

**МІНІСТЕРСТВО ВНУТРІШНІХ СПРАВ УКРАЇНИ  
МІНІСТЕРСТВО ВНУТРІШНІХ СПРАВ УКРАЇНИ  
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ВНУТРІШНІХ СПРАВ**

*Факультет № 6  
Кафедра соціології та психології*

**ТЕКСТ ЛЕКЦІЇ**

з навчальної дисципліни «**Математичні методи в психології**»  
обов'язкових компонент  
освітньої програми першого (бакалаврського) рівня вищої освіти

*053 Психологія (практична психологія)*

**Тема №1. Математична статистика і психологія**

**Харків 2023**

**ЗАТВЕРДЖЕНО**

Науково-методичною радою  
Харківського національного  
університету внутрішніх справ  
Протокол від 30.08.2023 № 7

**СХВАЛЕНО**

Вченою радою факультету № 6  
Протокол від 25.08.2023 № 7

**ПОГОДЖЕНО**

Секцією Науково-методичної  
ради ХНУВС гуманітарних та  
соціально- економічних дисциплін  
Протокол від 29.08.2023 № 7

Розглянуто на засіданні кафедри соціології та психології (протокол №8 від 15.08.2023)

**Розробник:**

Доцент кафедри соціології та психології, кандидат психологічних наук, доцент  
Твердохвалова Ю.Л.

**Рецензенти:**

1. Професор кафедри психології Харківського національного педагогічного університету імені Г.С. Сковороди, доктор психологічних наук, професор, Кузнецов М.А.
2. Доцент кафедри соціології та психології факультету № 6 Харківського національного університету внутрішніх справ, кандидат психологічних наук, доцент Греса Н.В.

## План лекції

- 1.1. Передумови запровадження математичних методів в психології
- 1.2. Проблеми, з якими стикаються студенти-психологи
- 1.3. Основні поняття математичної статистики

### Рекомендована література (основна, допоміжна), інформаційні ресурси в Інтернеті

#### Основна:

1. Климчук В.О. Математичні методи у психології. Навчальний посібник для студентів психологічних спеціальностей. Київ : Освіта України. 2009. 288 с.
2. Телейко А.Б. Чорней Р.К. Математико-статистичні методи в соціології та психології : Навч. посібник. Київ : МАУП, 2007. 424 с.
3. Руденко В.М., Руденко Н.М. Математичні методи в психології : підручник. Київ : Академвидав, 2009. 384 с.

#### Допоміжна:

1. Літнарів Р.М. Основи математичної статистики у психології : Навчальний посібник. Ч.3. Рівне : МЕРУ, 2006. 49 с.
2. Татьянчиков А.О. Методичні рекомендації до виконання лабораторних робіт з курсу «Методи психологічного дослідження: математичні методи в психології». Одеса : Вид-во Університету Ушинського, 2019. 38 с.
3. Климчик В.О. Кластерний аналіз: використання в психологічних дослідженнях// Практична психологія та соціальна робота. 2006. №4. С. 30-36.
4. Циба В.Т. Математичні основи соціологічних досліджень: кваліметричний підхід. - К.: МАУП, 2002. - 248 с.
5. Климчук В.О. Викладання курсу “Математичні методи у психології” в умовах кредитно-модульної системи // Соціальна психологія. 2008. №2 (28). С. 180-189.

## Текст лекції

### 1.1. Передумови запровадження математичних методів в психології

Існує думка, неодноразово висловлена визначними вченими: область знань стає наукою, лише застосовуючи математику. З цією думкою, можливо, не погодяться багато гуманітаріїв. А дарма: саме математика дозволяє кількісно порівнювати явища, перевіряти правильність словесних тверджень і тим самим добиратися до істини або наближатися до неї. Математика робить осяжними довгі і часом туманні словесні описи, прояснює і економить думка.

Математичні методи дозволяють обґрунтовано прогнозувати майбутні події, замість того, щоб гадати на кавовій гущі або як-небудь інакше. Загалом, користь від застосування математики велика, але і праці на її освоєння

потрібно багато. Однак вона окупаться сповна.

Психологія в своєму науковому становленні неминуче повинна була пройти і пройшла шлях математизації, хоча не у всіх країнах і не в повній мірі. Точна дата початку шляху математизація, мабуть, не знає жодна наука. Однак для психології як умовну дату початку цього шляху можна прийняти 18 квітня 1822 року. Саме тоді в Королівському німецькому науковому товаристві Йоганн Фрідріх Гербарт прочитав доповідь «Про можливості і необхідність застосовувати в психології математику». Основна ідея доповіді зводилася до згаданої вище думки: якщо психологія хоче бути наукою, подібно фізиці, їй необхідно застосовувати математику.

