

**МІНІСТЕРСТВО ВНУТРІШНІХ СПРАВ УКРАЇНИ  
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ВНУТРІШНІХ СПРАВ**

*Факультет № 6  
Кафедра соціології та психології*

**ТЕКСТ ЛЕКЦІЇ**

з навчальної дисципліни «**Математичні методи в психології**»  
обов'язкових компонент  
освітньої програми першого (бакалаврського) рівня вищої освіти

*053 Психологія (практична психологія)*

**Тема №5. Вибір методу статистичного висновку.**

**Харків 2023**

### **ЗАТВЕРДЖЕНО**

Науково-методичною радою  
Харківського національного  
університету внутрішніх справ  
Протокол від 30.08.2023 № 7

### **СХВАЛЕНО**

Вченою радою факультету № 6  
Протокол від 25.08.2023 № 7

### **ПОГОДЖЕНО**

Секцією Науково-методичної  
ради ХНУВС гуманітарних та  
соціально- економічних дисциплін  
Протокол від 29.08.2023 № 7

Розглянуто на засіданні кафедри соціології та психології (протокол №8 від 15.08.2023)

#### **Розробник:**

Доцент кафедри соціології та психології, кандидат психологічних наук, доцент  
Твердохвалова Ю.Л.

#### **Рецензенти:**

1. Професор кафедри психології Харківського національного педагогічного університету імені Г.С. Сковороди, доктор психологічних наук, професор, Кузнєцов М.А.
2. Доцент кафедри соціології та психології факультету № 6 Харківського національного університету внутрішніх справ, кандидат психологічних наук, доцент Греса Н.В.

## План лекції

- 5.1. Класифікація методів статистичного висновку
- 5.2. Генеральна сукупність та вибірка дослідження

### Рекомендована література (основна, допоміжна), інформаційні ресурси в Інтернеті

#### Основна:

1. Климчук В.О. Математичні методи у психології. Навчальний посібник для студентів психологічних спеціальностей. Київ : Освіта України. 2009. 288 с.
2. Телейко А.Б. Чорней Р.К. Математико-статистичні методи в соціології та психології : Навч. посібник. Київ : МАУП, 2007. 424 с.
3. Руденко В.М., Руденко Н.М. Математичні методи в психології : підручник. Київ : Академвидав, 2009. 384 с.

#### Допоміжна:

1. Літнарівич Р.М. Основи математичної статистики у психології : Навчальний посібник. Ч.3. Рівне : МЕРУ, 2006. 49 с.
2. Татьянчиков А.О. Методичні рекомендації до виконання лабораторних робіт з курсу «Методи психологічного дослідження: математичні методи в психології». Одеса : Вид-во Університету Ушинського, 2019. 38 с.
3. Климчик В.О. Кластерний аналіз: використання в психологічних дослідженнях// Практична психологія та соціальна робота. 2006. №4. С. 30-36.
4. Циба В.Т. Математичні основи соціологічних досліджень: кваліметричний підхід. - К.: МАУП, 2002. - 248 с.
5. Климчук В.О. Викладання курсу “Математичні методи у психології” в умовах кредитно-модульної системи // Соціальна психологія. 2008. №2 (28). С. 180-189.

## Текст лекції

### 5.1. Класифікація методів статистичного висновку

Приступаючи до операціоналізації змістовної гіпотези - до визначення того, як буде вимірюватись досліджуване явище, дослідник вже повинен уявляти собі, який метод статистичного висновку буде відповідати одержаним в процесі дослідження вихідним даним. В іншому випадку він ризикує опинитися в драматичній ситуації, коли дані вже зібрані, але неможливо визначити метод їх аналізу.

Будь-яка змістова гіпотеза наукового дослідження стосується зв'язку між явищами (властивостями, подіями) - незалежно від того, чи міститься в формулюванні гіпотези вказівка на зв'язок або на відмінності (між групами, умовами, подіями). Наприклад, формулювання «чоловіки і жінки відрізняються за комунікативною компетентністю» тотожне формулюванню

«комунікативна компетентність пов'язана з статтю». Крім того, незалежно від свого формулювання, одна і та ж змістовна гіпотеза може бути перевірена за допомогою самих різних статистичних методів.

