

**МІНІСТЕРСТВО ВНУТРІШНІХ СПРАВ УКРАЇНИ  
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ВНУТРІШНІХ СПРАВ**

*Факультет № 6  
Кафедра соціології та психології*

**ТЕКСТ ЛЕКЦІЇ**

з навчальної дисципліни «**Математичні методи в психології**»  
обов'язкових компонент  
освітньої програми першого (бакалаврського) рівня вищої освіти

*053 Психологія (практична психологія)*

**Тема №8. Непараметричні методи порівняння вибірок досліджуваних**

**Харків 2023**

### **ЗАТВЕРДЖЕНО**

Науково-методичною радою  
Харківського національного  
університету внутрішніх справ  
Протокол від 30.08.2023 № 7

### **СХВАЛЕНО**

Вченою радою факультету № 6  
Протокол від 25.08.2023 № 7

### **ПОГОДЖЕНО**

Секцією Науково-методичної  
ради ХНУВС гуманітарних та  
соціально- економічних дисциплін  
Протокол від 29.08.2023 № 7

Розглянуто на засіданні кафедри соціології та психології (протокол №8 від 15.08.2023)

#### **Розробник:**

Доцент кафедри соціології та психології, кандидат психологічних наук, доцент  
Твердохвалова Ю.Л.

#### **Рецензенти:**

1. Професор кафедри психології Харківського національного педагогічного університету імені Г.С. Сковороди, доктор психологічних наук, професор, Кузнєцов М.А.
2. Доцент кафедри соціології та психології факультету № 6 Харківського національного університету внутрішніх справ, кандидат психологічних наук, доцент Греса Н.В.

### План лекції

- 8.1. Статистичний критерій U-Манна-Уїтні
- 8.2. Статистичний критерій G-знаків
- 8.3. Статистичний критерій  $\phi$  - кутове перетворення Фішера

### Рекомендована література (основна, допоміжна), інформаційні ресурси в Інтернеті

#### Основна:

1. Климчук В.О. Математичні методи у психології. Навчальний посібник для студентів психологічних спеціальностей. Київ : Освіта України. 2009. 288 с.
2. Телейко А.Б. Чорней Р.К. Математико-статистичні методи в соціології та психології : Навч. посібник. Київ : МАУП, 2007. 424 с.
3. Руденко В.М., Руденко Н.М. Математичні методи в психології : підручник. Київ : Академвидав, 2009. 384 с.

#### Допоміжна:

1. Літнарів Р.М. Основи математичної статистики у психології : Навчальний посібник. Ч.3. Рівне : МЕРУ, 2006. 49 с.
2. Татяничков А.О. Методичні рекомендації до виконання лабораторних робіт з курсу «Методи психологічного дослідження: математичні методи в психології». Одеса : Вид-во Університету Ушинського, 2019. 38 с.
3. Климчук В.О. Кластерний аналіз: використання в психологічних дослідженнях// Практична психологія та соціальна робота. 2006. №4. С. 30-36.
4. Циба В.Т. Математичні основи соціологічних досліджень: кваліметричний підхід. - К.: МАУП, 2002. - 248 с.
5. Климчук В.О. Викладання курсу “Математичні методи у психології” в умовах кредитно-модульної системи // Соціальна психологія. 2008. №2 (28). С. 180-189.

### Текст лекції

#### 1. Загальне поняття про непараметричні методи

До методів порівняння вибірок, відповідно до прийнятої класифікації, ми відносимо способи перевірки статистичних гіпотез про відмінність вибірок за рівнем вираженості ознаки.

Непараметричні методи порівняння вибірок, що розглядаються в даній темі, є аналогами параметричних методів порівняння середніх значень. Непараметричні аналоги параметричних методів порівняння вибірок застосовуються у випадках, коли не виконуються основні припущення, які є в основі параметричних методів порівняння середніх значень.