Через два роки після цієї доповіді І. Ф. Гербарт видав книгу «Психологія як наука, заново заснована на досвіді, метафізиці та математиці». Ця книга примітна у багатьох відношеннях. Вона стала першою спробою створення психологічної теорії, що спирається на те коло явищ, які безпосередньо доступні кожному суб'єкту, а саме на потік уявлень, що змінюють один одного в свідомості. Гербарт за відсутності цих даних, як він сам писав, мав придумувати гіпотетичні моделі боротьби спливаючих і зникаючих в свідомості уявлень. Гербарт, маніпулюючи числовими значеннями параметрів, намагався описати можливі характеристики зміни уявлень.

Мабуть, І. Ф. Гербарту першому належить думка про те, що властивості потоку свідомості - це величини і, отже, вони в подальшому розвитку наукової психології підлягають вимірюванню. Йому також належить ідея «порога свідомості», і він перший вжив вислів «математична психологія».

У І. Ф. Гербарта в Лейпцігському університеті знайшовся учень і послідовник, який пізніше став професором філософії і математики, - Моріц-Вільгельм Дробиш. Він сприйняв, розвинув і по-своєму реалізував ідею вчителя. У словнику Брокгауза і Ефрона про Дробиш сказано, що ще в 30-х роках ХІХ століття він займався дослідженнями з математики та психології і публікувався на латинській мові. В 1842 р. М.В.Дробиш видав в Лейпцигу німецькою мовою монографія під недвозначною назвою: «Емпірична психологія згідно природничо-наукового методу».

Ця книга М.В. Дробиша дає чудовий приклад первинної формалізації знань в області психології свідомості. Там немає математики в сенсі формул, символіки і розрахунків, але там є чітка система понять про характеристики потоку уявлень в свідомості як взаємозалежні величини. Уже в передмові М.В. Дробиш написав, що ця книга передувє іншій, вже готовій, - мається на увазі книга з математичної психології. Оскільки його колеги-психологи недостатньо підготовлені в математиці, він визнав за необхідне спочатку продемонструвати емпіричну психологію без будь-якої математики, а лише на установлених природничих основах.

Не зрозуміло, подіяла ця книга на тодішніх філософів і богословів, що займалися психологією. Швидше за все - ні. Але вона, безсумнівно, вплинула на лейпцігських вчених з гуманітарною освітою. Через вісім років, в 1850 р в

Лейпцігу вийшла в світ друга основна книга М.В. Дробіша - «Першооснови математичної психології».

Треба визнати, що по частині новацій в математичній психології Дробіш поступається зробленому своїм вчителем Гербартом. Правда, Дробіш до двох борюючих в свідомості уявлень додав третє, а це сильно ускладнило рішення. Але головне в іншому. Більшу частину обсягу книги складають приклади чисельного моделювання. На жаль, ні сучасники, ні нащадки не зрозуміли і не оцінили науковий подвиг, здійснений М.В. Дробіш: у нього ж не було комп'ютера для чисельного моделювання. А в сучасній психології математичне моделювання - це продукт другої половини ХХ століття.

Основні методи тодішньої математики - диференційне й інтегральне вчислення, використання рівнянь порівняно нескладних залежностей. Цього було цілком достатньо для виявлення і опису найпростіших психофізичних законів і різних реакцій людини, але вони не годилися для вивчення складних психічних явищ і сутностей. Не дарма В.Вундт категорично заперечував можливості емпіричної психології в дослідженні вищих психічних функцій.

Математичні засоби для вивчення складних багатовимірних об'єктів, в тому числі вищих психічних функцій - інтелект, здібності, особистість, стали створювати англомовні вчені. З'явилося поняття «регресія», і були отримані рівняння, що виражають цю залежність. Був вдосконалений коефіцієнт, раніше запропонований французом Браве. Цей коефіцієнт кількісно виражає співвідношення двох змінюючих змінних, тобто кореляція. Тепер цей коефіцієнт - один з найважливіших засобів багатовимірного аналізу даних.

Ще будучи студентом Кембриджа, Френсіс Гальтон зауважив, що рейтинг успішності складання іспитів з математики, - а це був випускний іспит, - вимірюється від декількох тисяч до декількох сотень балів. Пізніше, пов'язавши це з розподілом талантів, Гальтон прийшов до думки про те, що спеціальні випробування дозволяють прогнозувати подальші життєві успіхи людей. Так в 80-х рр. ХІХ століття народився гальтоновський метод тестів.

Ідею тестів підхопили і розвинули французи - А. Біне, В. Анрі та інші, створивши перші тести для селекції соціально відсталих дітей. Це послужило початком психометричної тестології, що, в свою чергу, спричинило за собою розвиток психологічних вимірювань.

Великі масиви числових результатів вимірювань за тестами - бали, стали об'єктом численних досліджень, в тому числі математико- психологічних. Особлива роль тут належить англійському інженеру, що працював в Америці, - Чарльзу Спірмену.

