

**МІНІСТЕРСТВО ВНУТРІШНІХ СПРАВ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ВНУТРІШНІХ СПРАВ**

Кафедра протидії кіберзлочинності, факультет № 4

МЕТОДИЧНІ МАТЕРІАЛИ

ДО ЛАБОРАТОРНИХ ЗАНЯТЬ

навчальної дисципліни «Технічна та комп'ютерна графіка»
обов'язкових компонент
освітньої програми першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
125 «Кібербезпека» (Поліцейські)

Харків 2023

ЗАТВЕРДЖЕНО

Науково-методичною радою
Харківського національного
університету внутрішніх справ
Протокол від 25.09.2023 № 8

СХВАЛЕНО

Вченою радою факультету № 4
Протокол від 20.09.2023 № 10

ПОГОДЖЕНО

Секцією Науково-методичної ради
ХНУВС з технічних дисциплін
Протокол від 22.09.2023 № 8

Розглянуто на засіданні кафедри протидії кіберзлочинності.
Протокол від 18.09.2023 № 21

Розробники:

1. професор кафедри протидії кіберзлочинності, к.т.н., доцент Гнусов Ю.В.
2. викладач кафедри протидії кіберзлочинності Калякін С.В.

Рецензенти:

1. завідувач кафедри інформаційних управляючих систем ХНУРЕ, д.т.н., професор Петров К.Е.;
2. доцент кафедри кібербезпеки та DATA-технологій факультету №6 ХНУВС, к.т.н., доцент Тулупов В.В.

1. Розподіл часу навчальної дисципліни за темами

Номер та назва навчальної теми	Кількість годин, відведених на вивчення навчальної дисципліни					Література, сторінки	Вид контролю	
	Всього	з них:						
		лекції	Семінарські заняття	Практичні заняття	Лабораторні заняття			Самостійна робота
Семестр № 3								
Тема № 1 Утворення креслення, види проектування	22	4			4	14	10.1 Л2 - С 1-12	залік
Тема № 2 Позиційні задачі	22	4			4	14	10.1 Л2 – С 29,30, 36-38	
Тема № 3 Метричні задачі	22	2			4	16	10.1 Л2 – С 57-67	
Тема № 4 Комп’ютерна графіка	24	4			4	16	10.1 Л6	
Всього за семестр:	90	14			16	60		

3. Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт.

Тема № 1. Утворення креслення, види проектування.

Лабораторне заняття №1. Зображення еюр основних геометричних об'єктів

Навчальна мета заняття: Вивчити види проєкцій та властивості проєкційних пар геометричних образів.

Час проведення 4 години. **Місце проведення** аудиторії кафедри.

Навчальні питання:

1. Точка
2. Пряма. Взаємне положення прямих
3. Площина. Точка і лінія в площині

Література:

1. Климнюк В. Є. Інженерна і комп'ютерна графіка : навчальний посібник – Х. : Вид. ХНЕУ, 2013. – 92 с.
2. Панченко І. В., Восколович О. І., Слотвінська Л. І., Колтовсков Д. І. Інженерна та комп'ютерна графіка: Навч. посібник. – К.: ВІТІ, 2018. – 284 с.
3. Інженерна та комп'ютерна графіка: практикум для навчання в умовах інформаційно-освітнього середовища : навч. посіб. / [Д. В. Бабенко, Н. А. Доценко, О. А. Горбенко та ін.] ; за ред. професора Д. В. Бабенка. – Миколаїв : МНАУ, 2020. – 256 с.
URL: <https://dspace.mnau.edu.ua/jspui/bitstream/123456789/8072/1/Inzhenerna%20ta%20kompiuterna%20hrafika.pdf>

План проведення заняття:

1. Точка

Теоретичною основою побудови технічних зображень є метод проєкцій, який дає змогу діставати зображення просторових фігур на площині чи поверхні.

На рис.1.1 зображений приклад центрального проєкціювання точок. Якщо взяти довільну точку S і сполучити її з іншими точками, то дістанемо в'язку прямих.

S – центр проєкціювання; SA, SB, SC – проєкціювальні промені; Π' – площина проєкцій; A, B, C – точки; A', B', C' – проєкції точок на Π'

Якщо проєкціювальні промені спрямувати у одному відповідному напрямку то дістанемо метод паралельного проєкціювання (рис.1.2). Паралельне проєкціювання може бути прямокутним (ортогональним) або косокутним.

AA', BB', CC' – проєкціювальні промені; Π' – площина проєкцій; A, B, C – точки; A', B', C' – проєкції точок на площину Π' .

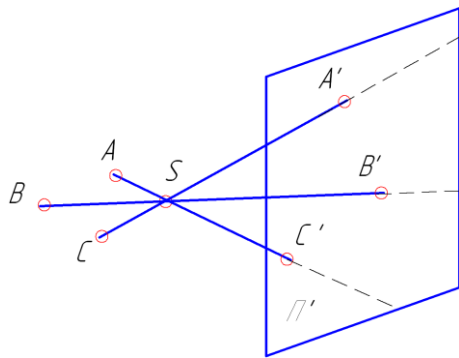


Рисунок 1.1 – Просторова модель системи центрального проєкціювання

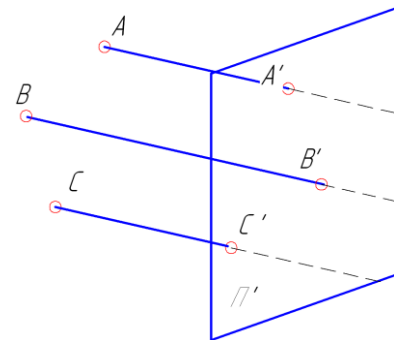
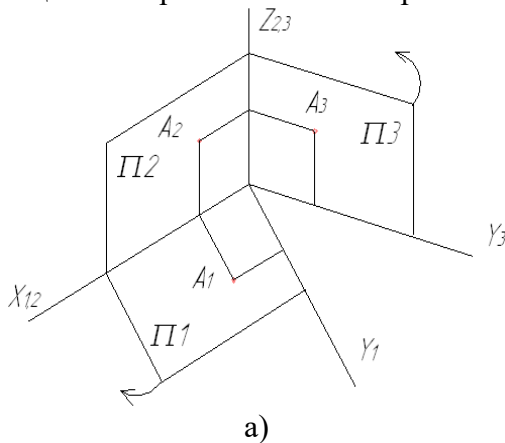


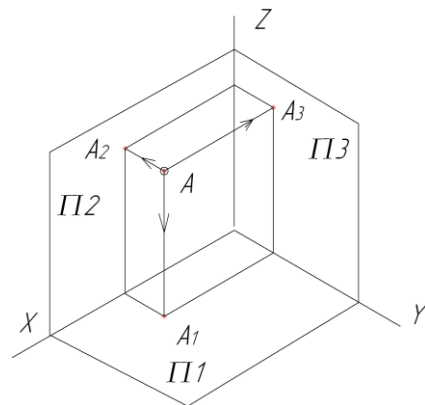
Рисунок 1.2 – Просторова модель системи паралельного проєкціювання

Залежно від положення площин проєкцій та центрів проєкціювання можна діставати різні проєкційно-зображувальні системи. Найбільш поширеною є система прямокутних ортогональних проєкцій або метод Монжа. За цим методом обираються площини, які перпендикулярні одна до одної (рис. 1.3, а).

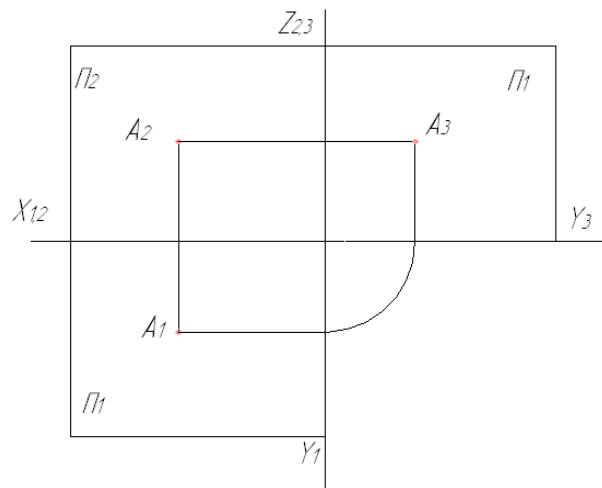
Якщо горизонтальну площину проєкцій, обернути навколо осі X проти часової стрілки на 90° , а профільну площину проєкцій так саме навколо осі Z (рис. 1.3, б), то отримаємо плоске зображення проєкцій точки A (рис.1.3, в). Таке зображення має назву проєкційного креслення або епюра Монжа.



а)



б)



в)

Рисунок 1.3 – Перетворення просторової моделі системи площин проекцій в проекційне креслення: а) просторова модель; б) проміжний етап трансформації; в) проекційне креслення.

Горизонтальна і фронтальна площини проекцій поділяють простір на чотири октанти. На рисунках 1.4, 1.5 показані приклади проекцій точок, що розташовані в різних октантах.

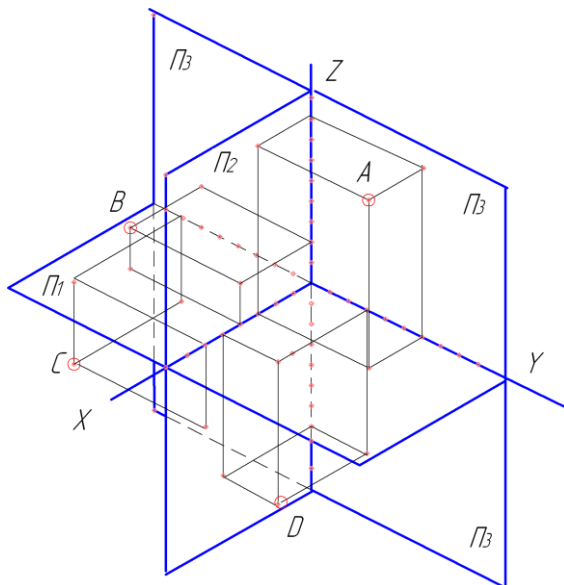


Рисунок 1.4 – Просторова модель системи площин проекцій з чотирьох октантів

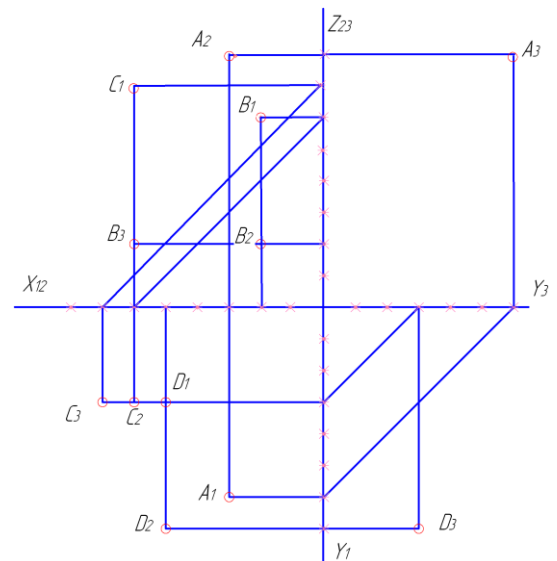
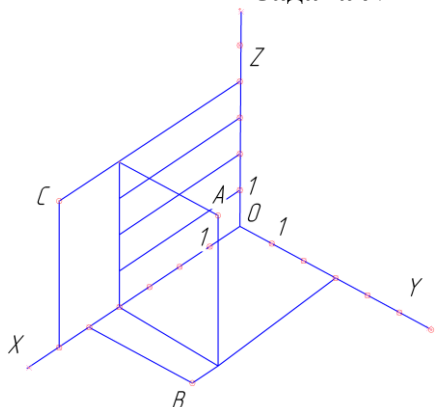


Рисунок 1.5 – Проекційне креслення точок розташованих в чотирьох октантах простору

Задачі для аудиторної роботи

Задача № 1



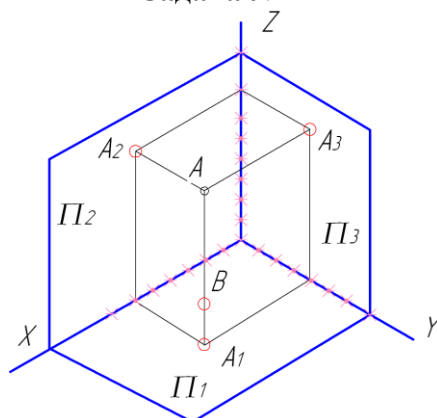
Записати координати точок A, B, C:

A(..., ..., ...);

B(..., ..., ...);

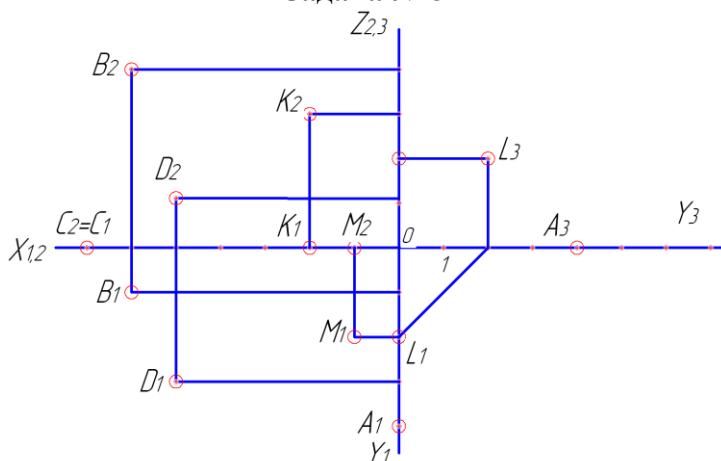
C(..., ..., ...).

Задача № 2



Побудувати епюри точок A і B.
Проаналізувати їх положення відносно площини Π_1 .

Задача № 3



За двома заданими проекціями точок побудувати їх треті проекції.

Задача №4

Побудувати епюри точок за заданими в таблиці 1.1 значеннями координат.

Таблиця 1.1

	A	B	C	D	E	F	G
X	15	0	20	8	0	10	0
Y	4	1	0	3	6	0	0
Z	4	3	2	0	0	0	5

2 Пряма. Взаємне положення прямих

Відомо, що пряма лінія ℓ в просторі визначається положенням двох її точок, наприклад A і B, які показані на рис. 1.5. Це означає, що достатньо виконати комплексне креслення вказаних точок, з'єднати однойменні проекції точок прямими лініями та отримати

відповідно горизонтальну A_1B_1 , фронтальну A_2B_2 , профільну A_3B_3 проекції прямої, заданої відрізком AB (див. рис. 1.5).

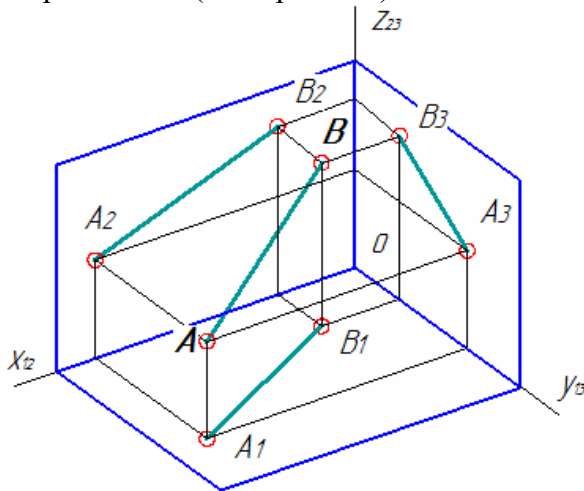


Рисунок 1.5 – Утворення прямокутних проекцій прямої лінії

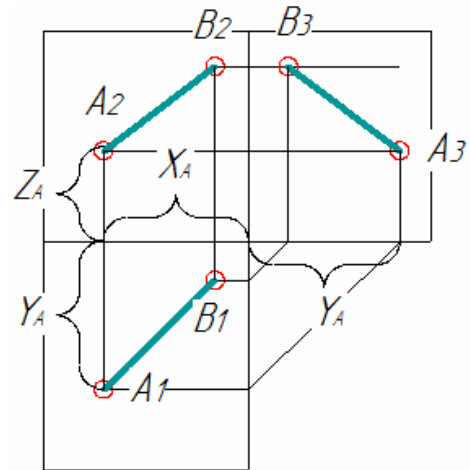


Рисунок 1.6 - Комплексне креслення прямої загального положення

Відносно площин проекцій пряма може займати різне положення. Пряма, яка не паралельна жодній з площин проекцій має назву *прямої загального положення*. Комплексне креслення такої прямої показано на рис. 1.6.

Пряму, паралельну одній з площин проекцій, називають *прямою рівня*. Пряму, перпендикулярну до однієї із площин проекцій, називають *проекціовальною прямою*.

Точки, в яких пряма перетинає площини проекцій, називають *слідами*. На рис. 1.7 показано пряму загального положення, яка утворена двома точками N і M , кожна з яких належить відповідній площині проекцій. Тому сліди прямої лінії можна розглядати як точки, які одночасно належать прямій та площині проекцій.

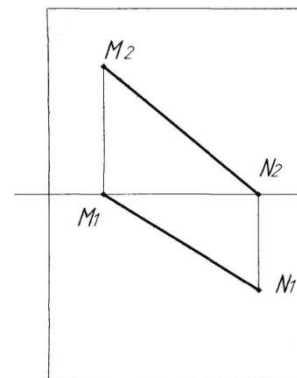
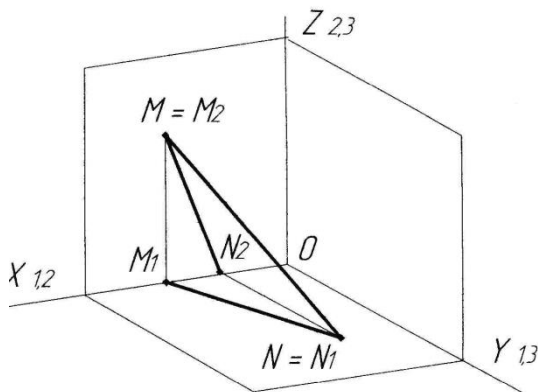


Рисунок 1.7 - Сліди прямої загального положення

Пряма загального положення перетинає три площини проекцій, тому має три сліди.

Пряма рівня перетинає дві площини проекцій. На рис. 1.8 показано побудову слідів горизонтальної прямої AB . Точка M (M_1, M_2) – фронтальний слід прямої, точка N (N_1, N_3) – профільний слід прямої.

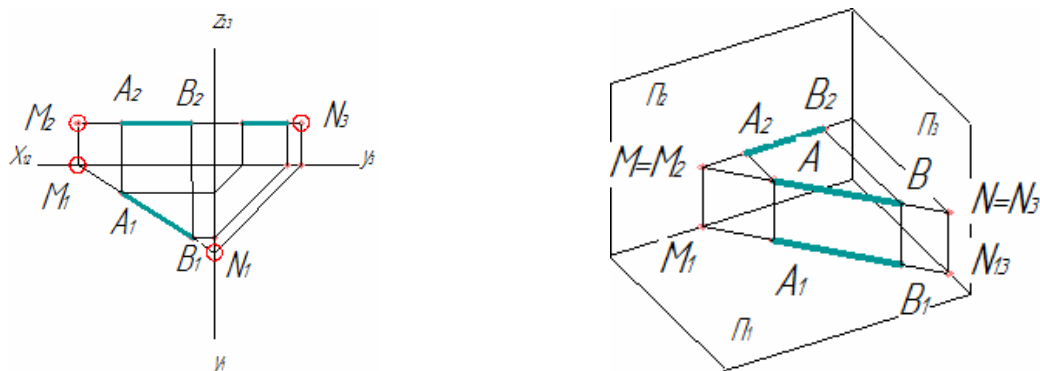


Рисунок 1.8 - Сліди прямої рівня

Проекціювальна пряма перетинає одну площину проєкцій. На рис.1.9 показано побудову сліду фронтально-проекціювальної прямої АВ. Точка М (M_1, M_2) – фронтальний слід прямої АВ, або точка, яка одночасно належить площині проєкції Π_2 та прямій.

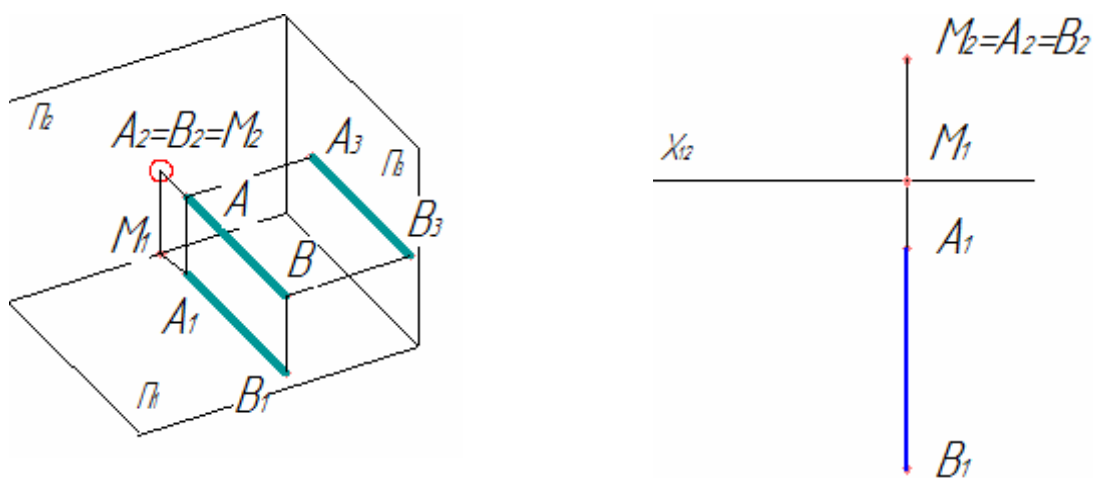


Рисунок 1.9 - Слід проекціювальної прямої

Дві прямі в просторі можуть перетинатись, бути паралельними та мимобіжними.

Якщо дві прямі a і b перетинаються в деякій точці A (показано на рис. 1.10), то проєкції цієї точки повинні належати однойменним проєкціям прямих, тобто точки перетину однойменних проєкцій прямих, що перетинаються, повинні належати одній лінії зв'язку A_1A_2 .

Якщо дві прямі a і b паралельні (показано на рис. 1.11), то на комплексному кресленні їх однойменні проєкції також паралельні $a_2/b_2, a_1/b_1$.

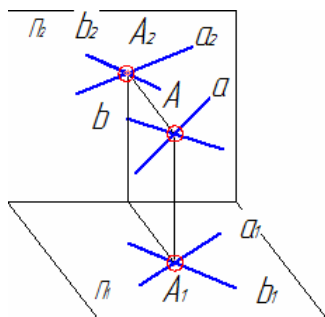


Рисунок 1.10 - Утворення прямокутних проєкцій прямих, що перетинаються

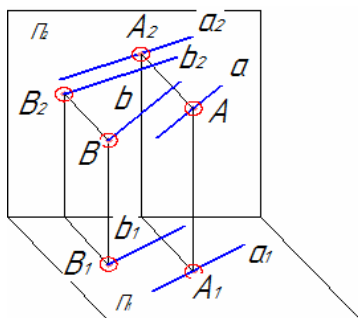


Рисунок 1.11 - Утворення прямокутних проєкцій паралельних прямих

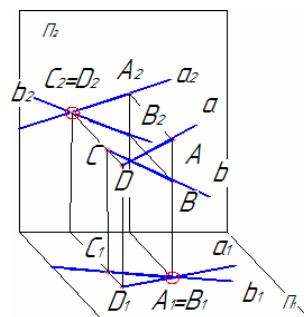


Рисунок 1.12 - Утворення прямокутних проєкцій мимобіжних прямих

Якщо дві прямі a і b мимобіжні, то на комплексному кресленні їх однойменні проекції перетинаються в точках, що не належать одній лінії зв'язку. На рис. 1.12 горизонтальні проекції прямих a_1 і b_1 перетинаються в точці $A_1=B_1$, яка відповідає горизонтальній проекції двох конкуруючих відносно площини проекцій Π_1 точок A і B , а фронтальні проекції прямих a_2 і b_2 перетинаються в точці $C_2=D_2$, яка відповідає фронтальній проекції двох конкуруючих відносно площини проекцій Π_2 точок C і D .

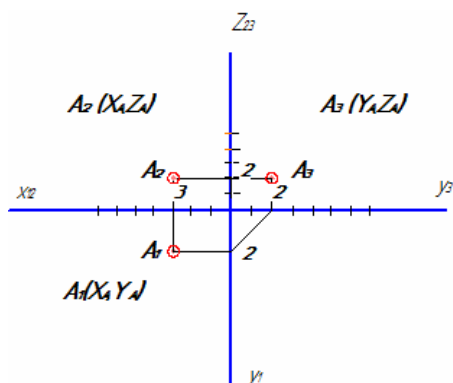
Задачі для аудиторної роботи

Задача №5

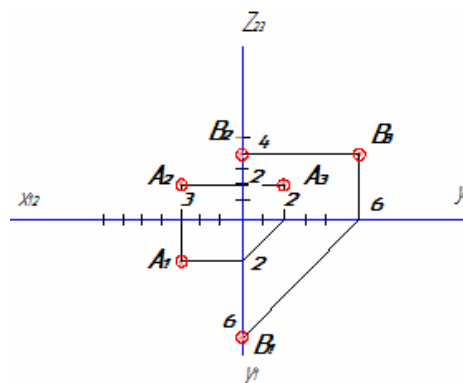
Побудувати проекції відрізків прямих AB , CD , ..., ST за заданими координатами вершин. Визначити положення прямих відносно системи площин проекцій.