#### *Умови, коли застосовуються непараметричні методи:*

- є підстави вважати, що розподіл значень ознаки в генеральній сукупності не відповідає нормальному закону;

- є сумніви в нормальності розподілу ознаки в генеральній сукупності, але вибірка занадто мала, щоб з вибіркового розподілу робити висновки про розподіл у генеральній сукупності;

- не виконується вимога гомогенності дисперсії при порівнянні середніх значень для незалежних вибірок.

*На практиці перевага непараметричних методів найбільш помітна, коли в даних є викиди (екстремально великі чи малі значення). Основна (нульова) статистична гіпотеза при цьому містить твердження про ідентичність генеральних сукупностей (з яких вилучені вибірки) за рівнем вираженості досліджуваної ознаки. При порівнянні вибірок з використанням непараметричних критеріїв, як і у випадку параметричних критеріїв, зазвичай перевіряються ненаправлені статистичні гіпотези.*

### **1.1. Статистичний критерій U-Манна-Уїтні**

#### *Теоретичні засади та сфера застосування*

U-критерій вперше був запропонований Ф. Вілкоксоном (1945) для аналізу значимості відмінностей між двома однаковими за обсягом незалежними вибірками. Дослідники Г.Б. Манн та Д.Р. Уїтні (1947) модифікували його для вибірок різного обсягу. О. В. Сидоренко зазначає, що існує кілька способів обчислення U-критерія і, відповідно, кілька варіантів таблиць статистичної значимості, тож працюючи за формулою із одного джерела, варто користуватися саме тією таблицею статистичної значимості, яка у цьому ж джерелі наводиться. Також можна зустріти різні назви цього критерію: критерій Манна-Уїтні-Вілкоксона (скорочено - MWW), критерій Вілкоксона-Манна-Уїтні, критерій рангових сум Вілкоксона.

U-критерій Манна-Уїтні використовується для порівняння між собою результатів досліджень у *двох незалежних вибірках*. Формальним критерієм незалежності вибірок є відсутність кореляції між ними.

Застосувавши критерій Манна-Уїтні ми дізнаємося, наскільки статистично значимі відмінності між двома незалежними вибірками і, відповідно, наскільки впевнено можна робити висновки про ці відмінності. Також за допомогою цього критерію можна робити висновок про незначимість відмінностей між вибірками - це необхідно, наприклад, коли ми хочемо переконатися, що показники контрольної та експериментальної групи до експерименту не відрізняються, або хочемо довести, що середні показники IQ учнів 10-А і 10-Г класу однакові.

#### *Алгоритм розрахунку U-критерій Манна-Уїтні*

1. Обчисліть середні арифметичні для обох вибірок ( $X_1$  та  $X_2$ );
2. Сформулюйте нульову і альтернативну статистичні гіпотези ( $H_0$  та  $H_1$ ):

$H_0$  - відмінності між  $\bar{X}_1$  та  $\bar{X}_2$  випадкові і незначимі.

$H_1$  - відмінності між  $\bar{X}_1$  та  $\bar{X}_2$  достовірні, значимі.

3. Дані обох груп об'єднайте у один ряд, розташували їх у порядку зростання. Щоб не заплутатися, де яка група, дані однієї групи кодують 1, а

другої групи - 2 (або, якщо зручніше, X та Y відповідно).

4. Значення об'єднаного ряду прорангуйте (присвойте кожному числу його ранг).

5. Знайдіть суми рангів для обох груп ( $R_1$  та  $R_2$ ).

6. Обчисліть два значення ( $U_1$  та  $U_2$ ) за формулами:

$$U_1 = n_1 \cdot n_2 + \frac{n_1 \cdot (n_1 + 1)}{2} - R_1$$

$$U_2 = n_1 \cdot n_2 + \frac{n_2 \cdot (n_2 + 1)}{2} - R_2$$

$n_1$  - кількість досліджуваних в 1 групі;  $n_2$  - кількість досліджуваних в 2 групі;  
 $R_1, R_2$  - суми рангів для першої та другої групи.

