибка першого роду?
4. Що таке похибка другого роду?
5. Що таке рівень значущості?
6. Що розуміють під статистичним критерієм?
7. Що таке критична область?
8. Що таке область прийняття гіпотези?
9. В чому полягає основний принцип перевірки статистичних гіпотез?
10. Що таке критичні точки?
11. Що таке правостороння, лівостороння, двостороння області?
12. Що таке потужність критерію?

II. Порядок проведення основної частини заняття.

Формування практичних умінь і навичок
(розв'язання задач).

1. Перевірка гіпотез про чисельні значення параметрів.

Приклад 1. Із нормальної генеральної сукупності з відомим середнім квадратичним відхиленням $\sigma = 3,2$ отримано вибірку об'єму $n = 64$, за якою знайдено вибірконе середнє $x_v = 13$. При рівні значущості $0,05$ перевірити нульову гіпотезу $H_0 : a = a_0 = 12$ при конкуруючій гіпотезі $H_1 : a \neq 12$.

Приклад 2. Для вибірки об'єму $n = 20$, отриманої з нормальної генеральної сукупності, знайдено вибірконе середнє $x_v = 37$ і «виправлене» вибірконе середнє квадратичне відхилення $s = 4,2$. При рівні значущості $\alpha = 0,05$ перевірити нульову гіпотезу $a = a_0 = 35$ при альтернативній гіпотезі $H_1 : a \neq 35$.

Приклад 3. Із нормальної генеральної сукупності отримано вибірку об'єму $n = 31$, для якої знайдено вибіркону виправлену дисперсію $s^2 = 44$. Перевірити при рівні значущості $\alpha = 0,01$ основну гіпотезу $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 = 25$, якщо альтернативна гіпотеза $H_1 : \sigma_0^2 > 25$.

2. Критерії узгодження Пірсона.

Приклад 4. Використовуючи критерій Пірсона, при рівні значущості $0,05$ перевірити, чи справджується гіпотеза про нормальний розподіл генеральної сукупності X , якщо з цієї сукупності отримано таку вибірку об'єму $n = 200$:

x_i	15	16	17	18	19	20	21	22
n_i	8	28	31	41	33	28	24	7

Приклад 5. Використовуючи критерій Пірсона, при рівні значущості $0,05$ перевірити, чи справджується гіпотеза про рівномірний розподіл генеральної сукупності X , якщо з цієї сукупності отримано таку вибірку об'єму $n = 200$:

$[x_i; x_{i+1})$	[4; 7)	[7; 10)	[10; 13)	[13; 16)	[16; 19)	[19; 22)	[22; 25)
n_i	12	9	21	8	11	19	20

III. Порядок проведення заключної частини заняття

Підведення підсумків заняття.

Домашнє завдання: Розв'язати задачі:

1. Із нормальної генеральної сукупності з відомим середнім квадратичним відхиленням $\sigma = 3,3$ отримано вибірку об'єму $n = 121$, за якою знайдено вибірконе середнє $x_v = 10,6$. При рівні значущості $0,01$ перевірити нульову гіпотезу $H_0 : a = a_0 = 10$ при конкуруючій гіпотезі $H_1 : a \neq 10$.

2. Із нормальної генеральної сукупності отримано вибірку об'єму $n = 26$, для якої знайдено вибіркону «виправлену» дисперсію $s^2 = 3,2$. Перевірити при рівні значущості $\alpha = 0,05$ основну гіпотезу $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 = 2$, якщо альтерна-

тивна гіпотеза: $H_1 : \sigma_0^2 > 2$.

3. Використовуючи критерій Пірсона, при рівні значущості 0,05 перевірити, чи справджується гіпотеза про нормальний розподіл генеральної сукупності X , якщо з цієї сукупності отримано таку вибірку об'єму $n = 200$:

$[x_i; x_{i+1})$	$[0; 3)$	$[3; 6)$	$[6; 9)$	$[9; 12)$	$[12; 15)$	$[15; 18)$	$[18; 21)$
n_i	15	25	45	51	34	22	8

Тема № 8. Лінійна кореляція та регресія

Практичне заняття №8. Визначення параметрів вибіркового рівняння регресії.