Відрізок		X	Y	Z
AB	A	3	2	2
	B	0	6	4
CD	C	4	1	1
	D	1	2	1
EF	E	4	2	2
	F	6	2	5
KL	K	8	4	4
	L	8	7	8
MN	M	9	8	10
	N	9	8	1
PR	P	10	3	6
	R	10	6	6
ST	S	1	9	7
	T	5	9	7

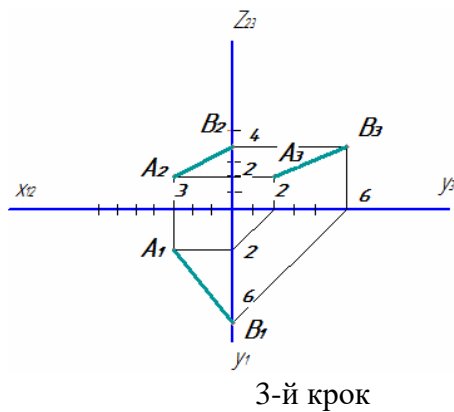
Приклад розв'язування :



1-й крок



2-й крок



Прямокутні проекції відрізка АВ утворені шляхом сполучення побудованих на попередніх кроках однойменних прямокутних проекцій його окремих точок.

3. Площина. Точка і лінія в площині

Будь-яку площину визначають: 1) три точки, що не належать одній прямій; 2) пряма і точка, що не належить прямій; 3) дві прямі, що перетинаються; 4) дві паралельні прямі; 5) будь-який відрізок площини, наприклад у вигляді трикутника.

На комплексному кресленні площини задають за допомогою відповідних проекцій геометричних фігур, що визначають площину.

Відносно площин проекцій площина може займати:

- 1) *загальне положення* – не перпендикулярне жодній з площин проекцій;
- 2) *положення рівня* – паралельне одній площини проекцій;
- 3) *проекцій вальне положення* – перпендикулярне до однієї площини проекцій.

Послідовність утворення прямокутних проекцій площини загального положення, яка визначена трикутником ABC, показана на рис. 1.13, а,б,в.

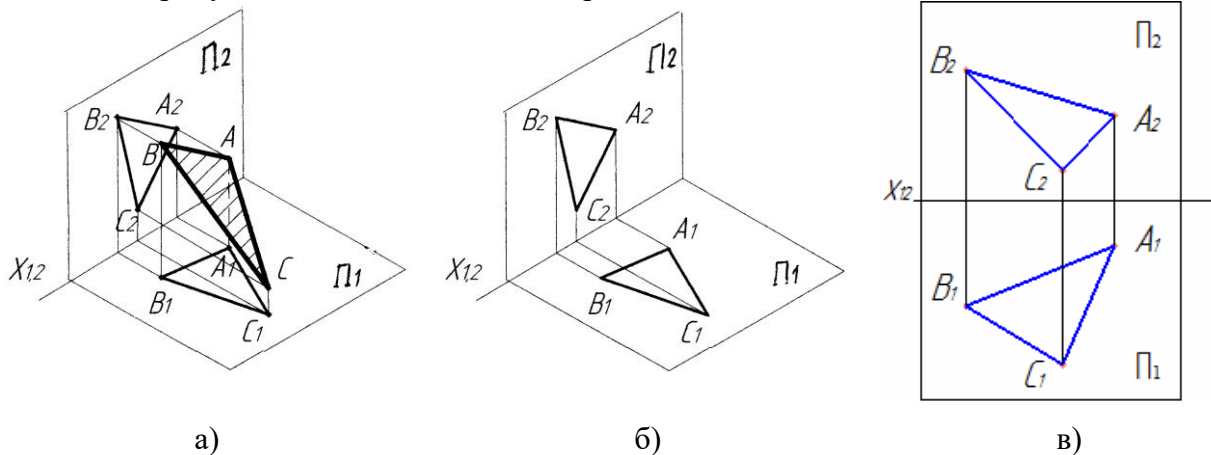


Рисунок 1.13 - Прямокутні проекції площини загального положення

Пряма, належить площині за умови належності її будь-яких двох точок такій площині. На рис. 1.14, а показана площина, яка визначена двома прямими а і b, та пряма ℓ . Спільними точками між площиною та прямою є точки 1 і 2. На комплексному кресленні проекції прямої, що належить заданій площині, обов'язково проходять через відповідні проекції точок, які також належать площині: $\ell(12) \rightarrow [\ell 1(1_1 2_1), \ell 2(1_2 2_2)]$ (див. рис. 1.14, б).

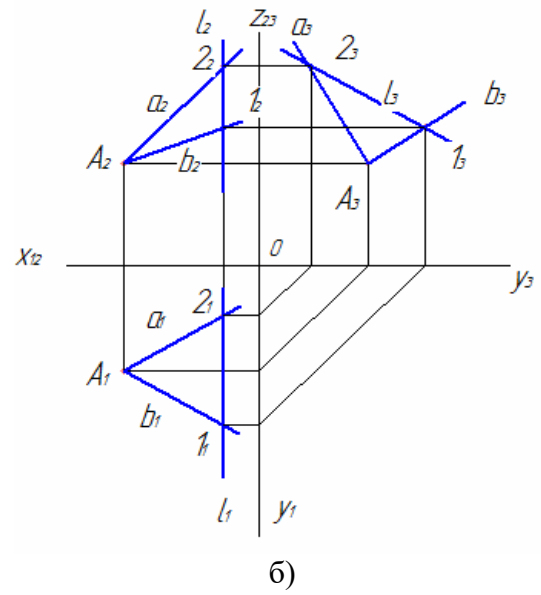
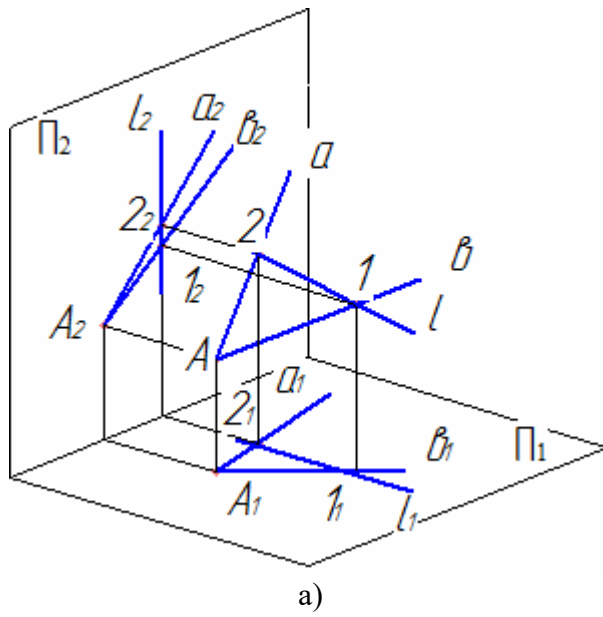


Рисунок 1.14 - Побудова лінії в площині загального положення

Точка належить площині, якщо вона належить будь-якій прямій в заданій площині. На рис. 1.15, а, б, в показана площина, визначена трикутником ABC, та побудова проєкцій точки D в площині за допомогою допоміжної прямої $\ell(A_1) \rightarrow [\ell_1(A_11_1), \ell_2(A_21_2)]$

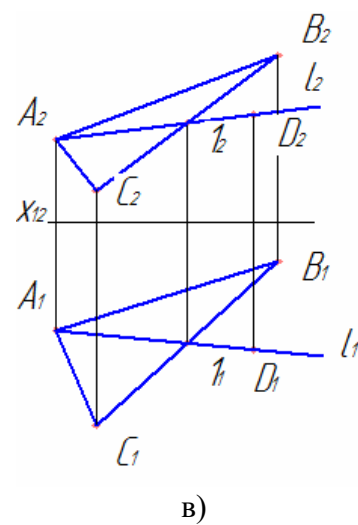
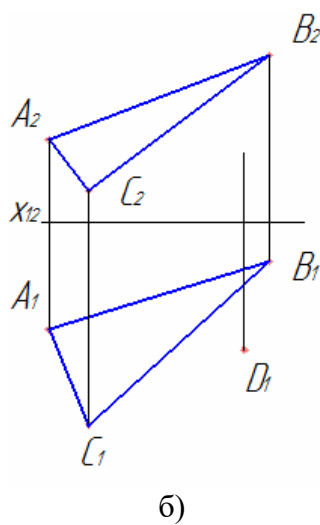
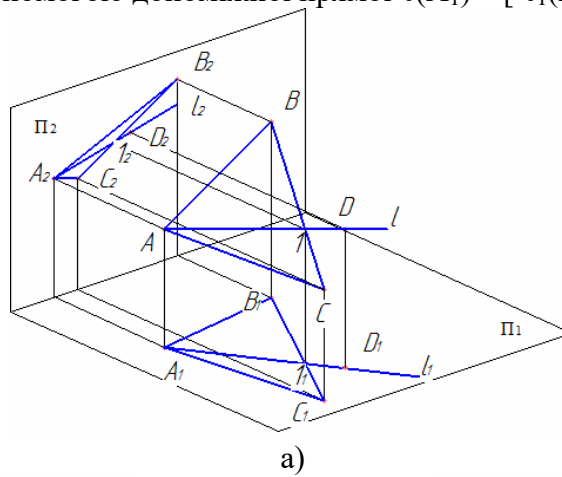
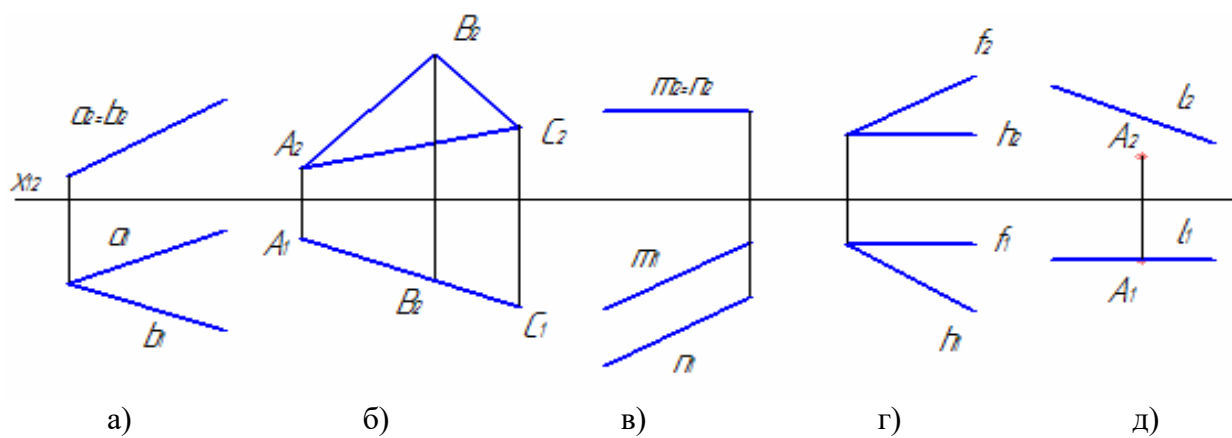


Рисунок 1.15 - Побудова проєкцій точки, яка належить площині

Задачі для аудиторної роботи

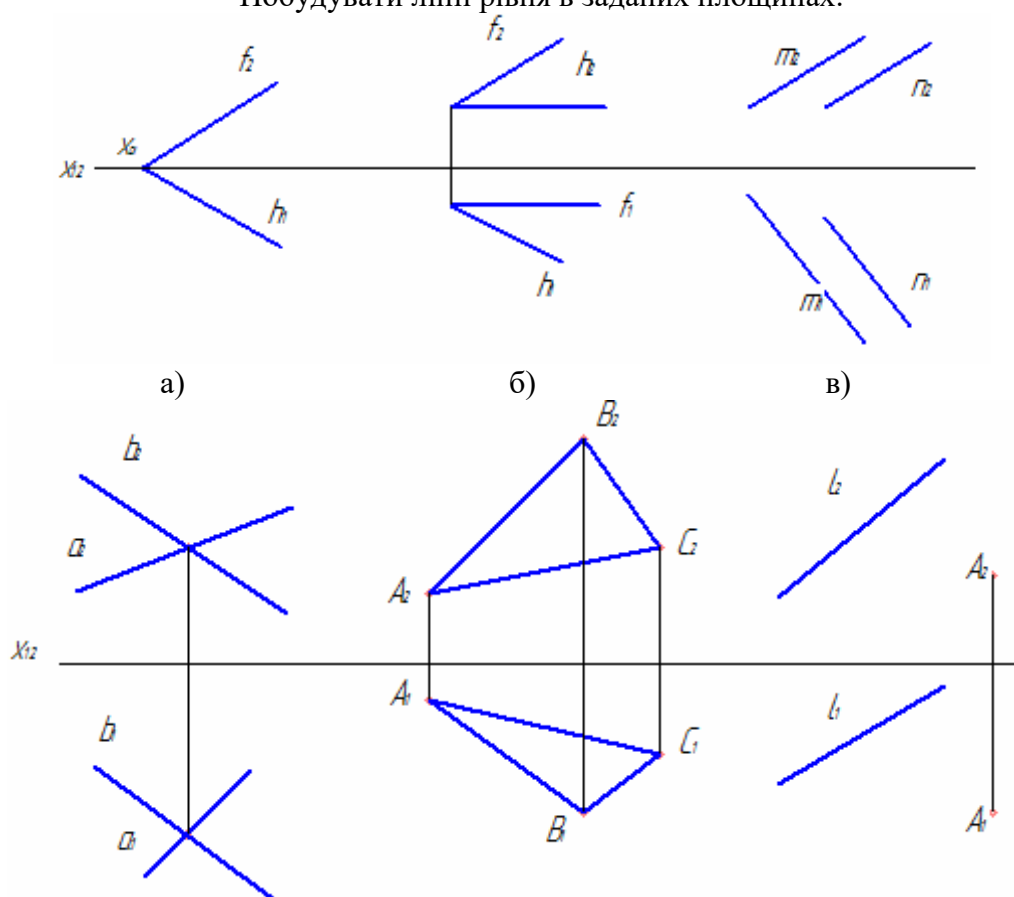
Задача №5

Визначити положення площин. Записати в символній формі їх позначення.



Задача №6

Побудувати лінії рівня в заданих площинах.



Тема № 2. Позиційні задачі.

Лабораторне заняття №1. Взаємне перетинання геометричних об'єктів.

Навчальна мета заняття: Ознайомитися із розв'язанням позиційних задач

Час проведення 2 години.

Навчальні питання:

1. Взаємне положення прямої і площини.
2. Перша позиційна задача

Література:

1. Климнюк В. Є. Інженерна і комп'ютерна графіка : навчальний посібник – Х. : Вид. ХНЕУ, 2013. – 92 с.
2. Панченко І. В., Восколович О. І., Слотвінська Л. І., Колтовсков Д. І. Інженерна та комп'ютерна графіка: Навч. посібник. – К.: ВІТІ, 2018. – 284 с.
3. Інженерна та комп'ютерна графіка: практикум для навчання в умовах інформаційно-освітнього середовища : навч. посіб. / [Д. В. Бабенко, Н. А. Доценко, О. А. Горбенко та ін.] ; за ред. професора Д. В. Бабенка. – Миколаїв : МНАУ, 2020. – 256 с.
URL: <https://dspace.mnau.edu.ua/jspui/bitstream/123456789/8072/1/Inzhenerna%20ta%20kompiuterna%20hrafika.pdf>

Хід проведення заняття:

1. Взаємне положення прямої і площини

Пряма у просторі може належити до площини, бути її паралельною або перетинати. *Умова паралельності прямої та площини:* якщо пряма паралельна будь-якій прямій площини, то вона паралельна всій площині (рис.2.1). Символьний запис: $m \parallel a \rightarrow m \parallel \alpha (a \cap b)$.

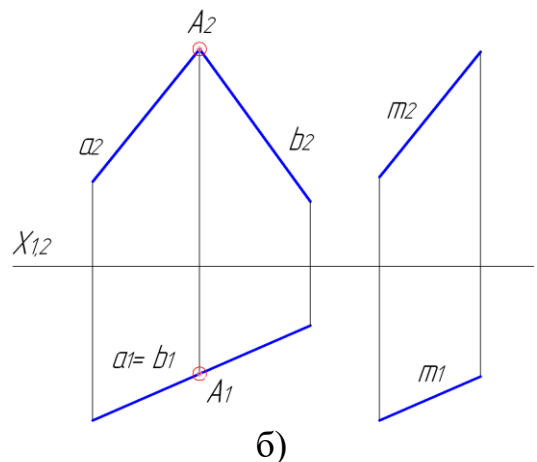
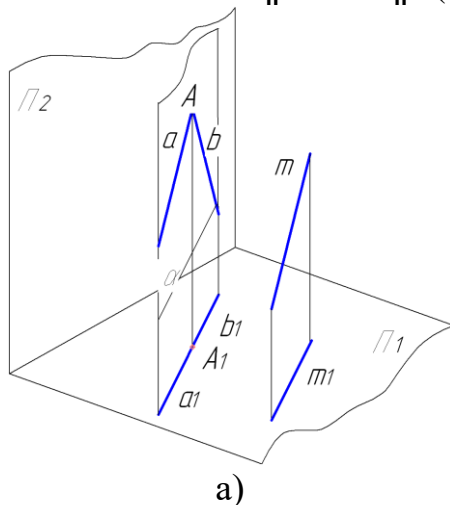


Рисунок 2.1 – Приклад паралельності прямої площині

2. Перша позиційна задача.

Побудова проєкцій точки перетину прямої та площини – *перша позиційна задача*. Для її розв’язування використовують такий алгоритм (рис. 2.2, 2.3).

1. Вводимо таку допоміжну площину, щоб вона займала проєкціовальне положення і проходила через задану пряму ($\ell \subset \beta$).
2. Знаходимо лінію перетину допоміжної площини із заданною площиною ($\beta \cap \alpha \rightarrow a$).
3. Визначаємо точку перетину отриманої лінії та однієї з проєкцій заданої прямої ($\ell \cap a \rightarrow K$).
4. Знаходимо іншу проєкцію точки (K).
5. Визначаємо видимість прямої.

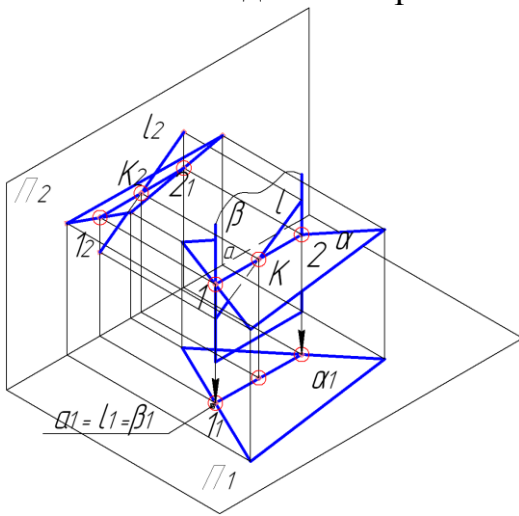


Рисунок 2.1 – Перетин прямої та площини (наочне зображення)

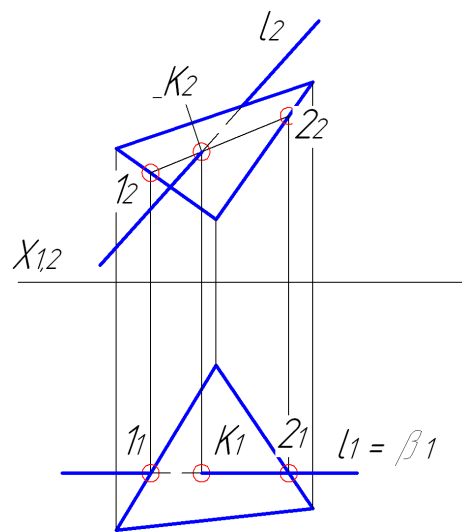
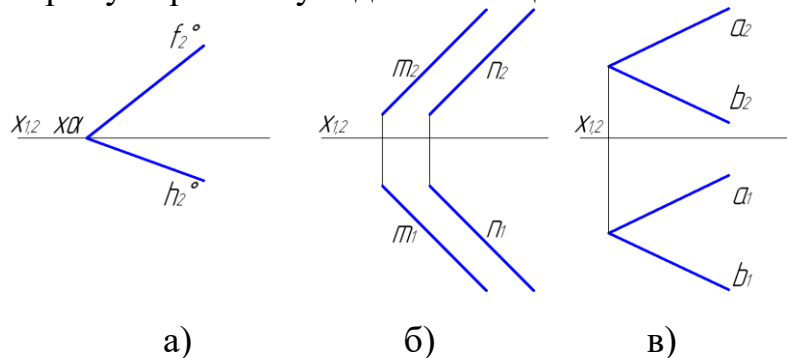


Рисунок 2.2 – Перетин прямої та площини (проєкційне креслення)

Задачі для самостійного розв’язування

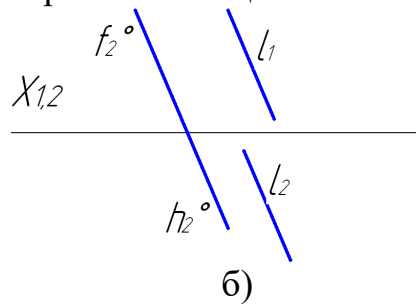
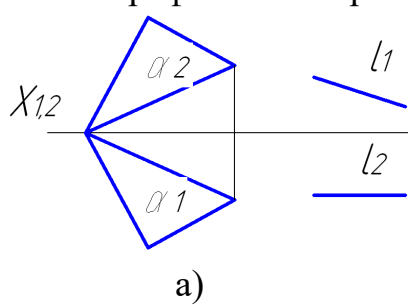
Задача № 1

Побудувати пряму паралельну заданій площині.



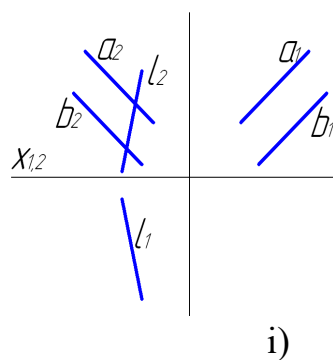
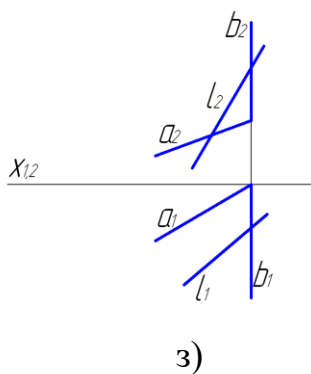
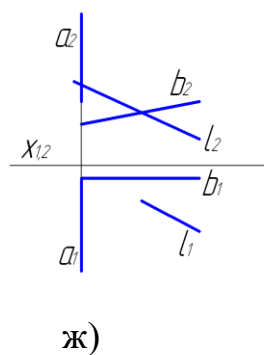
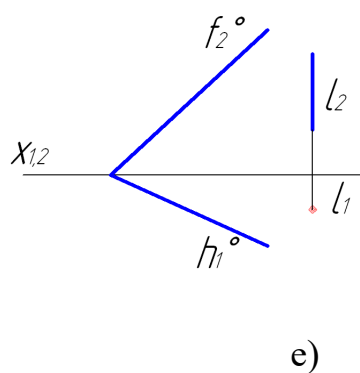
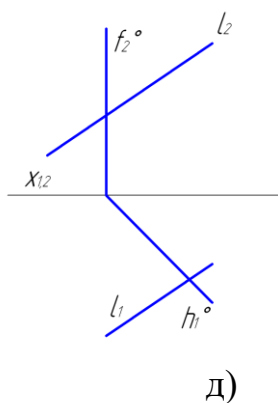
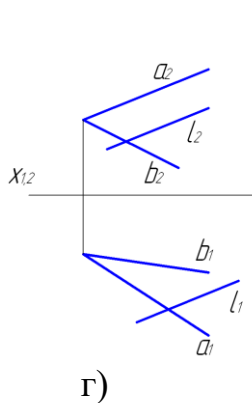
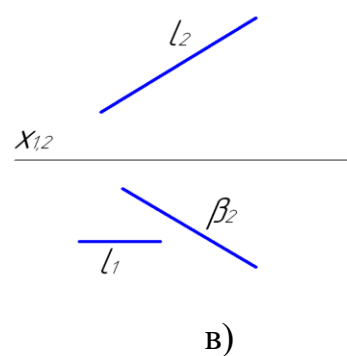
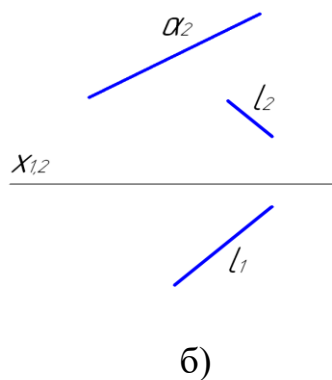
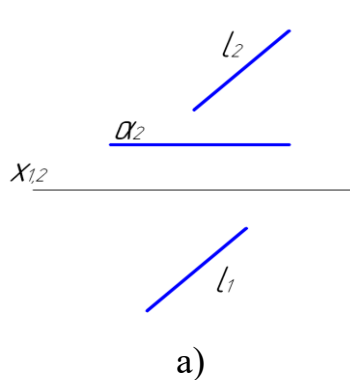
Задача № 2

Визначити графічно чи паралельна задана пряма ℓ площині.



Задача № 3

Побудувати проекції точки перетину прямої та площини.



Тема № 2. Позиційні задачі.

Лабораторне заняття №2. Взаємне перетинання геометричних об'єктів.

Навчальна мета заняття: Ознайомитися із розв'язанням позиційних задач

Час проведення 2 години.