7. Після обчислень порівняйте  $U_1$  та  $U_2$  і оберіть найменше значення ( $U_{\text{емп}}$ ).

8. Зверніться до таблиці критичних значень критерію U-Манна-Уїтні. У комірці, що відповідає обсягам першої та другої вибірок ( $n_1$  та  $n_2$ ), знайдіть критичне значення U-критерія ( $U_{\text{крит}}$ ).

9. Порівняйте обчислене вами  $U_{\text{емп}}$  та знайдене у таблиці  $U_{\text{крит}}$ . Якщо  $U_{\text{емп}} \leq U_{\text{крит}}$  приймається гіпотеза  $H_1$  на рівні  $p < 0,05$ ; якщо  $U_{\text{емп}} > U_{\text{крит}}$  - приймається гіпотеза  $H_0$ .

Приклад:

Чи будуть виявлені статистично достовірні відмінності в показниках креативності підлітків з девіантною поведінкою в порівнянні з підлітками без девіацій?

Таблиця 1 Показники соціальної креативності особистості підлітків

№	Випробовувані	Підлітки з девіантною поведінкою	Випробовувані	Підлітки без девіантної поведінки
1	Саша Н.	73	Аня К.	18
2	Артем У.	101	Олег А.	121
3	Вова П.	130	Таня Н.	134
4	Галя П.	86	Юра В.	110
5	Діма Е.	102	Ігор П.	122
6	Ігор Ш.	117	Лена Р.	132
7	Лена В.	91	Люда Т.	110
8	Рома Д.	94	Ваня В.	111
9	Юля А.	139	Іра К.	145
10	Юля Ж.	144	Лена Д.	162

**Рішення.** Об'єднаємо отримані дані в один ряд і впорядкуємо його по

зростанню. Зверху кожен елемент першої групи позначимо X, а другої групи — Y.

Y X X X X X X Y Y Y X Y Y X Y Y X X Y Y  
18 73 86 91 94 101 102 110 110 111 117 121 122 130 132 134 139 144 145 162

Сформулюємо статистичні гіпотези:  $H_0$  — відсутні статистично достовірні відмінності між групами.  $H_1$  — існують статистично достовірні відмінності між групами. Якби упорядкований ряд мав би наступний вигляд: XXXXXXXXXXXX YYYYYYYYYY або YYYYYYYYYY XXXXXXXXXXXX, то дві такі вибірки достовірно розрізнялися б між собою. Ці два розташування називаються «ідеальними».

У нашому випадку ряд містить багато порушень в розташуванні чисел у впорядкованому ряду (відрізняється від «ідеального»). Кожне порушення (інверсія) — це таке розташування чисел, коли перед деяким числом першого ряду стоїть число другого ряду. Інверсії підраховуються щодо двох ідеальних розташувань, що зручно проводити в таблиці. Інверсія Y / X — це розташування, при якому число ряду Y стоїть перед числом ряду X. Інверсія XY — це розташування, при якому число ряду X стоїть перед числом ряду Y. Інверсії Y / X підраховуються таким чином: перед числом 73 ряду X варто одне число 18 ряду Y, тому в таблиці поруч з числом 73 ставимо 1 (одна інверсія); перед числом 86 ряду X стоїть те ж число 18 ряду Y, тому в таблиці поруч з числом 86 ставимо 1; ... ; Перед числом 117 ряду X стоять чотири числа ряду Y, тому в таблиці поруч з числом 117 ставимо 4 (чотири інверсії) і т. д.

