

**МІНІСТЕРСТВО ВНУТРІШНІХ СПРАВ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ВНУТРІШНІХ СПРАВ
КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ ЛЬОТНИЙ КОЛЕДЖ**

Циклова комісія авіаційного і радіоелектронного обладнання

ТЕКСТ ЛЕКЦІЇ

з навчальної дисципліни
«Основи електропривода»
обов'язкових компонент
освітньо-професійної програми першого(бакалаврського) рівня вищої освіти

***173 Авіоніка
(Авіоніка)***

за темою № 3 – Механіка електроприводу

Кременчук 2023

ЗАТВЕРДЖЕНО

Науково-методичною радою
Харківського національного
університету внутрішніх справ
Протокол від 30.08.2023 № 7

СХВАЛЕНО

Методичною радою
Кременчуцького льотного коледжу
Харківського національного
університету внутрішніх справ
Протокол від 28.08.2023 № 1

ПОГОДЖЕНО

Секцією Науково-методичної ради
ХНУВС з технічних дисциплін
Протокол від 29.08.2023 № 7

Розглянуто на засіданні циклової комісії авіаційного і радіоелектронного обладнання, протокол від 28.08.2023 № 1.

Розробник: викладач циклової комісії авіаційного і радіоелектронного обладнання, к.т.н., спеціаліст вищої категорії, викладач-методист Волканін Є.Є.

Рецензенти:

1. Інженер з технічного обслуговування, ремонту та діагностики авіаційної техніки ТОВ «ЕЙР ТАУРУС» Калінін О.В.
2. Професор циклової комісії авіаційного і радіоелектронного обладнання, к.т.н., спеціаліст вищої категорії Гаврилюк Ю.М.

План лекції:

1. Основні закони механіки електроприводу.
2. Рівняння руху електропривода.
3. Наведена механічна ланка електроприводу.
4. Динамічні характеристики жорсткої механічної ланки.
5. Динамічні характеристики багатомасової механічної системи електропривода.
6. Динамічні характеристики механічної системи з підвішеним вантажем.

Рекомендована література:

Основна література:

1. А. А. Видмиш, Л. В. Ярошенко. Основи електропривода. Теорія та практика. Частина 1. / Навчальний посібник. – Вінниця: ВНАУ, 2020. – 387 с.
2. Харченко В.П. Авіоніка: навч. посіб. / В.П. Харченко, І.В. Остроумов. – К.: НАУ, 2013. – 272 с.
3. Павленко Т. П. Автоматизований електропривод загальнопромислових механізмів. Конспект лекцій (для студентів усіх форм навчання за спеціальністю 141 – Електроенергетика, електротехніка, електромеханіка) / Т.П. Павленко, О. В. Донець, О. М. Петренко; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Харків: ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2018. – 132 с.
4. Aircraft General Knowledge 2 - Electrics and Electronics – 2014.

Допоміжна література:

1. Introduction to Avionics Systems R.P.G. Collinson BScEng(Hons)., CEng., FIET., FRAeS Formerly Manager of the Flight Automation Research Laboratory of GEC Avionics, Rochester, Kent, UK (now part of BAE Systems) Third Edition - 2011. – 547 p.
2. Методичні вказівки до виконання практичних та самостійних робіт з дисципліни "Теорія електропривода" (для студентів 3, 4 курсів усіх форм навчання напряму підготовки 6.050702 «Електромеханіка» та слухачів другої вищої освіти спеціальності 7.05070203 «Електричний транспорт») / Харк. нац. акад. міськ. госп-ва; уклад.: О. В. Донець, П. М. Пушков, М. І. Шпіка. – Х.: ХНАМГ, 2013. – 39 с.

Інформаційні ресурси в Інтернеті:

1. <https://en.wikipedia.org/wiki/Avionics>
2. <https://www.geaerospace.com/systems/avionics>
3. <https://www.youtube.com/watch?v=e9wZstVoP9s>

Текст лекції

1. Основні закони механіки електроприводу

Призначення електроприводу – це створення руху робочих машин і керування ними. До параметрів руху відносяться (табл. 1):

Таблиця 1 – Параметри руху механізмів електропривода

Поступальний рух			Обертальний рух		
Параметр	Позначення	Розмірність	Параметр	Позначення	Розмірність
Шлях	S	м	Кут повороту	φ	радіан
Швидкість	$V = \frac{dS}{dt}$	м / с	Кутова швидкість (частота обертання)	$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$	рад/с; 1/с
Прискорення	$a = \frac{dV}{dt} = \frac{d^2S}{dt^2}$	м / с ²	Кутове прискорення	$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$	рад/с ² ; 1/с ²
Сила	F	Н	Обертаючий момент	$M = F \cdot R$	Н·м
Маса	m	кг	Момент інерції	J	кг м ²

Зміна параметрів руху робочих органів машини відбувається при впливі на їх кінематичний ланцюг (механічну частину) сил F . Для обертального руху фізичним аналогом сили є момент M (Н·м).

Момент обертання створюється силою, прикладеною до плеча (плече – найкоротша відстань від осі обертання до лінії дії сили), наприклад, до радіуса барабана вантажопідійомної лебідки (рис. 1, а) або парою сил, що виникають в електродвигунах обертального руху (рис. 1, б).

Момент обертання M , що розвивається електродвигуном, може бути:

- позитивним, коли двигун працює в руховому режимі, перетворюючи електричну енергію в механічну;
- негативним (гальмівним), коли двигун працює в генераторному режимі або режимі противключення, перетворюючи механічну енергію в електричну.

Рух тіл механічних ланок або кінематичного ланцюга робочої машини підкоряється законам Ньютона.

Перший закон Ньютона – закон інерції. Для поступального руху цей закон говорить – кожне тіло зберігає стан спокою або прямолінійного рівномірного руху до тих пір, поки зовнішні сили не виведуть його з цього стану. Математичне формулювання цього закону:

$$\frac{dV}{dt} = 0, \quad \sum_1^i \overline{F_i} = 0. \quad (1)$$

На тіло діє декілька зовнішніх сил (сила, що створюється двигуном, сила тяжіння, сили тертя та інші). Для того, щоб тіло перебувало в стані спокою або прямолінійного рівномірного руху, необхідно, щоб сума векторів сил, діючих на тіло, була рівна нулю. Розглянемо сили, що діють на тіло, яке знаходиться на похилій площині (рис. 2).

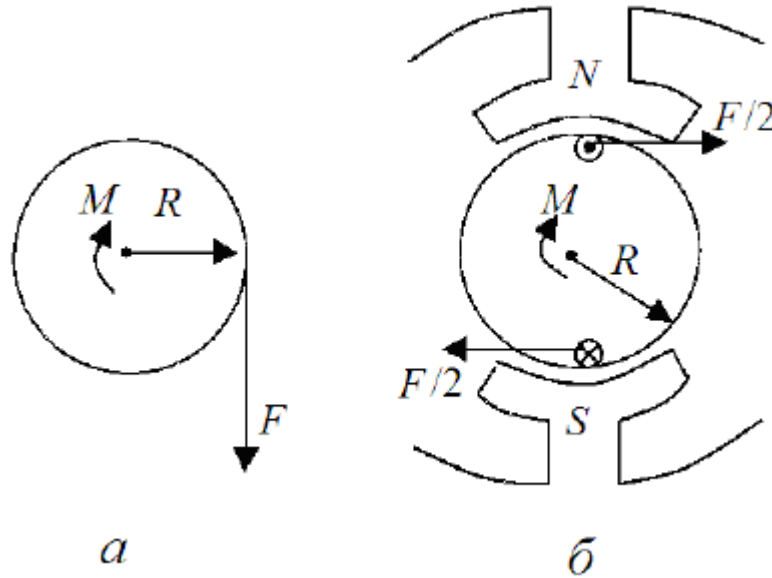


Рисунок 1 – Формування крутного моменту:

