

**МІНІСТЕРСТВО ВНУТРІШНІХ СПРАВ УКРАЇНИ  
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ВНУТРІШНІХ СПРАВ  
КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ ЛЬОТНИЙ КОЛЕДЖ**

**Циклова комісія авіаційного і радіоелектронного обладнання**

**МЕТОДИЧНІ МАТЕРІАЛИ  
ДО ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ**

навчальної дисципліни  
«Основи електрики та електроніки, електричні вимірювання та їх  
стандартизація»  
обов'язкових компонент  
освітньо-професійної програми  
освітньо-професійної програми першого (бакалаврського) рівня вищої освіти

***272 Авіаційний транспорт  
(Оператор безпілотних літальних апаратів)***

**Кременчук 2023**

**ЗАТВЕРДЖЕНО**

Науково-методичною радою  
Харківського національного  
університету внутрішніх справ  
Протокол від 30.08.2023 № 7

**СХВАЛЕНО**

Методичною радою  
Кременчуцького льотного коледжу  
Харківського національного  
університету внутрішніх справ  
Протокол від 28.08.2023 № 1

**ПОГОДЖЕНО**

Секцією Науково-методичної ради  
ХНУВС з технічних дисциплін  
Протокол від 29.08.2023 № 7

Розглянуто на засіданні циклової комісії авіаційного і радіоелектронного обладнання, протокол від 28.08.2023р № 1

**Розробник:** викладач циклової комісії Авіаційного і радіоелектронного обладнання, к.т.н., доцент, спеціаліст вищої категорії, Юрко О.О.

**Рецензенти:**

1. К.т.н., спеціаліст вищої категорії, викладач-методист циклової комісії авіаційного і радіоелектронного обладнання Шмельов Ю.М.
2. Заступник директора з ОЛР, командир авіаційного загону ТОВ «ЕЙР ТАУРУС» Гетьман Ю.Ю.

# 1. Розподіл часу навчальної дисципліни за темами

Номер та назва навчальної теми	Кількість годин відведених на вивчення навчальної дисципліни					Вид контролю	
	Всього	з них:					
		Лекції	Семінарські заняття	Практичні заняття	Лабораторні заняття		Самостійна робота
Семестр № 3							
Тема 1. Основні закони та положення електродинаміки	12	2	0	6	0	4	екзамен
Тема 2. Провідники та діелектрики в електричному полі. Електрична ємність	12	2	0	4	0	4	
Тема 3. Постійний електричний струм. Закони Ома та Джоуля-Ленца. Електрорушійна сила	8	4	0	0	0	4	
Тема 4. Магнітне поле та магнітна індукція. Магнітна напруженість	8	4	0	0	0	4	
Тема 5. Дія магнітного поля на струм та рухомі заряди	8	2	0	2	0	4	
Тема 6. Магнітні властивості речовини. Електромагнітна індукція	6	2	0	0	0	4	
Тема 7. Електромагнітні хвилі	6	2	0	0	0	4	
Тема 8. Конденсатори та резистори в електричних колах. Еквівалентні перетворення електричних кіл	8	2	0	2	0	4	
Тема 9. Розрахунок складних електричних кіл	12	2	0	6	0	4	

Тема 10. Електричні кола однофазного синусоїдального змінного струму. Метод комплексних амплітуд	10	2	0	4	0	4
Тема 11. Електричні кола при негармонійній дії	8	2	0	2	0	4
Тема 12. Перехідні процеси в електричних колах	10	2	0	4	0	4
Тема 13. Вироблення змінного струму	6	2	0	0	0	4
Тема 14. Електричні машини	6	2	0	0	0	4
Тема 15. Машини постійного струму	6	2	0	0	0	4
Тема 16. Основи фізики напівпровідникових приладів. Діоди.	7	2	0	0	2	3
Тема 17 Біполярні транзистори.	5	2	0	0	0	3
Тема 18 Польові транзистори. Тиристори. ІМС	5	2	0	0	0	3
Тема 19 Підсилювачі. Операційний підсилювач	5	2	0	0	0	3
Тема 20 Алгебра логіки. Цифрові мікроелектронні пристрої	9	2	0	0	4	3
Тема 21 Випрямлячі. Стабілізатори	9	2	0	0	4	3
Тема 22 Загальні відомості про метрологію та електричні вимірювання	5	2	0	0	0	3
Тема 23 Похибки вимірювань прилади	5	2	0	0	0	3
Тема 24 Електровимірювальні	5	2	0	0	0	3
Тема 25 Основи стандартизації	5	2	0	0	0	3
<b>Всього за семестр № 3:</b>	<b>180</b>	<b>50</b>	<b>0</b>	<b>30</b>	<b>10</b>	<b>90</b>

