

**МІНІСТЕРСТВО ВНУТРІШНІХ СПРАВ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ВНУТРІШНІХ
СПРАВ
КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ ЛЬОТНИЙ КОЛЕДЖ**

Циклова комісія аеронавігації

ТЕКСТ ЛЕКЦІЇ

з навчальної дисципліни
«Основи аеродинаміки та динаміка польоту»
обов'язкових компонент
освітньо-професійної програми першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
**Технічне обслуговування та ремонт повітряних суден
та авіадвигунів**

за ТЕМОЮ 2. «Основи кінематики і динаміки рідини і газів»

Харків 2020

ЗАТВЕРДЖЕНО

Науково-методичною радою
Харківського національного
університету внутрішніх справ
Протокол від 23.09.2021 № 8

СХВАЛЕНО

Методичною радою Кременчуцького
льотного коледжу Харківського
національного університету
внутрішніх справ
Протокол від 22.09.2021 № 2

ПОГОДЖЕНО

Секцією Науково-методичної ради
ХНУВС з технічних дисциплін
Протокол від 22.09.2021 № 8

Розглянуто на засіданні циклової комісії аеронавігації_протокол від 10.09.2021
№ 2

Розробник: професор навчального відділу КЛК ХНУВС, викладач циклової
комісії аеронавігації, к. т. н., с. н. с., спеціаліст вищої категорії, викладач –
методист, Тягній В. Г.

Рецензенти:

1 Професор Кременчуцького Державного національного університету ім.
Михайла Остроградського, д. ф - м. н., професор, лауреат Державної премії
України в галузі науки і техніки, Єлізаров О. І.

2 Професор навчального відділу КЛК ХНУВС, викладач-методист
циклової комісії авіаційного і радіоелектронного обладнання, к. т. н., професор,
спеціаліст вищої категорії, Гаврилюк Ю. М.

ЛЕКЦІЯ 2.1: Рівняння стану, нерозривності та балансу енергії рухомого потоку рідини і газу

План лекції:

- 1 Рівняння стану середовища і взаємозалежність фізичних параметрів потоку.
- 2 Рівняння нерозривності рухомого потоку (*рівняння Л. Ейлера*).
- 3 Рівняння збереження енергії рухомого газового потоку.
- 4 Рівняння балансу енергії рухомого потоку (*рівняння Д. Бернуллі*)
- 5 Практичне використання основних рівнянь аерогідрогазодинаміки.

Рекомендована література:

Основна література:

- 1 Котельніков Г. Н., Мамлюк О. В., Аеродинаміка літальних апаратів. Підручник. -К.: Вища школа, 2002. – 255 с.
- 2 Навчальний посібник «Аеродинаміка та динаміка польоту вертольота». Частина І, «Аеродинаміка вертольота» / А. Г. Зінченко, О. О. Бурсала, О. Л. Бурсала та ін.; за заг. ред. А. Г. Зінченка. – Х.: ХНУПС, 2016.–402 с.: іл.
- 3 Навчальний посібник «Аеродинаміка та динаміка польоту вертольота». Часть II, «Динаміка польоту вертольота». / А. Г. Зінченко, І. Б. Ковтонюк, В. М. Костенко та ін.; за заг. редакцією В. М. Костенка та І. Б. Ковтонюка. – Х.: ХУПС, 2010. – 272 с.: іл.
- 4 Опорний конспект з навчальної дисципліни «Аеродинаміка, динаміка польоту та практична аеродинаміка». Частина І «Аеродинаміка вертольоту». Автор: Пчельников С. І.
- 5 Опорний конспект з навчальної дисципліни «Аеродинаміка, динаміка польоту та практична аеродинаміка». Частина II «Динаміка польоту». Автор: Пчельников С.І.
- 6 Аеродинаміка літальних апаратів: навчальний посібник /О.О. Бурсала. А. Г. Зінченко, Є. Ю. Іленко, І. Б. Ковтонюк, А. Л. Сушко – Х.: ХУПС, 2015. - 333 с.: іл.
- 7 Лебідь В. Г., Миргород Ю. І., Аерогідрогазодинаміка. Підручник Х.: ХУПС, 2006. – 350 с.

Допоміжна література:

- 1 Мхитарян А. М., Аеродинаміка. Підручник. - М.: Машинобудування, 1968. – 430 с.
- 2 Кокуніна Л. Х., Основи аеродинаміки. Підручник. - М.: Транспорт, 1976. – 208 с.