а – барабан вантажопідіймної лебідки; б – розподіл сил F при обертанні ротора двигуна; R – відстань (плече) від центру обертання до точки прикладання сили F ; N , S – постійні магніти; M – момент обертання

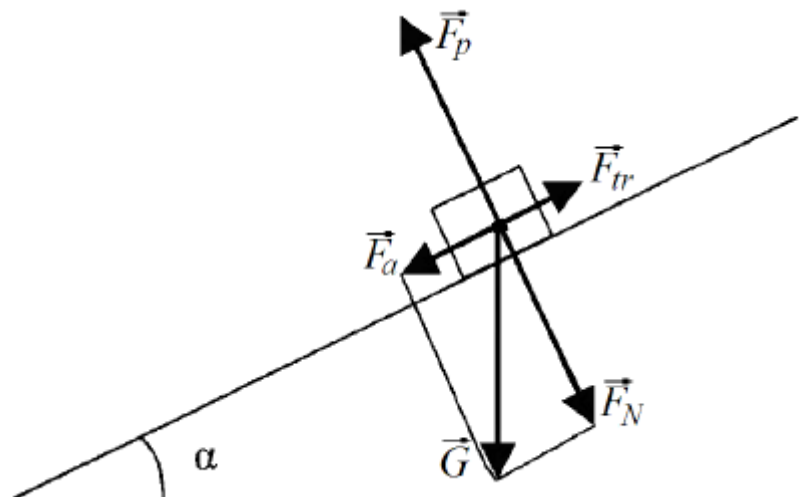


Рисунок 2 – Сили, що діють на тіло, які знаходяться на похилій площині

На тіло діють: сила тяжіння \overline{G} , яка може бути розкладена на силу $\overline{F_a}$, спрямовану по похилій площині, і нормальну силу $\overline{F_N}$, сила тертя $\overline{F_{tr}}$,

спрямована проти сили $\overline{F_a}$, і сила реакції опори $\overline{F_p}$ спрямована проти нормальної сили $\overline{F_N}$. Якщо $\overline{G} + \overline{F_p} + \overline{F_{tr}} = 0$, то тіло буде перебувати в стані спокою або рівномірного руху вниз по похилій площині. Якщо $\overline{G} \cdot \sin \alpha < \overline{F_{tr}}$, то тіло буде перебувати в стані спокою, тому що сили тертя не можуть створювати руху.

Стосовно до обертальному руху перший закон Ньютона може бути сформульований наступним чином: тіло, що має фіксовану вісь обертання, буде знаходитися в стані спокою або рівномірного обертання до тих пір, поки додані моменти не виведе його з цього стану, тобто:

$$\frac{d\omega}{dt} = 0 \quad \text{якщо} \quad \sum_1^i M_i = 0 \quad (2)$$

Розглянемо, які моменти можуть діяти на тіло обертання, наприклад, ротора електродвигуна:

- M_{el} – електромагнітний момент, створюваний електродвигуном;
- M_c – момент опору руху активний, струм, що прикладений до робочого органу машини (навантаження на валу). Цей момент створюється силами тяжіння (наприклад, в електроприводах вантажопідіймальних лебідок, ліфтів та ін.), силами вітру (наприклад, електропривод повороту баштових кранів), тиском стисненого повітря (електропривод компресорів) та ін. Моменти активного опору руху можуть, як перешкоджати руху, так і створювати рух.

Тому знак може бути позитивним, якщо напрямок моменту збігається зі знаком, і негативним, якщо його напрямок протилежний знаку швидкості обертання;

- M_{cr} – реактивні моменти опору руху, прикладаються до робочого органу машини. Ці моменти виникають, як реакція на рух робочого органу і завжди перешкоджають руху (наприклад, момент від сил різання в приводах головного руху металорізальних верстатів, момент від аеродинамічних сил в

електроприводах вентиляторів та ін.), тобто при $\omega = 0$; $M_{cr} = 0$;

- M_{tr} – момент від сил тертя в підшипниках та інші елементи кінематичного ланцюга робочої машини; момент тертя завжди перешкоджає руху; його відмінність від реактивного моменту опору полягає в тому, що M_{tr} присутня і при швидкості, яка дорівнює нулю; більш того M_{tr} при спокої зазвичай значно перевищує момент тертя при русі.

Знаки всіх моментів визначаються відносно знаку швидкості обертання: якщо момент сприяє руху – він позитивний, якщо перешкоджає – він від'ємний (негативний). Алгебраїчна сума всіх моментів визначає результуючий момент, що прикладений до валу електродвигуна.

Другий закон Ньютона – закон динаміки – для поступального руху – імпульс сили дорівнює зміні кількості руху

$$Fdt = d(mV) \quad (3)$$

Імпульс сили – це вектор, що дорівнює добутку сили на час її дії. Кількість руху – це вектор, що дорівнює добутку швидкості на масу тіла. Якщо маса постійна, то:

$$\overline{F} = m \frac{dV}{dt} = m\overline{a} \quad , \quad (4)$$

де $\overline{F} = \sum_1^l \overline{F}_i$ – сума векторів сил.

Цей закон встановлює, що якщо результуюча сила не дорівнює нулю, то тіло отримує прискорення (уповільнення), величина якого залежить від величини сили і часу її застосування.

Для обертального руху другий закон Ньютона формулюється наступним чином: імпульс моменту дорівнює зміні кількості руху:

$$M_{\Sigma} dt = d(J\omega) \quad . \quad (5)$$

Кількість руху – добуток моменту інерції обертючих мас на їх кутову швидкість.

Момент інерції $J(\text{кгм}^2)$ – параметр, що аналогічний за змістом маси при поступальному русі, характеризує міру інерції тіл, що обертаються відносно фіксованої осі обертання. Момент інерції матеріальної точки з масою m дорівнює добутку маси на квадрат відстані від точки до осі обертання, тобто $J = mR^2$.

Момент інерції тіла є сума моментів інерції матеріальних точок, складових цього тіла. Він може бути виражений через масу тіла і його розміри. Значення моменту інерції для тіл обертання наводяться в каталогах і довідниках. Іноді в каталогах дається значення махового моменту GD^2 . Тоді момент інерції визначається як:

$$J = \frac{GD^2}{4} \quad (6)$$

Механічна інерційність обертючої маси залежить не тільки від її величини, а й діаметра. При одній і тій же масі, тіло, що має більший діаметр, володіє значно великим моментом інерції. Тому малоінерційні електродвигуни прагнуть конструювати з меншим діаметром ротора більшої довжини. Навпаки, коли до складу кінематичного ланцюга робочої машини включається маховик, його доцільно конструювати з великим діаметром.

Якщо момент інерції постійний, то рівняння другого закону Ньютона можна представити у вигляді

$$M_{\Sigma} = J \frac{d\omega}{dt} \quad , \quad (3.7)$$

де M_{Σ} – алгебраїчна сума моментів, прикладених до тіла обертання.

Третій закон Ньютона – закон рівності дії і протидії – сили (моменти) з якими два тіла діють один на одного, рівні за величиною і протилежно спрямовані.

Цей закон пояснює, зокрема, дія реактивних сил (моментів) з опору руху.

Наприклад, з якою силою різець впливає на оброблюваний метал, з такою ж силою, але протилежно спрямованої, метал впливає на різець, викликаючи появу на валу двигуна приводу різання реактивного моменту опору. Закон пояснює також наявність реакції опори. Саме в силу цього закону необхідно кріплення двигуна до фундаменту або станини. Якщо, наприклад, не закріпити статор двигуна фланцевого виконання, то під навантаженням його ротор не буде обертатися, а буде обертатися незакріплений статор.

2. Рівняння руху електропривода

Розглянемо рух електродвигуна, на валу якого додано: електромагнітний момент, що розвивається електродвигуном M і моменти опору руху, перераховані в п. 1.