## 2. Методичні вказівки до практичних занять

### Тема 1 Основні закони та положення електродинаміки.

#### Практичне заняття за темою Закон Кулона.

Навчальна мета заняття: ознайомлення з взаємодією точкових електричних зарядів.

Кількість годин - 2 (денна форма).

Місце проведення: аудиторія коледжу.

#### Навчальні питання:

1. Взаємодія точкових електричних зарядів.
2. Закон Кулона

#### План проведення заняття

I. Проведення контролю теоретичних знань здобувачів освіти для подальшого виконання практичної роботи

Питання для проведення контролю знань:

1. Взаємодія точкових електричних зарядів.
2. Закон Кулона

II. Проведення основної частини заняття.

Законспектувати основний матеріал практичного заняття, розв'язати запропоновані завдання.

Література: 1 - 5.

Місце проведення: аудиторія коледжу.

Розв'язок типових задач

1. Дві нерухомі кулі, заряди яких відповідно рівні  $-4,8 \times 10^{-18}$  Кл і  $9,6 \times 10^{-18}$  Кл, знаходяться на деякій відстані один від одного. У скільки разів зміниться кулонівська сила взаємодії між ними, якщо на першу кулю помістити ще 30 електронів?

Розв'язок

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}}{k \cdot \frac{(q_1 + 30 \cdot e) \cdot q_2}{r^2}} = \frac{q_1}{q_1 + 30 \cdot e} = \frac{4,8 \cdot 10^{-18}}{4,8 \cdot 10^{-18} + 30 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = \frac{4,8 \cdot 10^{-18}}{2 \cdot 4,8 \cdot 10^{-18}} = \frac{1}{2}$$

– збільшиться в 2 рази

2. Два точкових нерухомих зарядів, один з яких у 5 разів більше за інший, взаємодіє з силою 4,5 Н, перебуваючи на відстані 0,2 см один від одного. Визначити абсолютну величину найменшого із цих зарядів.

Розв'язок

$$F = k \cdot \frac{q \cdot 5q}{r^2}$$

$$4,5 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{5q^2}{(2 \cdot 10^{-3})^2}$$

$$q^2 = \frac{4,5 \cdot 4 \cdot 10^{-6}}{5 \cdot 9 \cdot 10^9} = 4 \cdot 10^{-16}$$

$$q = 4 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}$$

3. Сила взаємодії між двома точковими зарядами дорівнює 2 Н. Визначити ці заряди, якщо відстань між ними 3 мм, а їх загальний заряд становить – 30 нКл.

Розв'язок

$$q_2 = -3 \cdot 10^{-9} - q_1$$

$$2 = 9 \cdot 10^9 \frac{q_1(-3 \cdot 10^{-9} - q_1)}{(3 \cdot 10^{-3})^2}$$

$$2 \cdot 10^{-15} = q_1(-3 \cdot 10^{-9} - q_1)$$

$$q_1^2 + 3 \cdot 10^{-8} q_1 - 2 \cdot 10^{-15} = 0$$

$$D = 9 \cdot 10^{-16} + 4 \cdot 2 \cdot 10^{-15} \approx 6 \cdot 10^{-9}$$

$$q_1 = \frac{-3 \cdot 10^{-9} + \sqrt{6 \cdot 10^{-9}}}{2}$$

4. Два точкові заряди, що знаходяться у вакуумі, взаємодіють з деякою силою. Якщо відстань між ними зменшити на 70 см і перенести їх у середовище з діелектричною проникністю 81, сила взаємодії зменшиться в 4 рази. Визначити початкову відстань між ними.