- 3 Прицкер Д. М., Сахаров Г. И., Аеродинаміка. Підручник. - М.: Машинобудування, 1968. – 310 с.
- 4 Володко А. М., Вертолiт в особливiй ситуацiї. Підручник. – М.: Транспорт, 1992. – 262 с.
- 5 Володко А. М., Безпека польотiв вертольотiв. Підручник. – М.: Транспорт, 1981. – 224 с.
- 6 Володко А. М., Горшков В. А. Вертольоти: Довiдник по аеродинамiцi, динамiцi польоту вертольоту. Навчальний посiбник. – М.: Воєнвидат, 1992. – 557 с.
- 7 Алаян О. М., Ромасевич В. Ф., Аеродинаміка i динаміка польоту вертольоту. Підручник. - М.: Воєнвидат, 1973. – 446 с.
- 8 Бураго Г. Ф. Аеродинаміка, Ч.1. Підручник. - М.: ВПА iм. М. Є. Жуковського, 1957. – 350 с.
- 9 Вотяков В. Д., Аеродинаміка ЛА i гiдравліка їх систем, Ч.1. Аеродинаміка. Підручник.-М.: ВПА iм. М. Є. Жуковського, 1972.–652с.
- 10 Дьяченко А. А., Лiтальні апарати i безпека польоту. Підручник. - М.: ВПА iм. М. Є. Жуковського, 1987. – 626 с.
- 11 Базов Д. И., Аеродинаміка вертольотiв. Підручник. - М.: Транспорт, 1972. – 184 с.
- 12 Ромасевич В. Ф., Самойлов Г. А., Практична аеродинаміка вертольотiв. Підручник. - М.: Воєнвидат, 1984. – 484 с.
- 13 Володко А. М., Основи льотної експлуатацiї вертольотiв. Аеродинаміка. Підручник. - М.: Транспорт, 1984. – 256 с.
- 14 Ковалев Е. Д., Удовенко В. А., Основи аеродинаміки i динаміка польоту легких вертольотiв. Навчальний посiбник. - Х.: КБ Аерокотер, 2008. – 280 с.
- 15 Нашукевич А. В., Аеродинаміка лiтака. Підручник. - М.: Воєнвидат, 1966. – 208 с.
- 16 Мхитарян А. М., Збiрник задач по курсу “Аеромеханіка”. Навчальний посiбник - К.: КПЦА, 1976. – 100 с.
- 17 Жабров А. А. Теорiя i техніка польоту. Навчальний посiбник. – М.: Редакцiонно-видавницький вiддiл Аерофлоту, 1956.-400 с.
- 18 Аронiн Г. С. Практична аеродинаміка. Підручник для льотного складу. М.: Воєнвидавництво, 1962. – 384 с.

Нормативна лiтература:

- 1 ДСТУ 22499 - 77. Апарати винтокрилi. Механіка польоту в атмосферi. Термiни. Визначення i лiтернi позначення. Видавництво стандартiв, 1981.

- 2 ДСТУ 23281 - 78. Аеродинаміка летальних апаратів. Терміни. Визначення і буквенні позначення. Видавництво стандартів, 1981.
- 3 ДСТУ 20058 - 80. Динаміка літальних апаратів в атмосфері. Терміни. Визначення і літерні позначення. Видавництво стандартів, 1976.
- 4 ДСТУ 23199 - 80. Газодинаміка. Терміни. Визначення і літерні позначення. Видавництво стандартів, 1978.
- 5 ДСТУ 221890 - 76. Фюзеляж, крила і оперіння літаків і вертольотів. Терміни. Визначення і літерні позначення. Видавництво стандартів, 1976.

ЛЕКЦІЯ 2.1: РІВНЯННЯ СТАНУ І НЕРОЗРИВНОСТІ ПОТОКУ РІДИНИ І ГАЗУ

План лекції:

- 2.1.1 Рівняння стану середовища і взаємозалежність фізичних параметрів потоку

2.1.2 Рівняння нерозривності потоку, що рухається (Рівняння Л. Ейлера)

2.1.3 Рівняння збереження енергії рухомого газового потоку

2.1.4 Рівняння балансу енергії рухомого потоку (рівняння Д. Бернуллі)

2.1.5 Практичне використання основних рівнянь аерогідрогазодинаміки

2.1.1 Рівняння стану потоку і взаємозалежність фізичних параметрів потоку

Стан газу, як робочого тіла, характеризується певними значеннями параметрів стану: тиском (p), температурою (T) і питомим об'ємом (w) чи масовою щільністю (ρ).

Використовуючи основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії газів можна встановити взаємозв'язок між параметрами ідеального газу в будь-якому термодинамічному стані.

Зміна хоча б одного із параметрів призводить до зміни інших параметрів.

В загальному вигляді зв'язок між термодинамічними параметрами може бути представлена залежністю: $f(p, T, w, \rho) = 0$.

Залежність, що зв'язує основні параметри стану ідеального газу називається рівнянням стану газу і має вигляд:

$$p \cdot w = R \cdot T, \text{ звідси}$$

$$\frac{p}{\rho} = R \cdot T, \text{ або } \rho \cdot w = 1$$

де

p - тиск газу, Па ;

w - питомий об'єм, $\text{м}^3/\text{кг}$;

T - температура газу, $^\circ\text{K}$;

ρ - масова щільність, $\text{кг}/\text{м}^3$;

$R = 287,14, \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{град}}$ газова постійна, характеризує природу конкретного

газу і не залежить від параметрів його стану.