По-перше, Ч. Спірмену, який вважав, що для обчислення кореляції між рядами цілочисельних балів, або рангів, потрібна спеціальна міра. Він перепробувавши різні варіанти зупинився, нарешті, на тій формі коефіцієнта кореляції рангів, яка з тих пір носить його ім'я.

По-друге, маючи справу з великими масивами числових результатів тестів і кореляцій між цими результатами, Ч. Спірмен припустив, що ці

кореляції зовсім не виражає взаємовплив результатів, а виражають їх спільну мінливість під впливом загальної латентної психічної причини, або фактору, наприклад інтелект. Відповідно до цього Спирмен запропонував теорію «генерального» фактора, що визначає спільну мінливість змінних тестових результатів, а також розробив метод виявлення цього фактора за кореляційною матрицею. Це був перший метод факторного аналізу, який створений в психології і для психологічних цілей.

У однофакторній теорії Ч. Спірмена швидко знайшлися опоненти. Протилежну багатфакторну теорію, що пояснює кореляції запропонував Леон Терстоун. Йому ж належить перший метод мультифакторного аналізу, заснований на застосуванні лінійної алгебри. Після Ч. Спірмена і Л. Терстоуна факторний аналіз, не тільки став одним з найважливіших математичних методів багатовимірної аналізу даних в психології, а й вийшов далеко за її межі, перетворившись в загальнонауковий метод аналізу даних.

З кінця 20-х років XX століття математичні методи все ширше проникають в психологію і творчо використовуються в ній. Інтенсивно розвивається психологічна теорія вимірювань. На основі апарату ланцюгів Маркова розробляються стохастичні моделі навчання в психології поведінки. Створений в області біології Рональда Фішера дисперсійний аналіз стає основним математичним методом в генетичній психології. Математичні моделі з теорії автоматичного регулювання та Шеннон-Фішера теорія інформації широко застосовуються в інженерній і загальній психології. В результаті сучасна наукова психологія в багатьох своїх галузях математизується.

## **1.2. Проблеми, з якими стикаються студенти-психологи.**

Дуже часто при вивченні будь-якого курсу студенти передусім ставлять викладачу питання: “А навіщо нам вивчати цю дисципліну? Чи стане вона в нагоді по завершенню вузу?” І, на жаль, дуже часто після успішної здачі заліків та екзаменів студенти на це гносеологічне питання дають самі собі онтологічну відповідь: “Я марно витратив частинку свого життя”. Власне такі студентські питання і відповіді спонукали до вивчення проблем, які виникають при вивченні курсу “Математичні методи в психології”.

До проблематики викладання математичних методів в психології зверталися ряд дослідників: О.Ю. Артем'єва, Д. Кемпбелл, Д. Мартін, А.Д. Наследов, С.С. Паповян, О.В. Сидоренко.

Так, О.Ю. Артем'єва та Є.М. Мартинов зазначають, що рецептурна статистика вже давно відійшла на другий план, а задачею викладача є розвинути вміння відображати на психологічну реальність результати, отримані всередині абстрактних моделей (навчити принципам побудови ймовірнісно-статистичної мови). Проблемою ж дослідними вважають механічне копіювання викладачами стандартних математичних курсів без врахування специфіки формалізації саме у психології.

Аналізуючи роботи Д. Кемпбелла з експериментальної психології,

можна виокремити кілька проблем, які виникають у царині математико-статистичного аналізу експериментів: 1) студенти впевнені, що саме лише використання математичних методів забезпечує валідність результатів дослідження; 2) виникають проблеми при зіставленні даних, отриманих з допомогою кількісних методів, із нормативами здорового глузду; 3) часто спостерігається невміння поєднувати інтерпретації на основі кількісних та якісних даних.

В роботі з експериментальної психології Д. Мартін теж описує ряд проблем, що виникають при використанні статистичних критеріїв.

Перша проблема - студенти роблять помилку, коли при використанні статистичних критеріїв отримують низьку значимість відмінностей між двома незалежними вибірками, і на основі цього роблять висновок про достовірну тотожність цих вибірок.

Друга проблема - абсолютизація рівнів 0,05 і 0,01. Д. Мартін пропонує ставитися до цих рівнів більш гнучко, враховуючи не лише математичні ймовірності, але й практичні наслідки своєї правоти чи помилки.

Третя проблема полягає у тому, що студенти змішують поняття “статистична значимість” і “практична значимість”, вважаючи, що статистично значимий результат є важливим, а статистично не значимий - неважливим, а іноді навіть помилковим і таким, що не вимагає оприлюднення.

Четверта проблема - страх перед необхідністю проводити обчислення, або “калькулятофобія”.