Згідно другого закону Ньютона (7):

$$M + M_{ca} + M_{cp} + M_{tr} = J \frac{d\omega}{dt} \quad (8)$$

З урахуванням правила визначення знаків:

$$M \mp M_{ca} - M_{cp} - M_{tr} = J \frac{d\omega}{dt} \quad (9)$$

Знак моменту активного опору руху залежить від того, сприяє цей момент руху або перешкоджає. Наприклад, якщо двигун обертає вантажопідйомну лебідку і виробляє підйом вантажу, то M_{ca} буде негативним, якщо проводиться спуск вантажу, то M_{ca} – позитивний.

Позначивши суму моментів опору руху, як M_c – момент з опору руху або статичний момент на валу електродвигуна:

$$M_c = M_{ca} + M_{cp} + M_{tr}, \quad (10)$$

отримаємо

$$M - M_c = J_{\Sigma} \frac{d\omega}{dt} \quad (11)$$

Це рівняння, що демонструє другий закон Ньютона, називають рівнянням руху електроприводу.

Зазначимо, що в цьому рівнянні всі моменти додані до валу двигуна, а момент інерції відображає інерційності всіх мас, пов'язаних з валом електродвигуна і вчиняють разом з ним механічний рух.

Для поступального руху рівняння руху електропривода

$$F - F_c = m \frac{dV}{dt} \quad (12)$$

де F – зусилля, що розвивається двигуном;

F_c – зусилля опору руху на штоку цього двигуна;

m – маси рухомих елементів, що пов'язані зі штоком двигуна;

V – лінійна швидкість штока двигуна.

3. Наведена механічна ланка електроприводу

Якщо робочий орган машини безпосередньо пов'язаний з валом електродвигуна, то для аналізу руху електромеханічної системи: двигун – робочий орган, можна користуватися рівнянням (11). Така кінематична схема використовується, наприклад, для вентиляторів, насосів і ряду інших машин.

Однак у багатьох випадках робочий орган машини пов'язаний з валом електродвигуна через систему передач: зубчастих, канатних та інших. В цьому разі безпосереднє використання рівняння (11) неможливо, тому що моменти M_{el} і M_c прикладені до різних валів, а інерційні маси обертаються з різними швидкостями.

Для можливості використання рівняння руху виникає завдання приведення всіх моментів опору і моментів інерції окремих кінематичних ланок до одного валу, зазвичай до валу електродвигуна. Таке приведення є тільки розрахунковою операцією.

Принцип приведення моментів полягає в збереженні рівності потужностей.

Приведення моментів інерції проводиться на основі принципу збереження кінетичної енергії (рис. 3).

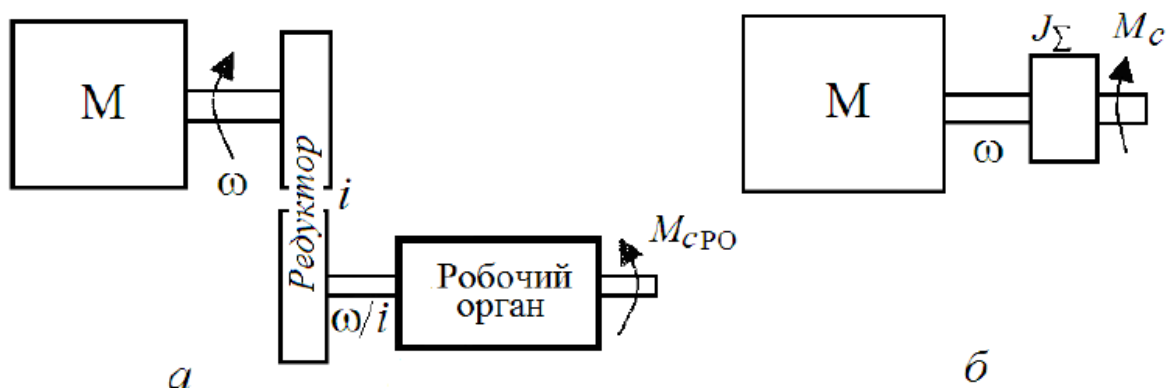


Рисунок 3 – Приведення моментів опору та інерції до валу двигуна:

а – кінематична (реальна) схема з'єднання робочого органу з валом двигуна через редуктор; б – розрахункова схема з'єднання робочого органу з валом двигуна

Для приведення всіх моментів опору і моментів інерції окремих кінематичних ланок до валу двигуна необхідно виконання умови, що приводить до рівності потужностей:

$$M_{cPO} \cdot \omega_{PO} = M_c \cdot \omega, \quad (13)$$

де M_{cPO} – момент опору робочого органу;

ω_{PO} – кутова швидкість робочого органу;

M_c – момент опору, приведений до валу електродвигуна;

ω – кутова швидкість обертання вала двигуна.

З урахуванням втрат в редукторі в рівняння (13) вводиться ККД (η):

$$M_{cPO} \cdot \omega_{PO} = M_c \cdot \omega \cdot \eta_{red}. \quad (14)$$

Отже, якщо відомий статичний момент на валу M_{cPO} , то статичний момент, що приведений до валу двигуна, визначається за формулою:

$$M_c = \frac{M_{cPO}}{\omega/\omega_{PO} \cdot \eta_{red}} = \frac{M_{cPO}}{i \cdot \eta_{red}} \quad (15)$$

що є загальним правилом приведення статичного моменту вала двигуна і реального статичного моменту на валу M_{cPO} робочого органу.

Для приведення моменту інерції робочого органу J_{PO} до валу двигуна необхідно дотримуватися рівності кінетичних енергій:

$$\frac{J_{PO} \cdot \omega_{PO}^2}{2} = \frac{J_{PO} \cdot \omega^2}{2}. \quad (16)$$

Отже, наведений до валу двигуна момент інерції робочого органу визначається за формулою:

$$J'_{PO} = \frac{J_{PO}}{i^2} \quad (17)$$

В результаті приведення статичного моменту та моменту інерції до валу двигуна замість реальної кінематичної схеми отримуємо розрахункову (див. рис. 3, б), на підставі якої можна користуватися рівнянням руху електроприводу.

$$M - M_c = (J_{rot} + J'_{PO}) \cdot \frac{d\omega}{dt} \quad \text{або} \quad M - M_c = J_{\Sigma} \frac{d\omega}{dt}, \quad (18)$$

де J_{rot} – момент інерції ротора двигуна.

У деяких кінематичних схемах робочих машин присутні ланки з поступальним рухом. Розглянемо такий випадок на прикладі кінематичної схеми вантажопідйомної лебідки (рис. 4).

Статичний момент (активний) створюється силою ваги вантажу на гаку лебідки $G = m_g \cdot g$.

Цей момент прикладається до валу барабана лебідки і дорівнює:

$$M_{c(bar)} = m_g \cdot g R_{bar}, \quad (19)$$

де R_{bar} – радіус барабану.

Для того, щоб привести статичний момент на валу двигуна для випадку підйому вантажу, необхідно скористатися формулою (16):

$$M_c = \frac{M_{c(bap)}}{i \cdot \eta_{red}} = \frac{m_g \cdot g R_{bap}}{i \cdot \eta_{red}} \quad (20)$$

При цьому наведений статичний момент для режимів підйому і спуску вантажу буде різним.

При підйомі вантажу наведений до валу двигуна статичний момент буде дещо більше, що пов'язано з подоланням двигуна моменту опору M_{tr} за рахунок сил тертя.

При спуску вантажу, наведений до валу двигуна момент опору буде трохи менше, тому що сили тертя діють згідно з гальмівним моментом двигуна.