Рівняння отримано шляхом об'єднання окремих законів **Бойля-Маріотта** і **Гей-Люссака** до загального закону і воно отримало назву рівняння **Клайперона-Менделєєва**.

Для визначення стану ідеального газу досить знати тільки два його параметра (p і w або ρ) або (p і T) або (w, ρ і T) третій параметр визначається з рівнянь:

$$T = \frac{p \cdot w}{R}; \quad w = \frac{R \cdot T}{p}; \quad p = \frac{R \cdot T}{w}; \quad \rho = \frac{p}{R \cdot T}$$

Розв'язок рівняння спрощується, якщо один із параметрів стану газу зберігається постійним:

1 Для ізохоричного процесу: $W = \text{const}$, $p_2 = p_1 \cdot \frac{T_2}{T_1}$;

2 Для ізобарного процесу: $p = \text{const}$, $w_2 = w_1 \cdot \frac{T_2}{T_1}$;

3 Для ізотермічного процесу $T = \text{const}$, $p_2 = p_1 \cdot \frac{w_1}{w_2}$;

4 Для адіабатичного процесу $Q = 0$; $p_2 = p_1 \cdot \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^k$; $w_2 = w_1 \cdot \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{1}{k-1}}$;

$$T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{k-1}{k}}.$$

Найбільший інтерес представляє визначення параметра за двома іншими відомими параметрами, які можна визначити за допомогою певних інструментальних приладів.

Наприклад, При тиску $p = 101320 \text{ Н/м}^2$, температурі $T = 288\text{С}$, масова щільність повітря згідно рівняння стану буде дорівнює:

$$\rho = \frac{p}{RT} = \frac{101320}{287 \cdot 288} = 1,226 \text{ кг/м}^3$$

1 Задачі: 2.1.1:

- 1) У скільки разів зменшиться об'єм газу в циліндрі поршневого двигуна в процесі стискання, якщо перед стисканням тиск і температура рівнялися $2,0 \text{ кГс/см}^2$ і $+35^\circ\text{С}$, а в кінці стискання тиск і температура рівнялися 25 кГс/см^2 і $+600^\circ\text{С}$.
- 2) Визначити вагу повітря, що міститься в бортовому балоні гальмівної системи вертольоту, якщо об'єм балону рівняється 6 л , тиск в балоні рівняється 190 кГс/см^2 , а температура $+35^\circ\text{С}$.

2.1.2 Рівняння нерозривності рухомого потоку (рівняння Л. Ейлера)

Рівняння нерозривності відображає умовне збереження маси рухомого потоку рідини або газу. Для виведення рівняння віртуально виділимо в потоці рідини або газу замкнутий об'єм у вигляді трубки потоку (рис 2.2.1):

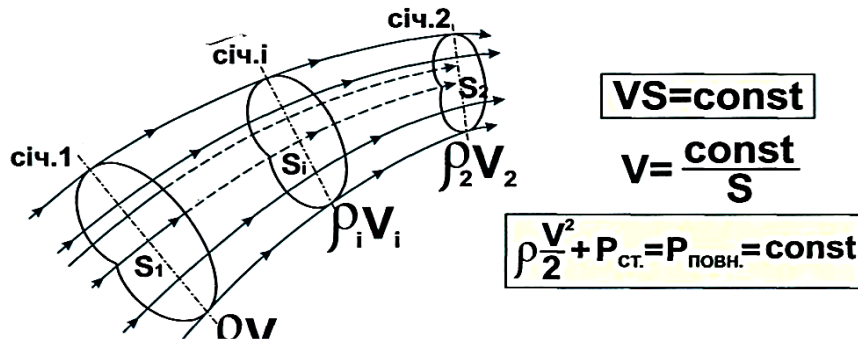


Рис 2.1.1 Схема трубки струйки рухомого потоку

Рівняння нерозривності виведено на підставі закону збереження матерії, установленого в 1748 р російським вченим М. В. Ломоносовим. Рівняння нерозривності було опубліковано Л. Ейлером в 1770 р. і є застосування закону збереження енергії до струмка газу.

Нехай в перерізі "1-1" площа S_1 , параметри стану газу рівні p_1, ρ_1, V_1 . За час $1c$ через переріз проходить маса повітря.

$$m_1 = S_1 * V_1 * \rho_1$$

Через переріз "2-2" проходить за $1c$ своя маса повітря. $m_2 = S_2 * V_2 * \rho_2$.