Аналізуючи роботу А.Д. Наследова можна виділити такі проблеми, з якими стикаються студенти при засвоєнні математичних методів психологічного дослідження: 1) сумніви студентів у необхідності вивчення математичних методів і їх використання у психології; джерелом сумнівів є нерозрізнення психології як наукового способу пізнання дійсності та психології як мистецтва використання практичних методів (консультування, психотерапія тощо); 2) страх перед використанням математики; 3) невміння операціоналізувати, і як наслідок - проблеми із підбором адекватних методів вимірювання психологічних явищ, шкал.

С.С. Паповян, вивчаючи проблему використання математичних методів у соціальній психології, доходить висновку, що у більшості випадків математико-статистичний аналіз результатів емпіричних досліджень обмежується виявленням простих кореляційних залежностей або проводиться з допомогою неадекватних статистичних методів.

О.В. Сидоренко описує проблему “чорного ящика”, яка виникла у зв’язку з широким розповсюдженням комп’ютерних статистичних програм. Студенти втрачають розуміння суті процесу обчислень; їх діяльність зводиться до завантаження у комп’ютер набору даних і отримання потім набору статистичних показників. Те ж, що відбувається у самому процесі обчислень, для них лишається таємницею, “чорним ящиком”. Більшою мірою це стосується складних математико-статистичних процедур, таких як

факторний аналіз, багатомірне шкалювання, моделювання структурними рівняннями тощо.

Ще кілька важливих моментів:

Перша проблема - це відсутність навичок переносу знань, отриманих у межах цього навчального курсу на інші дисципліни, зокрема, на експериментальну психологію, психосемантику, диференційну психологію, психологічну практику. Навіть студенти, які під час навчання демонстрували високий рівень знань, виявляються нездатними до використання того ж факторного аналізу в іншому контексті, коли його проведення вже не є самостійним навчальним завданням, а має бути засобом для вирішення завдань вищого рівня.

Друга проблема - жорстка прив'язка деяких студентів до певних методів, які вони намагаються застосувати до досліджень найрізноманітнішої структури. Якщо ж задача дослідження виходить за межі застосування обраного методу - вона лишається нерозв'язаною або спрощується і підганяється під цей метод. Так, досить поширеними є випадки прив'язки до кореляційного аналізу, і студенти ніби забувають, що крім нього є ще ряд методів, які можуть дати багато цінної інформації - коваріаційний аналіз, канонічний аналіз, регресійний аналіз. Ця проблема має й інший бік - занадто велике захоплення статистичними показниками, які часто дублюють один одного. Були випадки використання одночасно критерію знаків, t- критерію та критерію кутового перетворення Фішера; поєднання факторного та кластерного аналізу із наступним багатомірним шкалюванням.

Третя проблема - неадекватність використання статистичних процедур. Так, студенти використовують кореляційний аналіз для порівняння середніх величин; кластерний аналіз для вирішення задачі зменшення розмірності набору особистісних конструктів.

Четверта проблема - страх складних статистичних показників. Не всі студенти готові до обчислення вручну навіть t-критерія Стюдента. З іншого боку іноді зустрічається нелюбов до простих методів. Тоді студенти намагаються знайти найскладніший метод для аналізу найпростішого експерименту.

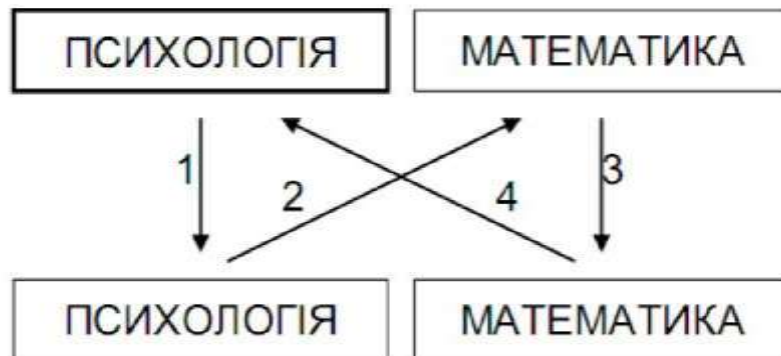
П'ята проблема - неправильна інтерпретація статистичних показників, отриманих у результаті правильних обчислень. Найчастіше проблеми з інтерпретацією виникають при пошуку рівня статистичної значимості. Доволі складно студентам зрозуміти, як величина коефіцієнта кореляції може бути незначною, але значимою; або значною, але не значимою.

Шоста проблема - складнощі із розумінням математичних відмінностей між вимірювальними шкалами, і як наслідок - плутанина із межами застосування методів. Так, спостерігаються спроби використати середнє арифметичне до даних, отриманих в межах номінативної шкали.

Узагальнюючи результати аналізу відомих фахівців та спираючись на власний досвід викладання можна створити цілісну класифікацію проблем, з



якими стикаються викладачі та студенти. В основі класифікації покладено виділення Г.В. Суходольським чотирьох видів інтерпретацій, якими повинен володіти психолог-дослідник: психолого-психологічні, психолого-



математичні, математико-математичні та математико-психологічні.