Навчальна мета заняття: Навчити здобувачів вищої освіти складати рівняння регресії за табличними даними.

Кількість годин – 2.

Місце проведення – навчальний кабінет

Навчальні питання:

1. Визначення параметрів вибіркового рівняння регресії за незгрупованими даними.
2. Визначення параметрів вибіркового рівняння регресії за згрупованими даними.

Література, методичне та матеріально-технічне забезпечення занять.

[8] (с.258-261), конспект лекцій, методичні вказівки до проведення практичних занять

План проведення заняття:

I. Порядок проведення вступу до заняття.

Проведення попереднього контролю теоретичних знань здобувачів вищої освіти (фронтальне опитування).

Запитання для фронтального опитування:

1. Яка залежність називається статистичною?
2. Яка залежність називається кореляційною?
3. Що таке умовна середня?
4. Яке рівняння називають вибіркоvim рівнянням регресії?
5. Що розуміють під прямою регресією? Вигляд рівняння.
6. Як обчислити коефіцієнт кореляції?
7. Які значення може приймати коефіцієнт кореляції?

II. Порядок проведення основної частини заняття.

Формування практичних умінь і навичок (розв'язання задач).

1. Визначення параметрів вибіркового рівняння регресії за незгрупованими даними.

Приклад 1. За допомогою метода кореляційно – регресійного аналізу визначити наявність та характер статистичного зв'язку між ознаками «вік обладнання» та «витрати на ремонт». Вихідні дані та проміжні розрахунки наведені в таблиці.

Таблиця. Вік обладнання та витрати на ремонт для групи підприємств

№№ п/п	Вік облад- нання, р. (x)	Витрати на ремонт тис.грн.(y)	x^2	y^2	xy	Y
1	4	1,5	16	2,25	6,0	0,868
2	5	2,0	25	4,0	10,0	1,479
3	5	1,4	25	1,96	7,0	1,479
4	6	2,3	36	5,29	13,8	2,09
5	8	2,7	64	7,29	21,6	3,312
6	10	4,0	100	16,0	40,0	4,534
7	8	2,3	64	5,29	18,4	3,312
8	7	2,5	49	6,25	17,5	2,7
9	11	6,6	121	43,56	72,6	5,145
10	6	1,7	36	2,89	10,2	2,09
Разом	70	27	536	94,78	217,1	27,01

Приклад 2. Знайти вибіркове рівняння прямої регресії Y на X за даними кореляційної таблиці

X	Y					n_x
	12	15	18	21	24	
45	8	12	–	–	–	20
55	1	9	11	–	–	21
65	–	3	15	14	–	32
75	–	–	4	10	8	22
85	–	–	–	1	4	5
n_y	9	24	30	25	12	$n = 100$

III. Порядок проведення заключної частини заняття

Підведення підсумків заняття.

Домашнє завдання: Розв'язати задачі:

1. За вибіркою

x_i	1,1	2,1	3,0	4,0	5,0	6,0
-------	-----	-----	-----	-----	-----	-----

y_i	1,5	1,9	2,4	3,4	4,5	4,9
-------	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Знайти рівняння прямої лінії регресії y на x . Побудувати графіки експериментальних даних та лінії регресії.

Тема № 9. Криволінійна кореляція. Поняття багатофакторної регресії

Практичне заняття №9. Криволінійна кореляція.

Навчальна мета заняття: Навчити здобувачів вищої освіти знаходити нелінійні рівняння регресії.

Кількість годин – 2.

Місце проведення – навчальний кабінет

Навчальні питання:

1. Гіперболічна кореляція.
2. Параболічна кореляція.

Література, методичне та матеріально-технічне забезпечення занять.

[8](с.261-266), конспект лекцій, методичні вказівки до проведення практичних занять

План проведення заняття:

I. Порядок проведення вступу до заняття.

Проведення попереднього контролю теоретичних знань здобувачів вищої освіти (фронтальне опитування).