Так як через бічну поверхню трубки потоку повітря не просочується, то через будь-який переріз трубки за однаковий час проходить однакова маса повітря.

$$m_1 = m_i = m_2 \text{ или } S_1 * V_1 * \rho_1 = S_i * V_i * \rho_i = S_2 * V_2 * \rho_2 = \text{const}$$

Тоді для сталого руху рівняння має вигляд:

$$S * V * \rho = \text{const} (Q_m) - \text{масова витрата повітря}$$

$$\text{або } S = \frac{\text{const}}{\rho \cdot V}$$

де

$$\rho V - \text{питома витрата газу, кг/м}^2 * \text{с};$$

При невеликих швидкостях прямолінійного рівномірного руху повітря сжимаемостью можна знехтувати, тоді рівняння прийме вигляд: $\rho_1 \rho_i = \rho_2 = \rho$

$$S_1 V_1 = S_i V_i = S_2 V_2 = SV = \text{const} (Q_w) - \text{об'ємна витрата повітря}$$

Фізичний сенс рівняння: При малих швидкостях руху повітря зменшення площі перерізу потоку викликає збільшення швидкості руху.

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{S_2}{S_1}, \text{ звідси } V_2 = V_1 \frac{S_1}{S_2}$$

З рівняння випливає, що при дозвуковій швидкості потоку швидкість руху газу в струйці обернено пропорційна площі поперечного перерізу, тобто при зменшенні площі поперечного перерізу струйки швидкість течії зростає, і навпаки.

У разі руху з великою дозвуковою, трансзвуковою і надзвуковою швидкістю, коли проявляється властивість стисливості, зміна швидкості залежить не тільки від площі поперечного перерізу, але і від зміни щільності. Тоді вираз набуде вигляду: $\rho = f(V)$

$$V_2 = V_1 \frac{\rho_1 * S_1}{\rho_2 * S_2}$$

При надзвуковій швидкості потоку внаслідок особливостей зміни фізичних характеристик щільність газу змінюється швидше, ніж швидкість течії. Тому для отримання надзвукової швидкості і її збільшення необхідно розширювати струйку, збільшувати площу її поперечного перерізу за певним законом. Безперервне збільшення швидкості потоку від дозвукової до надзвукової можливо лише в струмку, що має форму сопла Лаваля (рис 2.1.2).

При великих швидкостях потоку на стисливість повітря впливає не тільки швидкість потоку, а й швидкість звуку в потоці. Як критерій стисливості рухомого повітря використовується число Маха $M = \frac{V}{a}$. Чим більше швидкість потоку повітря тим більше його стисливість.

Таким чином, рівняння сталої витрати, будучи відповідним вираженням закону збереження матерії стосовно струмку газу, пов'язує між собою швидкість, щільність і площу того поперечного перерізу струмка, в якому розглядаються ці характеристики.

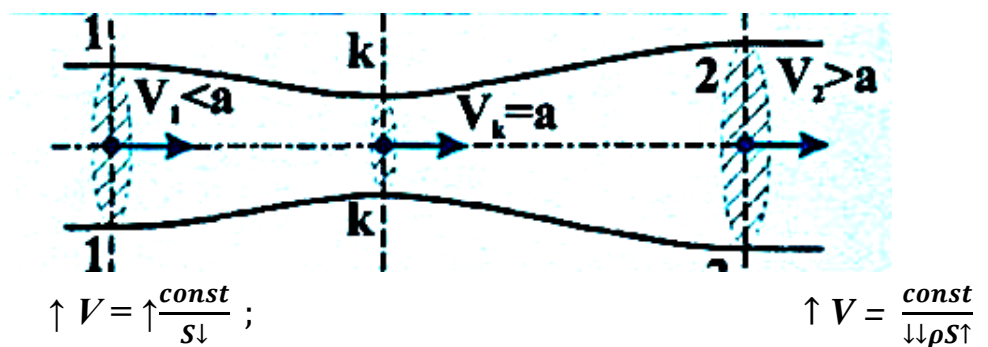


Рис 2.1.2 Схема течії потоку повітря в соплі Лаваля

2 Задачі: 2.1.2:

- 1) Визначити розмір швидкісного тиску, повний тиск і число Маха на висоті $H = 4000$ м, при швидкості 400 км/год.

- 2) При обтіканні крила повітряним потоком площа струменю зменшилась у **2 рази**. Визначити швидкість струменю і швидкісний тиск у найвужчому перерізі, якщо швидкість польоту літака рівняється **480 км/год** на рівні земної поверхні.
- 3) Визначити, як зміниться розмір швидкісного тиску на елементи конструкції літака, який летить при швидкості $V = 720 \text{ км/год.}$, при зміні висоти з $H_1 = 2 \text{ км}$ до $H_2 = 4000 \text{ м}$.
- 4) Визначити, як зміниться швидкість і швидкісний тиск в струменях над і під профілем крила, якщо на висоті польоту $H = 3000 \text{ м}$ при швидкості **320 км/год** площа поперечного перерізу струменя перед профілем рівняється $S = 50 \text{ см}^2$ і змінюється таким чином: над профілем зменшується на **20 %**, а під профілем збільшується на **40%**.