Розв'язок

$$F_1 = 4F_2$$

$$k \frac{q_1 q_2}{r^2} = 4 \frac{k}{81} \frac{q_1 q_2}{(r - 0,7)^2}$$

$$\frac{1}{r^2} = 4 \frac{1}{81} \frac{1}{(r - 0,7)^2}$$

$$(r - 0,7)^2 = \frac{4}{81} r^2$$

$$9(r - 0,7) = 2r$$

$$7r = 9 \cdot 0,7$$

$$r = 0,9 \text{ м}$$

### III. Порядок проведення заключної частини заняття.

Задачі до самостійного розв'язку

1. Кулька, заряд якої  $-3,2$  нКл, стикається з незарядженою провідною кулькою того ж розміру. Скільки електронів перейшло із зарядженої кульки на незаряджену?

2. У скільки разів зміниться сила взаємодії двох точкових зарядів, що знаходяться в середовищі з діелектричною проникністю 10, якщо їх перенести в вакуум на вдвічі більшу відстань?

3. Дві кульки однакового об'єму мають заряди  $-6$  мкКл і  $10$  мкКл. Кульки стикнули і помістили на відстань в два рази більше початкової. У скільки разів змінилася сила взаємодії між ними?

4. Скільки електронів має бути на двох кулях, маса кожної з яких  $M$ , щоб кулонівська сила відштовхування між ними дорівнювала силі їх гравітаційної взаємодії?

5. Два точкові нерухомі заряди взаємодіють в рідкому діелектрику з силою в 4 рази меншою ніж у вакуумі. Помістивши ці ж заряди в інший рідкий діелектрик на тій же відстані, сила взаємодії між ними стає в 5 разів меншою ніж в вакуумі. Визначити у скільки разів діелектрична проникність першого діелектрика відрізняється відносно другого.

6. Величину одного з точкових зарядів збільшили на 40%, а величину другого – зменшили на стільки ж відсотків. На скільки відсотків змінилася кулонівська сила?

Перевірка і оцінювання виконаних завдань. Підведення підсумків практичного заняття, акцентування уваги на основних помилках при його виконанні.

### Тема 1 Основні закони та положення електродинаміки.

#### Практичне заняття за темою Напруженість електричного поля.

Навчальна мета заняття: ознайомлення з взаємодією точкових електричних зарядів в електричному полі

Кількість годин - 2 (денна форма).

Місце проведення: аудиторія коледжу.

#### Навчальні питання:

1. Напруженість поля
2. Енергія (робота) при переміщенні заряду
3. Зв'язок напруженості з потенціалом

## План проведення заняття

I. Проведення контролю теоретичних знань здобувачів освіти для подальшого виконання практичної роботи

Питання для проведення контролю знань:

1. Напруженість поля
2. Енергія (робота) при переміщенні заряду
3. Зв'язок напруженості з потенціалом

II. Проведення основної частини заняття.

Законспектувати основний матеріал практичного заняття, розв'язати запропоновані завдання.

Література: 1 - 5.

Місце проведення: аудиторія коледжу.

Розв'язок типових задач

1. Визначити напруженість електричного поля в точці віддаленій на відстань 0,1 м від точкового заряду, якщо в точці, віддаленій від нього на 5 см напруженість дорівнює 40 В/м.

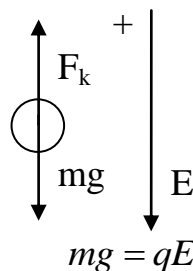
$$E = k \frac{q}{r^2}$$

$$40 = k \frac{q}{(5 \cdot 10^{-2})^2}$$

$$k \cdot q = 40 \cdot (5 \cdot 10^{-2})^2 = 40 \cdot 25 \cdot 10^{-4} = 0,1$$

$$E = k \frac{q}{(0,1)^2} = \frac{0,1}{0,01} = 10 \text{ В/м}$$

2. Кулька масою 0,3 г, що має заряд -6 мкКл, знаходиться в рівновазі в електростатичному полі. Визначити величину та напрямок поля.