Запитання для фронтального опитування:

1. Який вигляд має рівняння параболічної регресії?
2. Що розуміють під параболічною кореляцією?
3. Який вигляд має рівняння гіперболічної регресії?
4. Що таке вибіркове кореляційне відношення?

II. Порядок проведення основної частини заняття.

Формування практичних умінь і навичок (розв'язання задач).

1. Гіперболічна кореляція.

Приклад 1. У результаті обстеження одержано статистичний розподіл 30 однотипних підприємств за добовим виробленням продукції X і собівартістю одиниці цієї продукції Y . Установити форму залежності між X і Y , знайти рівняння лінії регресії і оцінити тісноту зв'язку.

$\begin{matrix} Y \\ \backslash \\ x \end{matrix}$	100	110	120	130	n_{x_i}
50			1	3	4
100		3	3		6
150		6	2	1	9
200	1	4		1	6
250	4	1			5
n_{y_j}	5	14	6	5	30

2. Параболічна кореляція.

Приклад 2. Знайти вибіркве рівняння регресії $\bar{y}_x = Ax^2 + Bx + C$ та вибіркве кореляційне відношення η_{yx} за даними кореляційної таблиці:

Y	X			
	0	4	5	n_y
1	50	5	1	56
35	-	44	-	44
50	-	5	45	50
n_x	50	54	46	$n=150$

III. Порядок проведення заключної частини заняття

Підведення підсумків заняття.

Домашнє завдання: Розв'язати задачу:

Знайти вибіркве рівняння регресії $\bar{y}_x = Ax^2 + Bx + C$ та вибіркве кореляційне відношення η_{yx} за даними кореляційної таблиці:

Y	X			
	7	8	9	n_y
200	41	7	-	48
300	1	52	1	54
400	-	8	40	48
n_x	42	67	41	$n=150$

Тема № 10. Основи дисперсійного аналізу

Практичне заняття №10. Однофакторний дисперсійний аналіз.

Навчальна мета заняття: Навчити здобувачів вищої освіти порівнювати декілька середніх методами дисперсійного аналізу.

Кількість годин – 2. Місце проведення – навчальний кабінет

Навчальні питання:

1. Однакове число випробувань на різних рівнях.
2. Неоднакове число випробувань на різних рівнях.

Література, методичне та матеріально-технічне забезпечення занять.
конспект лекцій, методичні вказівки до проведення практичних занять

План проведення заняття:

I. Порядок проведення вступу до заняття.

Проведення попереднього контролю теоретичних знань здобувачів вищої освіти (фронтальне опитування).

Запитання для фронтального опитування:

1. Як знайти загальну суму квадратів відхилення спостережуваних значень від загальної середньої?
2. Як знайти факторну суму квадратів відхилення групових середніх від загальної середньої?
3. Як знайти залишкову суму квадратів відхилення спостережуваних значень групи від своєї групової середньої?
4. Який зв'язок між загальною, факторною та залишковою сумами?
5. Як знайти загальну, факторну та залишкову дисперсії?
6. За яким критерієм можна порівняти факторну та залишкову дисперсії?

II. Порядок проведення основної частини заняття.

Формування практичних умінь і навичок (розв'язання задач).

1. Однакове число випробувань на різних рівнях.

Приклад 1. Проведено по вісім випробувань на кожному із шести рівнів фактору F . Методом дисперсійного аналізу при рівні значущості 0,01

перевірити нульову гіпотезу про рівність групових середніх \bar{x}_{gpj} .

Припускається, що вибірки вилучені з нормальних сукупностей з однаковими дисперсіями. Результати випробувань наведено у таблиці:

Номер випробування, i	Рівні фактору					
	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6
1	100	92	74	68	64	69
2	101	102	87	80	83	71
3	126	104	88	83	83	80
4	128	115	93	87	84	80
5	133	119	94	96	90	81
6	141	122	101	97	96	82
7	147	128	102	106	101	86
8	148	146	105	127	111	99
\bar{x}_{gpj}	128	116	93	93	89	81

2. Неоднакове число випробувань на різних рівнях.

