

**МІНІСТЕРСТВО ВНУТРІШНІХ СПРАВ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ВНУТРІШНІХ СПРАВ**

*Факультет № 6
Кафедра соціології та психології*

ТЕКСТ ЛЕКЦІЇ

з навчальної дисципліни «**Математичні методи в психології**»
обов'язкових компонент
освітньої програми першого (бакалаврського) рівня вищої освіти

053 Психологія (практична психологія)

Тема №4. Вступ до проблеми статистичного висновку

Харків 2023

ЗАТВЕРДЖЕНО

Науково-методичною радою
Харківського національного
університету внутрішніх справ
Протокол від 30.08.2023 № 7

СХВАЛЕНО

Вченою радою факультету № 6
Протокол від 25.08.2023 № 7

ПОГОДЖЕНО

Секцією Науково-методичної
ради ХНУВС гуманітарних та
соціально- економічних дисциплін
Протокол від 29.08.2023 № 7

Розглянуто на засіданні кафедри соціології та психології (протокол №8 від 15.08.2023)

Розробник:

Доцент кафедри соціології та психології, кандидат психологічних наук, доцент
Твердохвалова Ю.Л.

Рецензенти:

1. Професор кафедри психології Харківського національного педагогічного університету імені Г.С. Сковороди, доктор психологічних наук, професор, Кузнєцов М.А.
2. Доцент кафедри соціології та психології факультету № 6 Харківського національного університету внутрішніх справ, кандидат психологічних наук, доцент Греса Н.В.

План лекції

- 4.1. Ідея перевірки статистичної гіпотези
- 4.2. Статистичний критерій та рівень статистичної значущості

Рекомендована література (основна, допоміжна), інформаційні ресурси в Інтернеті

Основна:

1. Климчук В.О. Математичні методи у психології. Навчальний посібник для студентів психологічних спеціальностей. Київ : Освіта України. 2009. 288 с.
2. Телейко А.Б. Чорней Р.К. Математико-статистичні методи в соціології та психології : Навч. посібник. Київ : МАУП, 2007. 424 с.
3. Руденко В.М., Руденко Н.М. Математичні методи в психології : підручник. Київ : Академвидав, 2009. 384 с.

Допоміжна:

1. Літнарів Р.М. Основи математичної статистики у психології : Навчальний посібник. Ч.3. Рівне : МЕРУ, 2006. 49 с.
2. Татьянчиков А.О. Методичні рекомендації до виконання лабораторних робіт з курсу «Методи психологічного дослідження: математичні методи в психології». Одеса : Вид-во Університету Ушинського, 2019. 38 с.
3. Климчик В.О. Кластерний аналіз: використання в психологічних дослідженнях// Практична психологія та соціальна робота. 2006. №4. С. 30-36.
4. Циба В.Т. Математичні основи соціологічних досліджень: кваліметричний підхід. - К.: МАУП, 2002. - 248 с.
5. Климчук В.О. Викладання курсу “Математичні методи у психології” в умовах кредитно-модульної системи // Соціальна психологія. 2008. №2 (28). С. 180-189.

Текст лекції

4.1. Ідея перевірки статистичної гіпотези

Зазвичай дослідження проводиться для перевірки гіпотези, яка є наслідком теоретичних уявлень. Ця гіпотеза містить твердження про зв'язок абстрактних категорій, що відноситься до властивостей більш широкої сукупності об'єктів - генеральної сукупності.

Припущення, яке перевіряється із застосуванням наукового методу, будемо називати науковою гіпотезою. Слід зазначити, що не всяка гіпотеза, а лише та, яка допускає для своєї перевірки застосування наукового методу, може претендувати на науковість. Крім того, можна науково перевіряти гіпотези щодо будь-яких дрібних проблем, що володіють незначною науковою або практичною значимістю. Сам факт застосування наукового методу зовсім не гарантує, що перевіряєма гіпотеза представляє науковий інтерес.

Застосування наукового методу для перевірки гіпотези передбачає певну послідовність дій дослідника. Дослідження починається з операціоналізації абстрактних категорій - визначення операцій, за допомогою яких може бути виміряна ця категорія явищ (агресивність, зовнішній вигляд і т.д.). Потім дослідник формує вибірку і проводить відповідні вимірювання. Результати вимірювання за допомогою описових статистик преведить до виду, що допускає статистичну перевірку наукової гіпотези.