Підлітки з девіантною поведінкою	Інверсії Y/X	Підлітки без девіантної поведінки	Інверсії X/Y
73		18	0
86		110	6
91		110	6
94		111	6
101		121	7
102		122	7
117	4	132	8
130	6	134	8
139	8	145	10
144	8	162	10
<b>СУМА</b>	<b>32</b>		<b>68</b>

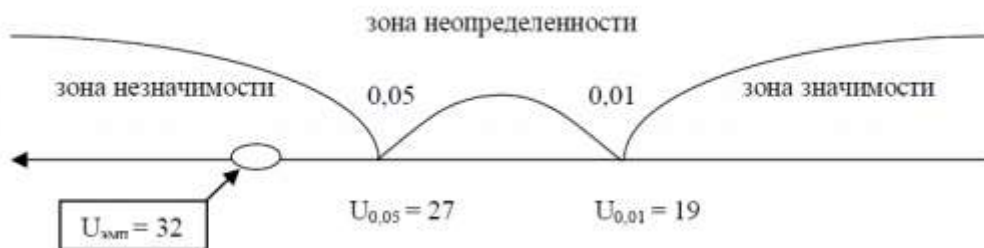
Формула підрахунку емпіричного значення:

$U_{\text{емп}} = \min (\Sigma (Y / X); \Sigma (X / Y))$ , де  $\Sigma (Y / X)$  і  $\Sigma (X / Y)$  — суми інверсій.

$U_{\text{емп}}$  є мінімальна сума інверсій, тобто  $U_{\text{емп}} = 32$ .

Критичні значення для критерію U-Манна-Уїтні знаходимо по таблиці. Пошук критичних величин ведеться за кількістю випробовуваних  $n_1 = 10$ ,  $n_2 = 10$ . Визначаємо що  $U_{0,05} = 27$ ;  $U_{0,01} = 19$ .

Побудуємо «вісь значущості», на якій розташуємо критичні значення  $U_{0,05} = 27$ ,  $U_{0,01} = 19$  і емпіричне значення  $U_{\text{емп}} = 32$ .



Отримана величина  $U_{\text{емп}}$  потрапила в зону незначущості. Приймається гіпотеза Але про те, що відсутні статистично достовірні відмінності між групами. Статистично достовірних відмінностей у показниках креативності між підлітками з девіантною поведінкою та підлітками без девіацій не виявлено.

#### Особливості обчислення та інтерпретації

При обчисленні U-критерія ми зіштовхуємося із необхідністю рангування. Якщо жодне число у наборі даних не повторюється, рангування здійснюється без особливих проблем. Однак може статися, що 2 і більше досліджуваних матимуть однакові показники. Тоді цим досліджуваним уявно проставляються їх ранги (наприклад, 4 та 5), а потім знаходиться їх середнє арифметичне (4,5), і тоді обом уже реально присвоюють ранги, тотожні цьому числу (4,5 та 4,5). Далі рангування продовжують з того рангу, на якому закінчилося уявне рангування (тобто наступному досліджуваному буде присвоєно ранг 6). Такі ранги називають зв'язаними.

Прийняття гіпотези  $H_0$  дає підстави стверджувати, що значимих відмінностей між вибірками (за параметром, що досліджувався) не виявлено. Прийняття гіпотези  $H_1$  на рівні  $p \leq 0,05$  дає підстави для такого висновку: за параметром, що досліджувався, між групами виявлено відмінності, статистично значимі на рівні  $p \leq 0,05$ . Зі статистичної точки зору це означає, що у 5% випадків ми можемо помилитися і виявлені нами відмінності не проявляться. Інакше кажучи, якщо ми повторно проведемо дослідження із вибіркою 100 осіб, то 5 із них не підпадуть під виявлену закономірність.

Розроблені також таблиці критичних значень для рівнів  $p \leq 0,01$ ;  $p \leq 0,001$ , а також для вибірок обсягом до 60 осіб (див. Сидоренко Е.В., с. 316).

#### Обмеження застосування

Критерій Манна-Уїтні є непараметричним, тобто при його застосуванні знімається вимога нормальності розподілу і вимога рівності дисперсій. В

цьому плані критерій менш вимогливий, ніж його параметричний аналог - 't-критерій Стюдента для незалежних вибірок, застосування якого вимагає і перевірки нормальності розподілу, і порівняння дисперсій за додатковими статистичними критеріями. Водночас U-критерій менш чутливий, ніж t-критерій.