2.1.3 Рівняння збереження енергії рухомого газового потоку

Маса рухомого газу в будь-якому перерізі потоку має три види енергії (рис 2.1.3)

- внутрішньою енергією - $E_B = c_w * T, \text{ ккал / кг};$
- енергією тиску - $E_P = p * w, \text{ кгс м / кг};$
- кінетичною енергією - $E_k = \frac{V^2}{2 \cdot g}, \text{ кгс м / кг}.$

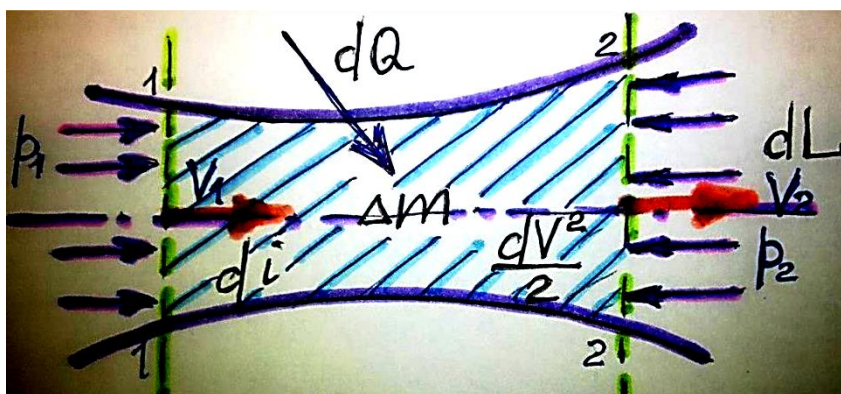


Рис 2.1.3 Схема збереження енергій рухомого потоку

На масу газу, що знаходиться зліва в перерізі "1-1" діє сила тиску $P_1 = p_1 * S_1$, а справа в перерізі "2-2" діє сила $P_2 = p_2 * S_2 \rightarrow (p_2 = p_1 + \Delta p)$.

При переміщенні газу з перетину "1-1" до перерізу "2-2" на відстань $\Delta l = V_{1-2} * \Delta t$ сила тиску здійснює роботу $\Delta P * \Delta l$, при цьому змінюється енергія тиску, яка рівнозначна величині роботи, яку здійснюють силами тиску. Різниця енергій тиску в перерізах "1-1" і "2-2" називається енергією проштовхування маси газу між цими перерізами.

Баланс енергії для елементарного об'єму газу згідно *I - го* закону термодинаміки має вигляд:

$$dQ_{\text{внеш.}} = di_{\text{вн}} + \frac{dv^2}{2g} + dL_{\text{внеш.}}$$

де,

$dQ_{\text{внеш.}}$ - зовнішнє тепло підводиться до *1* кг маси газу, *ккал*;

$di_{\text{вн}}$ - теплосбереження газу (*ентальпія*), *кгс м/кг*;

V - швидкість руху частинок газу, *м/с*;

$dL_{\text{внеш.}}$ - робота чинена газом, *кгс м/кг*.

Зовнішнє тепло, що підводиться до частинки газу витрачається на збільшення теплосбереження, збільшення кінетичної енергії і виконання зовнішньої роботи.

Так як швидкості руху частинок газу досить великі, то тепло не встигає підводитися зовні до газу ($dQ_{\text{внеш.}} = 0$), а значить і зовнішня робота газом не проводиться ($dL_{\text{внеш.}} = 0$), тоді рівняння збереження енергії набуде вигляду:

$$di_{\text{вн}} + \frac{dv^2}{2g} = 0$$

Після інтегрування виразу, отримаємо рівняння:

$$i + \frac{V^2}{2 \cdot g} = \text{const} = E_n - \text{повна енергія потоку}$$

Сума внутрішньої енергії і енергії тиску газу називається теплосбереженням або ентальпії газу:

$$i = E_{\epsilon} + E_p = c_w * T + p * w,$$

З огляду на рівняння стану газу:

$$p * w = R * T$$

рівняння ентальпії можна записати виразом:

$$i = c_w * T + A * RT = (C_w + A * R) * T$$

враховуючи, що $(C_w + A * R) = C_p$, рівняння можна записати:

$$i = c_p * T$$

де,

$$A =, \frac{1}{427} \text{Ккал/кгс м} - \text{коефіцієнт еквівалентності підводиться тепла}$$

виконаної зовнішньої роботи.

Таким чином, при сталому русі газу без підведення і відведення тепла із зовнішнього боку і при невиконанні газом механічної роботи, сума ентальпії і кінетичної енергії в будь-якому перерізі потоку зберігається незмінною:

$$i + \frac{V^2}{2 \cdot g} = c_p \cdot T + \frac{V^2}{2 \cdot g} = \text{const}$$

Фізична сутність рівняння: зміна кінетичної енергії газу в основному відбувається за рахунок зміни його теплосбереження.