Психолого-психологічна інтерпретація (1) - операціоналізація понять, встановлення співвідношення між предметом дослідження та методами збору даних або як влучно пише А.Д. Наследов, між тим, що вивчається і як вивчається. Психолого-математична інтерпретація (2) - математична ідентифікація дослідницької ситуації, вибір методів аналізу даних.

Математико-математична інтерпретація (3) - обчислення, перехід від набору даних до конкретних чисел-результатів обчислень. Математико-психологічна інтерпретація (4) - зворотній перехід від числової, математичної, реальності до реальності психологічної; формулювання висновків на основі обчислених показників.

Розроблена класифікація проблем дає змогу системно підійти до їх вирішення, адже вирішуючи кожен з проблем окремо викладач змушений би для кожного випадку шукати окремий методичний прийом, розробляти шляхи його впровадження тощо. Натомість нам вдалося знизити "розмірність" проблематики, перейшовши від масиву з 15 проблем до 4-х мірного простору.

### 1.3. Основні поняття математичної статистики.

Для дослідження поведінки людини використовують багато різних математичних методів. У переважній більшості сучасних практичних і наукових літературних джерел психологічного напрямку для аналізу досліджуваних проблем застосовують різні розділи математики, часом досить абстрактні. Математичну статистику використовують найчастіше.

У психології математичні методи мають широке застосування. Це зумовлене декількома моментами:

1) математичні методи дають змогу зробити процес дослідження явищ більш чітким, структурованим та раціональним;

2) математичні методи необхідні для обробки великої кількості емпіричних даних (їхніх кількісних виразників), для їх узагальнення та організації в "емпіричну картину" дослідження.

**Математична статистика** – це розділ математики, який вивчає

математичні методи обробки й використання статистичних даних для наукових і практичних висновків.

У математичній статистиці розглядають методи, які дають можливість за результатами експериментів (статистичними даними) робити певні висновки ймовірнісного характеру.

Статистика містить три основні розділи:

**1. Описова статистика** дозволяє описувати, впорядковувати, підсумовувати та представляти дані того чи іншого розподілу в більш наочному вигляді (таблиці, графіки), обчислювати середні значення, дисперсію та ін. представленого розподілу.

**2. Завдання індуктивної статистики** полягає в перевірці того, чи можна розповсюдити результати, отримані в окремій вибірці, на всю популяцію, з якої взята ця вибірка. За допомогою індуктивної статистики роблять висновки та узагальнення, на основі даних, отриманих при вивченні вибірки.

**3. Кореляційний аналіз** покликаний дізнатися, наскільки пов'язані між собою дві змінні. Це дозволяє прогнозувати можливі значення однієї з них, якщо ми знаємо іншу.

#### **Основні задачі математичної статистики**

**1. Оцінка ймовірності.** Нехай деяка випадкова подія має ймовірність  $p > 0$ , але її значення нам невідоме. Необхідно оцінити цю ймовірність за результатами експериментів, тобто розв'язати задачу про оцінку ймовірності через частоту.

**2. Оцінка закону розподілу.** Досліджується деяка випадкова величина, точний вираз для закону розподілу якої нам невідомий. Потрібно за результатами експерименту знайти наближений вираз для функції, що задає закон розподілу.

**3. Оцінка числових характеристик випадкової величини** (наприклад, математичного сподівання).

**4. Перевірка статистичних гіпотез.** Досліджується деяка випадкова величина. Виходячи з певних міркувань, висувається гіпотеза. Потрібно за результатами експериментів прийняти або відхилити цю гіпотезу.

Результати досліджень, що проводяться методами математичної статистики, застосовуються для прийняття рішень.