Тому при спуску вантажу момент опору визначається як:

$$M_c = \frac{M_{c(bap)}}{i} \cdot \eta_{пер} \quad (3.21)$$

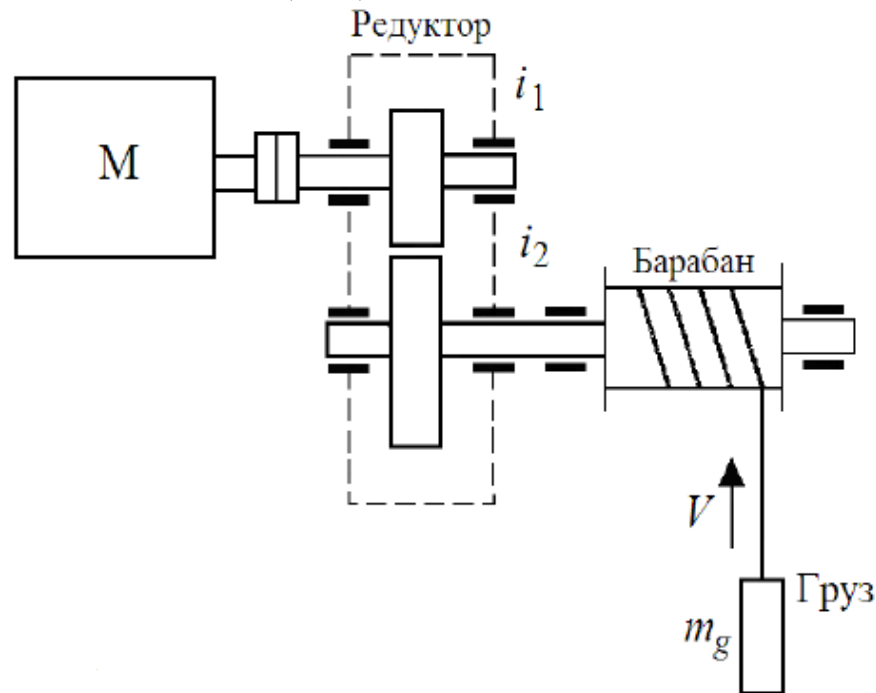


Рисунок 3.4 – Кінематична схема вантажопідйомної лебідки

Слід зауважити, що ця особливість проявляється лише у разі приведення активного статичного моменту.

Для знаходження сумарного моменту інерції механічної системи скористуємося формулою (20) та принципом рівності кінетичних енергій:

$$\frac{m_g \cdot V^2}{2} = \frac{J_g \cdot \omega^2}{2} \quad (22)$$

де J_g – момент інерції маси вантажу m_g лінійно рухається зі швидкістю V приведений до обертальному руху зі швидкістю вала двигуна ω .

Якщо $V = \omega_{bap} \cdot R_{bap}$, то

$$J_g = \frac{m_g \cdot R_{bap}^2}{i^2} \quad (23)$$

В результаті приведення сумарний приведений до валу двигуна момент інерції розглянутої системи дорівнює:

$$J_{\Sigma} = J_{rot} + J_{i1} + \frac{J_{i2} + J_{bap} + m_g \cdot R_{bap}^2}{i^2} \quad (24)$$

де J_{i1} , J_{i2} – моменти інерції редуктора з передавальними ланками i_1 та i_2 .

Таким чином, рівняння руху електроприводу для режиму підйому вантажу являє собою:

$$M_{el} - \frac{m_g \cdot g \cdot R_{bap}}{i \cdot \eta_{red}} = \left(J_{rot} + J_{i1} + \frac{J_{i2} + J_{bap} + m_g \cdot R_{bap}^2}{i^2} \right) \cdot \frac{d\omega}{dt} \quad (25)$$

Дане рівняння застосовується для розрахунку параметрів при підйомі вантажів.

4. Динамічні характеристики жорсткої механічної ланки

Механічна частина електропривода включає в себе: ротор (якір) електродвигуна, робочий орган машини і систему механічних передач та трансмісій. Якщо всі елементи механічної частини у всіх рухах мають рівну або пропорційну швидкість (обертання або лінійну), то така механічна система може розглядатися як жорстка. У цьому випадку, користуючись формулами приведення параметрів до валу двигуна, можна розглядати систему як жорстка механічна ланка з загальним приведеним моментом інерції J_{Σ} .

Для аналізу динамічних характеристик системи скористаємося рівнянням (11) руху електроприводу. Таку механічну систему називають одномасовою.

В операторній формі рівняння (8) має вигляд:

$$M(p) - M_c(p) = J_{\Sigma} p \cdot \omega(p) \quad (26)$$

Об'єктами регулювання швидкості механічної системи є:

– механічна ланка електроприводу, що характеризується наведеним моментом інерції $J_{\Sigma} p$;

– вихідний параметр (швидкість ω) жорсткої механічної ланки;

– керуючий вплив (момент обертання двигуна M);

– збуджуючий вплив (статичний момент M_c).

Структурна схема механічної жорсткої ланки показана на рисунку 5.

Передатна функція жорсткої механічної ланки визначається з рівняння (26):

$$W_{M \rightarrow \omega}(p) = \frac{\omega(p)}{M_{din}(p)} = \frac{1}{J_{\Sigma} p} \quad (27)$$

Цієї ланки відповідає диференціальне рівняння:

$$M(t) - M_c(t) = M_{din}(t) = J_{\Sigma} \frac{d\omega}{dt} \quad (28)$$

яке відображає другий закон Ньютона. Результуючий момент (різниця моментів: двигуна $M(t)$ і статичного $M_c(t)$), струм, що прикладений до інерційної маси J_{Σ} , називають динамічним моментом $M_{din}(t)$.

Таким чином, механічна частина електропривода, якщо вона представлена жорсткою наведеною механічною ланкою, має динамічну характеристику інтегруючої ланки. Якщо результуючий динамічний момент на вході механічної ланки (див. рис. 5) дорівнює нулю, то механічна система перебуває в стані рівномірного руху, в окремому випадку – в стані спокою (перший закон Ньютона).

Інтегруюча ланка має властивість «запам'ятовування». Якщо на вході ланки $M_{din} = 0$ – це не означає, що кутова швидкість $\omega = 0$. Визначити по вхідному сигналу величину вихідного, в даному випадку, не можна. Для цього необхідно знати ту швидкість, яку мала інерційна маса J_{Σ} до того, як $M_{din} = 0$.

Якщо величина $M_{din} = \text{const}$ позитивна, то швидкість переходу механічної ланки (з часом t) лінійно зростає з постійним кутовим

$$\varepsilon = \frac{M_{din}}{J_{\Sigma}}$$

прискоренням

Прискорення механічної ланки буде тривати до тих пір, поки M_{din} не стане рівним нулю. При від'ємному (негативному) значенні M_{din} механічна ланка буде сповільнюватися (якщо початкова швидкість ω_0 не дорівнює нулю).

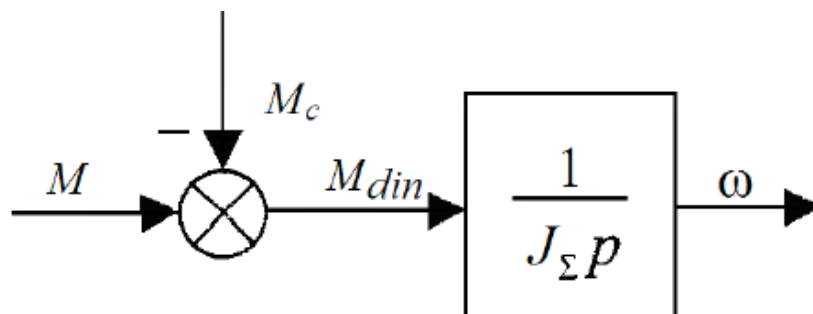


Рисунок 5 – Структурна схема жорсткої механічної ланки

Рішенням диференційного рівняння (28) для випадку за умови:
 $M_{din}(t) = const ; M(t) = const ; M_c(t) = const$ є визначення
 углової швидкості

$$\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t, \quad (29)$$

Формула (29) відображає перехідну функцію механічної жорсткої ланки, показаної на рисунку 6.