2.1.4 Рівняння балансу енергії рухомого потоку (рівняння Д.Бернуллі)

Рівняння Бернуллі є доповненням до закону збереження енергії рухомих рідини і газів. Даний закон сформулював відомий учений Данило Бернуллі в 1738 році. Виділимо в сталому потоці рідини трубку струму. Нехай в перерізі "1-1" площею (S_1), яке знаходиться на висоті (H_1), відносно базового рівня параметри потоку рівні: V_1, p_1, ρ_1 (рис 2.1.4).

У перерізі площею S_2 на висоті H_2 параметри газу равны V_2, p_2, ρ_2 . Припустимо, що обмін енергії між потоком і навколишнім середовищем не провадиться: через деякий час Δt : рідина з перерізу (S_1) переміститься на деяку відстань по трубці потоку $\Delta l_1 = V_1 * \Delta t$, а з перерізу S_2 - на відстань рівну $\Delta l_2 = V_2 * \Delta t$.

Згідно рівняння про нерозривність потоку через виділені перерізи потоку за час Δt проходить однакова маса рідини:

$$\Delta m = \rho_1 V_1 S_1 * \Delta t = \rho_2 V_2 S_2 * \Delta t$$

Визначимо роботу, яку здійснюють сили тиску в рідині в перерізі "1-1"

$$A_1 = P_1 * \Delta l_1 = p_1 S_1 * V_1 \Delta t,$$

аналогічно виглядає і робота для перерізу "2-2"

$$A_2 = P_2 * \Delta l_2 = p_2 S_2 * V_2 \Delta t$$

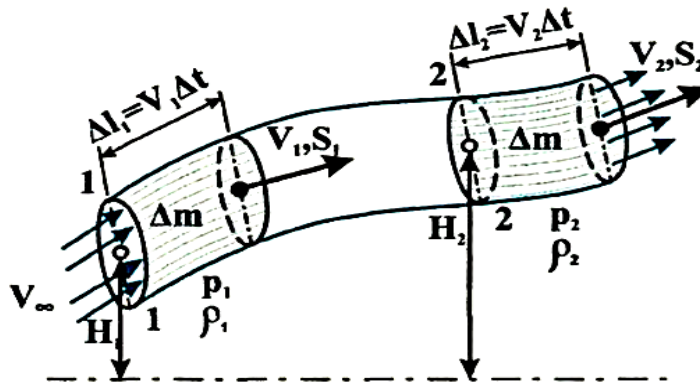


Рис 2.1.4Схема збереження енергії рухомого потоку

Різниця виконаних робіт над об'ємом рідини між перерізами «1-1» і «2-2» буде дорівнювати

$$\Delta A = A_1 - A_2 = p_1 S_1 * V_1 \Delta t - p_2 S_2 * V_2 \Delta t.$$

Ця робота збільшує енергію маси рідини Δm під час проходження нею відстані від перетину S_1 до перетину S_2 :

$$\Delta A = \Delta E = (E_2 - E_1)$$

де

E_1 і E_2 - повні енергії маси газу, що рухається в перетинах S_1 і S_2 .

Повна енергія маси рухомого газу включає в себе: кінетичну енергію руху, потенційну енергію положення і внутрішню енергію:

$$E = E_k + E_{n,h} + E_\epsilon.$$

Кінетична енергія характеризує здатність виділеної маси газу виконувати роботу при його гальмуванні від вихідної швидкості до нульового значення:

$$E_{k,i} = \frac{\Delta m_i \cdot V^2}{2}$$

Потенційна енергія положення характеризує енергію сили ваги газу і показує яку роботу маса газу Δm_i може виконати при зміні висоти перерізу потоку газу (H_i) щодо обраного рівня:

$$E_{n,h,i} = \Delta m_i \cdot g \cdot H_i$$

Внутрішня енергія характеризує здатність виділеної маси газу виконати роботу при зміні температури:

$$E_{\epsilon,i} = \Delta m \cdot c_w \cdot T_i$$

З огляду на рівняння стану газу $\frac{p}{\rho} = RT$ і газову постійну:

$$R = (C_p - C_w), \text{ отримаємо}$$

$$T = \frac{p}{\rho R} = \frac{p}{\rho(C_p - C_w)},$$

тоді вираз внутрішньої енергії газу можна записати у вигляді:

$$E_{\epsilon i} = \Delta m_i \frac{C_w}{C_p - C_w} * \frac{p_i}{\rho_i}, \text{ враховуючи що } k = - \frac{C_p}{C_w},$$

отримаємо:

$$E_{\epsilon i} = \Delta m_i \frac{1}{k - 1} * \frac{p_i}{\rho_i}$$

де

$$k = \frac{C_p}{C_w} - \text{показник адіабати (для повітря } k = 1,4).$$

Тоді рівняння повної енергії маси газу в загальному вигляді можна записати:

$$E_{\Pi} = \frac{\Delta m V^2}{2} + \Delta m q H + \Delta m \frac{1}{k-1} \frac{p}{\rho}$$