Окрім типів шкал, в яких виміряні або представлені досліджувані ознаки, на вибір методів статистичної перевірки гіпотези впливає кількість порівнюваних груп, залежність або незалежність порівнювальних вибірок і ряд інших причин. До цього можна додати велику кількість різноманітних статистичних критеріїв і варіантів їх застосування, які розроблені для самих різних дослідницьких ситуацій. Не дивно, що проблема вибору методу статистичного висновку, або проблема вибору критерію, часто стає складною навіть для досвідченого дослідника.

Проте, все безліч змістовних гіпотез може бути зведене до відносно невеликого числа типових дослідних ситуацій. Кожна така ситуація відповідає своїй структурі вихідних даних і оптимальному методу статистичної перевірки.

Відповідно до статистичних гіпотез статистичні критерії діляться на параметричні й непараметричні.

*Параметричні критерії* використовуються в завданнях перевірки параметричних гіпотез і включають у свій розрахунок показники розподілу, наприклад, середні, дисперсії тощо. Це такі відомі класичні критерії, як z-критерій, t-критерій Стьюдента, F-критерій Фішера та ін. *Непараметричні критерії* перевірки гіпотез засновані на операціях з іншими даними, зокрема, частотами, рангами тощо. Це X-критерій Колмогорова-Смірнова, T-критерій Вілкоксона, U-критерій Манна-Вітні та багато інших.

*Параметричні критерії* дозволяють прямо оцінити рівень основних параметрів генеральних сукупностей, різниці середніх і відмінностей в дисперсіях. Критерії спроможні виявити тенденції зміни ознаки при переході від умови до умови, оцінити взаємодію двох і більш факторів у впливі на зміни ознаки. *Параметричні* критерії вважаються дещо більш потужними, ніж непараметричні, за умов, якщо ознака виміряна за інтервальною шкалою і нормально розподілена. Проте з інтервальною шкалою можуть виникнути певні проблеми, якщо дані, представлено не в стандартизованих оцінках. До того ж перевірка розподілу «на нормальність» вимагає досить складних розрахунків, результат яких заздалегідь невідомий. Найчастіше розподіли ознак відрізняються від нормального, тоді доводиться звертатися до непараметричних критеріїв.

*Непараметричні* критерії позбавлені перерахованих вище обмежень. Проте вони не дозволяють здійснити пряму оцінку рівня таких важливих параметрів, як середнє або дисперсія, з їхньою допомогою неможливо оцінити взаємодію двох і більше умов або факторів, що впливають на зміну ознаки. Непараметричні критерії дозволяють вирішити деякі важливі завдання, які супроводжують дослідження в психології і педагогіці: виявлення відмінностей у рівні досліджуваної ознаки, оцінка зсуву значень досліджуваної ознаки,

виявлення відмінностей у розподілах ознак.

Застосування критеріїв для прийняття (відхилення) статистичних гіпотез завжди здійснюються з довірчою ймовірністю, інакше кажучи, на певному рівні значущості.

Таблиця 5.1.