Якщо електромагнітний момент $M = M_{el}$ двигуна лінійно змінюється зі зміною швидкості:

$$M_{el} = \beta(\omega_0 - \omega), \quad (30)$$

а статичний момент $M_c(t) = const$, то рівняння (28) має вигляд.

$$\beta(\omega_0 - \omega) - M_c = J_{\Sigma} \frac{d\omega}{dt}, \quad (31)$$

що відповідає характеристиці, показаній на рисунку 7 (де β – коефіцієнт тертя).

У розглянутому випадку залежність зміни кутової швидкості від часу $\omega = f(t)$ має характер експоненти (див. рис. 7).

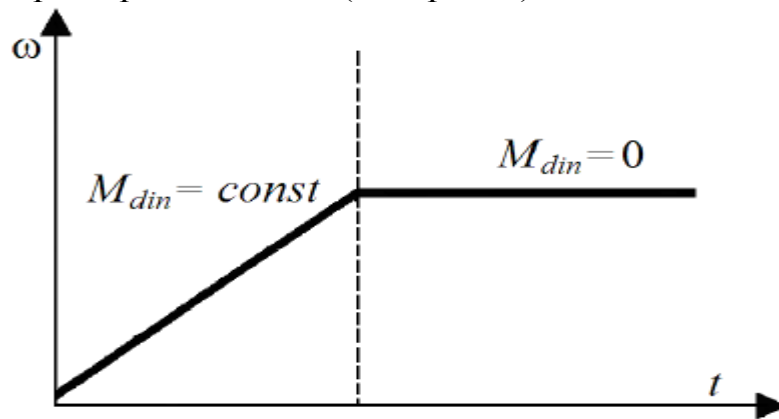


Рисунок 6 – Перехідна характеристика механічної жорсткої ланки

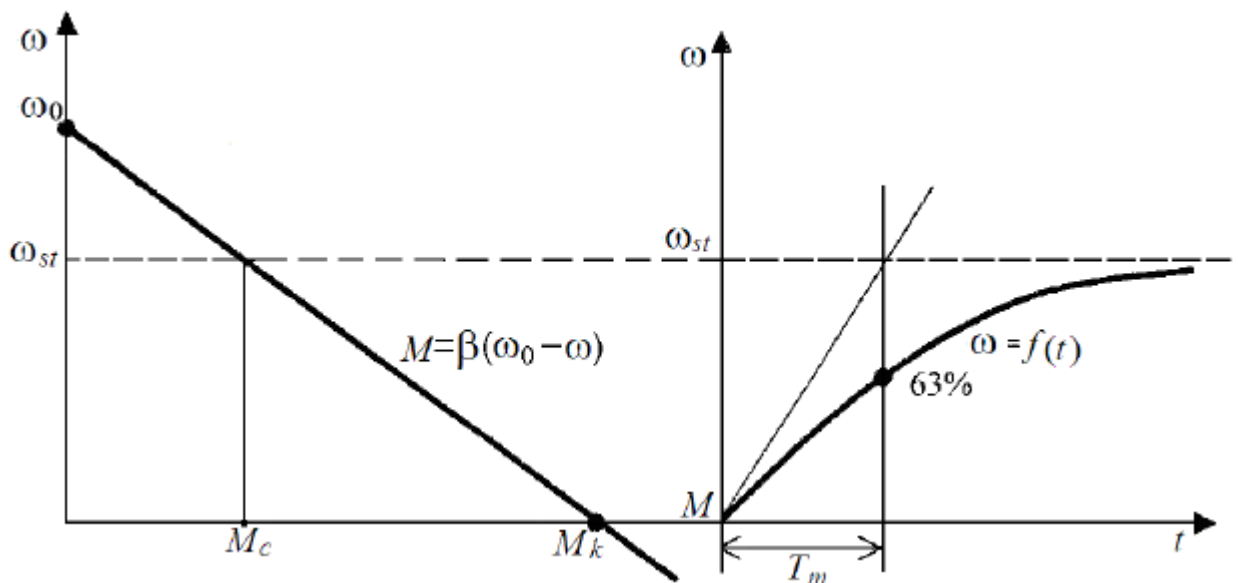


Рисунок 3.7 – Перехідна характеристика механічної ланки при лінійно змінному динамічному моменті

Після приведення рівняння до канонічного виду отримаємо:

$$T_m \frac{d\omega}{dt} - \omega = \omega_{st}, \quad \omega_{st} = \omega_0 - \frac{M_c}{\beta} = \omega_0 - \Delta \omega_c \quad (32)$$

де ω_{st} – стає значення кутової швидкості механічної ланки;

T_m – електромеханічна постійна часу (с): $T_m = \frac{J}{\beta}$.

У початковий момент часу прискорення двигуна буде найбільшим,

$$\varepsilon_0 = \frac{\beta \omega_0}{J_\Sigma} = \frac{\omega_0}{T_m}$$
 рівним

По мірі зменшення динамічного моменту прискорення буде зменшуватися: коли момент двигуна і статичний момент зрівняються, прискорення буде дорівнювати нулю, і механічна ланка буде обертатися з постійною швидкістю. За час T_m швидкість двигуна збільшується на 63% від її сталого значення (див. рис. 7). Протягом постійної часу T_m механічна ланка розганяється від нульової до усталеної швидкості під дією $M_{din} = const$; і рівного моменту при нульовій швидкості.

Таким чином, величина T_m характеризує динамічні властивості механічної ланки. Для одного і того ж двигуна, що має лінійну характеристику залежності моменту двигуна від швидкості $\omega = f(t)$, розглянемо, для прикладу, три процеси (рис. 8), при яких, відповідно, будуть змінюватися і кутові швидкості від ω_0 до ω_{st} . При цьому характерно те, що час розгону двигуна при холостому ході і під навантаженням, а також час переходу з однієї швидкості на іншу при зміні навантаження виявляються рівними і становлять приблизно $(3 - 4)T_m$.

$$T_m = \frac{J_\Sigma}{\beta}$$

У зв'язку з тим, що $\frac{J_\Sigma}{\beta}$ є важливим для оцінки динамічних властивостей механічної ланки електроприводу, то його передатну функцію у відповідності з рівнянням (15) представляють:

$$W_{M \rightarrow \omega}(p) = \frac{1/\beta}{T_m p} = \frac{K_d}{T_m p} \quad (33)$$

Таким чином, для визначення динамічних характеристик механічної жорсткої ланки необхідно розрахувати параметри, від яких залежить його рух і, відповідно, керування рухом.

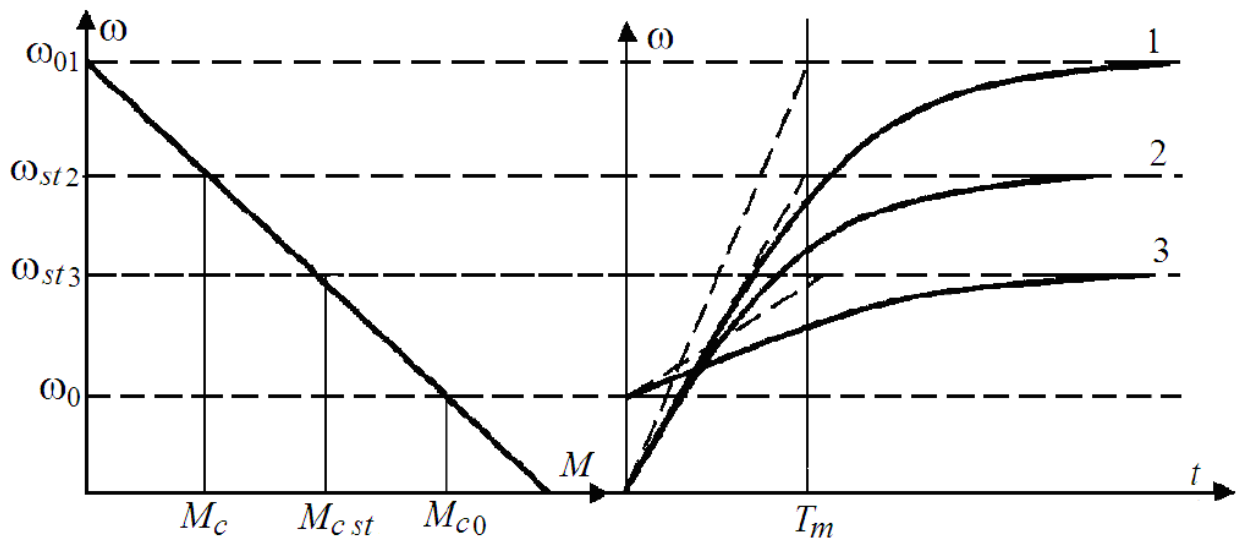


Рисунок 8 – Перехідні характеристики механічної ланки в трьох випадках: 1 – розгін двигуна при холостому ході ($M_c = 0$); 2 – розгін двигуна при статичному моменті (M_c); 3 – період зміни статичного моменту від початкового значення M_{c0} до кінцевого значення M_{cst} .