Будь-яке дослідження зводиться до виявлення зв'язку між змінними. Зв'язок цей може виражатися в величині і напрямку відмінностей між порівнюваними групами або в знаку і величині коефіцієнта кореляції. Тобто зв'язок характеризується своєю силою і напрямком. Однак є ще одна не менш важлива характеристика зв'язку - її надійність, «істинність».

Надійність зв'язку безпосередньо пов'язана з репрезентативністю вибірки, з тим, наскільки впевнено статистики вибірки дозволяють судити про відповідні параметри в генеральній сукупності. Адже зв'язок, виявлений у вибірці, цікавить дослідника лише в тій мірі, в якій вона дозволяє судити про зв'язок, який існує в генеральній сукупності.

Надійність зв'язку визначається тим, наскільки ймовірно, що виявлений у вибірці зв'язок буде знову виявлений (підтвердиться) на іншій аналогічній вибірці, сформованій з тієї ж генеральної сукупності.

Очевидний спосіб перевірки надійності виявленого в дослідженні зв'язку - це багаторазове проведення аналогічного дослідження на різних вибірках. Однак для цього необхідно багато затратити багато сил і часу та й не завжди можливо багатократно проводити дослідження. Але можна сформулювати питання по-іншому. Якщо в генеральній сукупності зв'язку немає, то наскільки ймовірно є випадкове отримання даного результату дослідження? Інакше кажучи, наскільки ймовірним є те, що отриманий результат є випадковим, а насправді зв'язку в генеральній сукупності немає? Питання, сформульоване таким чином, дозволяє отримати відповідь з використанням методів статистики. Відповідне перевіряєме твердження - про відсутність зв'язку - називається статистичною гіпотезою.

Статистична гіпотеза - це твердження щодо невідомого параметра генеральної сукупності, яке формулюється для перевірки надійності зв'язку і яке можна перевірити за результатами дослідження. Зазвичай виділяють основну (нульову) і альтернативну статистичні гіпотези. Основна (нульова) гіпотеза (H_0) - містить твердження про відсутність зв'язку в генеральній сукупності. Альтернативна гіпотеза (H_1) - приймається при відхиленні H_0 і містить твердження про наявність зв'язку. При цьому нульова і альтернативна гіпотези представляють собою, в термінах теорії ймовірності, «повну групу несумісних подій»: якщо вірна одна з них, то інша є помилковою, і навпаки, відхилення однієї з них неминуче тягне прийняття іншої.

Відзначимо, що статистична перевірка наукової гіпотези слідує Аристотелевій логіці доказу «від протилежного». Дослідник зазвичай

зацікавлений у встановленні зв'язку між явищами, що вивчаються, відповідно, його наукова гіпотеза зазвичай містить твердження про наявність такого зв'язку. Але методами статистики за результатами вибіркового дослідження перевіряється гіпотеза про відсутність відмінностей. І наукова гіпотеза підтверджується в тій мірі, в якій за результатами вибіркового дослідження можливе відхилення основної статистичної гіпотези.

4.2. Статистичний критерій та рівень статистичної значущості

Статистична значущість (Significant level), або р-рівень значущості (p-level), - основний результат перевірки статистичної гіпотези. Говорячи технічною мовою, це ймовірність отримання даного результату вибіркового дослідження за умови, що насправді для генеральної сукупності вірна нульова статистична гіпотеза - тобто зв'язку немає. Інакше кажучи, це ймовірність того, що виявлений зв'язок носить випадковий характер, а не є властивістю сукупності. Саме статистична значущість, р-рівень значущості є кількісною оцінкою надійності зв'язку: чим менша ця вірогідність, тим надійніший зв'язок.

Припустимо, при порівнянні двох вибірових середніх було отримано значення рівня статистичної значущості $p = 0,05$. Це означає, що перевірка статистичної гіпотези про рівність середніх у генеральній сукупності показала, що якщо вона вірна, то ймовірність випадкової появи виявлених відмінностей становить не більше 5%. Інакше кажучи, якби дві вибірки багаторазово формувалися з однієї і тієї ж генеральної сукупності, то в 1 з 20 випадків виявлялося б такаж або більша різниця між середніми цих вибірок. Тобто існує 5%-ва ймовірність того, що виявлені відмінності носять випадковий характер, а не є властивістю сукупності.

Відносно наукової гіпотези рівень статистичної значущості - це кількісний показник ступеня недовіри до висновку про наявність зв'язку, обчислений за результатами вибіркової, емпіричної перевірки цієї гіпотези. *Чим менше значення р-рівня, тим вища статистична значущість результату дослідження, що підтверджує наукову гіпотезу.*

Корисно знати, що впливає на рівень значущості. Рівень значущості при інших рівних умов вище (значення р-рівня менше), якщо:

- величина зв'язку (відмінності) більша;
- мінливість ознаки (ознак) менша;
- обсяг вибірки (вибірок) більша.