Порівняльна характеристика статистичних критеріїв

Параметричні	Непараметричні
1. Дають змогу прямо оцінити різниці середніх, отриманих у двох вибірках (t-критерій Стьюдента)	1. Дають змогу оцінити лише середні тенденції, відповісти на питання, чи частіше у вибірці А трапляються вищі, а у вибірці Б - нижчі значення ознаки (критерії $Q$ , $U$ , $\varphi^*$ та ін.)
2. Дають змогу прямо оцінити відмінності в дисперсіях (F-критерій Фішера)	2. Уможливають оцінювання лише відмінності в діапазонах варіативності ознаки (критерій $\varphi^*$ )
3. Уможливають виявлення тенденції зміни ознаки при переході від умови до умови при нормальному розподілі ознаки (однофакторний дисперсійний аналіз)	3. Уможливають виявлення тенденції зміни ознаки при переході від умови до умови при будь-якому розподілі ознаки (критерії тенденцій $L$ і $S$ )
4. Уможливають оцінювання взаємодії двох і більше факторів у їх впливі на зміни ознаки (двофакторний дисперсійний аналіз)	4. Ця можливість відсутня
5. Експериментальні дані повинні відповідати умовам: а) значення ознаки виміряні за інтервальною шкалою; б) розподіл ознаки є нормальним; в) у дисперсійному аналізі слід дотримуватися вимоги рівності дисперсій у комірках комплексу	5. Експериментальні дані можуть не відповідати жодній із цих умов: а) значення ознаки можуть бути пред'явлені у будь-якій шкалі; б) розподіл ознаки може бути будь-яким, збіг його з теоретичним законом розподілу не потребує перевірки; в) вимога рівності дисперсій відсутня
6. Математичні розрахунки дуже складні	6. Математичні розрахунки здебільшого прості і займають мало часу

7. Якщо умови, перераховані в п. 5, не задовольняються, параметричні критерії виявляються дещо потужнішими, ніж непараметричні	7. Якщо умови, перераховані в п. 5, не задовольняються, непараметричні критерії виявляються потужнішими, ніж параметричні, оскільки вони менш чутливі до «засмічень»
--	--

Розглянемо класифікацію задач і методів їх розв'язання з використанням параметричних і непараметричних статистичних критеріїв (див. Табл. 5.2, 5.3).  
Таблиця 5.2.

Класифікація задач і методів їх розв'язання з використанням параметричних статистичних критеріїв

Задача	Умови	Методи (критерії)
1. Оцінка відповідності емпіричного розподілу нормальному закону	зіставлення емпіричного розподілу з теоретичним	Критерії асиметрії і ексцесу, $\chi^2$ - критерій Пірсона
2. Пряма оцінка рівня середньої величини	а) дисперсія відома; б) дисперсія невідома.	z-критерій t-критерій Стьюдента
3. Пряма оцінка рівня дисперсії		$\chi^2$ - критерій Пірсона
4. Оцінка відмінностей у рівні середніх значень ознаки	а) 2 незв'язані вибірки однакової чисельності; б) 2 незв'язані вибірки різної чисельності; в) 2 зв'язані вибірки; г) 3 і більше вибірок.	t-критерій Стьюдента Однофакторний дисперсійний аналіз Фішера
5. Оцінка істотності різниць дисперсій ознаки	а) 2 незв'язані вибірки однакової чисельності; б) 2 зв'язані вибірки; в) 3 і більше вибірок однакової чисельності; г) 3 і більше вибірок різної чисельності.	F-критерій Фішера t -критерій Стьюдента q-критерій Кохрана M-критерій Бартлета
6. Аналіз змін ознаки під впливом контрольованих умов	а) під впливом одного фактора; б) під впливом двох факторів.	Однофакторний дисперсійний аналіз Фішера Двохфакторний дисперсійний аналіз Фішера

Класифікація задач і методів їх розв'язання з використанням непараметричних статистичних критеріїв

Таблиця 5.3.

Задача	Умови	Методи (критерії)
1. Виявлення відмінностей у рівні досліджуваної ознаки	а) 2 вибірки;	Q-критерій Розенбаума, U-критерій Манна-Уїтні, $\phi$ -критерій кутового перетворення Фішера
	б) 3 і більше вибірок.	S-критерій Джонкіра, H-критерій Крускала-Уолліса
2. Оцінка зсуву значень досліджуваної ознаки	а) 2 виміри на одній і тій же вибірці;	T-критерій Вілкоксона, G-критерій знаків, $\phi$ -критерій кутового перетворення Фішера
	б) 3 і більше вимірів на одній і тій же вибірці	$\chi^2$ -критерій Фрідмана, L-критерій Пейджа
3. Виявлення відмінностей у розподілі досліджуваної ознаки	а) при зіставленні емпіричного розподілу з теоретичним;	$\chi^2$ -критерій Пірсона, $\lambda$ -критерій Колмогорова-Смірнова, m-біноміальний критерій
	б) при зіставленні двох емпіричних розподілів.	$\chi^2$ -критерій Пірсона, $\lambda$ -критерій Колмогорова-Смірнова, $\phi$ -критерій кутового перетворення Фішера
4. Аналіз змін ознаки під впливом контрольованих умов	а) під впливом одного фактора;	S-критерій Джонкіра, L-критерій Пейджа, Однофакторний дисперсійний аналіз Фішера
	б) під впливом двох факторів одночасно.	Двохфакторний дисперсійний аналіз Фішера