Навчальні питання:

1. Взаємне положення площин.
2. Друга позиційна задача
3. Взаємно перпендикулярні площини
4. Паралельність двох площин

Література:

1. Климнюк В. Є. Інженерна і комп'ютерна графіка : навчальний посібник – Х. : Вид. ХНЕУ, 2013. – 92 с.
2. Панченко І. В., Восколович О. І., Слотвінська Л. І., Колтовсков Д. І. Інженерна та комп'ютерна графіка: Навч. посібник. – К.: ВІТІ, 2018. – 284 с.
3. Інженерна та комп'ютерна графіка: практикум для навчання в умовах інформаційно-освітнього середовища : навч. посіб. / [Д. В. Бабенко, Н. А. Доценко, О. А. Горбенко та ін.] ; за ред. професора Д. В. Бабенка. – Миколаїв : МНАУ, 2020. – 256 с.
URL: <https://dspace.mnau.edu.ua/jspui/bitstream/123456789/8072/1/Inzhenerna%20ta%20kompiuterna%20hrafika.pdf>

Хід проведення заняття:

1 Взаємне положення площин.

Дві площини у просторі можуть перетинатися або бути паралельні.

Ознака *паралельності площин*: якщо дві прямі, що перетинаються, однієї площини відповідно паралельні двом прямим, що перетинаються, другої площини, то площини паралельні між собою (рис.3.1).

Символьний запис: $(a \parallel m; b \parallel n) \rightarrow \alpha (a \cap b) \parallel \beta (m \cap n)$

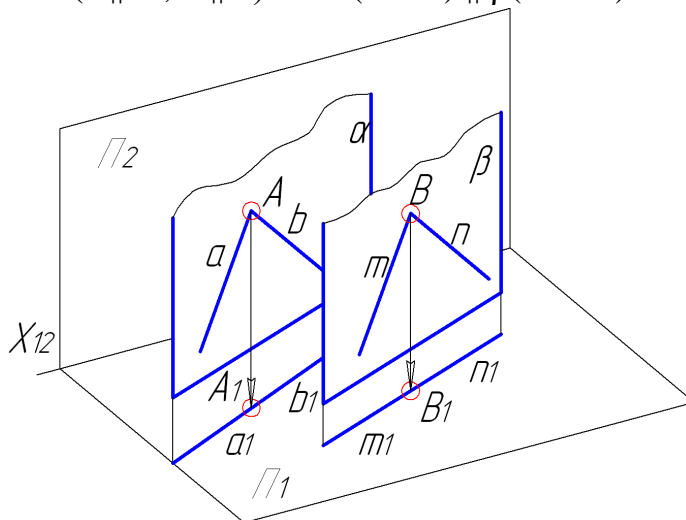


Рисунок 3.1 – Приклад паралельних площин

2. Друга позиційна задача

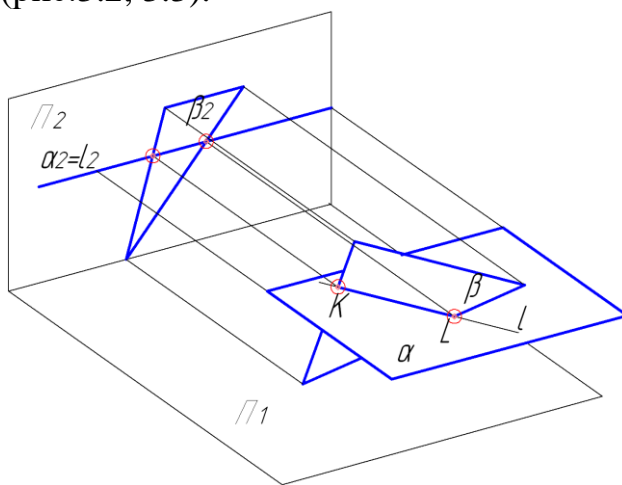
Друга позиційна задача – задача пошуку лінії перетину двох площин.

Основні випадки:

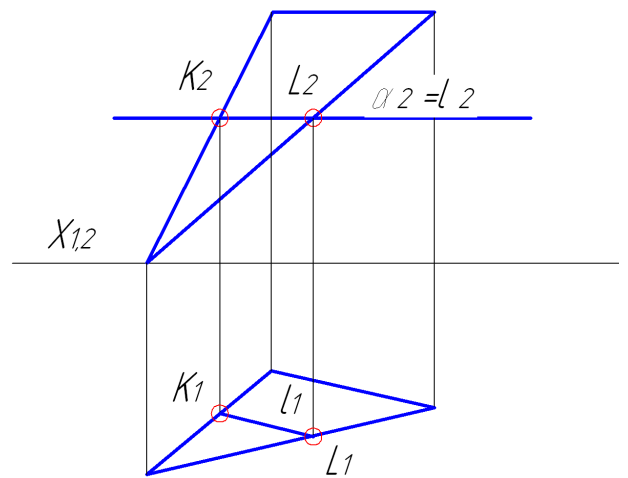
- обидві площини займають окреме положення;
- одна з площин займає окреме положення, а друга – загальне положення;
- обидві площини займають загальне положення.

В першому випадку побудова проста, оскільки проекції лінії перетину або збігаються із слідами площин або паралельні їм.

В другому випадку, якщо одна з площин займає окреме положення, то одна з проекцій лінії перетину збігається зі слідом цієї площини, а інша проекція лінії перетину визначається за умови належності до площини загального положення (рис.3.2, 3.3).

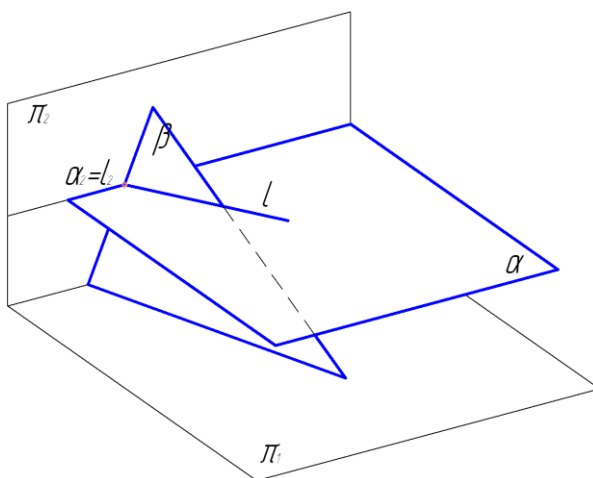


а)

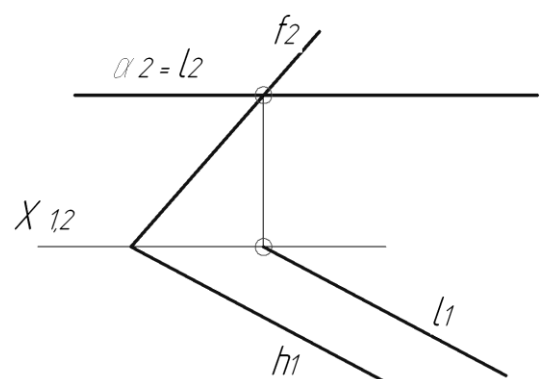


б)

Рисунок 3.2 – Приклад перетину горизонтальної площини α з площиною β , що задана трикутником



а)



б)

Рисунок 3.3 – Приклад перетину горизонтальною площиною площини загального положення, що задана слідами

В третьому випадку для пошуку проєкцій лінії перетину необхідно застосувати такий алгоритм (рис.3.4, 3.5).

Алгоритм розв'язування другої позиційної задачі:

1. Вводимо допоміжну площину окремого положення ($\alpha(\alpha_2)$).
2. Знаходимо лінію перетину введеної допоміжної площини з кожною із заданих площин ($\alpha \cap \beta \rightarrow \ell$; $\alpha \cap \gamma \rightarrow m$).
3. Знаходимо точку перетину ліній, що отримані в п.2 ($\ell \cap m \rightarrow K(K_1)$).
4. Визначаємо іншу проєкцію знайденої точки $K(K_2)$.
5. Повторюємо пп. 1-4 для другої допоміжної площини ($\sigma(\sigma_2)$).
6. З'єднуємо отримані точки ($KN(K_1N_1, K_2N_2)$).

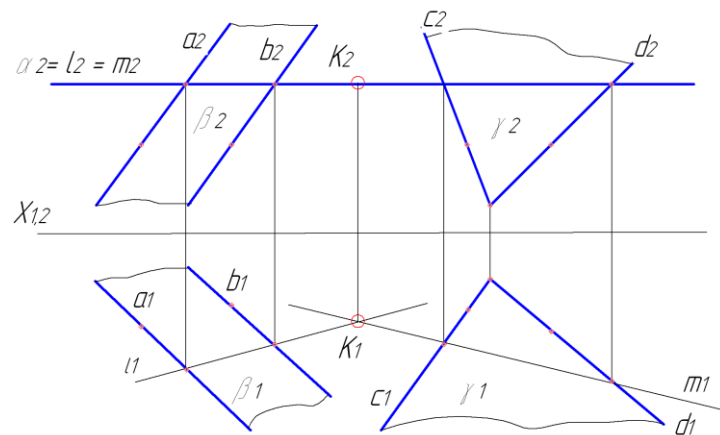


Рисунок 3.4 – Приклад побудови лінії перетину площин загального положення (пункти 1 – 4 алгоритму)

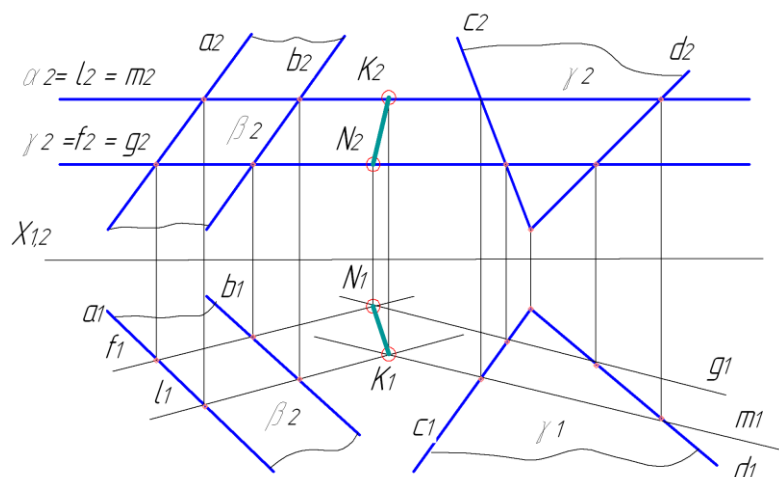


Рисунок 3.5 – Приклад побудови лінії перетину площин загального положення (пункти 1 – 6 алгоритму)

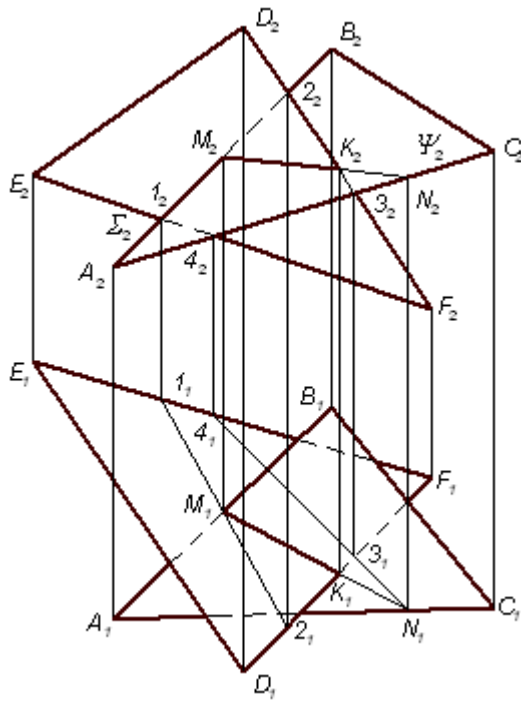


Рис. 3.6

На рис. 3.6 показано побудову лінії перетину двох трикутних відсіків площин загального положення. Проекції відсіків накладені одна на одну. У цьому разі площини-посередники доцільно проводити через сторони трикутників. Першу площину-посередник $\Sigma(\Sigma_2)$ проведено через сторону $AB(A_1B_1, A_2B_2)$ трикутника ABC . Сторона AB є лінією перетину площини Σ з площиною трикутника ABC . Площину трикутника $DEF(D_1E_1F_1, D_2E_2F_2)$ площина Σ перетинає по прямій $12(1_22_1, 1_22_2)$: $1 = \Sigma \cap EF$, $2 = \Sigma \cap DF$. Прямая 12 перетинає сторону AB у точці $M(M_1, M_2)$: $1_22_1 \cap A_1B_1 = M_1$. Проекція M_2 знайдена за лінією зв'язку: $M_2 \subset A_2B_2$.

Друга площина-посередник $\Psi(\Psi_2)$ проведена через сторону $AC(A_1C_1, A_2C_2)$ трикутника ABC . Ця площина перетинається з трикутником DEF по прямій $34(3_14_1, 3_24_2)$, а з трикутником ABC – по прямій AC . У перетині прямих AC і 34 маємо точку $N(N_1, N_2)$: $3_14_1 \cap A_1C_1 = N_1$, $N_2 = A_2C_2 \cap N_1N_2$. Лінія $MN(M_1N_1, M_2N_2)$ – це лінія перетину площин відсіків. Її відрізок $MK(M_1K_1, M_2K_2)$ знаходиться в межах обох відсіків. Таку побудову лінії перетину площин можна витлумачити і як побудову цієї лінії за двома точками M і N перетину сторін AB і AC трикутника ABC з площиною трикутника DEF . Таке тлумачення зустрічається у деяких підручниках та посібниках.

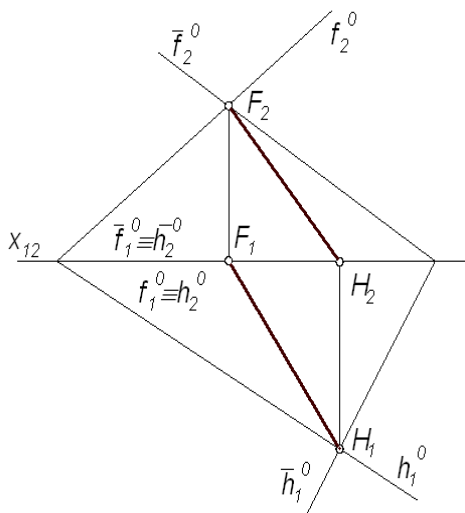


Рис. 3.7

Лінію перетину двох площин, поданих своїми слідами, доцільно знаходити за точками перетину слідів цих площин, якщо вони не виходять за межі креслення. У цьому разі роль площин-посередників відіграють площини проєкцій, яким належать сліди площин. Так, на рис. 3.7 показано побудову лінії перетину двох площин $\Gamma(h^\circ, f^\circ)$ і $\Delta(\bar{h}^\circ, \bar{f}^\circ)$. Горизонтальні сліди $h^\circ(h_1^\circ, h_2^\circ)$ і $\bar{h}^\circ(\bar{h}_1^\circ, \bar{h}_2^\circ)$ перетинаються у точці $H(H_1, H_2)$, а фронтальні $f^\circ(f_1^\circ, f_2^\circ)$ та $\bar{f}^\circ(\bar{f}_1^\circ, \bar{f}_2^\circ)$ – у точці $F(F_1, F_2)$. Прямая $HF(H_1F_1, H_2F_2)$ є лінією перетину площин Γ і Δ , а точки H і F – це її сліди.

3. Взаємно перпендикулярні площини

Площини взаємно перпендикулярні, якщо одна з них проходить через перпендикуляр до другої площини.

На рисунку 3.8 наведено приклад побудови площини $\beta (m \cap n)$, що перпендикулярна площині $\alpha (a \parallel b)$. На Π_1 із проекції точки D_1 проведено пряму n_1 перпендикулярно до горизонтальної проекції горизонталі $h_1(1_1 2_1)$: $n_1 \perp h_1$, $h \subset \alpha (a \parallel b)$. На Π_2 із фронтальної проекції точки D_2 проведено пряму n_2 перпендикулярно до фронтальної проекції фронталі $f_2(3_2 4_2)$: $n_2 \perp f_2$, $f \subset \alpha (a \parallel b)$. Пряму m на Π_1 і Π_2 проводять довільно, пряма m теж проходить через точку D . Таким чином отримують дві взаємно перпендикулярні площини: $\beta (m \cap n) \perp \alpha (a \parallel b)$.

В прикладі, що наведено на рисунку 3.9 площина α задана горизонталлю і фронталлю: $\alpha (h \cap f)$. Для побудови площини $\beta (m \cap n)$, перпендикулярної площині $\alpha (h \cap f)$ із точки A проводять пряму n перпендикулярну до натуральних величин прямих h і f : $n_1 \perp h_1$, $n_2 \perp f_2$. Пряму m , яка теж проходить через точку A , проводять довільно і отримують площину β перпендикулярну до площини α : $\beta (m \cap n) \perp \alpha (h \cap f)$.

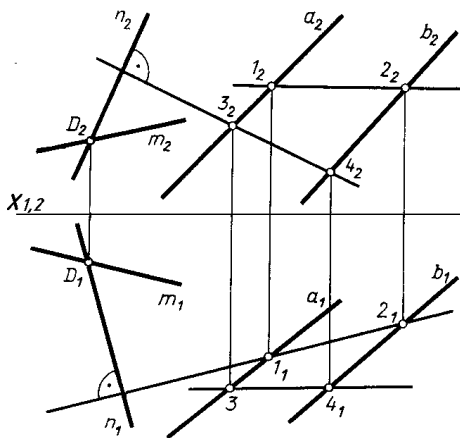


Рисунок 3.8

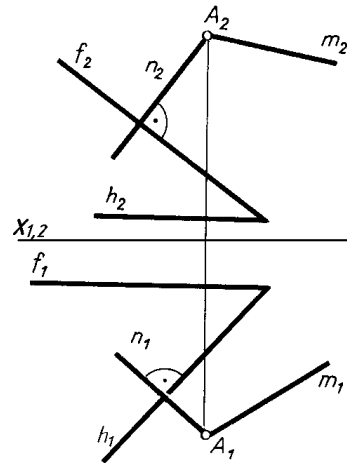


Рисунок 3.9

4. Паралельність двох площин

Дві площини паралельні, якщо дві прямі, що перетинаються, однієї площини відповідно паралельні двом прямим, що перетинаються, другої площини. Приклад паралельних площин наведено на рисунку 3.10. Площина α задана прямими a і b , що перетинаються, площина β задана прямими m і n , що перетинаються. Площини $\alpha (a \cap b)$ і $\beta (m \cap n)$ паралельні, тому що пряма a площини α паралельна прямій m площини β , а пряма b площини α паралельна прямій n площини β .

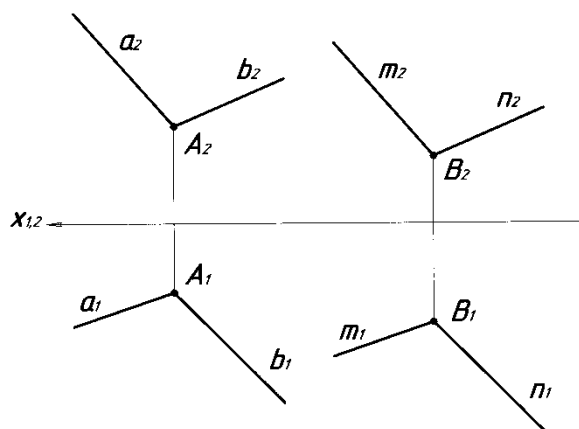
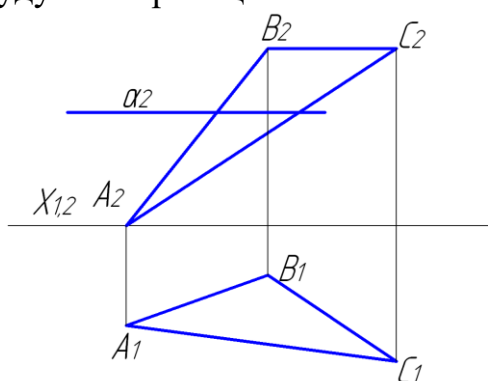


Рисунок 3.10

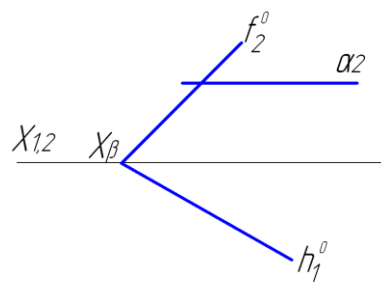
Задачі для самостійного розв'язування

Задача № 1

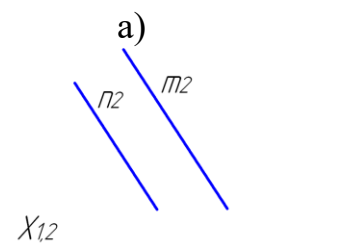
Побудувати проекції лінії взаємного перетину площин.



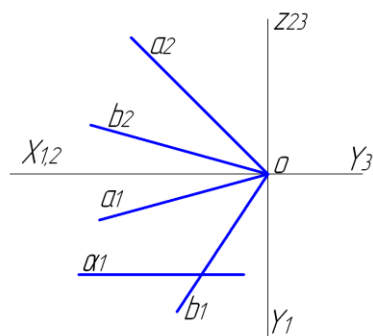
а)



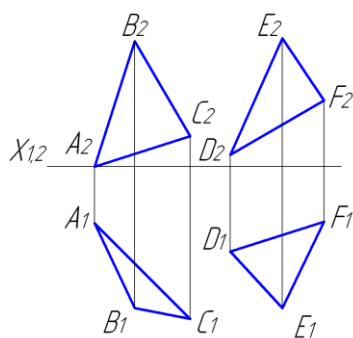
б)



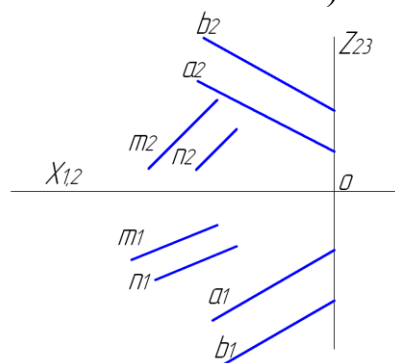
в)



г)



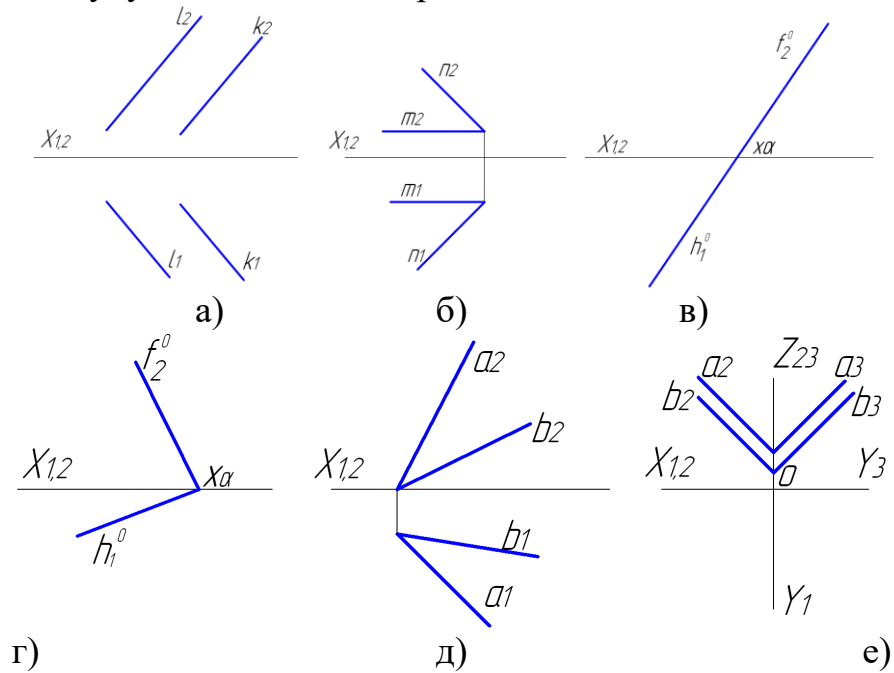
д)



е)

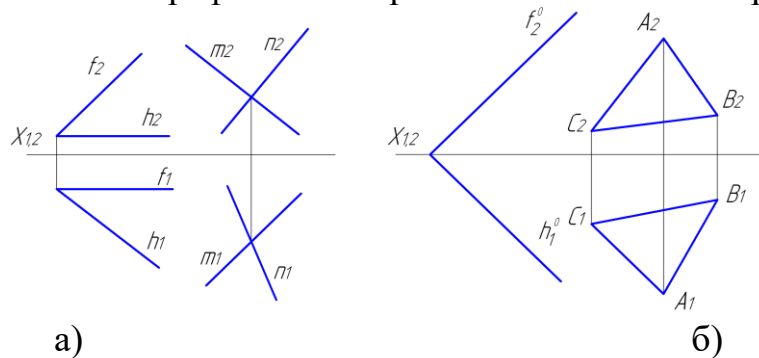
Задача № 2

Побудувати площини паралельні заданим площинам.



Задача №3

Визначити графічно чи паралельні між собою пари площин.



Тема № 3. Метричні задачі.

Лабораторне заняття №1. Способи перетворення креслень

Навчальна мета заняття: Ознайомитися із способами розв'язання метричних задач.

Час проведення 2 години.