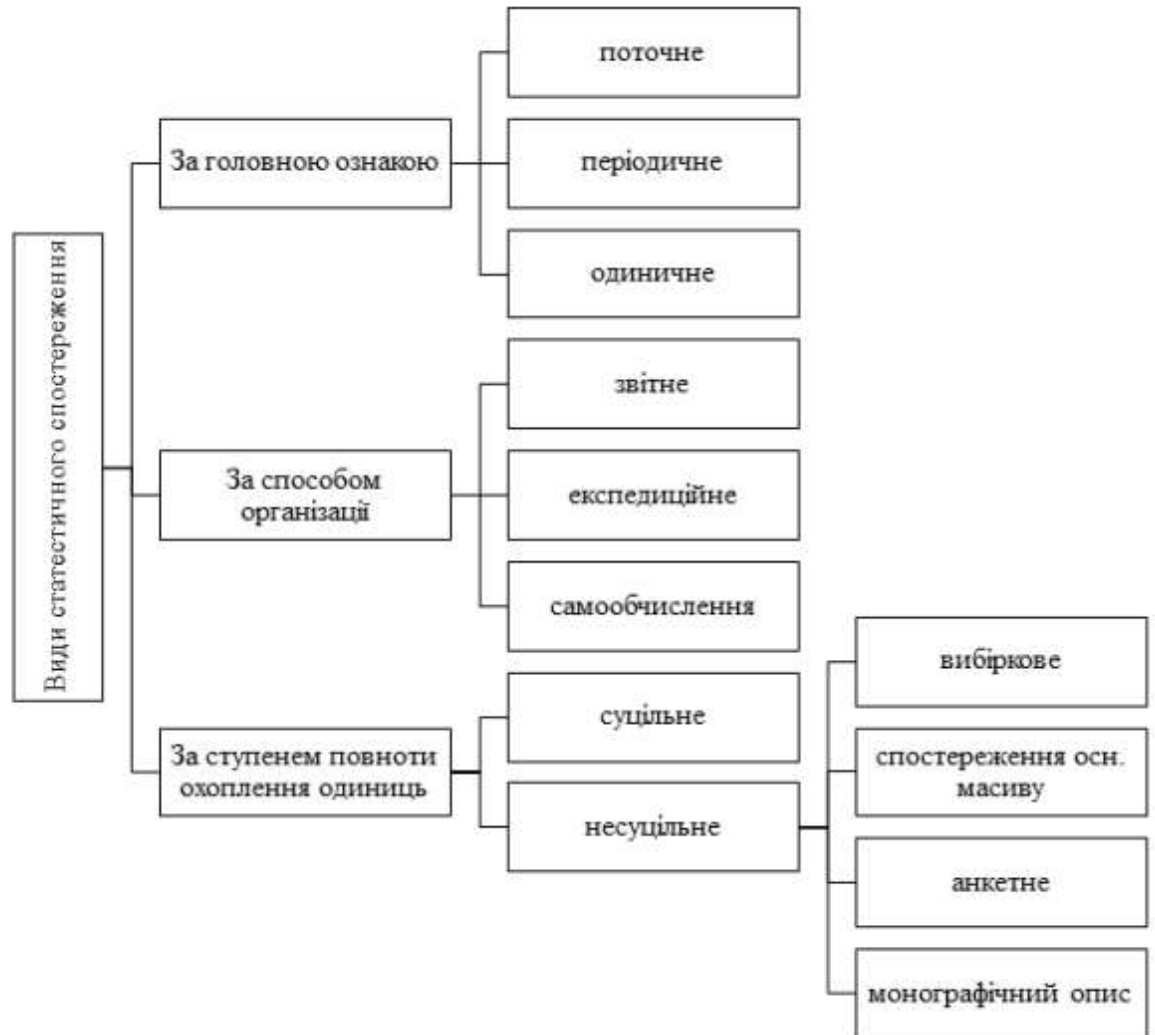
В цілому науково-дослідну роботу психолога, який проводить експерименти, можна представити наступною схемою:



**Статистичний метод має складові:**

- 1) масове спостереження;
- 2) статистичне зведення;
- 3) групування;
- 4) обчислення середніх величин та індексів
- 5) побудова графіків.

**Статистичне спостереження** – це процес науково організованого планомірного збору даних.



Можна виділити види статистичного спостереження:

1. За часом реєстрації фактів:
  - поточне (систематичний запис фактів по мірі їх виникнення – запис народження дітей, реєстрація шлюбів і т.д.),
  - періодичне (реєстрація фактів через строго визначені проміжки часу),
  - одночасне (реєстрація фактів по мірі їх необхідності в певний момент часу)
2. За кількістю досліджуваних:
  - суцільне (вивчаються всі досліджувані певної сукупності),
  - несуцільне:

- вибіркове (дає характеристику всієї сукупності на основі обстеження її частини),
- спостереження основного масиву (спостерігаються об'єкти, які займають найбільшу питому вагу в досліджуваній сукупності),
- монографічне (детальне і глибоке вивчення окремих одиниць досліджуваної сукупності).

Суцільним є спостереження, в якому реєструються ознака всіх без винятку одиниць, що входять у сукупність, яка вивчається. Наприклад, використовується при переписі населення.

Несуцільне спостереження – реєструються ознаки лише частини одиниць досліджуваної сукупності і за її частиною роблять висновок про всю сукупність.

3. За способами статистичне спостереження ділять на:

- безпосереднє (отримання відомостей шляхом особистого огляду, підрахунку і т.д.),
- документальне (отримання інформації з певних документів),
- опитування (отримання інформації зі слів опитуваного).

До принципів статистичного спостереження відносять:

1. **Формулювання мети дослідження** – слід визначити мету дослідження, інакше буде зібрано багато непотрібної інформації, і мало – потрібної.