Приклад 2. Проведено 13 випробувань, з них 4 – на першому рівні фактору, 6 – на другому й 3 – на третьому. Методом дисперсійного аналізу при рівні значущості 0,05 перевірити нульову гіпотезу про рівність групових середніх. Припускаємо, що вибірки вилучені з нормальних сукупностей з однаковими дисперсіями. Результати випробувань наведено у таблиці:

Номер випробування, i	Рівні фактору		
	F_1	F_2	F_3
1	37	60	69
2	47	86	100
3	40	67	98
4	60	92	—
5	—	95	—
6	—	98	—
\bar{x}_{gpj}	46	83	89

III. Порядок проведення заключної частини заняття

Підведення підсумків заняття.

Домашнє завдання: Розв'язати задачу:

Проведено по чотири випробування на кожному із чотирьох рівнів фактору F . Методом дисперсійного аналізу при рівні значущості 0,01 перевірити нульову гіпотезу про рівність групових середніх \bar{x}_{gpj} . Припускається, що ви-бірки вилучені з нормальних сукупностей з однаковими дисперсіями. Результати випробувань наведено у таблиці:

Номер випробування, i	Рівні фактору			
	F_1	F_2	F_3	F_4
1	6	6	9	7
2	7	7	12	9
3	8	11	13	10
4	11	12	14	10
\bar{x}_{gpj}	8	9	12	9

3. Рекомендована література (основна, допоміжна), інформаційні ресурси в Інтернеті

Основна

1. Барковський В. В. Теорія ймовірностей та математична статистика ; 5-те видання : навчальний посібник / В. В. Барковський, Н. В. Барковська, О. К. Лопатін. – К. : Центр учбової літератури, 2010. – 424 с.
2. Волощенко А. Б. Теорія ймовірностей і математична статистика : навчально-методичний посібник для самостійного вивчення дисципліни / А. Б. Волощенко, І. А. Джалладова. – К. : КНЕУ, 2003. – 256 с.
3. Жильцов О.Б. Теорія ймовірностей та математична статистика у прикладах і задачах: навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. / О.Б. Жильцов ; за ред. Г.О. Михаліна. — К. : Київ. ун-т ім. Б. Грінченка, 2015. — 336 с.
4. Жлуктенко В. І. Теорія ймовірностей і математична статистика ; у 2 ч. – Ч. І. Теорія ймовірностей : навчально-методичний посібник / В. І. Жлуктенко, С. І. Наконечний. – К. : КНЕУ, 2000. – 304 с.
5. Жлуктенко В. І. Теорія ймовірностей і математична статистика ; у 2 ч. – Ч. II. Математична статистика : навчально-методичний посібник / В. І. Жлуктенко, С. І. Наконечний, С. С. Савіна. – К. : КНЕУ, 2001. – 336 с.
6. Конспект лекцій.

Допоміжна

7. Астахов В. М. Теорія ймовірностей і математична статистика : навчальний посібник / В. М. Астахов, Г. С. Буланов, В. О. Паламарчук. – Краматорськ : ДДМА, 2009. – 64 с.

Інформаційні ресурси в інтернеті

8. Жильцов О.Б. Теорія ймовірностей та математична статистика у прикладах і задачах: навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. / О.Б. Жильцов ; за ред. Г.О. Михаліна. — К. : Київ. ун-т ім. Б. Грінченка, 2015. — 336 с.

[<https://yandex.ua/search/?lr=143&oprnd=9346860898&text=жильцов%20теорія%20ймовірностей>]

9. Федоров М.В., Хренов О.М. Теорія ймовірностей і математична статистика; конспект лекцій. - Х.: ХНАМГ, 2011. – 68 с.

[<https://yandex.ua/search/?lr=143&oprnd=4957063931&text=Федоров%20М.В.%20С%20Хренов%20О.М.%20Теорія%20ймовірностей%20>]