$$E = \frac{mg}{q} = \frac{0,3 \cdot 10^{-3} \cdot 10}{6 \cdot 10^{-6}} = 0,5 \cdot 10^3 \text{ В/м}$$

3. Кулька масою 5 г, що має заряд 4 мкКл, рухається рівномірно в однорідному горизонтально спрямованому електростатичному полі з напруженістю 500 В/м по горизонтальній поверхні. Визначити коефіцієнт тертя між кулькою та цією поверхнею.



$$F_{\kappa} - F_{mp} = ma = 0$$

$$F_{\kappa} = F_{mp}, \quad N = mg$$

$$q \cdot E = \mu N$$

$$\mu = \frac{q \cdot E}{mg} = \frac{4 \cdot 10^{-6} \cdot 500}{5 \cdot 10^{-3} \cdot 10} = 0,04$$

4. Позитивний іон в однорідному електростатичному полі збільшив свою швидкість від 2 до 2,6 Мм/с, між двома точками різниці потенціалів яких становить 4,6 кВ. Визначити величину питомого заряду цього іона.

$$E = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = qU$$

$$\frac{q}{m} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2U} = \frac{(2,6^2 - 2^2)10^{12}}{2 \cdot 4,6 \cdot 10^3} = 3 \cdot 10^8 \text{ Кл/кг}$$

5. Електрон з енергією 30 кеВ потрапляє в електростатичне поле з напругою 20 кВ/см і рухається вздовж ліній напруги. Визначити відстань, пройдену електроном до зупинки.

$$v_1^2 = \frac{2W \cdot e}{m}$$

$$F = eE = ma$$

$$a = \frac{eE}{m}$$

$$v_2^2 = v_1^2 + 2aS = 0$$

$$S = \frac{v_1^2}{2a} = \frac{\frac{2We}{m}}{2 \frac{eE}{m}} = \frac{2W}{2E} = \frac{30 \cdot 10^3}{20 \cdot 10^3} = 1,5 \text{ см}$$

### III. Порядок проведення заключної частини заняття.

Задачі до самостійного розв'язку

1. На якій відстані від точкового заряду завбільшки 18 нКл, напруженість поля 7,2 кВ/см?

2. Нескінченна рівномірно заряджена площа створює в навколишньому просторі поле напруженістю 2 кВ/м. Визначити різницю потенціалів між точками А і В, якщо точка А віддалена від площини на відстань 3 см, а точка на відстань 7 см.

3. Різниця потенціалів між точками О і С, що лежать на одній лінії напруженості однорідного електростатичного поля, дорівнює 20 В; різниця потенціалів між точками О і А лежать на тій самій дорівнює 4 В. Визначити відстань між точками А і С, якщо відстань ОА дорівнює 3 см.

4. У скільки разів напруженість поля в точці, що віддаляється від поверхні зарядженої провідної кулі на відстані рівній радіусу, відрізняється від напруженості в точці, що віддаляється на відстані, що дорівнює двом радіусам?

5. Скільки надлишкових електронів містить порошок в електростатичному полі з напруженістю  $1,5 \cdot 10^5$  В/м, якщо на неї діє сила  $2,4 \cdot 10^{-10}$  Н?

Перевірка і оцінювання виконаних завдань. Підведення підсумків практичного заняття, акцентування уваги на основних помилках при його виконанні.

### **Тема 1 Основні закони та положення електродинаміки.**

#### **Практичне заняття за темою потенціал електричного поля.**

Навчальна мета заняття: ознайомлення з методикою визначення потенціалу в електричному полі.

Кількість годин - 2 (денна форма).

Місце проведення: аудиторія коледжу.