Чим більше гіпотез перевіряється, тим вищий шанс отримати результат чисто випадково - р-рівень збільшується пропорційно кількості перевірених гіпотез!

Наприклад, якщо результат вважається значущим при $p < 0,05$ і перевіряється 20 гіпотез, то одна з гіпотез підтвердиться напевно, незалежно від дійсного стану справ. Єдиний шанс внести ясність - перевірити ці гіпотези на паралельній (ідентичній) вибірці.

Статистичний критерій (Statistical Test) - це інструмент визначення рівня статистичної значущості. Дослідник за формулою обчислює емпіричне

значення критерію. Отримане емпіричне значення дозволяє визначити p -рівень - значення ймовірності того, що нульова статистична гіпотеза вірна.

Крім формули емпіричного значення, критерій задає формулу для визначення числа ступенів свободи. *Число ступенів свободи* (degrees of freedom - позначається як df або k) - це кількість можливих напрямків мінливості ознаки. Як правило, число ступенів свободи лінійно залежить від обсягу вибірки, від числа ознак або їх градації - чим більші ці показники, тим більше число ступенів свободи. У зв'язку з тим, що для кожного випадку визначення df має свою специфіку, зараз підкреслимо лише наступне. Кожна формула для розрахунку емпіричного значення критерію обов'язково супроводжується правилом (формулою) для визначення числа ступенів свободи.

Призначення критерію - перевірка статистичної гіпотези шляхом визначення p -рівня значущості (ймовірність того, що H_0 вірна).

Критерій включає в себе:

- формулу розрахунку емпіричного значення критерію за вибірковими статистикам;
- правило (формула) визначення числа ступенів свободи;
- теоретичного розподілу для даного числа ступенів свободи;
- правило співвіднесення емпіричного значення критерію з теоретичним розподілом для визначення ймовірності того, що H_0 вірна.

Для перевірки статистичних гіпотез застосовуються різні критерії. При цьому одному теоретичному розподілу можуть відповідати різні формули критеріїв - в залежності від статистичної гіпотези. Але принцип перевірки є загальним для всього цього різноманіття: обчислене за формулою емпіричне значення критерію порівнюється з теоретичним розподілом для заданого числа ступенів свободи, що дозволяє визначити ймовірність того, що H_0 вірна.

Безлічі розроблених статистичних критеріям відповідають безліч можливих формулювань статистичних гіпотези. Вибір критерію являє собою окрему проблему, яка буде розглядатися пізніше. А зараз будемо виходити з того, що дослідник вже вирішив проблему вибору критерію, і розглянемо загальну послідовність перевірки гіпотези.

При обробці даних на комп'ютері за допомогою статистичної програми (наприклад, SPSS) досліднику досить вказати програму, який критерій необхідно застосувати до заданої вибірки вихідних даних. Далі програма сама обчислює емпіричне значення критерію і зіставляє його з теоретичним розподілом. Як результат дослідник отримує значення p -рівня значущості разом з емпіричним значенням критерію і числом ступенів свободи.

Коли розрахунки проводяться «вручну», дослідник здійснює більш складну послідовність дій для перевірки гіпотези, що включає застосування спеціальних таблиць критичних значень критерію:

1. Вибір критерію в залежності від виду вихідних даних і статистичної гіпотези: теоретичного розподілу, формули розрахунку емпіричного значення

критерію і число ступенів свободи.

2. Розрахунок за вихідними даними (або за наявним статистикам) емпіричного значення критерію і числа ступенів свободи.

3. Застосування «Таблиці критичних значень критерію» дозволяє визначити значення p -рівня для даного числа ступенів свободи.

Таблиця критичних значень містять значення (квантілі) теоретичного розподілу, що відповідають найбільш важливими критичним значенням p -рівня (0,1; 0,05; 0,01 і т.д.). P -рівень значущості за емпіричним значенням критерію згідно таблиці критичних значень визначається наступним чином. Для даного числа ступенів свободи по таблиці визначаються найближчі критичні значення p -рівня. Далі значення p -рівня визначається у вигляді нерівності за правилом, яке демонструється на рис. 4.1 (значущість зростає зліва направо, відповідно до зменшення p -рівня):

- якщо емпіричне значення критерію (K_e) знаходиться між двома критичними значеннями, то p -рівень менший того критичного p , яке знаходиться лівіше;
- якщо K_e знаходиться лівіше крайнього лівого критичного значення (зазвичай це відповідає критичному $p = 0,1$, рідше - $p = 0,05$), то p -рівень більший, ніж крайнє праве критичне значення p ;
- якщо K_e знаходиться правіше крайнього правого критичного значення, то p -рівень менший крайнього правого критичного значення p .