Навчальні питання:

1. Загальні положення
2. Чотири основні задачі
3. Спосіб заміни площин проєкцій

Література:

1. Климнюк В. Є. Інженерна і комп'ютерна графіка : навчальний посібник – Х. : Вид. ХНЕУ, 2013. – 92 с.
2. Панченко І. В., Восколович О. І., Слотвінська Л. І., Колтовсков Д. І. Інженерна та комп'ютерна графіка: Навч. посібник. – К.: ВІТІ, 2018. – 284 с.
3. Інженерна та комп'ютерна графіка: практикум для навчання в умовах інформаційно-освітнього середовища : навч. посіб. / [Д. В. Бабенко, Н. А. Доценко, О. А. Горбенко та ін.] ; за ред. професора Д. В. Бабенка. – Миколаїв : МНАУ, 2020. – 256 с.
URL: <https://dspace.mnau.edu.ua/jspui/bitstream/123456789/8072/1/Inzhenerna%20ta%20kompiuterna%20hrafika.pdf>

Хід проведення заняття:

1 Загальні положення

У попередніх темах на деяких прикладах було показано, що у разі окремого положення фігур щодо площин проєкцій визначення їхніх позиційних та метричних характеристик значно полегшується. Наприклад, побудова лінії перетину двох площин, якщо хоча б одна із них перпендикулярна до якоїсь площини проєкцій, значно простіше і, отже легше, ніж побудова лінії перетину двох площин загального положення. Так само побудувати точку перетину прямої з площиною значно легше і простіше, якщо чи то пряма, чи то площина перебувають у проєкціювальному положенні, аніж тоді, коли і пряма і площина не перпендикулярні до жодної із площин проєкцій. У подальших темах побачимо, що значно полегшується побудова лінії перетину поверхні з площиною, якщо площина або поверхня є проєкціювальними і т. ін.

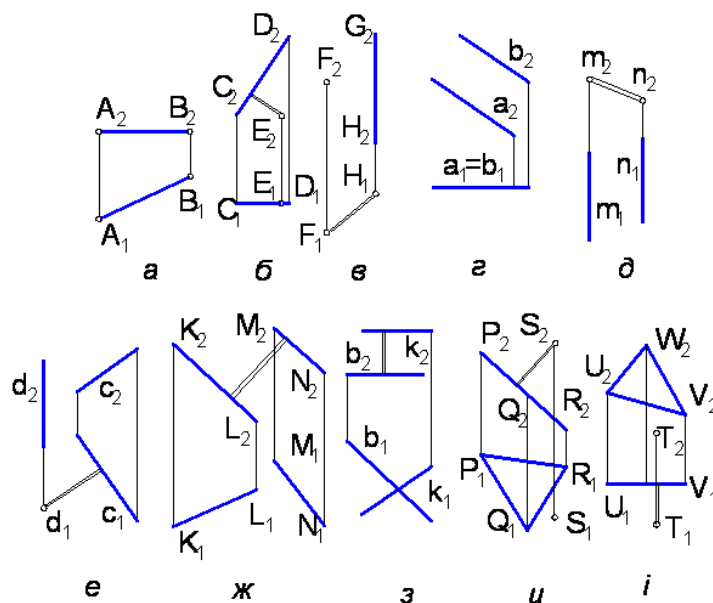


Рис. 3.1

Дещо детальніше зупинимось на задачах, у яких визначаються чи використовуються відстані та кути між геометричними елементами. Так, відстань між двома точками проєкціюється у натуральну величину, якщо відрізок прямої, що їх сполучає, паралельний площині проєкцій (рис. 3.1, *а*).

Відстань від точки до прямої проєкціюється без спотворення на площину проєкцій, якщо перпендикуляр, опущений із точки на пряму, паралельний цій площині проєкцій. Це може бути у разі, якщо точка і пряма перебувають у одній площині рівня (рис. 3.1, *б*) або якщо пряма перпендикулярна до площини проєкцій (рис. 3.1, *в*).

Відстань між двома паралельними прямими проєкціюється у натуральну величину, якщо вони належать одній площині рівня (рис. 3.1, *г*), або, коли вони обидві перпендикулярні до площини проєкцій (рис. 3.1, *д*). Відстань між паралельними прямими може бути визначеною як відстань від точки до прямої. Для цього достатньо на одній із прямих взяти будь-яку точку і визначити відстань від цієї точки до другої прямої.

Відстань між двома мимобіжними прямими проєкціюється у натуральну величину, коли спільний їхній перпендикуляр стає паралельним якійсь площині проєкцій. Це виникає тоді, коли одна із двох мимобіжних прямих перебуває у проєкціювальному положенні (рис. 3.1, *е*) або площина паралелізму мимобіжних прямих є проєкціювальною (рис. 3.1, *ж*) чи площиною рівня (рис. 3.1, *з*). Слід зауважити, що площина паралелізму мимобіжних прямих – це площина, яка паралельна обом мимобіжним прямим.

Відстань від точки до площини вимірюється відрізком перпендикуляра, проведеного від точки до площини. Цей перпендикуляр проєкціюється у натуральну величину, коли він стає паралельним площині проєкцій. А це може бути, якщо площина перебуває у положенні проєкціювальної площини (рис. 3.1, *и*) чи площини рівня (рис. 3.1, *і*).

Відстань від прямої до площини та відстань між двома площинами може бути визначена як відстань від точки до площини. Достатньо тільки на прямій взяти будь-яку точку і визначити відстань від цієї точки до площини, або у одній із паралельних площин взяти довільну точку і визначити відстань від цієї точки до другої площини.

Кут між двома прямими (гострий чи тупий) проєкціюється без спотворення, якщо обидві сторони його паралельні площині проєкцій. Натуральна величина кута між двома мимобіжними прямими, між прямою і площиною чи між двома площинами може бути визначена як натуральна величина кута між двома прямими, що перетинаються.

Але визначення деяких метричних та позиційних характеристик геометричних фігур значно ускладнюється, якщо їхні елементи знаходяться у загальному положенні. У зв'язку із цим виникає потреба у перетворенні комплексних креслень, за яких елементи геометричної фігури набували б окремого положення щодо площин проєкцій. Такі перетворення допомагають спростити і полегшити розв'язування позиційних та метричних задач. Отже, усі

способи перетворення комплексних креслень призначені для спрощення та полегшення розв'язування геометричних задач.

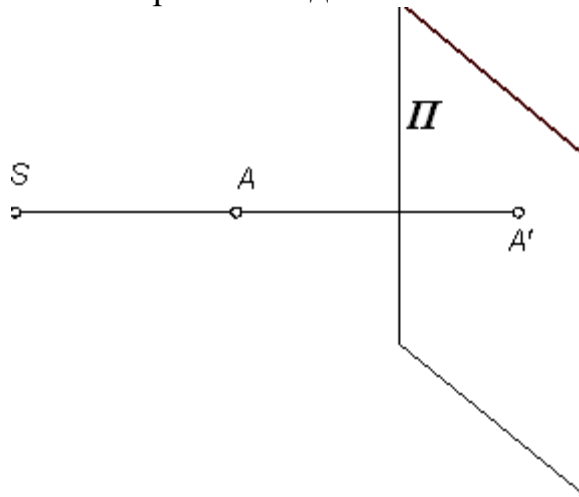


Рис. 3.2

Щоб з'ясувати можливі напрямки перетворення комплексних креслень, звернімось до основного методу нарисної геометрії – методу проекцій (рис. 3.2). Складовими елементами процесу проєкціювання є центр проєкцій S (власний чи невластний), площина проєкцій Π , об'єкт проєкціювання A та його проєкція A' . Для отримання бажаної проєкції A' об'єкта A (фігури) можна ввести нову площину проєкцій Π' і новий центр проєкцій. Для таких перетворень використовують способи заміни площин проєкцій.

Другий напрямок перетворень – це зміна положення центра проєкцій S . У цьому разі об'єкт A може бути спроекційований на площину Π' або на іншу площину, яка вибирається певним чином.

Третій напрямок перетворень полягає у зміні положення об'єкта A щодо незмінних площини Π' та центра S . До цього напрямку входять способи обертання навколо осей. За вісь обертання може бути взята проєкціувальна пряма, лінія рівня чи пряма загального положення.

До четвертого напрямку входять способи топологічних перетворень, за допомогою яких для отримання бажаної проєкції об'єкта A змінюється певним чином його форма.

За будь-яких перетворень кінцевий результат може задовольняти умову задачі на перетворених проєкціях або лише після повернення його на вихідні проєкції фігури зворотними перетвореннями.

Тут названі найбільш поширені способи перетворення. Певна річ, є й інші способи, які використовуються для розв'язування деяких специфічних задач.

2 Чотири основні задачі

Як бачимо із рис. 3.1, відстані та кути між геометричними елементами проєкціюються в натуральну величину, коли прямі та площини паралельні або перпендикулярні до площин проєкцій. А це означає, що задачі, у розв'язуванні

яких визначаються чи використовуються дійсні величини відстаней та кутів між геометричними елементами, ґрунтуються на чотирьох основних задачах:

- 1) перетворити комплексне креслення прямої загального положення так, щоб вона стала лінією рівня (рис. 3.3, а);
- 2) перетворити комплексне креслення прямої загального положення так, щоб вона стала проєкціювальною (рис. 3.3, б);
- 3) перетворити комплексне креслення площини загального положення так, щоб вона стала проєкціювальною (рис. 3.3, в);
- 4) перетворити комплексне креслення площини загального положення так, щоб вона стала площиною рівня (рис. 3.3, г).

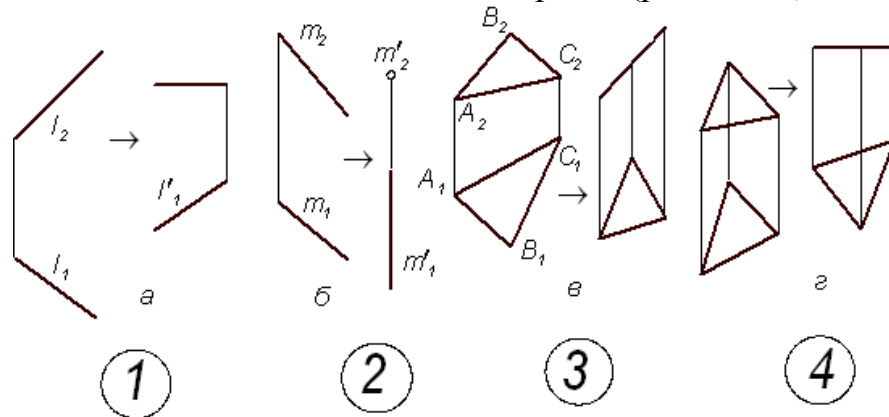


Рис. 3.3

3 Спосіб заміни площин проєкцій

Нехай ми маємо якийсь об'єкт, наприклад, точку A , яка спроекційована на дві площини проєкцій Π_1 та Π_2 (рис. 3.4). З якоїсь причини нас не влаштовують проєкції A_1 і A_2 . Необхідно перетворити креслення, замінивши одну з площин проєкцій, наприклад, Π_2 . Введемо нову площину Π_4 , перпендикулярну до площини Π_1 . При цьому утворилась нова система площин проєкцій Π_1/Π_4 з новою віссю проєкцій x_{14} . Спроекціюємо ортогонально точку A на нову площину проєкцій, маємо проєкцію A_4 . Звернімо увагу на те, що висота Z_A точки A однаково без спотворення проєкціюється і на площину Π_2 («стару») і на площину Π_4 («нову»). Ця обставина і використовується для побудови нової проєкції A_4 .

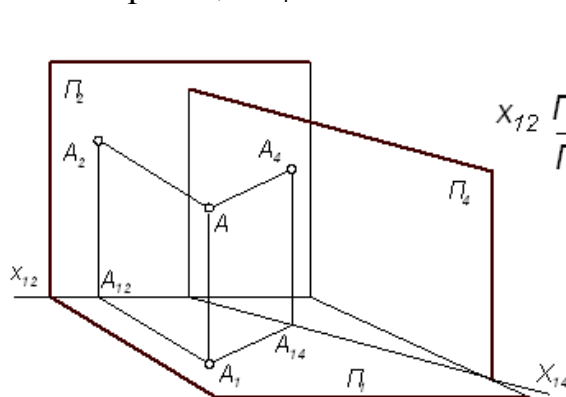


Рис. 3.4

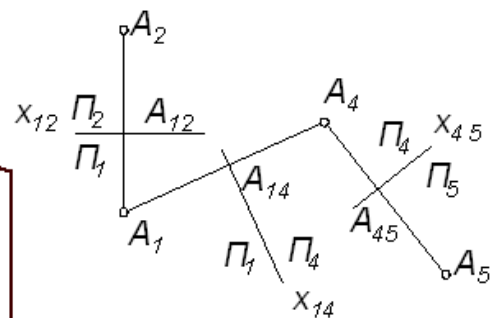


Рис. 3.5

Суть способу заміни площин проекцій полягає у заміні однієї площини проекцій іншою, перпендикулярною до тієї, що залишається. У такому разі від старої системи площин проекцій Π_1/Π_2 залишається одна площина проекцій і все, що з нею пов'язане, а саме проекція предмета на цю площину і відстані від точок предмета до цієї площини.

Покажемо суть способу на прикладі конкретної точки A (рис. 3.5). Введемо нову площину проекцій Π_4 , провівши якимось чином нову вісь проекцій x_{14} . Через проекцію A_1 точки A проведемо нову лінію зв'язку перпендикулярно до осі x_{14} і на ній відкладемо відрізок $A_{14}A_4$, який становить висоту точки A і дорівнює відрізку A_2A_{12} . Може виникнути потреба у подальшому перетворенні креслення заміною і площини Π_1 новою площиною - Π_5 , перпендикулярною до площини Π_4 . У такому разі проводимо нову вісь проекцій x_{45} і через проекцію A_4 проводимо нову лінію зв'язку перпендикулярно до неї. На цій лінії відкладаємо відрізок $A_{45}A_5$, який дорівнює відрізку A_1A_{14} , тобто відстані від точки A до площини Π_4 . Маємо “нову” проекцію A_5 точки A .

Далі покажемо застосування способу заміни площин проекцій для розв'язування чотирьох основних задач.

Задача 1. Перетворити креслення так, щоб пряма $AB(A_1B_1, A_2B_2)$ загального положення стала лінією рівня (рис. 3.6).

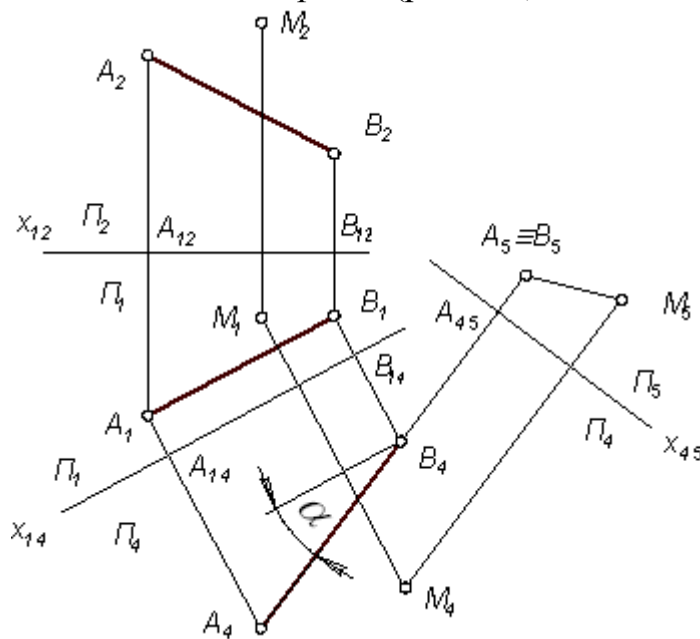


Рис. 3.6

Для цього необхідно одну з площин проекцій, наприклад, Π_2 , замінити новою площиною Π_4 , паралельною прямій AB . Проводимо нову вісь проекцій x_{14} паралельно проекції A_1B_1 прямої AB на довільній від неї відстані і за лініями зв'язку, перпендикулярними до осі x_{14} , знаходимо нові проекції A_4 і B_4 точок A і B : $A_{14}A_4 = A_2A_{12}$, $B_{14}B_4 = B_2B_{12}$. Сполучаємо точки A_4 і B_4 , маємо проекцію A_4B_4 відрізка AB . Довжина проекції A_4B_4 дорівнює довжині самого

відрізка АВ, тобто відрізок АВ спроекціювався на площину проєкцій Π_4 без спотворення. Крім того, кут нахилу проєкції A_4B_4 до осі x_{14} становить кут нахилу прямої АВ до площини проєкцій Π_1 . Щоб визначити кут нахилу прямої АВ до площини проєкцій Π_2 , необхідно замінити площину Π_1 новою площиною проєкцій, перпендикулярною до площини Π_2 і паралельною прямій АВ.

Задача 2. Перетворити креслення прямої загального положення так, щоб вона стала проєкціовальною прямою.

Нову площину проєкцій не можна поставити зразу перпендикулярно до прямої АВ, бо за умовою способу заміни ця площина має бути перпендикулярною до тієї площини проєкцій, що залишається. Тому, щоб пряму загального положення перетворити на проєкціовальну, необхідно послідовно замінити обидві площини проєкцій Π_1 і Π_2 , перетворивши спочатку пряму у лінію рівня, а потім – у проєкціовальну пряму. Таким чином, задача 1 входить до складу задачі 2 як її перша складова частина. На рис. 3.6 після заміни площини Π_2 замінено площину Π_1 на нову площину проєкцій Π_5 , перпендикулярну до площини Π_4 і прямої АВ. Нова вісь проєкцій x_{45} проведена перпендикулярно до проєкції A_4B_4 прямої АВ і за лінією зв'язку, перпендикулярною до осі x_{45} знайдена нова проєкція $A_5=B_5$ прямої АВ: $A_5A_{45} = A_1A_{14} = B_5B_{45} = B_1B_{14}$.

На основі другої задачі можна визначити відстань від точки до прямої, між двома прямими (паралельними чи мимобіжними), двогранный кут між площинами, якщо відома лінія їхнього перетину і т. ін.

Для прикладу на рис. 3.6 визначена відстань від точки $M(M_1, M_2)$ до прямої АВ. Після послідовної заміни площин проєкцій Π_2 і Π_1 на нові площини Π_4 і Π_5 та побудови проєкції $A_5=B_5$ прямої АВ аналогічно знаходимо нові проєкції M_4 та M_5 точки М. Відрізок M_5A_5 становить відстань від точки М до прямої АВ.

Задача 3. Перетворити креслення площини загального положення так, щоб вона стала проєкціовальною площиною.

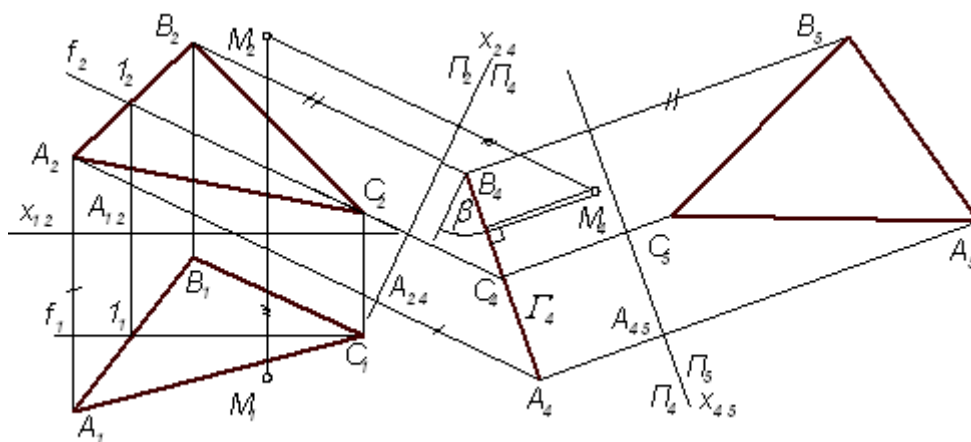


Рис. 3.7

Для цього необхідно нову площину проєкцій поставити перпендикулярно до лінії рівня заданої площини. На рис. 3.7 показано перетворення креслення

площини $\Gamma(\triangle ABC)$, де замінена площина Π_1 на нову площину $\Pi_4 \perp \Pi_2$. Площина $\Pi_4 \perp f \subset \Gamma: x_{24} \perp f_2$. На лініях зв'язку, перпендикулярних до осі x_{24} , від останньої відкладені координати y_A, y_B та y_C . Так, на лінії зв'язку $A_2A_4 \perp x_{24}$ від точки A_{24} відкладений відрізок A_1A_{12} , маємо точку A_4 . Точки B_4 і C_4 побудовані аналогічно. Оскільки площина Π_4 перпендикулярна до площини Γ , то остання зобразилась у пряму лінію. На основі третьої задачі можна визначити відстань від точки чи прямої до площини і між двома паралельними площинами, а також кути нахилу площини до площин проекцій. На рис. 3.7 показано визначений кут β між площиною $\Gamma(\triangle ABC)$ і площиною Π_2 . Крім того, визначена дійсна величина відстані від точки M до площини Γ . Слідом за побудовою проекції Γ_4 площини Γ побудована і проекція M_4 так, як це зроблено для проекції A_4 точки A . Перпендикуляр, проведений від точки M_4 до проекції Γ_4 площини Γ , визначає дійсну величину відстані від точки M до площини Γ .

Задача 4. *Перетворити креслення площини загального положення так, щоб вона стала площиною рівня.*

Для цього необхідно спочатку перетворити задану площину на проекціювальну (задача 3), а потім заміною другої площини проекцій можна привести задану площину у положення площини рівня.

На рис. 3.7 після того, як розв'язана задача 3 (площина $\Gamma(\triangle ABC)$ приведена у положення проекціювальної), замінено площину Π_2 на Π_5 , перпендикулярну до площини Π_4 . Площина Π_5 поставлена паралельно площині Γ , тому вісь $x_{45} \parallel \Gamma_4(A_4B_4C_4)$.

На лінії зв'язку A_4A_5 відкладений відрізок $A_{45}A_5 = A_2A_{24}$. Аналогічно побудовані проекції B_5 і C_5 точок B і C . Трикутник $A_5B_5C_5$ конгруентний заданому трикутнику ABC . Тому на основі четвертої основної задачі можна визначити неспотворену проекцію плоскої фігури, а також дійсну величину кута між двома прямими загального положення (мимобіжними чи такими, що перетинаються).

Розв'язування задачі 3 значно спрощується, якщо площина задана своїми слідами. На рис. 3.8 показано визначення відстані від точки $K(K_1, K_2)$ до площини $\Theta(h^\circ, f^\circ)$. Для цього площина проекцій Π_2 замінена на площину Π_4 , яка перпендикулярна до горизонтального сліду h° площини $\Theta: x_{14} \perp h^\circ_1$.

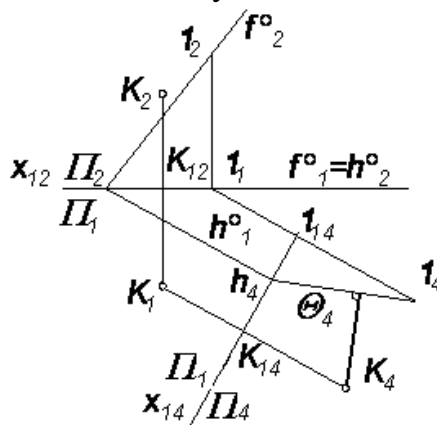


Рис. 3.8

На фронтальному сліді f° взята довільна точка $l(1_1, 1_2)$ і побудована її проекція l_4 на площині Π_4 : $l_1 l_4 \perp x_{14}$, $l_1 l_4 = l_2 l_{12}$. Площина Θ спроекціювалась у пряму Θ_4 , яка проходить через точки h_4 і l_4 . Проекція K_4 точки K побудована аналогічно точці l_4 : $K_1 K_4 \perp x_{14}$, $K_1 K_4 = K_2 K_{12}$. Перпендикуляр, проведений від точки K_4 до проекції Θ_4 площини Θ , визначає дійсну величину відстані від точки K до площини Θ .

Тема № 3. Метричні задачі.

Лабораторне заняття №2. Способи обертання

Навчальна мета заняття: Ознайомитися із способами розв'язанням метричних задач.

Час проведення 2 години.

Навчальні питання:

1. Способи обертання
2. Обертання навколо ліній рівня
3. Спосіб допоміжного проєкціювання

Література:

1. Климнюк В. Є. Інженерна і комп'ютерна графіка : навчальний посібник – Х. : Вид. ХНЕУ, 2013. – 92 с.
2. Панченко І. В., Восколович О. І., Слотвінська Л. І., Колтовсков Д. І. Інженерна та комп'ютерна графіка: Навч. посібник. – К.: ВІТІ, 2018. – 284 с.
3. Інженерна та комп'ютерна графіка: практикум для навчання в умовах інформаційно-освітнього середовища : навч. посіб. / [Д. В. Бабенко, Н. А. Доценко, О. А. Горбенко та ін.] ; за ред. професора Д. В. Бабенка. – Миколаїв : МНАУ, 2020. – 256 с.
URL: <https://dspace.mnau.edu.ua/jspui/bitstream/123456789/8072/1/Inzhenerna%20ta%20kompiuterna%20hrafika.pdf>

Хід проведення заняття:

1 Способи обертання

Зміна положення предмета щодо незмінних площин проєкцій може здійснюватись обертанням його навколо деяких осей, які називаються осями обертання. Кожна точка предмета при цьому переміщується по колу (колу обертання), площина якого перпендикулярна до осі обертання, його радіус дорівнює відстані від точки, що обертається, до осі обертання, тобто перпендикуляру, проведеному від точки до осі обертання, центр кола знаходиться в основі цього перпендикуляра.