#### **Навчальні питання:**

1. Зв'язок напруженості з потенціалом
2. Поле зарядженої сфери

#### **План проведення заняття**

I. Проведення контролю теоретичних знань здобувачів освіти для подальшого виконання практичної роботи

Питання для проведення контролю знань:

1. Зв'язок напруженості з потенціалом
2. Поле зарядженої сфери

II. Проведення основної частини заняття.

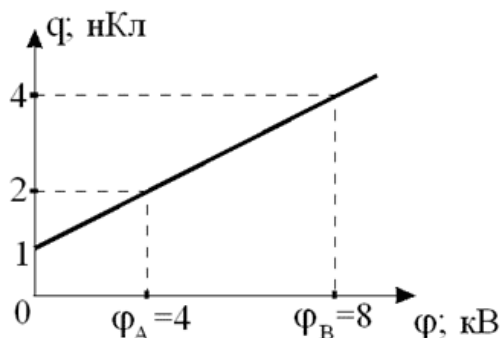
Законспектувати основний матеріал практичного заняття, розв'язати запропоновані завдання.

Література: 1 - 5.

Місце проведення: аудиторія коледжу.

Розв'язок типових задач

1. Величина заряду маленької кульки безперервно змінюється під час руху у електричному полі. Використовуючи інформацію, наведену на малюнку, визначити яку роботу необхідно здійснити, щоб перемістити цей заряд з точки А в точку В.



$$q(\varphi) = \frac{(4-2)10^{-9}}{(8-4)10^3} \varphi = \frac{1}{2} \varphi \cdot 10^{-12}$$

$$A = \int_{\varphi_B}^{\varphi_A} q(\varphi) d\varphi = \frac{1}{2} \int_{\varphi_B}^{\varphi_A} \varphi d\varphi = \frac{10^{-12}}{2} \frac{\varphi^2}{2} \Big|_{\varphi_B}^{\varphi_A} = \frac{10^{-12}}{4} (\varphi_A^2 - \varphi_B^2) = \frac{10^{-12}}{4} (16 - 64) 10^6 = -12 \text{ мкДж}$$

2. Заряджена частка має масу 0,1 нг і заряд 8 пКл і рухається у напрямку силових ліній однорідного електростатичного поля вертикально вгору. Чому дорівнює різниця потенціалів, коли прискорення частки дорівнює  $0,2 \text{ м/с}^2$  і вона пройшла шлях рівний 4 см. ( $g=9,8 \text{ м/с}^2$ )

$$qE - mg = ma$$

$$E = \frac{ma + mg}{q}$$

$$\varphi = xE = x \frac{m(a + g)}{q} = \frac{4 \cdot 10^{-2} \cdot 0,1 \cdot 10^{-12} (0,2 + 9,8)}{8 \cdot 10^{-12}} = 0,005 \text{ В}$$

3. Два точкові нерухомі точкові заряди 16 нКл і -4 нКл розташовані на відстані 30 см один від одного. Визначити потенціал точки поля, де результуюча напруженість дорівнює нулю.