Наприклад, якщо емпіричне значення критерію (K_e) знаходиться між $K_{0,05}$ і $K_{0,01}$ то $p < 0,05$. Якщо K_e знаходиться лівіше $K_{0,1}$ то $p > 0,1$. Якщо K_e знаходиться правіше $K_{0,001}$ то $p < 0,001$.

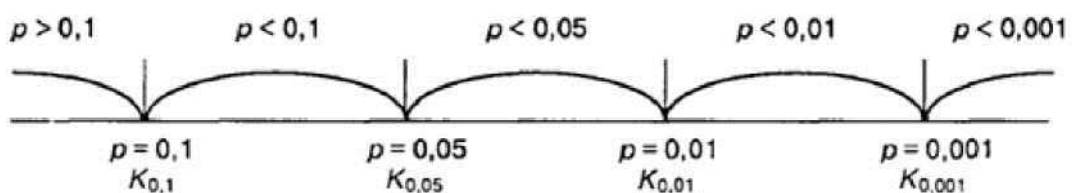


Рис. 4.1. Схема визначення p -рівня

До цих пір під перевіркою статистичної гіпотези ми мали на увазі процедуру визначення надійності зв'язку (p -рівень, як показник статистичної значущості). Однак в остаточному підсумку перевірка статистичної гіпотези повинна закінчуватися прийняттям статистичного рішення про те, яка ж гіпотеза вірна: нульова - про відсутність зв'язку або альтернативна - про її наявність. Відповідно, від цього залежить і остаточний, змістовний висновок дослідження: підтверджена чи ні вихідна наукова гіпотеза.

Цілком очевидно, що підставою для прийняття дослідником рішення про те, яка гіпотеза вірна, є p -рівень - ймовірність того, що вірна все-таки нульова гіпотеза. Чим менший p -рівень, тим з більшою впевненістю можна відхилити H_0 на користь H_1 , тим самим підтвердивши вихідну змістовну гіпотезу. Не менш очевидно й те, що приймаючи рішення, дослідник завжди допускає ймовірність його помилковості: адже дослідження проводиться на вибірці, а

висновок робиться щодо генеральної сукупності. При відхиленні H_0 на користь H_1 дослідник ризикує, що зв'язку насправді в генеральній сукупності немає. І навпаки, рішення на користь H_0 зовсім не виключає наявності зв'язку.

Питання про те, при якому ж p -рівні дослідник може відхилити H_0 , вирішується переважно виходячи з неформальних критеріїв, прийнятих на основі практичного досвіду в різних областях дослідження. Традиційна інтерпретація різних рівнів значимості приведена в табл. 4.1. Відповідно до неї прийнятним для відхилення H_0 визнається рівень $p < 0,05$. Така відносно висока ймовірність помилки I роду може бути рекомендована для невеликих вибірок (коли висока ймовірність помилки II роду). Якщо обсяги вибірок близько 100 і більше об'єктів, то поріг відхилення H_0 доцільно приймати рішення про наявність зв'язку (відмінностей) при $p < 0,01$.

Таблиця 4.1.

Традиційна інтерпретація рівнів статистичної значущості

Рівень значущості	Рішення	Можливий статистичний висновок
$p > 0,1$	Приймається H_0	«Статистично достовірні відмінності не виявлені»
$p \leq 0,1$	Існують сумніви в істинності H_0 , невизначеність	«Відмінності виявлені на рівні статистичної тенденції»
$p \leq 0,05$	Значущість, відхиляється H_0	«Виявлені статистично достовірні (значущі) відмінності»
$p \leq 0,01$	Висока значущість, відхиляється H_0	«Відмінності виявлені на високому рівні статистичної значущості»
$p \leq 0,001$	Дуже висока значущість, відхиляється H_0	«Відмінності виявлені на дуже високому рівні статистичної значущості»

Завдання на самостійну підготовку

1. Поняття гіпотези. Наукові та статистичні гіпотези.
2. Надійність зв'язку. Статистична значущість
3. Статистичний критерій та ступінь свободи. Перевірка гіпотез за допомогою статистичних критеріїв.
4. Види гіпотез. Нульова та альтернативна гіпотези. Спрямовані та неспрямовані гіпотези.