Застосовуючи критерій Манна-Уїтні, слід також знати деякі обмеження, які стосуються обсягів вибірок. По-перше, мінімальний обсяг вибірок - по 3 особи. Якщо в одній вибірці 2 особи, у іншій має бути мінімум 5. Максимальний обсяг вибірок - по 60 осіб. Однак, як зазначає О.В. Сидоренко, коли обсяги вибірок наближаються до 20, рангування стає доволі громіздким - варто подумати про статистичні програми (Statistica, SPSS).

Ще однією проблемою є зв'язані ранги, які впливають на результат обчислень. Якщо зв'язаних рангів небагато, їх вплив незначний і просто ігнорується. Якщо ж доля зв'язаних рангів є великою (більше половини), результати можуть бути суттєво спотворені. У цьому випадку буде доцільним або звернутися до обчислення у статистичній програмі (Statistica, SPSS), або подумати про t-критерій Стюдента для незалежних вибірок.

## 1.2. Статистичний критерій G-знаків

### *Теоретичні засади та сфера застосування*

Критерій знаків вперше було описано фізиком, математиком, публіцистом і сатириком Дж. Арбетнотом у роботі «Аргументи щодо Божественного Провидіння, отримані на основі регулярності народження людей обох статей» (1710), у якій він перевіряв, чи перевищує 50% доля народження хлопчиків у Лондоні. Пізніше виявилось, що критерій знаків є частинним випадком іншого критерію - біноміального - тому, як зазначає О.В. Сидоренко, інколи критерій знаків називають критерієм Мак-Немара.

Критерій знаків використовується для порівняння між собою результатів досліджень у двох залежних вибірках. Формальним критерієм залежності вибірок є наявність кореляції між ними.

Застосовувавши критерій знаків, ми дізнаємося, наскільки статистично значимі відмінності між двома залежними вибірками і, відповідно, наскільки впевнено можна робити висновки про ці відмінності. Наприклад, можна зробити висновок про ефективність тренінгової роботи - слід перевірити статистичну значимість відмінностей середніх показників до та після тренінгу в експериментальній та контрольній групах.

Важливою перевагою критерія знаків є можливість його застосування не лише до кількісних, але й до якісних показників.

### *Алгоритм розрахунку критерію знаків*

Застосовувати критерій знаків варто за таким алгоритмом:

1. Обчисліть середні арифметичні для обох вибірок ( $\bar{X}_1$  та  $\bar{X}_2$ );
2. Сформулюйте нульову і альтернативну статистичні гіпотези ( $H_0$  та  $H_1$ );

$H_0$  - відмінності між  $\bar{X}_1$  та  $\bar{X}_2$  випадкові (або їх взагалі не існує).

$H_1$  - відмінності між  $\bar{X}_1$  та  $\bar{X}_2$  достовірні, значимі.

3. Дані обох груп записуємо поруч, щоб кожному досліджуваному відповідала його пара значень.

4. Порівнюємо пару значень кожного досліджуваного. Якщо спостерігається зростання показника - ставимо знак «+», якщо спадання - знак «-», показник не змінився - знак «=».

5. Підраховуємо кількість тих знаків, які нас цікавлять (якщо нас цікавить зростання показників - це будуть знаки «+», а якщо спадання - знаки «-»). Отримана кількість знаків і буде емпіричним значенням критерія знаків  $G_{\text{емп}}$ .

6. Зверніться до таблиці критичних значень критерію знаків. У комірці, що відповідає обсягу вибірки ( $n$ ), знайдіть критичне значення ( $G_{\text{крит}}$ ).

7. Порівняйте обчислене вами  $G_{\text{емп}}$  та знайдене у таблиці  $G_{\text{крит}}$ . Якщо  $G_{\text{емп}} < G_{\text{крит}}$  - приймається гіпотеза  $H_0$ ; якщо  $G_{\text{емп}} \geq G_{\text{крит}}$  - приймається  $H_1$  на рівні  $p \leq 0,05$ .

Приклад.