5. Динамічні характеристики багатомасової механічної системи електропривода

У багатьох випадках кінематична схема робочої машини містить пружні елементи: довгі вали, пружні муфти, канатні передачі тощо.

В реальних схемах іноді доводиться враховувати люфти і зазори в зубчастих передачах і з'єднаннях. У цих випадках кінематичну схему можна розглядати як жорстку одномасову систему. Особливо це стосується високоточних електроприводів і електроприводів, що працюють в інтенсивних динамічних режимах.

Механічні системи, в яких присутні явно виражені пружні ланки, зазвичай призводять до двомасової або тримасової механічних систем. Розглянемо двомасову електромеханічну схему електропривода (рис. 9).

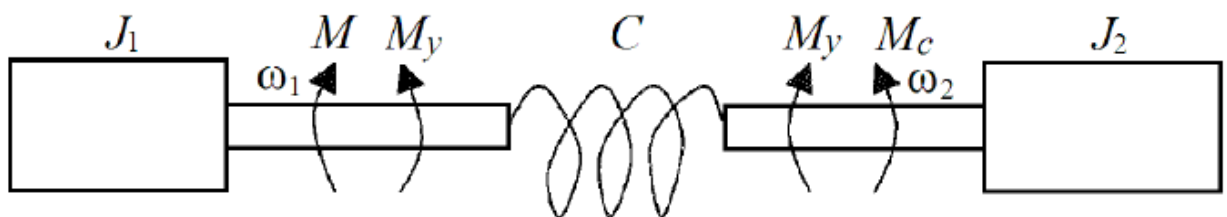


Рисунок 9 – Двомасова кінематична схема системи з пружним зв'язком

В нерозгалуженій кінематичній схемі зазвичай виділяють ротор двигуна і жорстко пов'язані з ним елементи кінематичного ланцюга. Наводячи моменти інерції цих ланок до швидкості вала двигуна, отримаємо першу масу J_1 . Ця маса пов'язана за допомогою пружного елемента, що має жорсткість C , з другої масою J_2 , яку утворюють моменти інерції робочого органу і жорстко пов'язаних з ним інших елементів кінематичного ланцюга електропривода.

Для складання розрахункової механічної схеми електроприводу всі моменти інерції ланок, а також додані до них моменти опору руху M_c , пружність елементів і величини зазорів повинні бути приведені до швидкості вала двигуна. В пружному елементі виникають пружні моменти M_y (зусилля), які виражаються законом Гука:

Для обертального руху:

$$M_y = C_y \cdot \Delta\varphi, \quad (34)$$

де C_y – жорсткість пружного елемента, Н/рад;

$\Delta\varphi$ – кут закручування елемента (наприклад, торсіона), рад.

Для поступального руху пружна сила

$$F_y = C_y \cdot \Delta l, \quad (35)$$

де Δl – розтягнення елемента, м (при цьому C має розмірність Н/м).

Потенційна енергія при деформації елементів для обертального і поступального їх руху визначається як:

$$W_p = \frac{C \cdot \Delta\varphi^2}{2}; \quad W_p = \frac{C \cdot \Delta l^2}{2}. \quad (36)$$

Для приведення жорсткості елемента до валу двигуна використовується принцип рівності потенційних енергій:

$$C' = \frac{C}{i^2}, \quad (37)$$

де C' – приведена жорсткість елемента до валу двигуна.

Якщо елемент пов'язаний з поступальним рухом, то його жорсткість наводиться за формулою:

$$C' = \frac{C}{(\Delta\varphi / \Delta l)^2} \quad (38)$$

Будемо вважати (див. розрахункову схему рис. 9), що всі елементи кінематичного ланцюга електропривода приведені за своїми параметрами до валу двигуна і розділені на дві маси J_1 і J_2 , що пов'язані між собою пружним елементом з жорсткістю C_y .

До першої маси прикладений момент двигуна M , до другої – статичний момент опору M_c .

Якщо загальмувати другий вал, то можливо обертання першого валу в межах, що визначаються діапазоном пружної деформації елемента C_y . Якщо загальмувати перший вал, то можливо, з урахуванням зазначеного обмеження, обертання другого валу.

Таким чином, на відміну від одномасової жорсткої механічної системи двомасова система володіє двома ступенями рухливості.

При аналізі механічних систем з двома та більшими ступенями рухливості доцільно користуватися математичним апаратом, що визначається другим рівнянням Лагранжа:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i \quad (39)$$

де q_i – переміщення (кут повороту по кожній з i -ої ступені рухливості);

\dot{q}_i – швидкість переміщення (кутова швидкість по кожній координаті переміщення);

Q_i – зовнішні сили, що діють у кожному ступені рухливості системи;

L – функція Лагранжа, що дорівнює різниці кінетичної і потенційної енергій даної механічної системи, тобто $L = W_k - W_p$.

Розглянемо опис двомасової механічної системи з пружною ланкою на основі рівняння (39):

$$L = \frac{J_1 \omega_1^2}{2} + \frac{J_2 \omega_2^2}{2} - \frac{C(\varphi_1 - \varphi_2)}{2} \quad (40)$$

Оскільки система володіє двома ступенями рухливості, то отримаємо на основі (39) два рівняння.

Частинні похідні від функції L з кутовими швидкостями ω_1 і ω_2 , що дорівнюють:

$$\frac{\partial L}{\partial \omega_1} = J_1 \omega_1; \quad \frac{\partial L}{\partial \omega_2} = J_2 \omega_2 \quad (41)$$

Відповідно, похідні за часом від цих величин визначаються як:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \omega_1} \right) = J_1 \frac{d\omega_1}{dt}; \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \omega_2} \right) = J_2 \frac{d\omega_2}{dt} \quad (42)$$

Частинні похідні від функції L по куту закручування φ_1 і φ_2 визначаються як:

$$\frac{\partial L}{\partial \varphi_1} = -C(\varphi_1 - \varphi_2); \quad \frac{\partial L}{\partial \varphi_2} = C(\varphi_1 - \varphi_2) \quad (43)$$

Підставляючи знайдені похідні в (39), отримаємо два диференціальних рівняння, що описують рух двомасової системи.

$$M - C(\varphi_1 - \varphi_2) = J_1 \frac{d\omega_1}{dt}; \quad C_y(\varphi_1 - \varphi_2) - M_c = J_2 \frac{d\omega_2}{dt} \quad (44)$$

де $C_y(\varphi_1 - \varphi_2) = M_y$ – момент пружної ланки.

Фізичний зміст рівнянь (44) пояснюється наступним чином (див. рис. 29). Момент обертання M на валу двигуна прикладається до лівого кінця пружного елемента, викликаючи його закручування, що визначає появу пружного моменту M_y . Різниця моментів $M - M_y = M_{din1}$ прикладається до першої маси J_1 , визначаючи зміну швидкості її руху.