2. **Визначення об'єкта дослідження** – слід визначити, яке коло явищ досліджується і в якому аспекті.

3. **Розробка програми дослідження** – в якій послідовності і які факти вивчатимуться.

Отримані з допомогою статичного спостереження матеріали можуть бути відповідним чином оброблені і на основі обробки можна зробити певні висновки про досліджуваний процес чи явище. Однак, на висновок можуть вплинути помилки і похибки, які виникають при дослідженні.

1. Помилки реєстрації (виникають внаслідок неправильного запису фактів):

- випадкові (описки, недостатнє знання і т.д.),
- систематичні:
- навмисні (коли опитувані чи реєстратор навмисно повідомляють чи записують неправильні дані),
- ненавмисні (зумовлені систематичними випадковими причинами – несправність приладів, втома досліджуваних після робочого дня тощо).

2. Помилки репрезентативності (характерні лише для несцільного спостереження – виникають внаслідок того, що склад відібраної для дослідження вибірки не відтворює усієї сукупності досліджуваних). Виявити помилки допомагає статистичний контроль (арифметичний та логарифмічний).

## Поняття про вибірку

Вибіркове спостереження (найбільш поширене). Наприклад, дослідник припускає, що перегляд телепередач, що містять сцени насилля, підвищує рівень агресії у підлітків. Об'єктами-носіями властивостей в цьому випадку будуть всі підлітки. Але для перевірки даної гіпотези необхідно виміряти рівень агресії у всіх підлітків, що зробити неможливо. Тому при проведенні такого дослідження обмежуються лише невеликою групою представників відповідної сукупності людей.

Можливості психологічних досліджень обмежені одним суттєвим фактором – вибіркою.

**Вибірка** – це сукупність досліджуваних людей. Вибірка є частиною **генеральної сукупності** – усієї множини людей певної категорії. Поняття “генеральна сукупність” та “вибірка” співвідносяться як поняття “ціле” та “частина”, або як “множина” і “підмножина”:

Множина всіх об'єктів, які підлягають дослідженню, називають **генеральною сукупністю**, а підмножина випадково відібраних об'єктів із генеральної сукупності, називають **вибірковою сукупністю** або **вибіркою**.



Практично всі психологічні дослідження є вибірковими, а їх висновки розповсюджуються на генеральні сукупності.

Для того, щоб за вибіркою можна було досить впевнено судити про властивості генеральної сукупності, вибірка має бути репрезентативною.

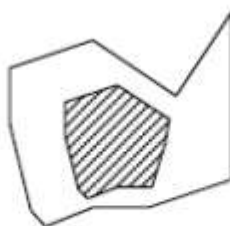
**Репрезентативність вибірки** означає, що об'єкти вибірки досить добре переставляють генеральну сукупність. Це забезпечується випадковістю відбору, тобто всі об'єкти мають однакову ймовірність потрапити до вибірки.

Генеральна сукупність неоднорідна – вона має свою структуру, оскільки включає людей різних класів, професій, вікових параметрів, статі тощо.

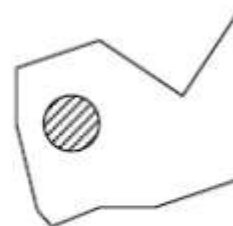
Якщо вибірка репрезентативна – то виявлені на ній закономірності можна перенести на генеральну сукупність.



Репрезентативна  
вибірка



Частково репрезентативна  
вибірка



Нерепрезентативна  
вибірка

Існують різні ступені репрезентативності, і зрозуміло чому – жоден дослідник не в змозі сформувати вибірку, яка б абсолютно точно відтворювала структуру генеральної сукупності. Це призвело б до того, що вибірка стала б рівною по обсягу самій генеральній сукупності. Тому дослідник мусить обирати – великі обсяги вибірки і дуже високу репрезентативність, або малі за обсягом вибірки і не дуже високу репрезентативність. Існують загальні **методи підвищення репрезентативності вибірки**:

**1. Планомірний підбір** досліджуваних із генеральної сукупності. При використанні цього методу вивчають структуру генеральної сукупності та обирають для дослідження представників усіх виділених категорій. Цей метод неекономний і доволі громіздкий. Крім того, яким би точним не був аналіз генеральної сукупності, є ймовірність зробити помилку і не врахувати якісь категорії.

Дослідник резонно може припустити, що хлопці та дівчата різняться як за рівнем агресивності, так і за рівнем сприйняття телевізійних сцен насилля. Якщо дослідник планує узагальнити вплив телебачення на агресивність усіх підлітків, то, керуючись соціально-демографічними даними, він має забезпечити ідентичне генеральній сукупності співвідношення хлопців і дівчат у вибірці.