Якщо вісь обертання перпендикулярна до якоїсь площини проєкцій, то маємо спосіб обертання навколо проєкціовальної осі. У цьому разі кола

За допомогою цього способу зручно визначати дійсну довжину відрізка прямої, наприклад, довжину бічних ребер піраміди для побудови розгортки її поверхні. На рис. 3.10 показано визначення дійсної довжини відрізка KL (K_1L_1 , K_2L_2). Через точку $K(K_1, K_2)$ проведена горизонтально проєкціювальна вісь $i(i_1, i_2)$ і

Способом обертання навколо проєкціювальних осей можна розв'язувати такі самі задачі як і способом заміни площин проєкцій. Зокрема, цим способом доцільно користуватись для визначення дійсних довжин ребер пірамід та твірних конусів для побудови їхніх розгорток і т. ін. Але трудомісткість та складність розв'язування багатьох задач цим способом значно вища, ніж іншими способами. Тому більш детально застосування цього способу тут не розглядаємо.

31

Спосіб плоско паралельного переміщення полягає у тому, що предмет пересувається так, що кожна його точка рухається у одній площині, паралельній якій-небудь площині проєкцій. Тоді на іншу площину проєкцій ці площини проєкціюються у прямі, що паралельні осі проєкцій. Траєкторія руху кожної точки може бути будь-якою лінією, розташованою у площині рівня, і тому на відповідній площині проєкцій не зображується. Спосіб плоско паралельного переміщення може застосовуватись для розв'язування тих самих задач, що і способом заміни площин проєкцій, але деякі задачі розв'язуються цим способом складніше, ніж заміною площин проєкцій. Перевагою цього способу є те, що побудови можна виконувати на вільному місці креслення.

Далі розглянемо приклади застосування способу для розв'язування чотирьох основних задач.

Задача 1. *Перетворити креслення прямої $AB(A_1B_1, A_2B_2)$ загального положення так, щоб вона стала прямою рівня (рис. 3.11).*

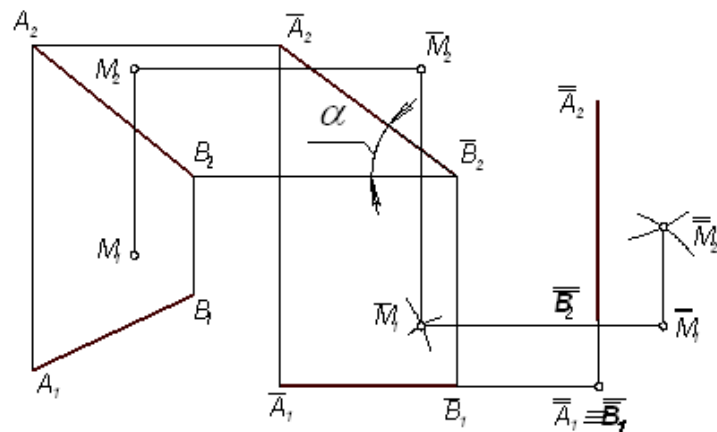


Рис. 3.11

Перемістимо пряму AB так, щоб вона стала , наприклад, фронтальною. У цьому разі кожна точка прямої AB пересуватиметься у своїй площині, паралельній горизонтальній площині проєкцій. Горизонтальна проєкція A_1B_1 відрізка прямої AB не змінюватиме своєї довжини, оскільки не змінюється кут нахилу прямої до горизонтальної площини проєкцій. Тому горизонтальну проєкцію прямої перенесемо на нове місце у положення $\bar{A}_1\bar{B}_1$ неподалік від вихідної проєкції A_1B_1 , розташувавши її перпендикулярно до лінії зв'язку A_1A_2 . Кожна із точок A і B пересуватиметься у своїй горизонтальній площині, яка зображується на фронтальній площині проєкцій горизонтальною прямою, що проходить відповідно через проєкцію A_2 чи B_2 точок A і B .

Вертикальні лінії зв'язку $\bar{A}_1\bar{A}_2$ і $\bar{B}_1\bar{B}_2$ у перетині з цими горизонтальними лініями визначають нові фронтальні проєкції \bar{A}_2 і \bar{B}_2 точок A і B . Сполучивши точки \bar{A}_2 і \bar{B}_2 відрізком прямої, маємо нову фронтальну проєкцію $\bar{A}_2\bar{B}_2$ відрізка AB . $\bar{A}_2\bar{B}_2$ - це неспотворена проєкція відрізка AB ($\bar{A}_2\bar{B}_2 = AB$). Кут α - це кут нахилу прямої AB до площини проєкцій Π_1 .

Раніше говорилося, що плоско паралельне переміщення - це обертання навколо проєкціювальних осей, які не вказуються на кресленні. Але їхнє положення легко можна встановити. Так, наприклад, на рис. 3.11 можна сполучити точки A_1 і \bar{A}_1 та B_1 і \bar{B}_1 відрізками $A_1\bar{A}_1$ і $B_1\bar{B}_1$ прямих. Провівши серединні перпендикуляри до відрізків $A_1\bar{A}_1$ і $B_1\bar{B}_1$, у їхньому перетині матимемо горизонтальну проєкцію осі i_1 , навколо якої відрізок $AB(A_1B_1, A_2B_2)$ повернуто у положення $\bar{A}\bar{B}(\bar{A}_1\bar{B}_1, \bar{A}_2\bar{B}_2)$. Але у побудові проєкцій $\bar{A}_1\bar{B}_1$ та $\bar{A}_2\bar{B}_2$ ця вісь не використовувалася, тому вона і не зображена на рис. 3.11. І у подальших прикладах ми не говоритимемо про ці осі.

Задача 2. Перетворити креслення прямої $AB(A_1B_1, A_2B_2)$ загального положення так, щоб вона стала проєкціювальною.

Оскільки при переміщенні предмета щодо якоїсь площини проєкцій кожна точка його пересувається у своїй площині, паралельній відповідній площині проєкцій, то перемістити пряму загального положення так, щоб вона відразу стала перпендикулярною до якоїсь площини проєкцій неможливо. Тому спочатку пряму слід перемістити щодо якоїсь площини проєкцій у положення відповідної лінії рівня, а потім переміщенням щодо іншої площини проєкцій пряму можна перевести у положення перпендикуляра до відповідної площини проєкцій.

Наприклад, пряму AB перетворюємо у фронтальну пряму переміщенням її щодо площини Π_1 , як це зроблено на рис. 3.11. Потім другим переміщенням щодо площини Π_2 пряму розташовуємо перпендикулярно до площини Π_1 , тобто пряму перетворюємо на вертикальну. Отже, продовжуючи побудови задачі 1 на рис. 3.11, проєкцію $\bar{A}_2\bar{B}_2$ прямої AB пересуваємо у положення $\bar{\bar{A}}_2\bar{\bar{B}}_2$. Слід зауважити, що $\bar{\bar{A}}_2\bar{\bar{B}}_2 = \bar{A}_2\bar{B}_2$, $\bar{\bar{A}}_2\bar{\bar{B}}_2 \parallel A_1A_2$. При такому переміщенні всі точки прямої $\bar{A}\bar{B}(\bar{A}_1\bar{B}_1, \bar{A}_2\bar{B}_2)$ пересуваються у одній фронтальній площині. Коли ж пряма стає перпендикулярною до площини Π_1 горизонтальні проєкції всіх її точок збігаються у одній точці $\bar{\bar{A}}_1 = \bar{\bar{B}}_1$.

На основі другої основної задачі можна визначати відстані від точки до прямої, між двома прямими (паралельними чи мимобіжними), двогранний кут між двома площинами, якщо відома їхня лінія перетину.

Так на рис. 3.11 показано визначення натуральної величини відстані від точки $M(M_1, M_2)$ до прямої AB . Слідом за перетвореннями прямої разом із нею пересуваємо і точку M спочатку у положення $\bar{M}(\bar{M}_1, \bar{M}_2)$, а потім у положення $\bar{\bar{M}}(\bar{\bar{M}}_1, \bar{\bar{M}}_2)$. Необхідно зазначити, що точка M пересувається у нове положення разом із прямою як єдине ціле, тобто без порушення їхнього взаємного розташування. Так, проєкція $\bar{\bar{M}}_1$ точки M знаходиться у перетині двох дуг кіл радіусами, які становлять відстані від точки M_1 до точок A_1 і B_1 ($\bar{A}_1\bar{M}_1 = A_1M_1$, $\bar{B}_1\bar{M}_1 = B_1M_1$). Проєкція $\bar{\bar{M}}_2$ точки M знаходиться у перетині

вертикальної лінії зв'язку $\overline{M_1} \overline{M_2}$ і горизонтальної прямої $M_2 \overline{M_2}$ - фронтальної проекції площини переміщення точки М.

При другому переміщенні точки М її проекція $\overline{\overline{M_2}}$ знайдена у перетині дуг двох кіл радіусами, що становлять відстані від точки $\overline{M_2}$ до точок $\overline{A_2}$ і $\overline{B_2}$ ($\overline{\overline{A_2} \overline{M_2}} = \overline{A_2 \overline{M_2}}$, $\overline{\overline{B_2} \overline{M_2}} = \overline{B_2 \overline{M_2}}$). Тут точка $\overline{\overline{M}}$ пересувається у фронтальній площині і нова її проекція $\overline{\overline{M_1}}$ знаходиться у перетині вертикальної лінії зв'язку $\overline{\overline{M_2} \overline{M_1}}$ з горизонтальною лінією $\overline{M_1} \overline{\overline{M_1}}$. Відрізок $\overline{\overline{M_1} \overline{A_1}}$ становить дійсну величину відстані від точки М до прямої АВ.

Задача 3. *Перетворити креслення так, щоб площина $\Gamma(\Delta ABC)$ стала проєкціовальною (рис. 3.12).*

Площина Γ при переміщенні стане перпендикулярною до площини проєкцій, якщо якась пряма, що розташована у площині Γ , стане перпендикулярною до цієї площини проєкцій. Зважаючи на те, що при переміщенні фігури кожна її точка рухається у своїй площині рівня, то такою прямою площини Γ може бути тільки лінія рівня.

Отже у $\Delta ABC(\Delta A_1 B_1 C_1, \Delta A_2 B_2 C_2)$ проводимо якусь лінію рівня, наприклад, горизонталь $h(h_1, h_2)$ через вершину В(B_1, B_2). Переміщуємо горизонтальну проєкцію $B_1 I_1$ горизонталі h у положення $\overline{B_1} \overline{I_1}$, розташували її на вільному місці неподалік від вихідної проєкції $\Delta A_1 B_1 C_1$.

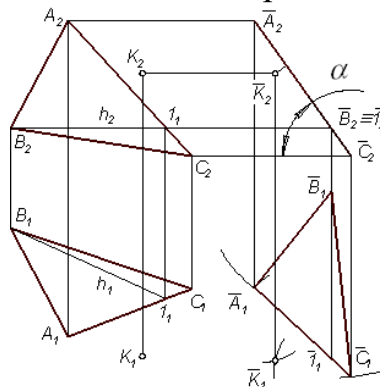


Рис. 3.12

На відрізку $\overline{B_1} \overline{I_1}$ будуємо трикутник $\overline{A_1} \overline{B_1} \overline{C_1}$, конгруентний $\Delta A_1 B_1 C_1$. Вершина $\overline{A_1}$ знаходиться як точка перетину дуг двох кіл, радіуси яких становлять відстані від точки A_1 до точок відповідно B_1 і I_1 . Аналогічно побудована і вершина $\overline{C_1}$. $\Delta \overline{A_1} \overline{B_1} \overline{C_1}$ - це нова горизонтальна проєкція переміщеного трикутника ABC. Фронтальну проєкцію $\Delta \overline{A_2} \overline{B_2} \overline{C_2}$ переміщеного трикутника ABC знаходимо за допомогою вертикальних ліній зв'язку та горизонтальних ліній, проведених через вершини A_2, B_2, C_2 . Наприклад, вершина $\overline{A_2}$ побудована як точка перетину: $\overline{A_2} = \overline{A_1} \overline{A_2} \cap A_2 \overline{A_2}$. Аналогічно побудовані вершини $\overline{B_2}$ і $\overline{C_2}$. Як бачимо, вершини $\overline{A_2}, \overline{B_2}, \overline{C_2}$ розташувались на одній прямій, бо площина $\Gamma(\Delta ABC)$ стала фронтально

проекціювальною. Кут між проекцією $\overline{A_2 B_2 C_2}$ і горизонтальною лінією $C_2 \overline{C_2}$ - це кут нахилу площини Γ до горизонтальної площини проєкцій.

На основі 3-ї основної задачі можна визначити кути нахилу площини загального положення до площин проєкцій, а також відстань від точки до площини, від прямої до площини та між двома паралельними площинами.

На рис. 3.12 показано визначення відстані від точки $K(K_1, K_2)$ до площини $\Gamma(\Delta ABC)$. Для цього разом з переміщенням трикутника ABC в положення $\overline{A B C}$ перемістили і точку K так, щоб не порушилось розташування точки K щодо трикутника ABC . Так, точка $\overline{K_1}$ знайдена як точка перетину дуг двох кіл: $\overline{K_1 A_1} = K_1 A_1$, $\overline{K_1 C_1} = K_1 C_1$. Фронтальна проєкція $\overline{K_2}$ точки K знайдена у перетині лінії зв'язку $\overline{K_1 K_2}$ та горизонтальної лінії $K_2 \overline{K_2}$. Перпендикуляр, проведений від точки $\overline{K_2}$ до проєкції $\overline{A_2 B_2 C_2}$ трикутника ABC , становить дійсну величину відстані від точки K до площини $\Gamma(\Delta ABC)$.

Задача 4. Перетворити креслення так, щоб площина $\Lambda(\Delta DEF)$ стала площиною рівня (рис. 3.13).

Площину загального положення неможливо перевести одним переміщенням у положення площини рівня. Це зумовлено особливостями способу плоско паралельного переміщення. Тому площину Λ спочатку слід перетворити на проєкціювальну, перемістивши її щодо однієї із площин проєкцій, як це зроблено у задачі 3, а потім другим переміщенням щодо другої площини проєкцій привести її у положення площини рівня.

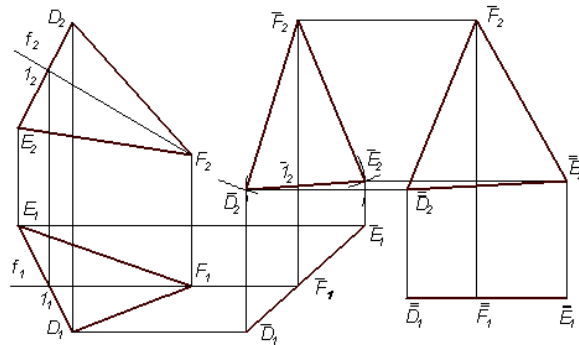


Рис. 3.13

Проведемо у площині Λ , наприклад, фронталь $f(f_1, f_2)$ і перемістимо

$\Delta DEF(\Delta D_1 E_1 F_1, \Delta D_2 E_2 F_2)$ паралельно площині проєкцій Π_2 так, щоб фронталь f стала вертикальною: $\overline{I_2 F_2} \parallel E_2 E_1$, $\overline{I_2 F_2} = I_2 F_2$. На відрізку $\overline{I_2 F_2}$ фронталі будуюмо $\Delta \overline{D_2} \overline{E_2} \overline{F_2}$, конгруентний $\Delta D_2 E_2 F_2$: $\overline{E_2} \overline{F_2} = E_2 F_2$, $\overline{I_2} \overline{E_2} = I_2 E_2$; $\overline{F_2} \overline{D_2} = D_2 F_2$, $\overline{D_2} \overline{E_2} = D_2 E_2$. За такого положення трикутника $\overline{D} \overline{E} \overline{F}$ на площину проєкцій Π_1 він спроекціюється у відрізок $\overline{D_1} \overline{E_1}$ прямої лінії. Точки $\overline{D_1}$, $\overline{E_1}$, $\overline{F_1}$ знаходимо як точки перетину відповідних вертикальних ліній зв'язку з горизонтальними прямими, по яких пересуваються горизонтальні

проекції вершин D, E, F. Як бачимо до складу задачі 4 входить як її перша складова частина задача 3.

Далі проекцію $\bar{D}_1 \bar{E}_1 \bar{F}_1$ трикутника переміщуємо паралельно площині проекцій Π_1 у положення $\bar{\bar{D}}_1 \bar{\bar{E}}_1 \bar{\bar{F}}_1$. Для цього на вільному місці проводимо відрізок прямої, перпендикулярної до лінії $\bar{E}_2 \bar{E}_1$ і наносимо на нього точки $\bar{\bar{D}}_1, \bar{\bar{E}}_1, \bar{\bar{F}}_1$ так, щоб $\bar{\bar{D}}_1 \bar{\bar{F}}_1 = \bar{D}_1 \bar{F}_1, \bar{\bar{E}}_1 \bar{\bar{F}}_1 = \bar{E}_1 \bar{F}_1$. Проекції $\bar{\bar{D}}_2, \bar{\bar{E}}_2, \bar{\bar{F}}_2$ вершин трикутника DEF знаходимо як точки перетину ліній зв'язку $\bar{D}_1 \bar{\bar{D}}_2, \bar{E}_1 \bar{\bar{E}}_2, \bar{F}_1 \bar{\bar{F}}_2$ з горизонтальними прямими, по котрих пересуваються фронтальні проекції трикутника DEF. Сполучивши точки $\bar{\bar{D}}_2, \bar{\bar{E}}_2, \bar{\bar{F}}_2$ відрізками прямих, маємо трикутник $\bar{\bar{D}}_2 \bar{\bar{E}}_2 \bar{\bar{F}}_2$, який є неспотвореною проекцією вихідного трикутника DEF. Таким чином, на основі задачі 4 можна знайти неспотворену проекцію будь-якої плоскої фігури, кути між прямими, що належать цій фігурі, центри вписаного в трикутник та описаного навколо нього кола і т. ін.

2. Обертання навколо ліній рівня

Якщо вісь обертання паралельна якійсь площині проекцій, то це – спосіб обертання навколо ліній рівня. У цьому разі кола обертання проекціюються у відрізки прямих ліній, перпендикулярних до проекції осі обертання на ту площину, якій ця вісь паралельна. Цей спосіб найчастіше вживається для приведення плоскої фігури у положення площини рівня обертанням її навколо горизонталі чи фронталі, що належать цій фігурі. За допомогою цього способу доцільно визначати неспотворені проекції плоских фігур та дійсні величини плоских кутів.

Для приведення плоскої фігури у положення площини рівня достатньо повернути лише одну яку-небудь точку її, оскільки всі точки, що належать осі обертання, залишаються нерухомими. Коли плоска фігура стає паралельною площині проекцій, радіус обертання будь-якої точки її теж стає паралельним тій самій площині проекцій і проекціюється на неї без спотворення – у натуральну величину. Саме на цьому факті ґрунтується побудова проекції повернутої точки.

На вихідному епюрі визначають способом прямокутного трикутника дійсну довжину радіуса обертання точки і відкладають його від центра обертання перпендикулярно до осі обертання. Детальніше суть способу розглянемо на конкретних прикладах.

Нехай задана точка A обертається навколо лінії рівня, наприклад, горизонталі h (рис. 3.14 зліва). Точка A рухається по колу, площина Σ якого перпендикулярна до горизонталі h і проекціюється на площину Π_1 у пряму, що перпендикулярна до проекції h_1 горизонталі h. Центр O кола знаходиться в основі перпендикуляра, якого проведено від точки A до осі h. AO – радіус кола – радіус обертання точки A. Його горизонтальна проекція – A_1O_1 .

Коли точка A , обертаючись навколо осі h , суміщується з горизонтальною площиною, що проходить через вісь h (положення \bar{A}), її радіус обертання OA стає паралельним площині Π_1 і проєкціюється на неї без спотворення у відрізок $O_1\bar{A}_1$. Точка A може бути повернута в протилежному напрямі до положення \bar{A}' . Тоді її горизонтальна проєкція буде у точці \bar{A}'_1 .

На рис. 3.14 справа показано обертання точки $A(A_1, A_2)$ навколо горизонталі $h(h_1, h_2)$ на комплексному кресленні. Радіус обертання $OA(O_1A_1, O_2A_2)$ точки A – це перпендикуляр, проведений із точки A на вісь h .

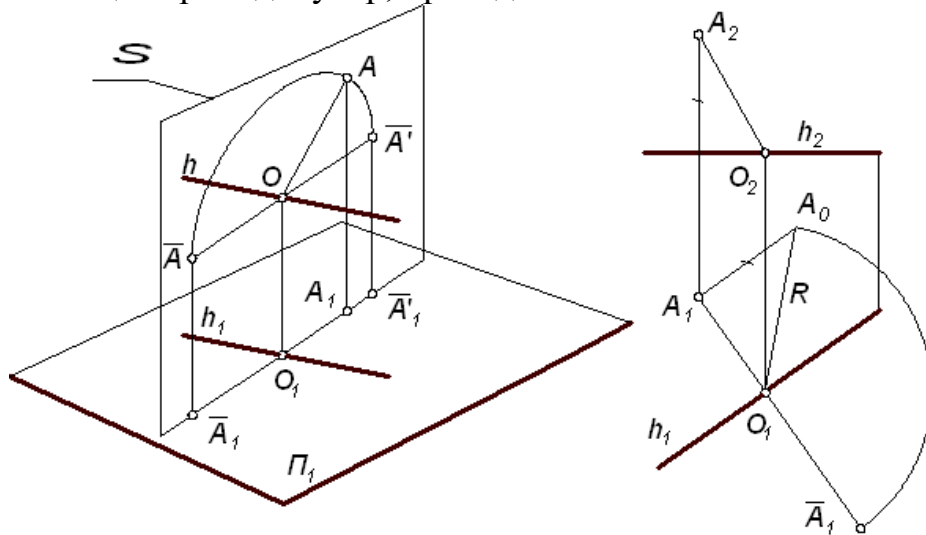


Рис. 3.14

Способом прямокутного трикутника визначаємо натуральну величину радіуса обертання R ($A_1A_0 \perp A_1O_1$, $A_1A_0 = Z_A - Z_h$) і відкладаємо його від точки O_1 перпендикулярно до h_1 . Отримуємо точку \bar{A}_1 – проєкцію повернутої точки A .

Обертання навколо ліній рівня доцільно використовувати для визначення неспотворених проєкцій (натуральних величин) плоских фігур, відстаней від точки до прямої та між паралельними прямими. За допомогою цього способу можна визначати відстані між мимобіжними прямими та від точки до площини. Але таке застосування способу у навчальній літературі не трапляється. Та найбільш ефективно цей спосіб застосовується для визначення натуральних величин кутів між двома прямими, між прямою і площиною та між двома площинами.

Застосування способу для розв'язування названих задач покажемо на конкретних прикладах.

Приклад 3.1. *Визначити неспотворену проєкцію трикутника ABC (рис. 3.15)*

У площині трикутника ABC через вершину $B(B_1, B_2)$ проводимо горизонталь $h(h_1, h_2)$. Трикутник обертаємо навколо горизонталі h до положення, коли він стане горизонтальним. Точки B і $1(1_1, 1_2)$ ($1 \in AC$) залишаються нерухомими. Отже, достатньо повернути лише точку $A(A_1, A_2)$. Способом прямокутного трикутника визначаємо дійсну довжину O_1A_0 радіуса обертання ($A_1A_0 \perp O_1A_1$, $A_1A_0 = Z_A - Z_h$) і відкладаємо його від точки O перпендикулярно до проєкції h_1 горизонталі h . Маємо горизонтальну проєкцію

\bar{A}_1 оберненої точки \bar{A} . Сполучаємо точку \bar{A}_1 з нерухомими точками B_1 та 1_1 . Вершина $C(C_1, C_2)$ під час обертання трикутника обертається по своєму колу, дуга якого зобразилась у відрізок $C_1\bar{C}_1 \perp h_1$. Сполучивши точку \bar{C}_1 з точкою B_1 , дістаємо неспотворену проекцію $\bar{A}_1B_1\bar{C}_1$ трикутника ABC .

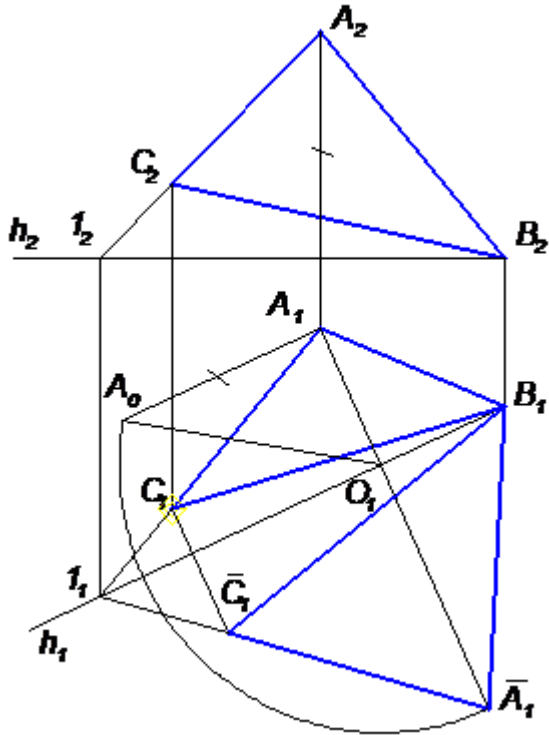


Рис. 3.15

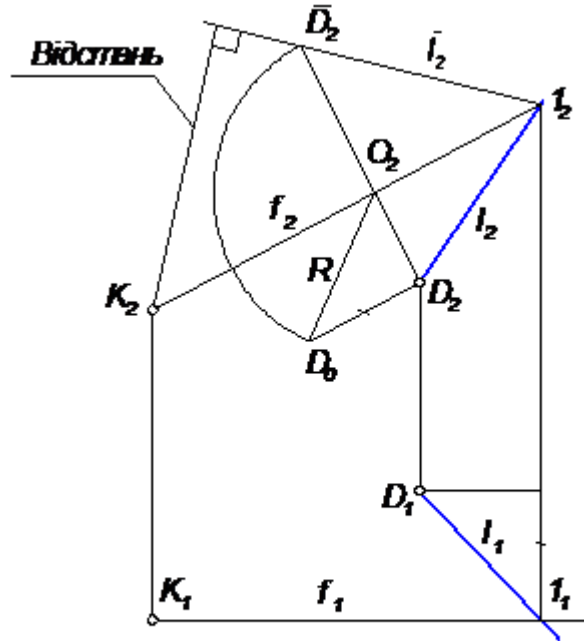


Рис. 3.16

Приклад 3.2. Визначити дійсну величину відстані від точки K до прямої l (рис. 3.16).