Чи буде тренінг сприятиме підвищенню показовий за методикою «Шкала соціального інтересу»?

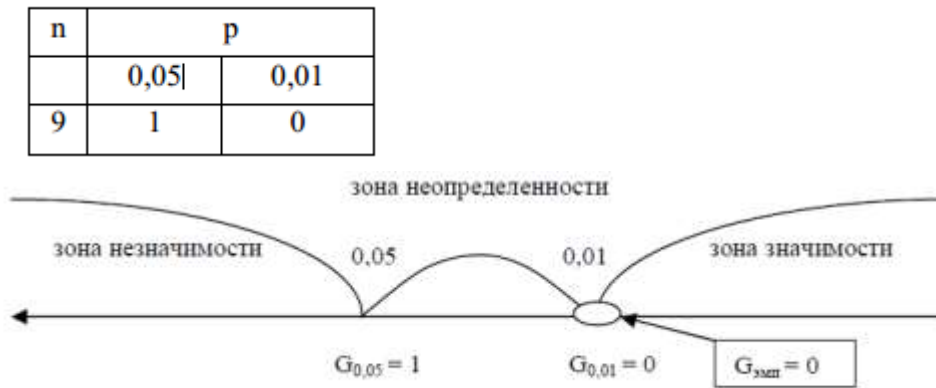
Таблиця 1 Результати діагностики «до» і «після» впливу

№	Ім'я	До	Після
1	Іра А.	3	8
2	Наташа О.	5	8
3	Оля Е.	5	9
4	Аня К.	8	9
5	Ліда Д.	6	7
6	Максим У.	4	8
7	Ольга А.	8	9
8	Аня І.	3	3
9	Віра П.	5	6

**Рішення.** Визначимо «зсув», тобто різниця між показниками кожного учасника «після» і «до» тренінгу (див. Таблицю 2). Таблиця 2 Результати діагностики «до» і «після» впливу

З формулюємо статистичні гіпотези:  $H_0$  — зрушення показників після тренінгу є випадковим.  $H_1$  — зрушення показників після тренінгу є не випадковим. Підраховуємо загальне число нульових, позитивних і негативних зрушень: Загальне число нульових зрушень — 1; Загальне число позитивних зрушень — 9; Загальне число негативних зрушень — 0.

Найбільша сума зрушень називається типовим зрушенням і позначається буквою  $n$ . Найменша сума зрушень — нетиповим зрушенням і позначається як  $G_{\text{емп}}$ . У нашому випадку типовий зсув  $n = 9$ , а нетиповий зрушення  $G_{\text{емп}} = 0$ . Далі оцінка статистичної достовірності зсуву за умовою  $G$ -знаків проводиться за таблицею 1.



Гіпотеза  $H_0$  відхиляється і приймається гіпотеза  $H_1$  про те, що зрушення показників після тренінгу є не випадковим. Отриманий в результаті експерименту зрушення показників статистично значущий на рівні  $p = 0.01$ . Тренінг сприяв збільшенню показників за методикою «Шкала соціального інтересу» статистично достовірно.

#### *Особливості обчислення та інтерпретації*

Прийняття гіпотези  $H_0$  дає підстави стверджувати, що значимих відмінностей між вибірками (за параметром, що досліджувався) не виявлено. Прийняття гіпотези  $H_1$  на рівні  $p \leq 0,05$  дає підстави для такого висновку: за параметром, що досліджувався, між групами виявлено відмінності, статистично значимі на рівні  $p \leq 0,05$ . Зі статистичної точки зору це означає, що у 5% випадків ми можемо помилитися і виявлені нами відмінності не проявляться.

Розроблені також таблиці критичних значень для рівня  $p \leq 0,01$  та для вибірок обсягом до 300 осіб (див. Сидоренко Е.В., с. 323).