Таким чином, перший вираз з рівнянь (44) – це рівняння руху електроприводу для першої маси ланки робочого органу.

На другому кінці пружної ланки, які прагнуть розкритися, створюється момент M_y , який є рушійним моментом для другої маси – робочого органу машини. Цьому моменту перешкоджає момент опору руху M_c , що прикладений до робочого органу. Різниця моментів $M_y - M_c = M_{din2}$ визначає зміну кутової швидкості другої маси ланки.

Таким чином, другий вираз з рівнянь (44) є рівняння руху електроприводу для другої маси робочого органу.

Вирішуючи спільно рівняння (44) і враховуючи, що

$$\frac{d\omega_1}{dt} = \frac{d^2\varphi_1}{dt^2}; \quad \frac{d\omega_2}{dt} = \frac{d^2\varphi_2}{dt^2}, \quad (45)$$

визначається загальне рівняння коливальної системи електроприводу:

$$\frac{J_1 J_2 d^2 \Delta\varphi}{C(J_1 + J_2) dt^2} + \Delta\varphi = \frac{M J_2 + M_c J_1}{C(J_1 - J_2)}, \quad (46)$$

де $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ – кут закручування.

Ліва частина рівняння (46) являє собою рівняння ідеальної коливальної ланки $T^2 \Delta\varphi'' + \Delta\varphi = 0$, яка має період власних коливань

$$T = \sqrt{\frac{J_1 \cdot J_2}{C(J_1 + J_2)}} \quad \Omega = \sqrt{\frac{C(J_1 + J_2)}{J_1 \cdot J_2}} \quad (47)$$

частоту власних коливань :

Рішення рівняння (46) являє собою перехідну функцію двомасової механічної ланки з пружністю. При цьому кут закручування $\Delta\varphi = A \sin(\Omega t + \Psi) + B$, де позначення A, B, Ψ – періодичні складові, які характеризують коливальний контур перехідних процесів механічної системи електроприводу.

Таким чином, в першому наближенні якщо ми не враховуємо внутрішні втрати енергії на тертя, пружну деформацію тощо), то двомасова механічна система, як об'єкт регулювання, що являє собою коливальний ланка. Це означає, що якщо ми докладемо до системи постійний момент (наприклад, при пуску двигуна), то механічна система буде мати незатухаючі коливання швидкості близько деякого її значення, який визначається середнім прискоренням (рис. 10, а):

$$\frac{d\omega_{cp}}{dt} = \frac{M - M_c}{J_1 + J_2} \quad (48)$$

При обліку в'язкого тертя коливання в двомасовій механічній системі будуть носити затухаючий характер (рис. 10, б).

Енергетичні коливання розглянутої механічної системи пов'язано з тим, що періодично кінетична енергія обертючих мас переходить в потенційну енергію, яка запасасться в пружному елементі.

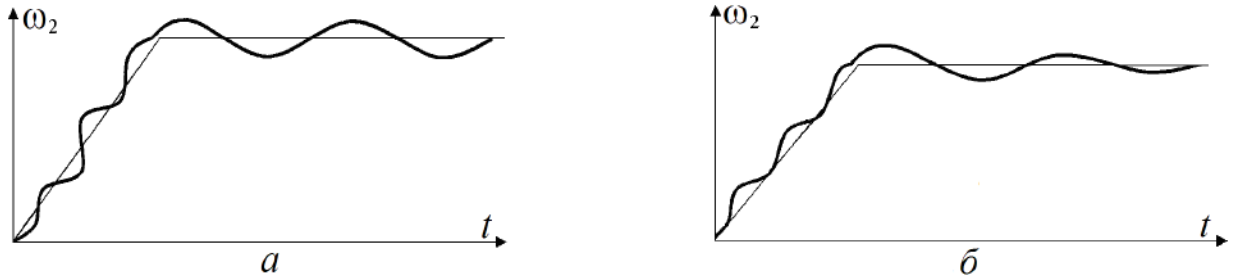


Рисунок 10 – Перехідні характеристики двомасової механічної системи з пружним зв'язком при відсутності (а) і при наявності (б) внутрішнього демпфірування

На основі рівнянь (44), висловивши їх в операторній формі, можна скласти структурну схему двомасової механічної системи з пружною ланкою (рис. 11, а). При цьому враховується, що момент механічного пружної ланки дорівнює:

$$M_y = C \int (\omega_1 - \omega_2) \cdot dt \quad (49)$$

Для того, щоб отримати передавальну функцію двомасової системи як об'єкта регулювання, проведемо перетворення структурної схеми, як показано на рисунку 11, б, в.

Звідси в операторній формі отримуємо зміну енергії в системі електроприводу:

$$W(p) = \frac{\omega_2(p)}{M(p)} = \frac{1}{(J_1 + J_2)p} \cdot \frac{1}{1 + \frac{J_1 J_2}{C(J_1 + J_2)} \cdot p^2} = \frac{1}{J_{\Sigma} p} \cdot \frac{1}{T^2 p^2 + 1} \quad (50)$$

Таким чином, двомасовая механічна система при відсутності внутрішніх втрат (внутрішнього демпфування) може бути інтерпретована двома послідовно з'єднаними динамічними ланками: інтегруючої та коливальної (див. рис. 10, а).

Якщо жорсткість C пружної ланки достатньо велика, то механічна система може вважатися жорсткою і приводиться до одномасової механічної ланці. При зростанні C другий член виразу (50) прагне до одиниці.

Важливий практичний висновок з аналізу динамічних властивостей двомасової механічної системи полягає в наступному. Якщо в складі моменту двигуна $M = A + B \sin \Omega t$ або в складі статичного моменту

$M_c = A_1 + B_1 \sin \Omega t$ присуття періодична складова з частотою, близькою до частоти Ω власних коливань механічної системи, то в системі виникають коливання із зростаючою амплітудою (явище резонансу), що може порушити роботу механізму і привести до його поломки.

Тому, при конструюванні електромеханічних систем електроприводу, схильних до коливань, необхідно визначити власну частоту коливань Ω механічної системи і проаналізувати, коливання зі сторони привода (момент M) або механізму (момент M_c), що виникають з частотою, близькою до Ω .

У разі такого збігу слід змінити значення частоти власних коливань механічної системи електропривода шляхом зміни співвідношення моментів інерції J_1 і J_2 .