У площині $\Gamma(K; l)$ проводимо фронталь $f(f_1, f_2)$ через точку $K(K_1, K_2)$ і обертаємо навколо цієї фронталі пряму $l(l_1, l_2)$, точніше, будь-яку точку її, наприклад, точку $D(D_1, D_2)$. Для цього способом прямокутного трикутника визначаємо дійсну величину O_2D_0 радіуса $OD(O_2D_2)$ обертання точки D ($D_2D_0 \perp O_2D_2$, $D_2D_0 = Y_f - Y_D$) і відкладаємо його від точки O_2 перпендикулярно до f_2 , дістаємо фронтальну проекцію \bar{D}_2 повернутої точки \bar{D} . Сполучаємо точку \bar{D}_2 з проекцією 1_2 нерухомої точки 1 прямої l . Маємо фронтальну проекцію \bar{l}_2 повернутої прямої l . Перпендикуляр, проведений із точки K_2 на пряму \bar{l}_2 визначає дійсну величину відстані від точки K до прямої l .

Приклад 3.3. Визначити дійсну величину кута між прямими a і b (рис. 3.17).

У площині $\Delta(a; b)$ проводимо фронталь $f(f_1, f_2)$ і обертаємо навколо неї площину Δ до фронтального положення. Для цього достатньо повернути лише точку $A(A_1, A_2)$ перетину прямих a і b , оскільки точки $1(1_1, 1_2)$ і $2(2_1, 2_2)$, через які проходить вісь обертання f , нерухомі.

Проекція \bar{A}_2 побудована аналогічно тому, як побудована точка \bar{D}_2 на рис. 3.16 ($A_2A_0 \perp O_2A_2$, $\bar{A}_2O_2 = O_2A_0$). Точку \bar{A}_2 сполучаємо з точками 1_2 і 2_2 . Відрізки \bar{A}_21_2 і \bar{A}_22_2 - це фронтальні проекції відрізків повернутих прямих a і b . Кут $\alpha = \bar{a}_2 \wedge \bar{b}_2$ - це дійсна величина кута між прямими a і b .

Визначення натуральних величин кутів між мимобіжними прямими, між прямою і площиною, а також між двома площинами може бути зведено до визначення кута між двома прямими, що перетинаються.

Приклад 3.4. Визначити дійсну величину кута між мимобіжними прямими $t(t_1, t_2)$ і $n(n_1, n_2)$ (рис. 3.18).

Мірою кута між мимобіжними прямими є кут між прямими, що перетинаються і паралельні даним мимобіжним. Тому через будь-яку точку, наприклад, $K(K_1, K_2)$ прямої n проводимо пряму $c(c_1, c_2)$ паралельну прямій t і визначаємо дійсну величину кута між прямими n і c , як це зроблено на рис. 3.17.

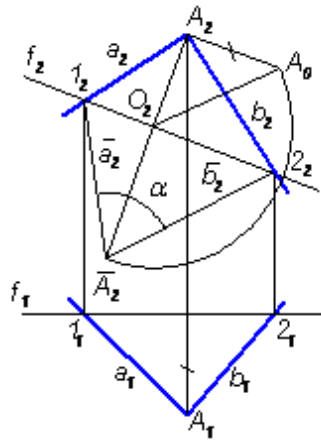


Рис. 3.17

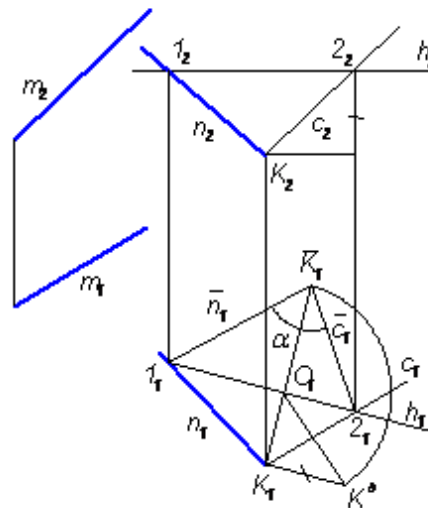


Рис. 3.18

Для цього у площині $\Theta(n; c)$ проводимо горизонталь $h(h_1, h_2)$ і обертаємо точку K навколо неї так, щоб площина Θ стала горизонтальною:

$K_1K^0 = Z_h - Z_k$, $K_1K^0 \perp O_1K_1$, $O_1\bar{K}_1 = O_1K^0$. Точку \bar{K}_1 сполучаємо з нерухомими точками $1(1_1)$ і $2(2_1)$. Кут $1_1\bar{K}_12_1$ становить дійсну величину кута між прямими t і n .

Приклад 3.5. Визначити дійсну величину кута між прямою $l(l_1, l_2)$ і площиною $\Gamma(a; b)$ (рис. 3.19).

Кут між прямою l і площиною Γ вимірюється кутом α між цією прямою і її ортогональною проекцією l_Γ на дану площину (рис. 9.6 зліва). Але кут між прямою і площиною у загальному випадку доцільно визначати за допомогою кута β між прямою l і перпендикуляром AA_Γ до даної площини, який у сумі із шуканим становить 90° .

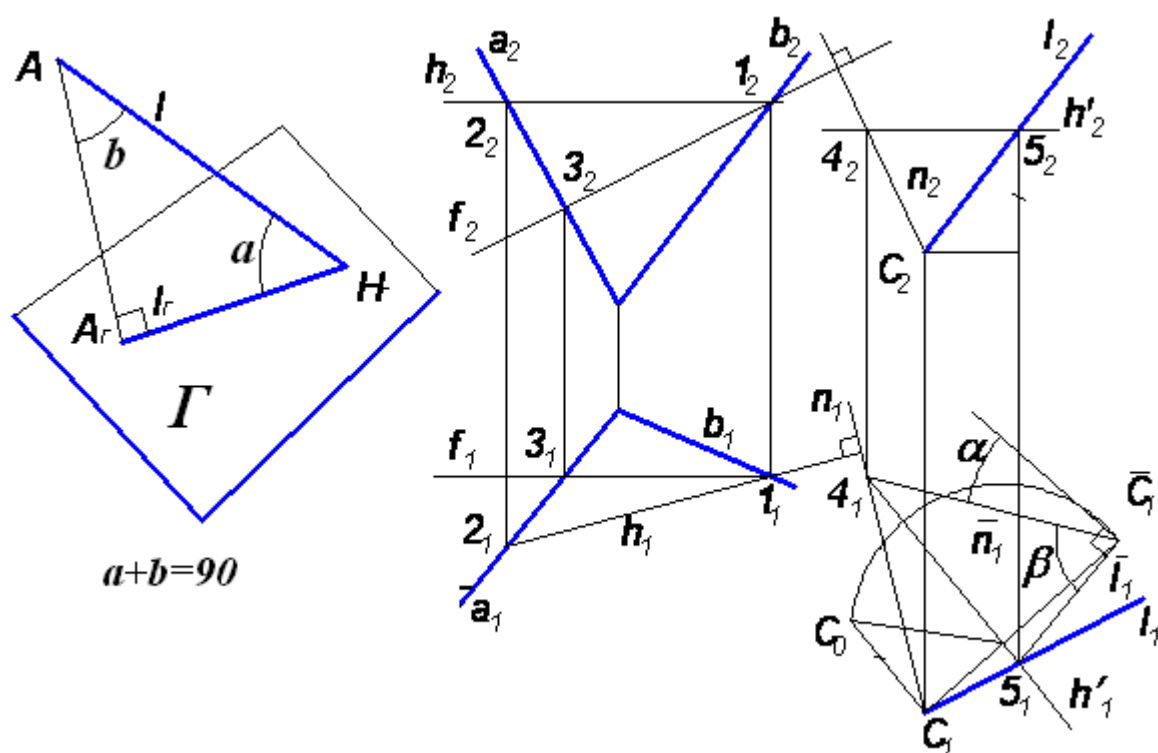


Рис. 3.19

Тому через будь-яку точку, наприклад, $C(C_1, C_2)$ прямої l проводимо перпендикуляр $n(n_1, n_2)$ до площини Γ ($n_1 \perp h_1, n_2 \perp f_2$) ($h \subset \Gamma, f \subset \Gamma$) і визначаємо дійсну величину кута між прямою l і перпендикуляром n обертанням його навколо горизонталі $h'(h'_1, h'_2)$ як це виконувалось у попередніх прикладах. Кут β між відрізками $4_1\bar{C}_1$ і $5_1\bar{C}_1$ становить дійсну величину кута між прямою l і перпендикуляром n . Доповнимо цей кут до 90° , тобто через точку \bar{C}_1 проведемо пряму, перпендикулярну до сторони $5_1\bar{C}_1$ кута β . Кут α між проведеною прямою і відрізком $4_1\bar{C}_1$ становить кут між прямою l і площиною Γ .

Приклад 3.3. Визначити дійсну величину кута між двома площинами $\Gamma(m \parallel n)$ і $\Delta(h; f)$ (рис. 3.20).

Двогранний кут між двома площинами вимірюється лінійним кутом між двома прямими лініями перетину заданих площин з третьою площиною, перпендикулярною до заданих. Але визначати величину кута між площинами за такою схемою досить складно. Значно простіше його можна визначити за допомогою кута між двома перпендикулярами, проведеними до даних площин із будь-якої точки простору.

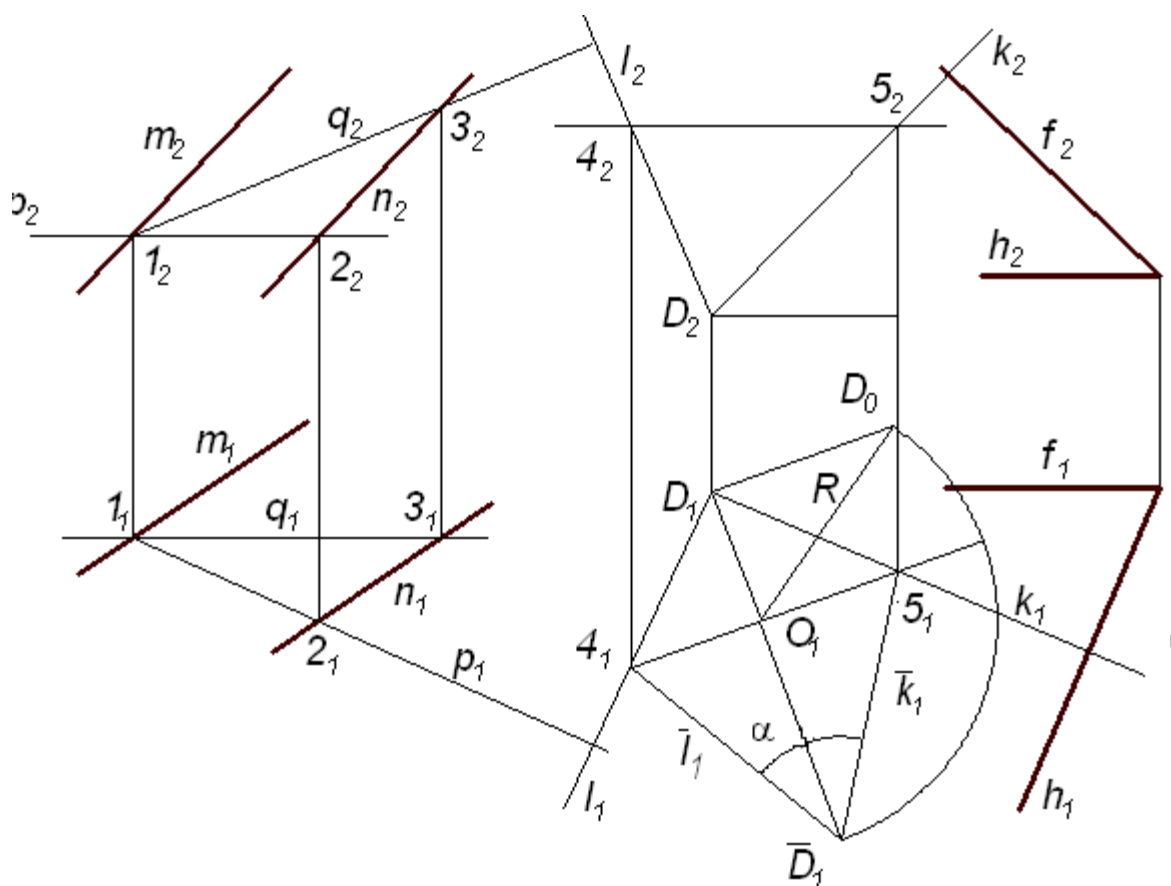


Рис. 3.20

Із довільної точки $D(D_1, D_2)$ простору проводимо два перпендикуляри до заданих площин: $l \perp \Gamma (m \parallel n)$ і $k \perp \Delta (h; f) (l_1 \perp p_1, l_2 \perp q_2; k_1 \perp h_1, k_2 \perp f_2)$. А

далі визначаємо дійсну величину кута між перпендикулярами k і l , обернувши їх навколо горизонталі $45(4_1 5_1, 4_2 5_2)$ до горизонтального положення. Точка \bar{D}_1 – це горизонтальна проекція повернутої точки D . Сполучаємо точку \bar{D}_1 з нерухомими точками $4_1, 5_1$. Кут α між відрізками $4_1 \bar{D}_1$ і $5_1 \bar{D}_1$ становить кут між площинами Γ і Δ . Якщо доповнити кут α до 180° , то отримаємо другий кут між площинами. У даному випадку він тупий. Тому слід прийняти за кут між площинами гострий кут α .

2.1 Спосіб обертання навколо слідів площини (суміщення)

Плоскі фігури можна обертати навколо слідів (як нульових ліній рівня) площини, котрій належать ці фігури, наприклад, для визначення дійсних величин кутів між прямими або для побудови неспотворених зображень плоских фігур. У цьому разі плоска фігура обертається навколо сліду площини, якій належить задана фігура, до суміщення її з якоюсь площиною проєкцій. Площина вважається суміщеною з площиною проєкцій, якщо побудовано суміщений з цією площиною слід заданої площини. В літературі таке обертання дістало назву суміщення. Розглянемо декілька прикладів.

На рис. 3.21 показано суміщення площини $\Gamma(f^0, h^0)$ з горизонтальною площиною проєкцій обертанням її навколо горизонтального сліду h^0 . На

фронтальному сліді взято точку $l(1_1, 1_2)$ і обертанням навколо сліду $h^0(h_1^0)$ побудовано її суміщене положення \bar{l}_1 . Для цього за допомогою прямокутного трикутника $O_1l_1l_1^0$ визначено дійсну довжину $O_1l_1^0$ радіуса обертання точки l і за допомогою циркуля відкладено його на перпендикулярі l_1O_1 до сліду h_1^0 . Маємо точку \bar{l}_1 . Цю точку можна побудувати інакше. Через точку l_1 провести перпендикуляр до сліду h_1^0 і на ньому зробити засічку радіусом $\Gamma_x l_2$ із центра Γ_x . Через точки Γ_x і \bar{l}_1 проведено суміщений з площиною Π_1 фронтальний слід \bar{f}_1^0 . На рис. 3.21 показаний кут α – це дійсна величина кута між слідами f^0 і h^0 площини Γ .

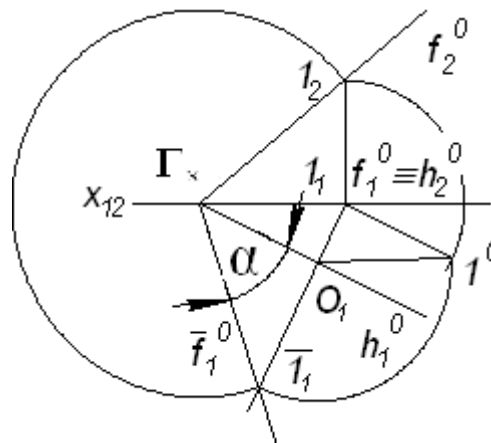
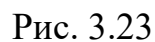


Рис. 3.21

На рис. 3.22 показано визначення дійсної величини кута між слідами площини $\Delta(f^0, h^0)$. Цей приклад відрізняється від попереднього лише тим, що кут між слідами площини Δ тупий. Обернемо площину Δ навколо фронтального сліду $f^0(f_2^0)$ до суміщення з фронтальною площиною проєкцій Π_2 . Для цього на сліді $h^0(h_1^0, h_2^0)$ візьмімо довільну точку $l(1_1, 1_2)$ і обернемо її навколо сліду $f^0(f_2^0)$ до суміщення з площиною Π_2 . Відрізок $\Gamma_x l_1$ – це неспотворена проєкція відрізка $\Gamma_x l$ ($\Gamma_x l_1 = \Gamma_x l$).

У суміщеному положенні цей відрізок не змінює своєї довжини ($\Gamma_x \bar{l}_2 = \Gamma_x l_1$). Проекція l_2 точки l переміщується перпендикулярно до $f^0(f_2^0)$. Тому із точки Γ_x як із центра проводимо дугу кола радіусом $\Gamma_x l_1$ до перетину з перпендикуляром $l_2 \bar{l}_2$ до сліду f^0 . Як видно із рис. 3.22 дуга може бути проведеною за годинниковою стрілкою чи проти неї. Отже суміщених положень сліду h^0 може бути два (на рис. 3.22 показано суцільною тонкою і штриховою). Кут між f_2^0 і \bar{h}_2^0 і є дійсною величиною кута між слідами площини Γ .



3.Спосіб допоміжного проєкціювання

У будь-якому разі центр допоміжного проєкціювання та площину проєкцій вибирають таким чином, щоб дістати таку проєкцію об'єкта, яка

містила б у собі відповідь поставленої задачі, або за допомогою цієї проекції можна було б легко знайти відповідь на вихідних проекціях заданого об'єкта.

Центральне допоміжне проєкціювання доцільно використовувати для розв'язування позиційних задач, в яких необхідно побудувати точки чи лінії перетину будь-якої лінії, площини або поверхні з пірамідою чи конусом. У такому разі центр проєкціювання беруть у вершині піраміди чи конуса, а за площину проєкцій може бути взята одна із вихідних площин проєкцій чи будь-яка інша площина, що паралельна, перпендикулярна або довільно розташована щодо будь-якої із вихідних площин проєкцій.

Застосування прямокутного допоміжного проєкціювання покажемо на прикладі.

Приклад 3.10. *Визначити натуральну величину кута між площинами $\Sigma(BCD)$ та $\Theta(BCE)$ (рис. 3.24).*

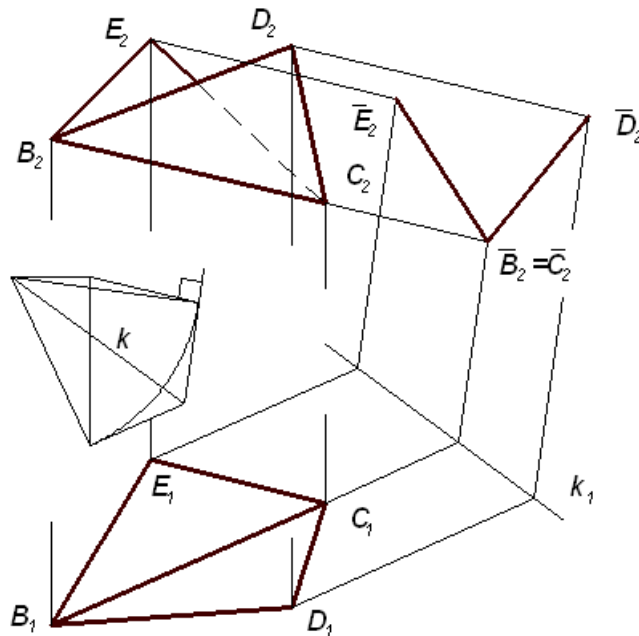


Рис. 3.30

Кут між двома площинами спроекціюється без спотворення, якщо його спроекціювати прямокутно на площину, перпендикулярну до лінії перетину заданих площин. На рис. 3.24 відрізок $BC(B_1C_1, B_2C_2)$ є спільною стороною двох трикутників, якими подано площини Σ та Θ . Отже він є лінією перетину цих площин. Тому спроекціюємо площини Σ і Θ паралельно відрізку BC на площину, перпендикулярну до відрізка BC . Діаграму допоміжного проєкціювання побудуємо задля компактності між фронтальною та горизонтальною проєкціями заданих площин. Напрямок допоміжного проєкціювання вибираємо паралельно відрізку BC . Справа від горизонтальної проєкції заданих площин проводимо пряму k_1 , паралельну бісектрисі k діаграми. Через проєкції B_1, C_1, D_1, E_1 проводимо горизонтальні проєкції проєкціювальних променів паралельно відрізку B_1C_1 до перетину з прямою k_1 . Через точки перетину цих променів з прямою k_1 паралельно носієві діаграми проводимо носії відповідних допоміжних проєкцій вершин трикутників до

перетину з фронтальними проекціями проекціювальних променів у точках $\bar{B}_2 = \bar{C}_2, \bar{D}_2, \bar{E}_2$. Кут $\bar{D}_2\bar{B}_2\bar{E}_2$ становить дійсну величину кута між площинами $\Sigma(BCD)$ та $\Theta(BCE)$.

Тема № 4. Комп'ютерна графікаі.

Лабораторне заняття №1. Створення ілюстративних зображень (на прикладі використання CorelDraw).

Навчальна мета заняття: Вивчити засоби редактора CorelDraw для побудови ілюстративної графіки.

Час проведення 4 години.

Навчальні питання:

Вступ

1. Робоче середовище та інтерфейс користувача
2. Виділення об'єктів
3. Складові елементи зображення
4. Побудова ліній в CorelDraw
5. Робота з текстом
6. Заливання об'єктів

Література:

1. Комп'ютерна графіка : конспект лекцій / Укладач: Скиба О.П. – Тернопіль: Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя, 2019. – 88 с.
2. Ткач М.Р. Практичні заняття з комп'ютерної графіки (система Corel-Draw): Навчальний посібник. – Львів, “Новий Світ – 2000”, 2020. – 212 с.

Хід проведення заняття:

Вступ.

CorelDraw – це потужний і універсальний пакет, що містить повний набір різноманітних програм й додатків і є одним із найпоширеніших редакторів векторної графіки. Зручність використання, гнучкість налаштування, велика кількість використовуваних ефектів залучають до Corel DRAW користувачів.

Пакет програм CorelDraw Graphics Suite дає можливість не лише створювати та редагувати векторні та растрові зображення (Corel Draw, Corel Photo-Paint), але й перетворювати растрову графіку на векторну (Corel Trace), зберігати зображення, отримані з екрану монітора (Corel Capture), імпортувати та експортувати файли в різних форматах та ін. У практиці інженера широко використовуються можливості Corel Draw, передовсім, як векторного графічного редактора, особливо при підготовці демонстраційних матеріалів. За

допомогою засобів Corel Draw виконується композиційне оформлення аркушів, створюються такі художні деталі, як логотипи, написи, орнаменти. Широко застосовується цей редактор також для виконання векторних зображень карт матеріалів для тривимірної графіки.

CorelDraw є інтегрованим об'єктно-орієнтованим пакетом програм для роботи з ілюстративною графікою.

Під словами "інтегрований пакет" слід розуміти, що CorelDraw є не одиночною програмою, орієнтованою на вирішення одного чітко поставленого завдання, а сукупність програм (пакет), орієнтованих на вирішення безлічі різних завдань, що виникають при роботі користувача в певній прикладній області, а саме в області ілюстративної графіки.

Інтегрованість пакету слід розуміти в тому сенсі, що складові в нього програми можуть легко обмінюватися даними або послідовно виконувати різні дії над одними і тими ж даними. Таким чином, досягається багатофункціональність пакету, можливості різних програм об'єднуються, інтегруються в єдине ціле, таке, що є чимось більшим, ніж сума своїх складових частин.

Ілюстративна графіка є прикладною гілкою машинної графіки, що порівняно недавно виділилася в достатньо автономний напрям, разом з графікою діловою, науковою і інженерною. До області ілюстративної графіки відносяться насамперед малюнки, колажі, рекламні оголошення, заставки, постери – все, що прийнято називати художньою продукцією. Об'єкти ілюстративної графіки відрізняються від об'єктів інших прикладних областей своєю первинністю – вони не можуть бути побудовані автоматично за деякими початковими даними, без участі художника або дизайнера. На відміну від них, такі графічні зображення, як діаграми (ділова графіка), креслення і схеми (інженерна графіка), графіки функцій (наукова графіка), є лише графічним способом представлення первинних початкових даних – як правило, таблиці (або аналітичні моделі, представлені в іншій формі). У цьому полягає їх вторинність.

Термін "об'єктно-орієнтований" слід розуміти в тому сенсі, що всі операції, що виконуються в процесі створення і зміни зображень, користувач проводить не із зображенням у цілому і не з його найдрібнішими, атомарними частинками (пікселями точкового зображення), а з об'єктами – семантично навантаженими елементами зображення. Починаючи із стандартних об'єктів (кругів, прямокутників, текстів і т. д.), користувач може будувати складені об'єкти і маніпулювати з ними як з єдиним цілим. Таким чином, зображення стає ієрархічною структурою, на самому верху якої знаходиться ілюстрація в цілому, а в самому низу - стандартні об'єкти.