#### *Обмеження застосування*

Критерій знаків є непараметричним, тобто при його застосуванні знімається вимога нормальності розподілу і вимога рівності дисперсій. В цьому плані критерій менш вимогливий, ніж його параметричний аналог -  $t$ -критерій Стюдента для залежних вибірок, застосування якого вимагає і перевірки нормальності розподілу, і порівняння дисперсій за додатковими статистичними критеріями. Водночас критерій знаків менш чутливий, ніж  $t$ -критерій. Існує непараметричний аналог критерія знаків -  $T$ -критерій Вілкоксона.

Вимоги до вибірок: мінімальний обсяг вибірок - 5 осіб, максимальний - 300.

### 1.3. Статистичний критерій $\phi$ - кутове перетворення Фішера

#### *Теоретичні засади та сфера застосування*

Непараметричний критерій  $\phi$  використовують для порівняння двох вибірок за частотою виявлення певного ефекту. Критерій  $\phi$  оцінює достовірність відмінностей між відсотковими частками (іншими словами, пропорціями) двох вибірок, в яких зареєстровано ефект, що становить інтерес. Він входить до числа багатофункціональних статистичних критеріїв. Це означає, що дані можуть бути представлені у будь-якій шкалі, починаючи від номінальної (шкали найменувань). Це також означає, що вибірки можуть бути як незалежними, так і залежними.

#### *Алгоритм розрахунку критерію $\phi$ -Фішера*

1. Визначити значення ознаки, які будуть критерієм розподілу досліджуваних на тих, що мають «ефект», і тих, хто немає «ефекту».
2. Перевірити, чи виконуються умови застосування критерію  $\phi$ .
3. Визначити відсоткові частки досліджуваних, у яких «ефект є». Записати ці відсотки поруч з відповідними їм значеннями в лівому стовпці чотирикоміркової таблиці розміром  $2 \times 2$ . Перший стовпець - «ефект є», другий - «ефекту немає»; перший рядок - вибірка 1 (вибірка з більшою відсотковою часткою), другий - вибірка 2 (вибірка з меншою відсотковою часткою). У відповідний спосіб заповнити таблицю.
4. Сформулювати основну і альтернативну гіпотези.  
 $H_0$ : частка тих, хто має досліджуваний ефект, у вибірці 1 не більша, ніж у вибірці 2;  
 $H_1$ : частка тих, хто має досліджуваний ефект, у вибірці 1 більша, ніж у вибірці 2.
5. За таблицею визначити кути  $\phi_1$  та  $\phi_2$  для порівнюваних відсоткових часток.

6. Обчислити емпіричне значення  $\phi$  за формулою

$$\phi_{\text{емп}}^* = (\phi_1 - \phi_2) \sqrt{\frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}},$$

де,  $n_1$ ;  $n_2$  - обсяг вибірки відповідно першої та другої.

7. За таблицею визначити рівень значущості отриманого  $\phi_{\text{емп}}$ . На цій підставі дійти висновку про прийняття чи відхилення основної гіпотези. Якщо рівень значущості отриманого  $\phi_{\text{емп}}$  менший від 0,01 (тобто 1%), гіпотеза  $H_0$  відхиляється, якщо щонайменше 0,05 - приймається. В інших випадках гіпотеза  $H_0$  відхиляється на рівні значущості, що відповідає отриманому  $\phi_{\text{емп}}$  (тобто на рівні значущості 1-5 %)

**Приклад** -зіставлення вибірок по якісно визначеній ознаці В даному варіанті використання критерію ми порівнюємо відсоток випробовуваних в одній вибірці, що характеризуються будь-якою якістю, з відсотком

випробовуваних в іншій вибірці, що характеризуються тією ж якістю.

Припустимо, нас цікавить, чи розрізняються дві групи студентів по успішності вирішення нового експериментального завдання. У першій групі з 20 чоловік з ним впоралися 12 осіб, а в другій вибірці з 25 осіб – 10. У першому випадку відсоткова частка, що розв'язали задачу складе  $12 / 20 \times 100\% = 60\%$ , а в другому  $10 / 25 \times 100\% = 40\%$ . Чи достовірно розрізняються ці відсоткові частки при даних  $n_1$  і  $n_2$ ?