підставивши в дане рівняння $\Delta A = \Delta E$, отримаємо:

$$\begin{aligned} p_1 * S_1 * V_1 * \Delta t - p_2 * S_2 * V_2 * \Delta t = \\ = \Delta m \left(\frac{V_2^2}{2} + q H_2 + \frac{1}{k-1} \frac{p_2}{\rho_2} \right) - \Delta m \left(\frac{V_1^2}{2} + q H_1 + \frac{1}{k-1} \frac{p_1}{\rho_1} \right) \end{aligned}$$

З огляду на рівняння нерозривності і згрупувавши величини з однаковими індексами отримаємо рівняння Д. Бернуллі з урахуванням стисливості:

$$\frac{p_1}{\rho_1} + \frac{V_1^2}{2} + gH_1 + \frac{1}{k-1} \frac{p_1}{\rho_1} = \frac{p_2}{\rho_2} + \frac{V_2^2}{2} + gH_2 + \frac{1}{k-1} \frac{p_2}{\rho_2}$$

Так як в аеродинаміці струйки газового потоку знаходяться практично на одному рівні, то зміну потенціальної енергії тиску від положення в рівнянні можна не враховувати, тобто $H_1 = H_2$, таким чином можна вважати, що:

$$\rho g H_1 = \rho g H_2 = \rho g H_i$$

При русі газу з малою дозвуковою швидкістю ($M \leq 0,3$) стислістю його можна знехтувати, тобто $\rho_1 = \rho_2 = \rho$ і можна вважати що температура маси рідини не змінюється, а значить внутрішня енергія по всіх перерізах потоку постійна:

$$E_{B,i} = \frac{1}{k-1} \left(\frac{p_1}{\rho_1} \right) = \frac{1}{k-1} \left(\frac{p_2}{\rho_2} \right) = \text{const}$$

тоді рівняння Бернуллі без урахування стисливості набуде вигляду:

$$p_1 + \frac{\rho V_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho V_2^2}{2} = p + \frac{\rho V^2}{2} = \text{const} = p_n - \text{повний тиск потоку рідини}$$

де

p_1 і p_2 - статичний тиск, H/m^2 ;

$\frac{\rho V^2}{2}$ - динамічний тиск або швидкісний напір, $Па$.

У загальному вигляді рівняння Д. Бернуллі без урахування стисливості має вигляд:

$$p^* = p_{ст} + \frac{\rho V^2}{2} - \text{const повний тиск}$$

Фізична сутність рівняння Бернуллі полягає в тому, що при сталому русі нестисливого газу повний тиск дорівнює сумі статичного і динамічного тиску і є величиною постійною у всіх перерізах одного і того ж потоку газу.

2.1.5 Практичне використання основних рівнянь

Рівняння встановлюють дуже важливу для аеродинаміки залежність між швидкістю потоку, тиском в ньому і основними газодинамічними параметрами газу.

2.1.5.1 Повне гальмування потоку

У разі повного гальмування потоку газу в перерізах кінетична енергія рухомого газу повністю перетворюється в потенційну енергію тиску (рис 2.1.5).

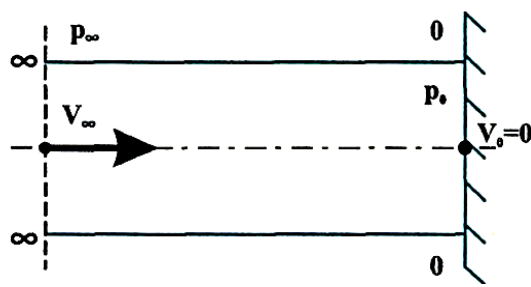


Рис 2.1.5 Схема повного гальмування потоку

Згідно рівняння Д. Бернуллі:

$$p_0 + \frac{\rho V_0^2}{2} = p_\infty + \frac{\rho V_\infty^2}{2},$$

при рівняння набуває вигляду: $V_0 = 0$

$$p_0^* = p_\infty + \frac{\rho V_\infty^2}{2} \text{ або } p_0^* - p_\infty = \Delta p = \frac{\rho V_\infty^2}{2}$$

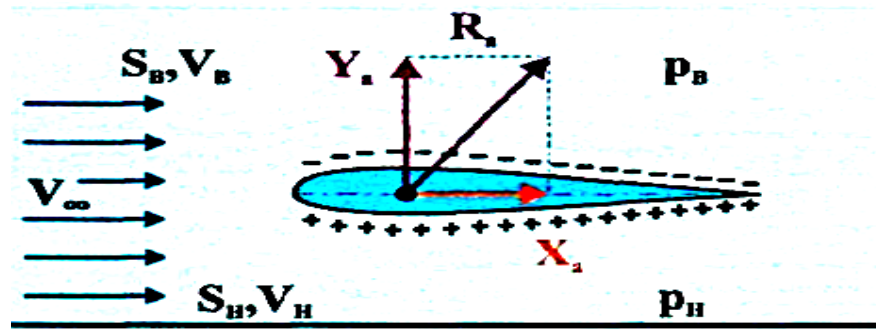
Таким чином, у випадку повного гальмування потоку нестисливого газу підвищення тиску в місці гальмування дорівнює швидкісному напору, а тиск загальмованого потоку рівняється повному тиску p_0^* .