Друга особливість об'єктної орієнтації пакету полягає в тому, що кожному стандартному класу об'єктів ставиться у відповідність унікальна сукупність параметрів (атрибутів класу). Якщо ми говоримо про прямокутник висотою 200 мм і шириною 300 мм, залитого синім кольором, обведеного жовтою лінією шириною 3 пункти, центр якого розташований на 150 мм по вертикалі і на 250

мм по горизонталі від лівого нижнього кута сторінки, а кут нахилу довшої сторони до горизонталі складає 32° , ми маємо справу з екземпляром класу - об'єктом, для якого зафіксовані значення параметрів.

Третя особливість об'єктної орієнтації пакету полягає в тому, що для кожного стандартного класу об'єктів визначений перелік стандартних операцій. Наприклад, описаний вище прямокутник можна розвернути, масштабувати, закруглювати його кути, перетворити його в об'єкт іншого класу – замкнуту криву.

Об'єктна орієнтація CorelDraw дає користувачеві майже необмежену гнучкість в роботі. Можна виділяти окремі об'єкти зображення і модифікувати їх на будь-якому етапі роботи, що неможливе ні при роботі з точковими зображеннями, ні при використанні традиційних інструментів художника – паперу, кисті, пера, фарб, олівців.

1. Робоче середовище та інтерфейс користувача

Інтерфейс користувача CorelDraw побудований дуже раціонально, з високим ступенем уніфікації і послідовним впровадженням в життя простої ідеї: якщо користувачу не потрібні ті чи інші засоби програми, він може не витрачати час і зусилля на їх вивчення. Інтерфейс постійно шліфується багаторічним використанням і тестуванням, удосконалюючись з виходом кожної нової версії. Це робить програму достатньо привабливою в якості першого програмного засобу для тих, хто приступає до вивчення машинної графіки в цілому та векторної графіки зокрема.

Зусилля, затрачені на вивчення цього програмного засобу будуть виправдані в подальшій практичній діяльності.

Інтерфейс CorelDraw в основному є традиційним для додатків Windows:

- у головному меню зібрані усі команди, що використовуються в CorelDraw;
- на стандартній панелі знаходяться кнопки для виконання основних операцій редагування. Ці кнопки дублюють команди головного меню, як, наприклад, у програмах Microsoft Office;
- контекстно-залежна панель властивостей, вигляд якої залежить від того, який об'єкт виділений і який інструмент активний;
- панель інструментів містить інструменти – засоби створення й редагування об'єктів за допомогою миші;
- у рядку стану відображається інформація про поточні операції й досить корисні підказки про те, що можна зробити;
- колірна палітра – набір кольорів для розфарбовування об'єктів.

Для виклику на екран додаткових елементів інтерфейсу потрібно клацнути правою кнопкою миші на одній з перерахованих областей вікна й вибрати потрібну команду.

У головному меню зібрані всі команди програми:

- **файл** – робота з документами: створення, відкриття, збереження, експорт, імпорт зображень, друк і т.д.;

- **редагувати** – редагування й пошук, а також робота зі спеціальними типами об'єктів;
- **показати** – керування режимами перегляду й відображенням допоміжних об'єктів;
- **розміщення** – настроювання параметрів, робота зі сторінками документа;
- **компонувати** – зміна взаємного розташування й комбінування об'єктів;
- **ефекти** – керування кольором і векторні ефекти, які можна застосовувати до об'єктів;
- **бітові зображення** – редагування растрових зображень;
- **текст** – робота з текстовими об'єктами;
- **інструменти** – настроювання програми та виклик вікон;
- **вікно** – керування вікнами документів та їхній виклик;
- **допомога** – система допомоги й корисних посилань.

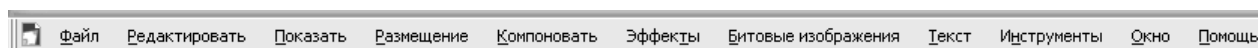


Рис. 1 Головне меню програми (російська версія)

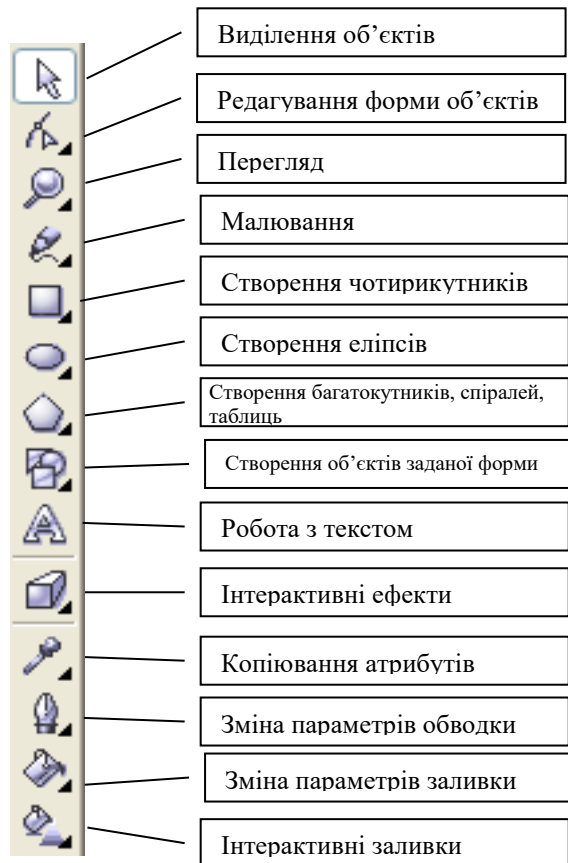


Рис. 2 Панель інструментів

У лівій частині робочого простору розташований специфічний для продуктів фірми Corel елемент інтерфейсу – так звана панель інструментів (Toolbox). Формально, будучи просто однією серед безлічі інструментальних панелей програми, фактично вона призначена для вибору робочого режиму і тому використовується частіше за інших. Із вибору інструментів починаються практично всі дії користувача з об'єктами зображення.

Деякі кнопки інструментів мають трикутник в нижньому правому куті. Це показчик, що насправді з кнопкою зв'язаний не один, а декілька інструментів.

Нижче стандартної панелі інструментів (Toolbar) за замовчуванням розташовується панель атрибутів (Property Bar). Вона є сукупністю елементів управління над відповідними параметрами виділеного об'єкту і стандартних операцій, які можна виконати над об'єктом за

допомогою вибраного інструменту. Вміст панелі атрибутів постійно змінюється.

Уздовж правої межі вікна розташована екранна палітра кольорів (Color Palette), що застосовується для задання кольору заливки (клацання лівою кнопкою миші на зразку) і кольору контуру об'єктів ілюстрації (клацання правою кнопкою миші на зразку). Особливе значення при роботі з колірними палітрами має редактор палітри, що викликається командою **Інструменти – Редактор палітри**.

У нижній частині вікна CorelDraw знаходиться рядок стану (Status Bar), на якому в процесі роботи виводяться відомості про виділений об'єкт і багато допоміжної інформації про режим роботи програми.

2. Виділення об'єктів

Основний інструмент виділення – **Покажчик** розташований у верхній частині панелі інструментів. Основна його функція – виділення й перетворення об'єктів (наприклад, перетворення вузлів векторних фігур і кадрування).

Рамкою виділення називається група з восьми маркерів (невеликих квадратів з чорною заливкою), що позначають на екрані габарити виділеного об'єкту або декількох об'єктів. Елементи рамки виділення використовуються при перетвореннях об'єктів.

Виділяти об'єкти можна двома способами: клацаючи по них або обводячи їх рамкою виділення.

У першому випадку для виділення декількох об'єктів потрібно утримувати натиснутої клавішу **Shift**. Якщо при натиснутій клавіші **Shift** клацнути на вже виділеному об'єкті, виділення цього об'єкта зніметься. Клацання при натиснутій клавіші **Ctrl** на об'єкті, що входить у групу, дозволяє виділити елемент групи, не розгрупувавши її.

У другому випадку можна одночасно виділити декілька об'єктів, розташованих в одній області вікна документа. Для цього натисніть ліву кнопку миші й, не відпускаючи її, перемістіть покажчик в іншу точку екрана. Усі об'єкти, які повністю потрапили в рамку, є виділеними.

Подвійне клацання на піктограмі **Покажчик** дозволяє виділити всі об'єкти, що перебувають у робочій області.

Виділення об'єктів можна виконати також за допомогою команди меню **Редагувати**.

Підменю **Вибрати все** використовується для одночасного виділення однотипних об'єктів і містить наступні команди:

- **Об'єкти** – виділяються усі об'єкти документа;
- **Текст** – виділяються усі текстові об'єкти документа;
- **Напрямні** – виділяються усі напрямні лінії документа;
- **Вузли** – виділяються усі вузли виділеного об'єкта.

3. Складові елементи зображення

3.1. Прямокутники

Виберіть інструмент із прямокутником на панелі інструментів **Прямокутник**. Помістіть курсор у кут майбутнього прямокутника, натисніть ліву кнопку миші, і, утримуючи її, перемістіть курсор у протилежний кут (прямокутника). Якщо при створенні прямокутника утримувати клавішу **Ctrl**, то прямокутник вийде рівностороннім (тобто квадрат), а якщо **Shift**, то прямокутник буде створюватися не з кута, як звичайно, а із центру. На аркуші з'явився прямокутник, оточений чорними квадратними маркерами. Це є ознакою того, що даний об'єкт виділений, тобто зміни, які ми зробимо, будуть застосовані до даного об'єкта.

Подвійне клацання на піктограмі **Прямокутник** дозволяє створити прямокутник за розміром аркуша в робочій області.

Щоб відрізнити прямокутник від інших об'єктів необхідно виділити об'єкт клацанням миші і подивитися на рядок стану. Якщо там з'явиться повідомлення (Прямокутник на шарі 1) – це прямокутник.

На панелі атрибутів представлені елементи управління, що містять параметри моделі об'єкту (в даному випадку – прямокутника), і кнопки, що дозволяють виконувати стандартні дії над об'єктами цього класу:

- координати центру – два поля, що містять точні значення координати середини прямокутника в поточній системі координат (зазвичай пов'язаної з лівим нижнім кутом сторінки).
- висота і ширина. У цих полях указуються не розміри об'єкту, а його габарити, тобто розміри рамки виділення для цього об'єкту. Відмінність полягає в тому, що сторони цієї рамки завжди паралельні осям координат. Тому, наприклад, для квадрата, поверненого на кут 45° , значення ширини і висоти дорівнюватимуть довжині його діагоналі.
- коефіцієнти масштабування – коефіцієнти лінійного розтягування або стискування об'єкту.
- блокування роздільного масштабування – пропорційне розтягування і стискування обох сторін одночасно.
- кут повороту – значення параметра операції повороту об'єкту
- коефіцієнти закруглення кутів характеризують відносні величини радіусів закруглення кожного з кутів прямокутника. Значення виражені у відсотках, за 100 % прийнята половина довжини коротшої сторони прямокутника.
- блокування роздільного закруглення кутів дозволяє при зміні будь-якого з чотирьох коефіцієнтів закруглення автоматично змінити решту коефіцієнтів на ту ж величину.

3.1.1. Закруглення кутів прямокутника

Якщо вибрати інструмент **Shape** (Форма), перемістити його покажчик на будь-який з розташованих у кутах прямокутника вузол, то у міру віддалення покажчика миші від кута прямокутника всі чотири кути починають закруглюватися.

Інший спосіб – навести покажчик інструменту Rectangle (Прямокутник) на один з вузлів, форма покажчика міняється, повідомляючи користувача про те, що тимчасово активізований інструмент Shape (Форма). При зсуві покажчика з вузла відновлюється активність інструменту Rectangle (Прямокутник).

Для закруглення тільки одного з кутів прямокутника необхідно навести покажчик інструменту Rectangle (Прямокутник) на вузол, розташований в правому верхньому куті прямокутника, і перед початком перетягання вузла клацнути мишею. Після клацання скидається виділення всіх вузлів, крім того, на якому було виконано клацання. Тепер перетягання вузла призводить до закруглення тільки виділеного кута прямокутника.

3.2.Еліпси, дуги і сектори

Клас об'єктів "Еліпс" включає об'єкти, які утворюються з еліпса засобами, аналогічними закругленню кутів прямокутника, а саме сектори і дуги еліпсів.

У геометрії розміри еліпса визначаються розмірами його півосей, у CorelDraw – розмірами габаритного прямокутника (що співпадає з рамкою виділення). При створенні еліпса ми задаємо діагональ уявного прямокутника, у який буде вписаний еліпс.

Якщо малювати еліпс, одночасно утримуючи клавішу **Ctrl**, то вийде коло, утримуючи **Shift** – фігура, що буде малюватися від центру.

Утворений еліпс можна перетворити в сегмент або дугу. Для цього можна скористатися кнопками на панелі властивостей, що зображують відповідні фігури, або мишею (навівши курсор миші на вузол вгорі еліпса, при цьому курсор міняє вигляд).

Більшість елементів панелі атрибутів аналогічні атрибутам прямокутників. Проте є специфічні атрибути:

- **Ellipse** (Еліпс). Натиснення цієї кнопки при попередньому виділенні сектора або дуги перетворить їх в замкнутий еліпс.
- **Sector** (Сектор) – перетворює еліпси і дуги в сектори.
- **Arc** (Дуга). Натиснення даної кнопки перетворить в дуги еліпси і сектори.
- **Початок і кінець дуги**. У цих двох лічильниках містяться значення радіусів направляючих кутів, що сполучають центр сектора або дуги відповідно з початковою і кінцевою точкою дуги. Початок відліку системи координат пов'язаний з центром еліпса, а початковий промінь (0°) сполучає центр і ту точку еліпса, яка знаходилася правіше від решти на момент його побудови.
- **Напрямок дуги**. Ця кнопка дозволяє вибирати, яка з двох дуг, що вийшли в результаті розбиття еліпса на дві частини, буде побудована - що йде за або проти годинникової стрілки від початкового радіусу до кінцевого.

При знаходженні вузла побудованого еліпса і переміщення на нього покажчика миші, покажчик інструменту **Ellipse** (Еліпс) повинен змінитися покажчиком інструменту **Shape** (Форма). Якщо натиснути кнопку миші і змістити вузол у напрямі до центру габаритного прямокутника, а потім, не виходячи за межі еліпса, – за годинниковою стрілкою, то після відпускання кнопки миші еліпс буде перетворений в сектор.

Якщо ж переміщати вузол еліпса не усередині нього, а зовні, то в результаті буде побудована дуга еліпса.

3.3. Багатокутники і зірки

До класу об'єктів **Polygon** (Багатокутник) в **CorelDraw** відносяться далеко не всі геометричні багатокутники – тільки правильні: опуклі і зірчасті (які в загальному називають просто зірками). У **CorelDraw** правильність багатокутника означає, що він складається з відрізків прямої, що сполучають суміжні пари рівномірно розміщених по довжині межі еліпса (причому "рівномірно" в сенсі рівності центральних кутів секторів, на які розбивають еліпс ці точки). Якщо використовувати замість еліпса правильне коло (як окремий випадок еліпса), то виходять багатокутники правильні і в строгому геометричному сенсі.

Більшість елементів управління панелі атрибутів для роботи з багатокутниками стандартні. Їх зовнішній вигляд і призначення такі ж, як і для еліпсів та прямокутників. Решта елементів управління – специфічні для об'єктів класу "Багатокутник":

- Кількість вузлів базового багатокутника. Значення цього лічильника визначає, скільки вузлів буде рівномірно розміщено по межі еліпса, на базі якого будується багатокутник, задаючи, таким чином, число сторін багатокутника, які попарно з'єднують ці крапки. Максимальне значення лічильника дорівнює 500. мінімальне - 3;
- **Star/Polygon** (Зірка/Багатокутник). Ця кнопка включає і виключає режим побудови зірчастого багатокутника. Режим побудови зірки можна включити тільки для багатокутника з кількістю сторін не менше 5;
- Загострення кутів багатокутника. Цей комбінований елемент управління доступний тільки при роботі із зірчастими багатокутниками (з числом сторін не менше 7). Чим більше значення цього параметра, тим гостріші промені зірки.

3.3.1. Побудова і модифікація багатокутників

Якщо вибрати інструмент **Polygon** (Багатокутник) і на панелі атрибутів встановити число вузлів базового багатокутника рівним 10, то тепер за умовчанням будуватимуться десятикутники.

Можна побудувати багатокутник, перетягнувши по діагоналі його габаритного прямокутника покажчик інструменту Polygon (Багатокутник).

Утримуючи натиснутою клавішу CTRL, можна перетягнути вузол по радіусу приблизно на половину відстані до центру. Разом із "захопленим" вузлом переміщатимуться і решта всіх додаткових вузлів, розміщених на середині сторін багатокутника. У результаті вийде фігура, схожа на металеву зброю – сюрикен (Рис. 3, в середині).

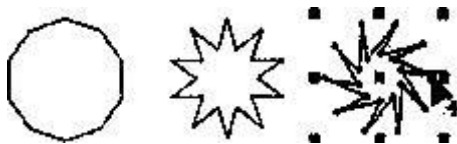


Рис. 3. Початковий багатокутник і його модифікації, отримані перетяганням вузлів інструментом Polygon (Багатокутник)

При наведенні покажчика інструменту на основний вузол, розташований в одній з вершин багатокутника, і перетяганні його, але вже не по радіусу, а за годинниковою стрілкою навколо центру, то в результаті промені загостряться ще більше і фігура втратить осьову симетрію, зберігши симетрію центральну.

Можна побудувати ще один багатокутник, вписаний у горизонтально витягнутий еліпс (Рис. 4, зліва).

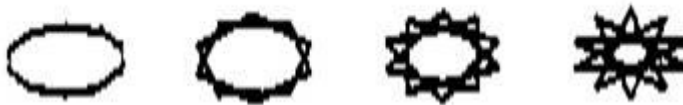


Рис. 4. Початковий багатокутник і результати його перетворення в зірку

Якщо виділити багатокутник, вибрати кнопку перемикання режимів багатокутника і зірки, то опуклий багатокутник перетвориться на зірку, а в полі загострення кутів багатокутника з'явиться значення 1.

Якщо повторити ту ж дію, але після перетворення в зірку перемістити повзунок поля загострення на одне ділення управо, то в результаті вузли базового багатокутника будуть сполучені через два і промені зірки стануть гостріші.

Якщо ж перемістити повзунок загострення в крайнє праве положення, то значення загострення буде рівне трьом, і збільшити його не вдасться, оскільки з'єднання вузлів базового багатокутника через чотири приведе до його розпаду на п'ять відрізків.

3.4. Спіралі

У CorelDraw представлено два види спіралей: симетричні і логарифмічні. Для перших характерне те, що відстань між двома суміжними витками спіралі, виміряна уздовж радіусу, проведеного з її центру, однакова для всієї спіралі. У логарифмічній спіралі ця відстань рівномірно збільшується пропорційно деякій константі - коефіцієнту розширення спіралі.

Коефіцієнт розширення спіралі вимірюється у відсотках. Значення цього коефіцієнта, рівне 33,3 %.

Спіралі не є примітивами CorelDraw і немає класу об'єктів "Спіраль". Але для автоматизації побудови спіралей в CorelDraw передбачений спеціальний механізм. Через це всі значення параметрів спіралі, мають бути задані за допомогою панелі атрибутів до побудови самої спіралі. Зміни значень, що містяться у відповідних елементах управління панелі атрибутів, не роблять на побудовану спіраль ніякого впливу. Спіралі будуються за допомогою інструменту Spiral (Спіраль), кнопка якого розташована на панелі інструментів Polygon (Багатокутник).

Редагування форми спіралі виконується прийомами редагування кривих інструментом Shape (Форма).

3.5. Сітки

Сітки, так само як і спіралі не утворюють окремого класу об'єктів CorelDraw, будуються за допомогою інструменту Graph Paper (Діаграмна сітка), фрагментами зображень є групи впорядкованих однакових прямокутників.

Кнопка цього інструменту розташована на панелі інструментів Polygon (Багатокутник). Зовнішній вигляд панелі атрибутів після вибору цього інструменту практично такий же, що і для інструменту Spiral (Спіраль), але тепер в панелі доступні інші елементи управління.

Сітка будується в наступній послідовності: на панелі інструментів вибирається інструмент Graph Paper (Діаграмна сітка), далі на панелі атрибутів задаються кількість рядків і стовпців майбутньої сітки, а потім покажчик інструменту перетягується по діагоналі прямокутної області, яку повинна зайняти сітка. Сітка завжди будується зі стовпцями рівної ширини і рядками однакової висоти.

4. Побудова ліній в CorelDraw

Для представлення різних класів ліній в CorelDraw передбачено декілька класів об'єктів. Об'єкти об'єднуються в один клас по ознаках загальної структури і поведінки, тобто реакції на дії з ними.

4.1. Модель кривої

У основі прийнятої в CorelDraw моделі ліній лежать два поняття: вузол і сегмент.

Вузлом називається точка на площині зображення, що фіксує положення одного з кінців сегменту. Сегментом називається частина лінії, що сполучає два суміжні вузли. Вузли і сегменти нерозривно зв'язані один з одним: у замкнутій лінії вузлів стільки ж, скільки сегментів, а в незамкнутій - на один більше.

Будь-яка лінія в CorelDraw складається з вузлів і сегментів, і всі операції з

лініями насправді є операціями саме з ними. Вузол повністю визначає характер попереднього йому сегменту, тому для незамкнутої лінії важливо знати, який з двох її крайніх вузлів є початковим, а для замкнутої - напрям лінії (за годинниковою стрілкою або проти неї). За характером попередніх сегментів виділяють три типи вузлів: початковий вузол незамкнутої кривої, прямолінійний (Line) і криволінійний (Curve).

Для вузлів, суміжних хоч би з одним криволінійним сегментом, є ще одна класифікація типів: вони підрозділяються на точки зламу (Cusp) і згладжені вузли (Smooth). Окремим випадком згладженого вузла є вузол симетричний (Symmetrical) – вузол, розташований між двома криволінійними сегментами.

Всі компоненти вузла відображаються на екрані, тільки якщо цей вузол заздалегідь виділений за допомогою інструменту Shape (Форма).

З боку примикання до виділеного вузла криволінійного сегменту відображається так звана точка напрямної. Чим далі точка напрямної від вузла, тим повільніше криволінійний сегмент відхиляється від своєї дотичної. При виділенні вузла, що розділяє два криволінійні сегменти, на екрані відображаються чотири направляючі точки – з обох кінців кожного сегменту.

Тип вузла визначається взаємним розташуванням його направляючих точок.

4.2. Точки зламу

Вузол називається точкою зламу у тому випадку, коли дотичні, проведені у вузлі до двох прилеглих до нього сегментів, не лежать на одній прямій, утворюючи кут, відмінний від розгорнутого. Приклади точок зламу приведені на Рис. 5.



Рис. 5. Точки зламу: на стику прямолінійних сегментів, прямолінійного і криволінійного сегментів, двох криволінійних сегментів

4.3. Згладжені вузли

Вузол називається згладженим, якщо дотичні, проведені до двох прилеглих до нього сегментів, лежать на одній прямій. Приклади згладжених вузлів приведені на Рис. 6.



Рис. 6. Згладжені вузли: на стику прямолінійного і криволінійного сегментів і на стику прямолінійного та криволінійного сегментів

Вузол, що лежить на стику двох прямолінійних сегментів, не може бути згладженим, навіть якщо обидва сегменти лежать на одній прямій.

4.4. Симетричні вузли

Симетричним називається згладжений вузол, направляючі точки якого рівновіддалені від нього. На відміну від точок зламу і згладжених вузлів, симетричні вузли використовуються достатньо рідко. Приклад симетричного вузла наведений на Рис. 7.



Рис. 7. Приклад симетричного вузла

4.5. Лінії замкнуті, розімкнені і сполучені

Існує ще одна класифікація ліній в залежності від кількості і стану крайніх вузлів лінії.

Крайнім вузлом називається вузол лінії, суміжний тільки з одним її сегментом. Вузол лінії, що не має попереднього сегменту, називається початковим.

Лінія, що має початковий вузол, називається незамкнутою (Open curve). Лінія, в якій крайні вузли відсутні, називається замкнутою (Closed curve).

Сполучені лінії складаються з декількох гілок (subpath), кожна з яких є замкнутою або незамкнутою лінією. Сполучені об'єкти виникають, зокрема, при виконанні операції з'єднання об'єктів командою Combine (З'єднати) і при перетворенні в криві інших об'єктів (наприклад, текстів). Відомості про наявність у виділеному об'єкті декількох гілок виводяться в рядку стану при виділенні лінії інструментом Shape (Форма). На Рис. 8 представлені приклади замкнутих, розімкнених і сполучених ліній.

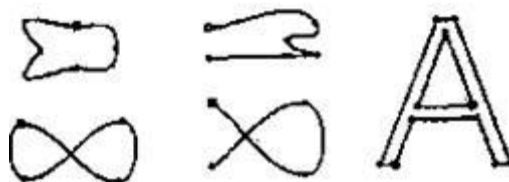


Рис. 8. Приклади замкнутих (зліва), розімкнених (в середині) і сполучених (справа) ліній

Практично будь-який графічний об'єкт CorelDraw може бути перетворений у криву. І навпаки, багато складних об'єктів будуються на базі однієї або декількох ліній. Тому розуміння моделі лінії і прийомів роботи з лініями відіграють дуже важливу роль в побудові зображення.

Інструменти, що дозволяють будувати лінії різних типів, зведені в CorelDraw в одну панель інструменту Curve (Крива), Рис. 9.