Перевіримо це. Оскільки нас цікавить факт виконання завдання, будемо вважати "ефектом" успіх у вирішенні експериментальної завдання, а відсутністю ефекту - невдачу в її вирішенні.

*Сформулюємо гіпотези.*  $H_0$ : Частка осіб, впоралися із завданням, в першій групі не більше, ніж у другій групі.

$H_1$ : Частка осіб, впоралися із завданням, в першій групі більше, ніж у другій групі. Тепер побудуємо так звану чотири коміркову таблицю, яка фактично являє собою таблицю емпіричних частот за двома значеннями ознаки: "є ефект" – "немає"

**Таблиця.** Чотири коміркова таблиця для розрахунку критерію при зіставленні двох груп випробовуваних по процентній частці розв'язання задачі.

Групи	“Є ефект”: задача вирішена			“Нема ефекту”: задача не вирішена			Суми
	Кількість випробуваних	% частка		Кількість випробуваних	% частка		
1 група	12	(60%)	А	8	(40%)	Б	20
2 група	10	(40%)	В	15	(60%)	Г	25
Суми	22			23			45

У чотири комірковій таблиці, як правило, зверху розмічаються стовпці “Є ефект” і “Нема ефекту”, а зліва — рядки “1 група” і “2 група”. Беруть участь в порівняннях, власне, тільки поля (комірки) А і В, тобто процентні частки по стовпчику “Є ефект”. За Таблиця визначаємо величини  $\phi^*$ , що відповідають процентним долям в кожній з груп.

$$\phi_1 (60\%) = 1,772$$

$$\phi_2 (40\%) = 1,369$$

Тепер підрахуємо емпіричне значення  $\phi^*$  за формулою:

$$\phi_{\text{емп}}^* = (1,772 - 1,369) \cdot \sqrt{\frac{20 \cdot 25}{20 + 25}} = 0,403 \cdot \sqrt{11,11} = 1,34$$

За Таблицею визначаємо, якому рівню значущості відповідає ( $\phi_{\text{емп}} = 1,34$ ;  $p = 0,09$ ) Можна встановити і критичні значення  $\phi^*$ , що відповідають прийнятим в психології рівням статистичної значущості:

$$\phi_{\text{емп}}^* = 1,64 (p < 0,05)$$

$$\phi_{\text{емп}}^* = 2,31 (p < 0,01)$$

$$\phi_{\text{емп}}^* = 1,34$$

$\phi^*_{\text{емп}} < \phi^*_{\text{кр}}$  Отримане емпіричне значення  $\phi^*$  знаходиться в зоні незначущості.

**Відповідь:**  $H_0$  приймається. Частка осіб, які впоралися із завданням, в першій групі не більше, ніж у другій групі.

*Обмеження критерію  $\phi$ -Фішера*

Перед застосуванням кутового перетворення Фішера потрібно перевірити такі умови-обмеження.

1. Жодна з часток, що зіставляються не повинна дорівнювати нулю.
2. Верхня межа в критерії  $\phi$  відсутня - вибірки можуть бути якими завгодно великими.
3. Нижня межа - 2 спостереження в одній з вибірок. При цьому необхідно, щоб вибірки задовольняли наступним умовам:
  - якщо в одній вибірці лише 2 спостереження, то в іншій повинно бути не менше 30;
  - якщо в одній вибірці лише 3 спостереження, в іншій має бути не менше 7;
  - якщо в одній вибірці лише 4 спостереження, друга має містити не менше 5;
  - при  $n_1, n_2 > 5$  можливі будь-які порівняння.

**Завдання на самостійну підготовку**

1. Особливості використання та алгоритм розрахунку критерію U-Манна-Уїтні.
2. Особливості використання та алгоритм розрахунку критерію Т-Вілкоксона.
3. Особливості використання та алгоритм розрахунку критерію G-знаків.
4. Особливості використання та алгоритм розрахунку критерію  $\phi$ -Фішера.