*Алгоритм прийняття рішення про задачу і метод її вирішення на стадії, коли дані вже отримані*

1. По першій колонці Табл. 5.2 і Табл. 5.3 визначити, яка із задач стоїть у вашому дослідженні.

2. По другій колонці Табл. 5.2 і Табл. 5.3 визначити, які умови вирішення вашої задачі, наприклад, скільки вибірок досліджено або на яку кількість груп ви можете розділити досліджену вибірку.

3. По третій колонці Табл. 5.2 і Табл. 5.3 визначити, які методи буде найбільш доцільно використовувати у вашій дослідницькій ситуації.

*Алгоритм прийняття рішення про задачу і метод її вирішення на стадії планування дослідження*

1. Визначте, яку модель ви вважаєте найбільш оптимальною для доведення ваших наукових передбачень.
2. Уважно ознайомтесь з описом методу, прикладами і задачами для самостійного вирішення у спеціальній літературі.
3. Якщо ви переконані у правильності вибору методу, зверніть особливу увагу на обмеження його застосування (друга колонка Табл. 5.2 і Табл. 5.3 або відповідний розділ спеціальної літератури) і вирішіть, чи зможете ви зібрати дані, які будуть відповідати цим обмеженням (великі об'єми вибірок, наявність кількох вибірок та ін.)
4. Проведіть дослідження, а потім проведіть обробку отриманих даних за попередньо вибраним алгоритмом, якщо не вдалося виконати обмеження.
5. Якщо обмеження виконати не вдалося, зверніться до алгоритму прийняття рішення про задачу і метод її вирішення на стадії, коли дані вже отримані.

### **5.2. Генеральна сукупність та вибірка дослідження**

Генеральною сукупністю вважається множина усіх об'єктів, властивості яких цікавлять дослідника. Вибіркою прийнято вважати підмножину генеральної сукупності, яка реально вивчається. Вибірка повинна адекватно відображати властивості сукупності, що цікавлять дослідника. Результати вибіркового дослідження мають бути поширені на усю сукупність.

У більшості статистичних досліджень потрібно з деякої генеральної сукупності сформулювати вибірку згідно заданим показникам адекватності. На підставі властивостей випадкової вибірки і висунутого критерію ефективності необхідно оцінити вибірові статистичні характеристики. По вибіровим характеристикам належить методом математичної індукції зробити висновок про характеристики усієї генеральної сукупності досліджуваних об'єктів.

Таким чином, множина усіх можливих уявних спостережень, які могли б бути проведені при даному комплексі умов, прийнято вважати генеральною сукупністю. Оскільки у визначенні йдеться про уявно можливі спостереження, то генеральна сукупність вважається абстрактним поняттям, яке не слід змішувати з реальними сукупностями, що підлягають статистичному дослідженню. Закон або функція розподілу вірогідності повністю характеризують генеральну сукупність.

Вибірку можна тлумачити як деякий емпіричний аналог (модель) генеральної сукупності, з яким найчастіше на практиці доводиться мати справу, оскільки дослідження усієї генеральної сукупності буває або дуже трудомістким, або принципово неможливим. Задачі математичної статистики фактично зводяться до обґрунтування висновку про об'єктивні властивості генеральної сукупності по результатам вибірки.

Достовірність висновків, що отримуються в результаті статистичної обробки даних, у багатьох випадках залежить від успішного вирішення питання *репрезентативності вибірки*, тобто повноти і адекватності подання властивостей генеральної сукупності моделлю у вигляді вибірки.