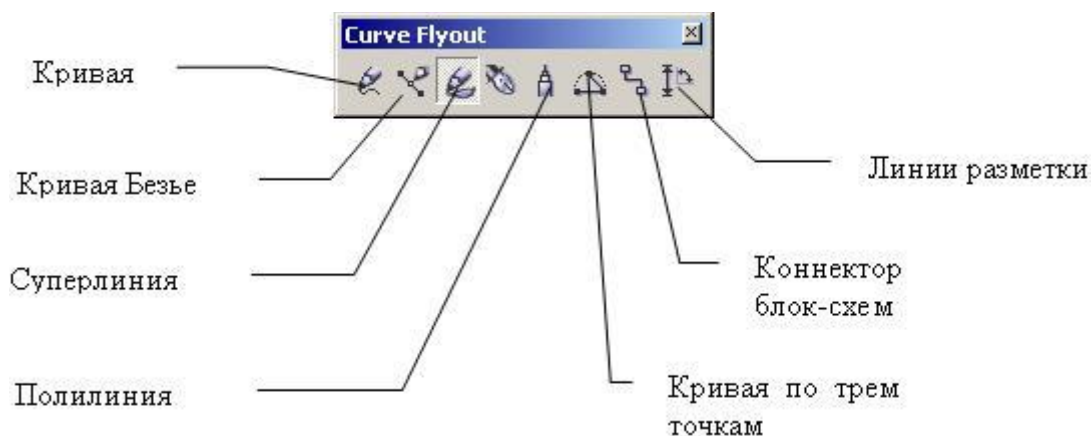


Рис. 9. Кнопки панелі інструменту Curve, що розкривається (Крива)

4.6. Лінії та інструменти

Інструмент Freehand (Вільна рука) перетворить траєкторію переміщення миші в криву. При цьому вузли і сегменти лінії формуються автоматично відповідно до параметрів налаштування інструменту Freehand (Крива), міняти які без особливої потреби не слід.

Іноді при побудові ліній користуються іншим інструментом – Bezier (Крива Без'є).

4.7. Лінії і інструмент Bezier

Працюючи з інструментом Bezier (Крива Без'є), немає необхідності намагатися відтворити мишкою криву лінію, яка будується. Прийоми роботи з цим інструментом складніші та вимагають деякого тренування, але результати набагато кращі, ніж під час роботи з інструментом Freehand.

Побудова кривої інструментом Bezier складається із послідовності циклів роботи з кожним із вузлів кривої. Цикл починається з позиціонування покажчика інструменту в точку розташування майбутнього вузла. Потім натискається кнопка миші, і, утримуючи її, уточнюється положення направляючих точок, перетягуючи одну з них (спочатку з вузла, а потім – навколо нього) мишею. За замовчуванням створюються симетричні вузли, але якщо у момент відпуску кнопки миші скористатися клавішею-модифікатором вузла, буде створений згладжений вузол або точка зламу. Для виходу з циклу слід натиснути пропуск.

Для створення точки зламу слід утримувати натиснутою клавішу C (початковий символ англійського терміну для позначення цього типу вузлів - Cusp). Для створення згладженого вузла використовується клавіша-модифікатор S (Smooth).

4.8. Лінії змінної ширини та інструмент Artistic Media

Інструмент Natural Pen (Перо), введений у 8 версії, отримав нову назву – Artistic Media (Суперлінія). Це обумовлено значним розширенням і подальшою систематизацією можливостей даного інструменту. За його допомогою будуються складені об'єкти класу Artistic Media Group (Суперлінії). Кожен з цих об'єктів складається з двох частин - лінії, що грає роль об'єкту, який управляє і визначає основні параметри форми складеного об'єкту в цілому, і підлеглого об'єкту, який визначає деталі цієї форми. У ролі підлеглого об'єкту може виступати замкнута крива або навіть довільний об'єкт CorelDraw. Інструмент Artistic Media (Суперлінія) може працювати в декількох режимах, що відрізняються один від одного способами побудови, але не кінцевою структурою складеного об'єкту, - суперлінії. Вибір режимів роботи інструменту Artistic Media (Суперлінія) виконується за допомогою панелі атрибутів, Рис.10.

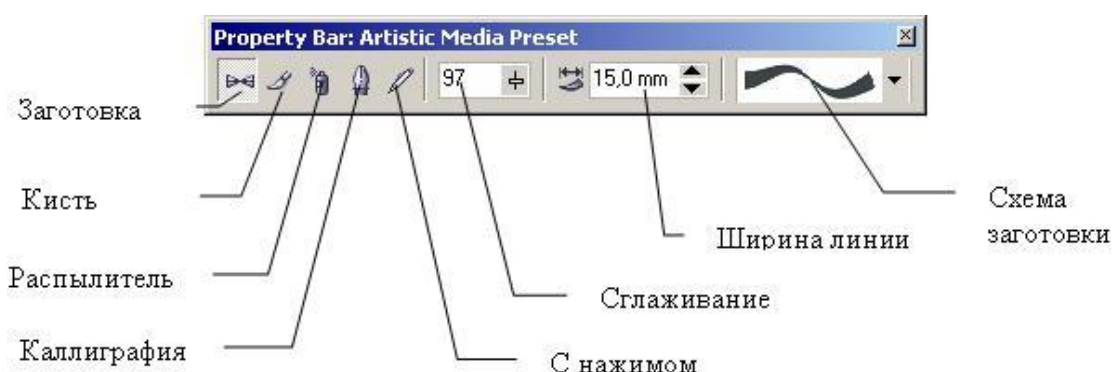


Рис. 10. Панель атрибутів для інструменту Artistic Media (Суперлінія)

На панелі атрибутів розташовуються наступні елементи управління:

- Кнопки Preset (Заготовка), Brush (Кисть), Sprayer (Розпилювач), Calligraphic (Каліграфія) і Pressure (З натиском). За допомогою цих кнопок виконується перемикання режимів роботи інструменту.
- Поле і повзунок Freehand Smoothing (Згладжування). Дозволяють регулювати частоту створення вузлів і, отже, ступінь гладкості лінії сполученого об'єкту при її побудові від руки.
- Лічильник Artistic Media Tool Width (Ширіна лінії). Містить значення, що визначає максимальну ширину підлеглого об'єкту під час побудови суперлінії.

- Список Preset, що розкривається (Схема заготовки). Дозволяє вибрати схему підлеглого об'єкту під час роботи в режимі заготовки.

Розглянемо режими роботи з інструментом Artistic Media (Суперлінія) і їх особливості.

4.8.1. Режим каліграфії

Дії користувача в цьому режимі не відрізняються від його роботи з інструментом Freehand. Перетягування покажчика інструменту по певній траєкторії фіксується як лінія складеного об'єкту, при цьому враховується значення параметра згладжування. Проте після закінчення перетягування автоматично будується ще один об'єкт – замкнута крива. Її форма визначається формою управляючої лінії, і характеристиками каліграфічного пера – шириною і нахилом.

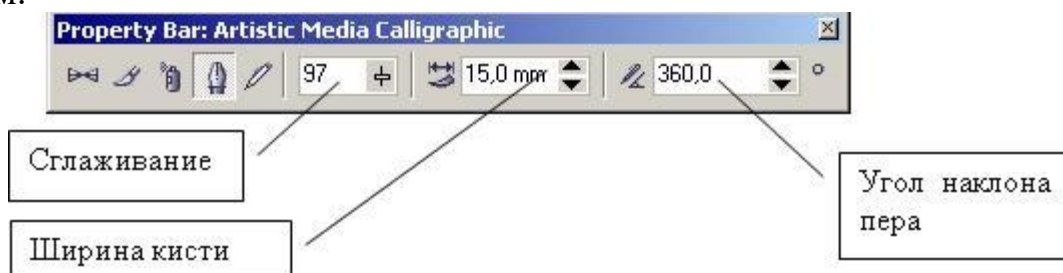


Рис.11.

Підлеглий об'єкт є замкнутою кривою, складеною з початкового і кінцевого положень пера і траєкторій, по яких переміщалися його краї.



Рис. 12. Режим каліграфії

На малюнку три рази представлений один складений об'єкт, побудований в режимі каліграфії. Зліва він виділений за допомогою інструменту Shape (Форма, посередині – за допомогою інструменту Pick (Вибір). Справа показаний вид об'єкту після заміни значення нахилу каліграфічного пера з 0 на 60°.

4.8.2. Режим заготовки

На відміну від режиму каліграфії, режим заготовки дозволяє будувати криву двома способами: в процесі побудови складеного об'єкту суперлінії або заздалегідь, як звичайну лінію, з подальшим перетворенням в об'єкт.

У першому варіанті користувач діє так само, як в режимі каліграфії, тільки замість нахилу каліграфічного пера вибирається заздалегідь підготовлена схема підлеглого об'єкту (див. Рис. 13).



Рис. 13. Лінії, побудовані інструментом Artistic Media (Суперлінія) в режимі заготовки: зліва – виділена крива, що управляє; у центрі і справа – побудовані на базі цієї кривої по двох різних заготовках підлеглі об'єкти

У другому варіанті користувач спочатку будує лінію інструментами Freehand або Bezier, потім вибирається інструмент Artistic Media (Суперлінія), включається режим заготовки і вибирається одна із заготовок. Якщо як об'єкт, використовується сполучена лінія, то заготовка суперлінії застосовується до кожної з її гілок окремо. Якщо перед вибором заготовки був виділений об'єкт, що вже є суперлінією, то його підлеглий об'єкт віддаляється, а по збереженій лінії будується новий об'єкт відповідно до нової заготовки.

4.8.3. Режим кисті

У цьому режимі підлеглий об'єкт не будується по лінії, а тільки деформується відповідно до її форми і заданої ширини суперлінії. Початковим матеріалом для деформації служать зображення, збережені в спеціальному форматі .cmx у папці, в яку була встановлена програма CorelDraw. Суть деформації полягає в тому, що зображення-мазок розтягується або стискається так, щоб його ширина дорівнювала довжині лінії сполученого об'єкту, а висота – заданій ширині суперлінії, а потім скривлюється відповідно до форми лінії. Прийоми побудови суперлінії в режимі кисті – такі самі, як в режимі заготовки.

Для того, щоб зберегти зображення як мазок, його слід виділити за допомогою інструменту Pick (Вибір), потім вибрати інструмент Artistic Media (Суперлінія), включити режим кисті і клацнути кнопку збереження як мазок на панелі атрибутів. Після задання імені файлу, в якому буде збережений мазок, новим мазком можна користуватися для створення суперліній.

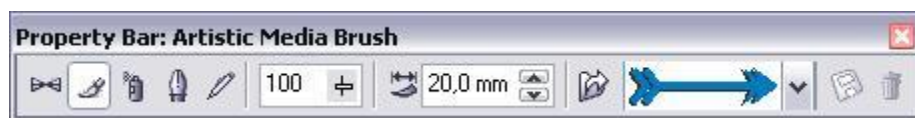


Рис. 16. Елементи панелі атрибутів інструменту Artistic Media (Суперлінія), специфічні для режиму кисті

4.8.4. Режим розпилювача

Цей режим роботи інструменту Artistic Media (Суперлінія) формує не один підлеглий об'єкт, а цілу групу, розміщуючи копії заздалегідь визначеного зображення (шаблон розпилювача) уздовж лінії, що управляє. Приклад з'єднання об'єкту, складеного з кіл з градієнтною заливкою приведений на Рис. 15.



Рис. 15. Суперлінія побудована в режимі розпилювача

Втім, такий складений об'єкт можна віднести до ліній тільки з дуже великою натяжкою. Функціональні можливості режиму розпилювача вельми широкі, але в основному вони дублюють можливості засобів для побудови покрокових переходів (перетікань).

4.9 Виділення вузлів

Вузли виділяють тими ж прийомами, що й об'єкти, тільки активним інструментом при цьому має бути не Pick (Вибір), а Shape (Форма). Для того, щоб додати вузол до виділених (або вивести вузол з виділення), це клацання слід виконати при натиснутій клавіші SHIFT.

Для того, щоб перемістити виділення на початковий вузол кривої, натисніть клавішу HOME, на кінцевий вузол – клавішу END. Натиснення клавіші TAB переміщає виділення до наступного вузла кривої, SHIFT+TAB – до попереднього вузла.

Для виділення всіх вузлів кривій досить виділити будь-який з її вузлів, а потім натиснути клавіші CTRL+SHIFT+HOME.

4.10. Перетягання направляючих точок вузла

Поведінка сегментів, що входять і виходять з вузла лінії, визначається розташуванням направляючих точок. Щоб змінити форму сегменту, не переміщаючи вузли, досить перетягнути відповідні йому направляючі вузли покажчиком інструменту Shape (Форма).

4.11. Переміщення вузлів

Виділений вузол або сукупність виділених вузлів можна переміщати всіма прийомами переміщення об'єктів. Найчастіше користуються перетяганням

виділених вузлів мишею (при цьому всі вони зміщуються однаково) або зсувом і суперзрушенням за допомогою клавіш управління курсором.

4.12. Редагування вузлів

Окрім команд меню, редагування вузлів можливе за допомогою кнопок панелі атрибутів, що відповідає виділеному вузлу або декільком виділеним вузлам і представлена на Рис. 16.

4.12.1. Додавання і видалення вузлів

Часто для надання кривій бажаної форми потрібно розмістити на ній нові вузли. Простий спосіб – виконати подвійне клацання покажчиком інструменту Shape (Форма) в тій точці кривої, де повинен з'явитися новий вузол, якому можна призначити потрібний тип (точка перегину, згладжений або симетричний).

Якщо виділити існуючий вузол кривої і клацнути на панелі атрибутів кнопку із знаком "плюс", новий вузол буде створений точно в середині сегменту, який передує виділеному вузлу.

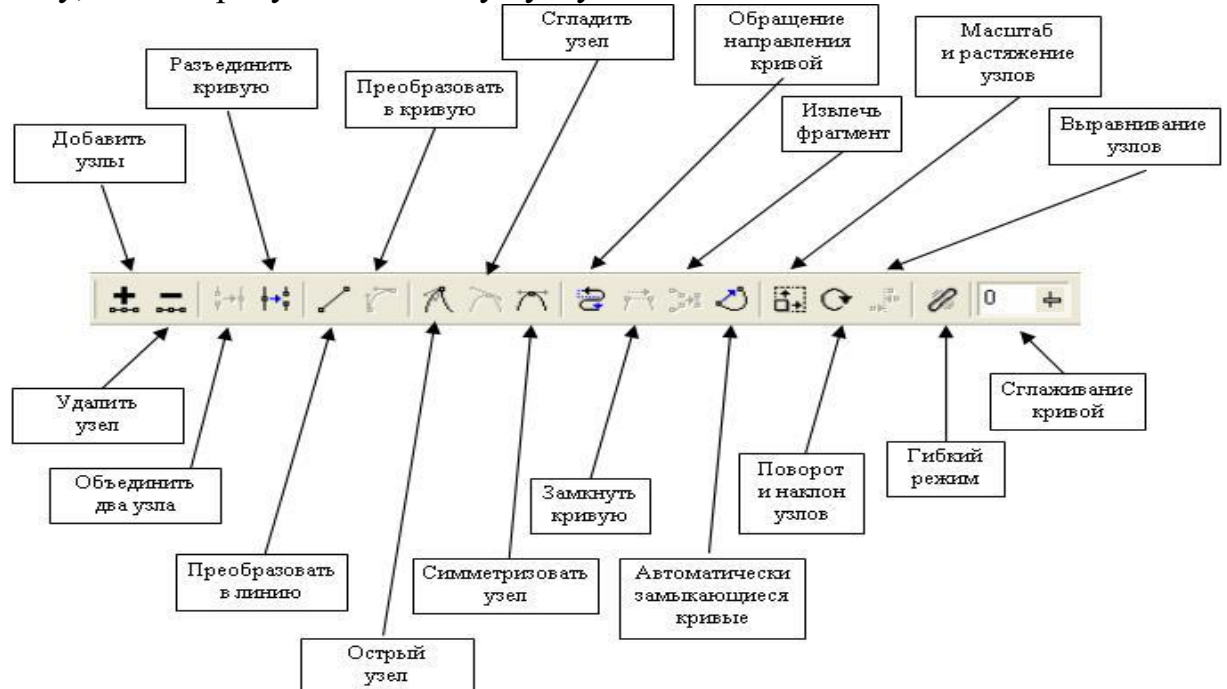


Рис. 16. Панель атрибутів для сукупності виділених вузлів кривої

4.12.2. Перетягання і поворот вузлів

До виділених інструментом Shape (Форма) вузлів об'єкту можна застосовувати розтягування, стискування і поворот. Для цього має бути виділено не менше двох вузлів, а перехід до рамки виділення виконується за допомогою кнопок панелі атрибутів.

Після того, як навколо виділених вузлів з'явиться відповідна рамка виділення, саме перетворення виконується перетяганням одного з маркерів покажчиком миші.

4.12.3. Замикання кривої

Перший зі способів полягає у виділенні двох крайніх вузлів кривої з подальшим клацанням кнопки **Extend Curve To Close** (Замикаючий сегмент). Якщо виділений тільки один вузол або один з виділених вузлів не крайній, ця кнопка залишається недоступною.

Другий спосіб радикальніший, оскільки впливає відразу на всі незамкнуті гілки кривої. Досить виділити всього лише один крайній вузол будь-якої з гілок і клацнути кнопку **Auto-Close Curve** (Автозамикання), щоб початкові і кінцеві вузли всіх незамкнутих гілок кривої виявилися сполученими прямолінійними сегментами.

4.12.4. Відділення гілок

Якщо до складу кривої входить декілька гілок, будь-яку з них можна перетворити на самостійну криву, не міняючи її форми. Зазвичай це завдання вирішується за допомогою команди **Arrange > Break Apart** (Монтаж > Роз'єднати). Проте при цьому вся крива "розвалюється" на окремі гілки, кожна з яких стає автономним об'єктом. Якщо потрібно вивести зі складу кривої тільки одну гілку, цей спосіб не годиться.

У цьому випадку слід виділити будь-який вузол гілки, що підлягає відділенню, і клацнути на панелі атрибутів кнопку **Extract Subpath** (Видокремити гілку).

4.12.5. Вирівнювання вузлів

Вирівнюванням вузлів називається переміщення їх по горизонталі і/або вертикалі так, щоб вони розташувалися на одній горизонтальній або вертикальній прямій або повністю поєдналися. Після виділення декількох вузлів клацніть кнопку **Align Nodes** (Вирівняти вузли) панелі атрибутів, і на екрані з'явиться діалогове вікно вирівнювання вузлів.

У діалоговому вікні є три прапорці, які управляють режимами вирівнювання.

- **Align Horizontal** (Вирівняти по горизонталі). Всі виділені вузли кривої переміщуються у вертикальному напрямі до поєднання з горизонтальною лінією, проведеною через вузол, що був виділений останнім.
- **Align Vertical** (Вирівняти по вертикалі). Усі виділені вузли кривої переміщуються в горизонтальному напрямі до поєднання з вертикальною лінією, проведеною через вузол, що був виділений останнім.
- **Align Control Points** (Вирівняти направляючі точки). Установити цей прапорець можна тільки у тому випадку, коли виділено рівно два вузли кривої і одночасно встановлено два попередні прапорці. У результаті вирівнювання раніше виділений вузол переміщується до поєднання з іншим вузлом, і його направляючі точки також переміщуються до поєднання з направляючими точками другого вузла.

4.12.6. Еластичне зрушення вузлів

Під час одночасного перетягування сукупності виділених вузлів кривої кожен з них зміщується на одну і ту ж відстань. Проте при включенні режиму еластичного зрушення (однойменною кнопкою панелі атрибутів) поведінка

переміщуваних вузлів змінюється. У цьому режимі зсув кожного з вузлів виявляється обернено пропорційним віддаленню цього вузла від переміщуваного вузла.

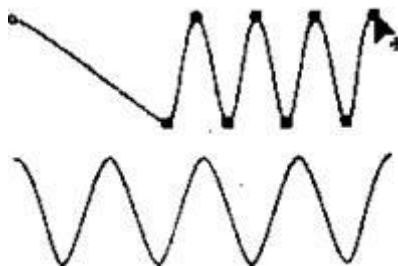


Рис. 17. Зрушення виділених вузлів кривої в звичайному і еластичному режимах (у обох випадках перетягувався крайній правий вузол кривої)

5. Робота з текстом

CorelDraw дозволяє створювати два види тексту: фігурний (заголовний) і простий (абзацний).

Фігурний текст застосовується для створення невеликих (максимум 32000 знаків) текстових блоків (заголовків). На відміну від простого, до фігурного тексту можна застосувати більше ефектів.

Для створення фігурного тексту треба, вибравши інструмент **Текст**. Для зручності набору тексту можна скористатися вікном редагування тексту, що викликається натисканням піктограми на панелі властивостей. Також на панелі властивостей можлива зміна гарнітури, кегля й накреслення (наприклад, жирний або курсив).

У загальному з фігурним текстом можна працювати як з об'єктом, тобто за допомогою інструмента **Показчик**, змінювати кут нахилу, лінійні розміри й т.д.

5.1. Зміна фігурного тексту за допомогою інструмента **Форма**

Вибравши інструмент **Форма** на панелі інструментів під час виділеного фігурного тексту, можна виділити окремо одну букву, а потім змінити її колір, положення, кут повороту незалежно від інших букв. Можна виділити кілька букв – для цього треба інструментом **Форма** «намалювати» прямокутник, захопивши кілька маркерів кожної букви.

Окрім маркерів (з'являються після вибору інструменту **Форма**) з'являються ще й стрілки: одна, спрямована донизу, призначена для зміни міжрядкового інтервалу; друга, спрямована вправо, служить для зміни міжсимвольного інтервалу.

Фігурний текст можна розташувати уздовж кривої. Для цього треба, по-перше, створити криву, потім вибрати інструмент **«Текст»** (крива повинна бути виділена).

Існує можливість розташувати вже наявний фігурний текст уздовж кривої. Для цього варто виділити текст і криву одночасно й потім вибрати в пункті меню **«Текст»** команду **«Підігнати текст до шляху»**.

5.2. Простий текст

Простий текст створюється тим же інструментом, що й фігурний, тільки, на відміну від останнього, спочатку треба «намалювати» текстовий фрейм (вибравши інструмент **Текст**, необхідно намалювати з його допомогою прямокутник).

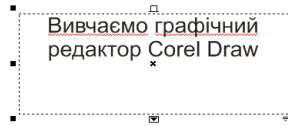


Рис. 18. Створення простого тексту

Чорний трикутник унизу фрейму свідчить про те, що не весь текст помістився у відведений йому фрейм.

5.2.1. Перетікання простого тексту

Перетікання тексту в інший фрейм можна здійснити, натиснувши на чорний трикутник унизу фрейму та намалювавши ще один прямокутний фрейм. Можна також намалювати порожній текстовий фрейм заздалегідь, а потім, після натискання чорного трикутника, указати на цей фрейм.

Простий текст може бути вписаний у будь-який замкнутий контур, тому фреймом призначення може бути будь-яка фігура.

Для того, щоб вписати простий текст у замкнутий контур, варто створити замкнутий контур, і, вибравши інструмент **Текст**, підвести до контуру. Після клацання миші написати текст.

5.2.2. Ефекти простого тексту

На панелі властивостей можна змінити накреслення, гарнітуру й розмір тексту, а також застосувати до нього такі ефекти, як буквиця (збільшення першої букви абзацу, наприклад, до розміру трьох рядків) і маркування (маркування абзаців символами).

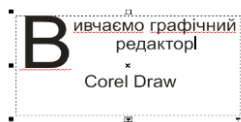


Рис. 19 Ефекти простого тексту

5.3. Взаємоперетворення видів тексту

Фігурний текст можна перетворити в простий і навпаки.

Для перетворення простого тексту у фігурний необхідно, щоб текст повністю вмістився у відведений йому фрейм. Якщо ця умова дотримана, потрібно вибрати пункт «**Перетворити у фігурний текст**» у меню «**Текст**»

або в контекстному меню, що з'являється після натискання правої кнопки миші.

5.4. Меню «Текст»

Меню «Текст» містить багато корисних команд для роботи з текстом. Наприклад, у пункті «Інструменти письма» ховаються такі корисні опції, як перевірка правопису, граматики, вибір мови й т.д.

Пункт «Припасування тексту під рамку» застосовується до простого тексту й фактично означає зміну розміру тексту з тією метою, щоб умістити його весь у заданий розмір тексту.

Пункти «Зв'язати» і «Розв'язати» призначені для зв'язування (розбивки) декількох текстових фреймів між собою. У зв'язаних фреймах текст перетікає з одного в інший.

5.5. Обтікання текстом об'єктів

Кожному об'єкту можна привласнити властивість «Обтікання текстом», завдяки якій можна визначити тип обтікання, відстань між контуром обтікання й текстом.

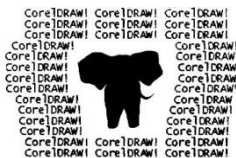


Рис. 20 Обтікання текстом об'єктів

6. Заливання об'єктів

Інструмент Заливання має допоміжну панель із набором піктограм, що відповідають різним типам заливань.



Рис. 21 Інструмент Заливання

Остання піктограма запускає докер-вікно **Колір** (докери можна запускати, використовуючи пункт меню **Вікно** → **Докери**). Докер-Вікно **Колір** фактично є аналогом діалогу «Однорідне заливання».

CorelDraw містить наступні види заливань:

- однорідне заливання;
- градієнтне заливання;
- заливання візерунком;
- заливання текстурою;
- заливання PostScript.

Градієнтна заливка дозволяє забарвити об'єкт з використанням різних кольорів і способів перетікання одного кольору в інший.