З Задачі: 2.1.3:

- 1) Визначити, як зміниться повний тиск в критичній точці носової частини фюзеляжу літака на висоті **8000 м.**, якщо швидкості літака змінюються від **400 до 900 км/год.**
- 2) Визначити температуру загальмованого повітряного потоку для чисел Маха **$M = 3$** й **5** , якщо температура набігаючого потоку рівняється **$t = 30^\circ\text{C}$** .

2.15.2 Утворення підйомної сили

На підставі рівняння нерозривності і рівняння балансу енергії рухомого газу можна пояснити фізичну сутність виникнення підйомної сили на обтікаємому потоком газу твердому тілі (рис 2.1.6).



$$S_v \downarrow \rightarrow V_v \uparrow \rightarrow p_{ст.} \downarrow + \frac{\rho V_v^2}{2} \uparrow;$$

$$S_n \uparrow \rightarrow V_n \downarrow \rightarrow p_{ст.} \uparrow + \frac{\rho V_n^2}{2} \downarrow;$$

$$Y_\alpha = (p_n - p_v) \cdot S$$

Рис 2.16 Схема утворення аеродинамічної сили

При обтіканні тіла газовим потоком на верхній його поверхні швидкість потоку збільшується через зменшення площі перерізу струмків, що призводить до зменшення тиску. На нижній поверхні, швидкість потоку зменшується через збільшення площі поперечного перерізу струмок, що призводить до збільшення статичного тиску.

Таким чином, на обтікаємому тілі виникає різниця тисків, що призводить до виникнення підйомної сили Y_α , спрямованої вгору.

2.1.5.3 Вимірювання швидкості польоту

На підставі закону Д. Бернуллі використовується принцип вимірювання швидкості польоту літального апарату. Вимірювання швидкості здійснюється за допомогою приймача повітряного тиску (ППТ), що складається з 2-х трубок: внутрішньої трубки 1, яка є приймачем повного тиску і зовнішньої трубки 2, яка є приймачем статичного тиску (рис 2.1.7):

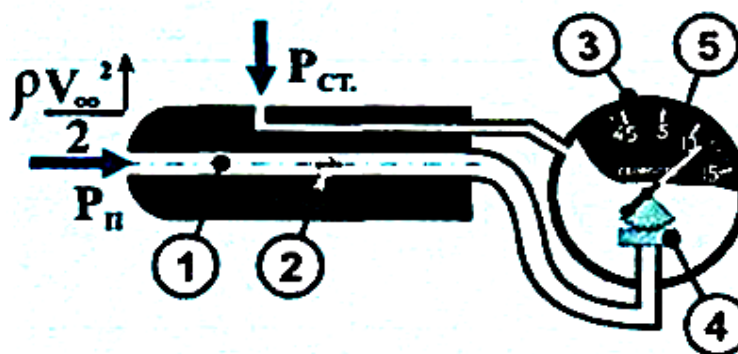


Рис 2.1.7 Схема вимірювання швидкості повітряного потоку

$$p_{\text{п}} = p_{\text{ст}} + \frac{\rho V^2}{2}$$

Обидві трубки з'єднані з показчиком швидкості **3**, під дією різниці тисків мембранна коробка **4** деформується і через передавальний механізм пересуває стрілку приладу **5** звідси:

$$V_{np} = \sqrt{\frac{2(p_{\text{п}} - p_{\text{ст}})}{\rho}}$$

Швидкість виміряна **ППТ** називається приладовою швидкістю **ЛА**. Зі збільшенням висоти польоту, в зв'язку зі зменшенням щільності повітря показання приладу стають неточними. Тому повітряна швидкість **ЛА** (V_n) на деякій висоті (**H**) буде дещо більшою, ніж швидкість, що показує прилад. З цією метою для визначення істинної повітряної швидкості вводиться поправка (**1/Δ**).

$$V_n = V_{np} \sqrt{\frac{1}{\Delta}}, \text{ де } \Delta = \frac{\rho_n}{\rho_0}$$

4 Задачі: 2.1.4:

- 1) Визначити приладову і повітряну швидкість польоту літака, якщо статичний тиск за бортом літака на заданій висоті рівняється **1,013 * 10⁵ Па**, тиск в критичній точці на фюзеляжі літака рівняється **1,108 * 10⁵ Па.**, а масова густина рівняється **0,5 кг/м³**.
- 2) Літак летить на висоті **H = 8000 м**, яку швидкість буде показувати прилад показника швидкості і яка буде фактична повітряна швидкість, якщо повний тиск рівняється **1,15 * 10⁵ Па**.