Співвідношення між властивостями генеральної сукупності і



характеристиками вибірки можуть задовольняти умовам «репрезентативності», а можуть і не задовольнити їм. Слово «репрезентативний» означає типовий, характерний, адекватний, представлений рисами, подібний до чого-небудь.

Репрезентативність досягається завдяки побудові вибірки, яка найкращим чином представляє генеральну сукупність і дозволяє обгрунтовано переносити висновки, отримані при аналізі вибірки, на генеральну сукупність.

Репрезентативність являє собою таке подання інформації у вигляді, достатньому для отримання обгрунтованого розв'язку, заради якого воно (представлення) було створено. Наприклад, у вибірковому методі статистики репрезентативність інформації являє собою відповідність (адекватність) характеристик вибірки характеристикам генеральної сукупності.

Таким чином, найважливішою властивістю статистичної обробки даних є проблема репрезентативності вибірки. Вибірka повинна адекватно відображати властивості генеральної сукупності.

Виникає закономірне питання, як сформулювати репрезентативну вибірку? З точки зору статистики репрезентативність вибірки означає, що представлений в вибірці розподіл досліджуваних ознак відповідає (з певною часткою похибки) їх розподілу в генеральній сукупності.

Наведемо два методи, що забезпечують репрезентативність вибірки.

*Перший метод формування простої випадкової вибірки.* У цьому випадку вибірка складається з елементів, відібраних з генеральної сукупності таким чином, щоб кожен елемент цієї сукупності мав би рівні можливості (рівну ймовірність) потрапити до вибірки. Отримана таким чином вибірка називається простою випадковою вибіркою.

Другий метод ґрунтується на понятті *стратифікованої випадкової вибірки*. Для цього необхідно розбити елементи генеральної сукупності на страти (групи) за деякими характеристиками. Наприклад, при обстеженні попиту на деякий товар генеральну сукупність бажано розбити на групи, що розрізняються за величиною доходу, соціальної приналежності або навіть за місцем проживання (місто, село). Якщо проведена подібна розбивка сукупності і випадкова вибірка формується окремо з кожної групи (страти), то отримана в результаті вибірка носить назву стратифікована випадкова вибірка.

Як визначається обсяг вибірки? Підкреслимо, що він залежить насамперед від завдань дослідження. Тим не менш, можна сформулювати найбільш загальні рекомендації:

- Найбільший обсяг вибірки необхідний при розробці діагностичної методики - від 200 до 1000-2500 чоловік.
- Якщо необхідно порівнювати дві вибірки, їх загальна чисельність повинна бути не менше 50 осіб; чисельність порівнюваних вибірок повинна бути приблизно однаковою.
- Якщо вивчається взаємозв'язок між будь-якими властивостями, то обсяг вибірки повинен бути не менше 30-35 осіб.

- Чим більша мінливість досліджуваної властивості, тим більший повинен бути обсяг вибірки. Мінливість можна зменшити, збільшуючи однорідність вибірки, наприклад, за статтю, віком і т.д. При цьому, відповідно, зменшуються можливості генералізації висновків.

Окрім того *вибірки можуть бути залежними або незалежними*. Незалежні вибірки характеризуються тим, що ймовірність відбору будь-якого досліджуваного однієї вибірки не залежить від відбору будь-якого досліджуваного з іншої вибірки. Навпаки, залежні вибірки характеризуються тим, що кожен досліджуваний однієї вибірки поставлений у відповідність за певним критерієм досліджуваному з іншої вибірки.

#### **Завдання на самостійну підготовку**

6. Статистичні критерії. Види статистичних критеріїв. Параметричні і непараметричні критерії. Порівняльна характеристика параметричних і непараметричних статистичних критеріїв.

7. Алгоритм прийняття рішення про задачу і метод її вирішення на стадії, коли дані вже отримані або на стадії планування дослідження.

8. Нормальний закон розподілення даних і його застосування. Характеристики параметрів нормального закону розподілення.

9. Дайте порівняльну характеристику основним стратегіям формування вибірок.

10. Які існують рекомендації щодо вибору оптимального обсягу вибірки?

11. Характеристика залежних і незалежних вибірок дослідження