**2. Рандомізований підбір** досліджуваних з генеральної сукупності. Цей метод ґрунтується на уявленні про ймовірнісну характеристику розподілу ознак. Суть його полягає у підборі досліджуваних з допомогою генератора випадкових чисел (або таблиць). У цьому випадку економиться час, матеріальні ресурси і є висока ймовірність попадання у вибірку більшості категорій генеральної сукупності. Вивчаючи агресивність підлітків, дослідник може випадковим чином зупинити свій вибір на трьох класах різних шкіл, а потім випадковим чином відібрати по 10 учнів із кожного класу. Якщо ж дослідник просить учня для дослідження запросити своїх друзів, він грубо порушує принцип випадковості відбору.

Як визначається обсяг вибірки?

Підкреслимо, що він залежить насамперед від завдань дослідження. Тим не менш, можна сформулювати найбільш загальні рекомендації:

- Найбільший обсяг вибірки необхідний при розробці діагностичної методики - від 200 до 1000-2500 чоловік.
- Якщо необхідно порівнювати дві вибірки, їх загальна чисельність повинна бути не менше 50 осіб; чисельність порівнюваних вибірок повинна бути приблизно однаковою.
- Якщо вивчається взаємозв'язок між будь-якими властивостями, то обсяг вибірки повинен бути не менше 30-35 осіб.
- Чим більша мінливість досліджуваної властивості, тим більший повинен бути обсяг вибірки. Мінливість можна зменшити, збільшуючи однорідність вибірки, наприклад, за статтю, віком і т.д. При цьому, відповідно, зменшуються можливості генералізації висновків.

Окрім того *вибірки можуть бути залежними або незалежними*. Незалежні вибірки характеризуються тим, що ймовірність відбору будь-якого досліджуваного однієї вибірки не залежить від відбору будь-якого досліджуваного з іншої вибірки. Навпаки, залежні вибірки характеризуються тим, що кожен досліджуваний однієї вибірки поставлений у відповідність за певним критерієм досліджуваному з іншої вибірки.

При порівнянні двох (і більше) вибірок важливим параметром є їх **залежність**. Якщо можна встановити гомоморфну пару (тобто, коли одному випадку з вибірки  $X$  відповідає один і тільки один випадок з вибірки  $Y$  і навпаки) для кожного випадку в двох вибірках, такі вибірки називаються залежними. Приклади залежних вибірок: пари близнюків, чоловіки і дружини, група досліджуваних до проведення психологічного експерименту і після тощо.

Вибірки називаються **незалежними** (незв'язними), якщо процедура експерименту і отримані результати вимірювання деякої властивості у респондентів однієї вибірки не впливають на особливості протікання цього ж експерименту і результати вимірювання цієї ж властивості у респондентів іншої вибірки.

Відповідно, залежні вибірки завжди мають однаковий обсяг, а обсяг незалежних може відрізнятися.

### Статистична значимість

Тісно пов'язаним із рівнем репрезентативності вибірки є поняття “**статистична значимість**”. Статистична значимість є числовим вираженням можливості узагальнення результатів, отриманих у вибірці, на генеральну сукупність. Чим вищий рівень репрезентативності вибірки, тим вища статистична значимість отриманих результатів.

З іншого боку, під статистичною значимістю можна розуміти ймовірність помилки при спробі узагальнення результатів і поширення їх на генеральну сукупність. Тоді, чим меншою є величина статистичної значимості, тим нижчою є ймовірність помилки.

*Традиційно* рівні статистичної значимості позначають буквою **p** та виділяють такі значення: 0,05, 0,01 та 0,001. Рівень статистичної значимості 0,05 означає, що існує лише 5% ймовірності помилки, а рівень 0,001 – означає 0,1% ймовірності помилки. Зазвичай результат, значимий на рівні 0,05 вважають прийнятним, результат на рівні значимості 0,01 – статистично значимим, а результат на рівні 0,001 – високо значимим.

*Рівні статистичної значимості*

Рівень статистичної значимості	Ступінь значимості результату	Ймовірність помилки при узагальненні результату
$p=0,05$	Прийнятний результат	5%
$p=0,01$	Значимий результат	1%
$p=0,001$	Високо значимий результат	0,1%



Як же визначити рівень статистичної значимості отриманих результатів? Для цього створені спеціальні статистичні таблиці, якими ми будемо користуватися далі. Для кожного із статистичних показників існують свої таблиці статистичної значимості, в яких поставлено в залежність рівень статистичної значимості від величини самого показника та від величини досліджуваної вибірки.

#### **Завдання на самостійну підготовку**

1. Історична логіка розвитку математичного апарату психології.
2. Особливості застосування математичної статистики та математичних методів у психології.
3. Методологічні основи використання математики у психології. Етапи математизації психології.
4. Класифікація математичних моделей (С. Паповян). Математичні моделі вимірювання. Математичні моделі структур і процесів. Теоретичні і емпіричні математичні моделі.
5. Математичні методи у системі методів психології.