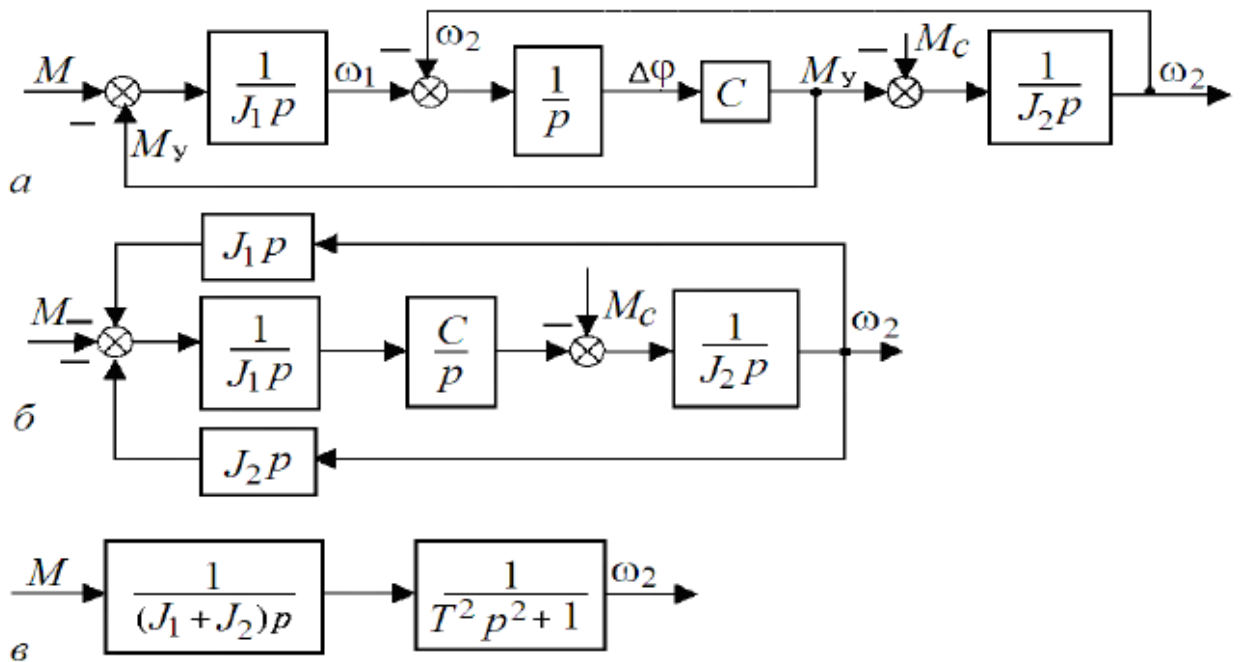


Рисунок 11 – Структурна схема двомасової механічної системи з пружним зв'язком без демпфування (а) і її перетворення (б) – (в)

В реальних механічних системах завжди присутнє внутрішнє демпфірування, що визначається в'язким тертям (див. рис. 10, б) і втратами при деформації пружного елемента. Момент сил в'язкого тертя пропорційна швидкості. З урахуванням цих сил система рівнянь (44) прийме вигляд:

$$M - C(\varphi_1 - \varphi_2) - \beta_1 \dot{\varphi}_1 = J_1 \frac{d\omega_1}{dt}; \quad (51)$$

$$C(\varphi_1 - \varphi_2) - M_c - \beta_2 \dot{\varphi}_2 = J_2 \frac{d\omega_2}{dt}, \quad (52)$$

де β_1 и β_2 – коефіцієнти в'язкого тертя на відповідних валах механічної системи електроприводу.

В загальному вигляді механічна частина електромеханічної системи являє собою багатомасову систему з пружними ланками і нелінійностями, зумовленими наявністю зазорів і в'язкого тертя. Найчастіше при аналізі механічних систем немає необхідності в повному обліку всіх факторів. У тих же випадках, особливо в прецизійних системах, коли необхідний повний облік нелінійностей системи і внутрішнього демпфування доцільно використовувати математичне моделювання механічної системи із застосуванням обчислювальної техніки.

6. Динамічні характеристики механічної системи з підвішеним вантажем

Необхідність розгляду механічної системи як двомасової може виникнути не тільки при наявності в кінематичній схемі електропривода пружних елементів, але і в тому випадку, коли механічна система включає в себе вантаж, що підвішений на канаті. Розглянемо таку систему на прикладі механізму повороту баштового крана (рис. 12).

Вантаж масою m (див. рис. 12) підвішений через шків A на канаті довжиною H . Стріла крана довжиною R обертається в горизонтальній площині.

При розгоні стріли вантаж буде відставати від обертального руху стріли, а при уповільненні – випереджати стрілу. При рівномірному русі стріли вантаж буде здійснювати коливальні рухи. При зупинці стріли вантаж буде розгойдуватися, що несприятливо позначається на керуванні краном. Щоб уникнути цього явища в системі керування електроприводом повороту крана передбачаються спеціальні заходи.

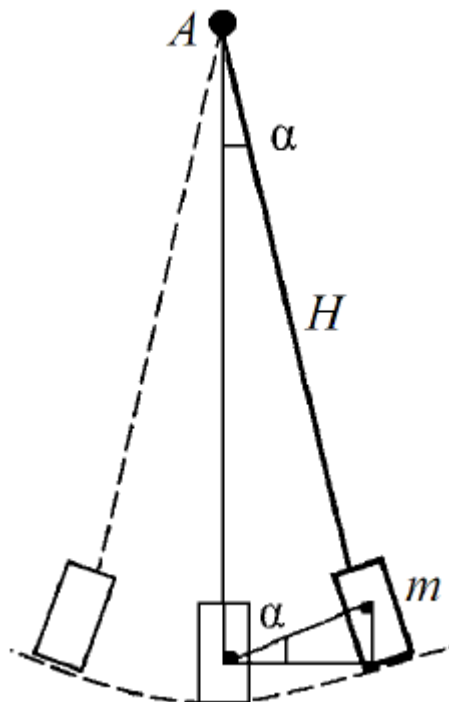


Рисунок 12 – Коливання вантажу, що підвішений на канаті

Для опису руху механічної системи, показаної на рисунку 12, скористаємося методом, викладеним у попередньому пункті 5.

Функція Лагранжа для даної системи електропривода визначається як:

$$L = W_k - W_p = \frac{J_k \omega_1^2}{2} + \frac{m V_g^2}{2} - mgH\alpha \cdot \sin \alpha \quad (53)$$

де J_k – момент інерції крана;

ω_1 – кутова швидкість обертання стріли крана;

ω_2 – кутова швидкість коливань каната відносно точки А ;

V_g – лінійна швидкість вантажу (дотична по відношенню до кола його обертання), тобто $V_g = \omega_1 R + \omega_2 H$.

Вважаючи, що $\sin \alpha \approx \alpha$, визначимо функцію Лагранжа:

$$L = \frac{J_k \omega_1^2}{2} + \frac{m(\omega_1 R + \omega_2 H)^2}{2} - mgH\alpha^2 \quad (54)$$

Тому що вантаж здійснює рух у двох координатах: обертальний щодо вертикальної осі крана і коливальний щодо вертикальної лінії схилу каната, то необхідно скласти два рівняння Лагранжа для кожної з координат.

Знайшовши частинні похідні: $\frac{\partial L}{\partial \omega_1}$; $\frac{\partial L}{\partial \omega_2}$; $\frac{\partial L}{\partial \alpha}$ і підставивши їх у рівняння (39) отримаємо систему з двох рівнянь, що характеризують рух вантажу:

$$\begin{aligned} (J_k + mR^2) \cdot \frac{d\omega_1}{dt} + mRH \cdot \frac{d\omega_2}{dt} &= M - M_c; \\ mRH \cdot \frac{d\omega_1}{dt} + mH^2 \cdot \frac{d\omega_2}{dt} + 2mgH\alpha &= 0, \end{aligned} \quad (55)$$

де M – момент на валу двигуна при повороті стріли крана;

M_c – момент опору руху стріли крана.

Маючи на увазі, що $\omega_2 = \frac{d\alpha}{dt}$, і вирішивши систему рівнянь (55) відносно ω_2 , отримаємо рівняння коливання вантажу системи:

$$T^2 \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + \alpha = -\frac{R(M - M_c)}{2g(J_k + mR^2)} \quad (56)$$

Період коливань вантажу, підвішеного на канаті визначається як:

$$T = \sqrt{\frac{H}{2g} \cdot \left(1 - \frac{mR^2}{J_k}\right)} \quad (57)$$

Таким чином, показану методику розрахунку параметрів можна використовувати для двомасової механічної системи повороту механізму баштового крана або подібних пристроїв.

Контрольні питання

1. Що є основними параметрами руху механізму електроприводу?
2. Перелічити основні закони механіки електроприводу.
3. По якому принципу відбувається приведення моментів інерції та опору до валу двигуна?
4. Які існують види схем для розглядання руху електропривода?
5. Які параметри входять до рівняння руху електроприводу при підйомі вантажу?
6. Чим характеризується механічна ланка електроприводу?
7. Що входить до структурної схеми жорсткої механічної ланки?
8. Які існують характеристики перехідної механічної ланки електроприводу?
9. Перелічити основні параметри пружних двомасових механічних систем.
10. Проаналізувати особливості механічної системи, яка включає в себе вантаж, що підвішений на канаті.