$$E_1 = E_2$$

$$\frac{kq_1}{l^2} = \frac{kq_2}{(30-l)^2}$$

$$\sqrt{\frac{q_1}{q_2}} = \frac{l}{(30-l)}$$

$$30 \sqrt{\frac{q_1}{q_2}} = l \left( 1 + \sqrt{\frac{q_1}{q_2}} \right)$$

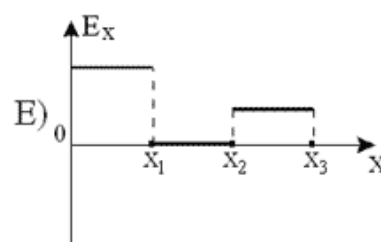
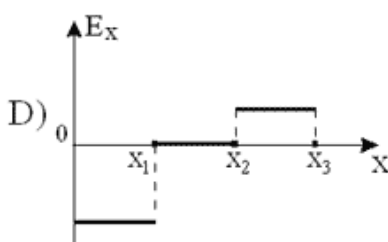
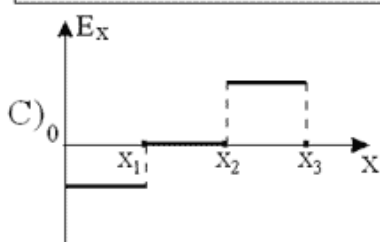
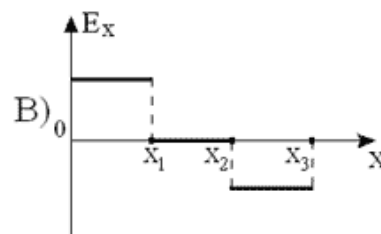
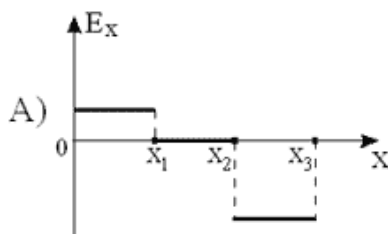
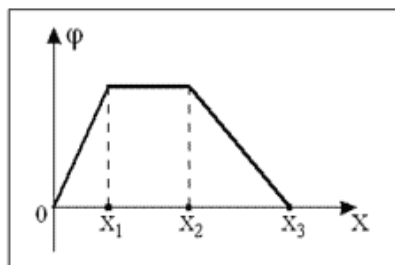
$$l = \frac{30 \sqrt{\frac{q_1}{q_2}}}{1 + \sqrt{\frac{q_1}{q_2}}} = \frac{30 \sqrt{\frac{16}{4}}}{1 + \sqrt{\frac{16}{4}}} = \frac{60}{3} = 20 \text{ см}$$

$$\varphi_1 = \frac{kq_1}{l} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 16 \cdot 10^{-9}}{0,2} = 9 \cdot 80 = 720 \text{ В}$$

$$\varphi_2 = \frac{kq_2}{0,3-l} = -\frac{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-9}}{0,1} = -360 \text{ В}$$

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = 720 - 360 = 360 \text{ В}$$

4. На малюнку показано графік розподілу потенціалу вздовж осі ОХ. Який з наведених нижче графіків відповідає залежності проекції напруженості поля вздовж цієї ж осі?



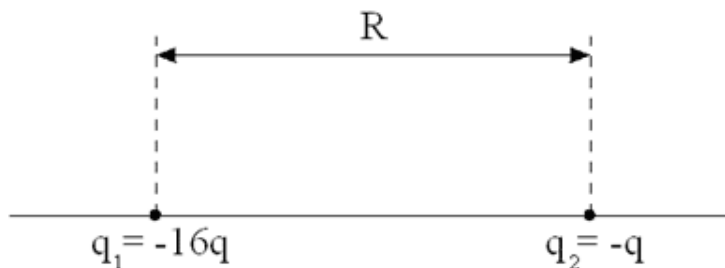
$$\varphi(x) = \begin{cases} k_1 x & 0 \leq x < x_1 \\ k_2 & x_1 \leq x < x_2 \\ -k_3 x & x_2 \leq x < x_3 \end{cases} \quad E = -\frac{d\varphi}{dx} = \begin{cases} -k_1 & 0 \leq x < x_1 \\ 0 & x_1 \leq x < x_2 \\ k_3 & x_2 \leq x < x_3 \end{cases}$$

Відповідь: D

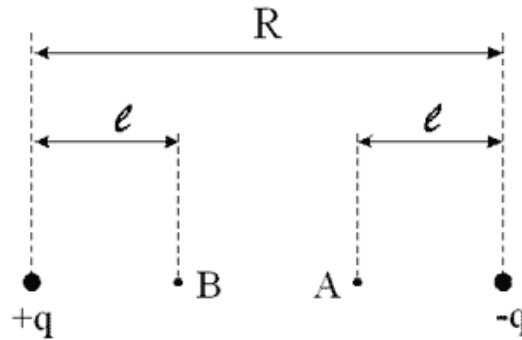
III. Порядок проведення заключної частини заняття.

Задачі до самостійного розв'язку

1. На якій відстані від другого заряду знаходиться точка, в якій напруженість результуючого поля дорівнює нулю?



2. Два точкові нерухомі заряди розташовані так, як показано на малюнку. Визначити різницю потенціалів між точками А і В.



3. У вершинах квадрата зі стороною 2 м знаходяться закріплені точкові заряди величини яких:  $-2\text{ нКл}$ ;  $-3\text{ нКл}$ ;  $9\text{ нКл}$ ; та  $-4\text{ нКл}$ . Визначити потенціал поля створеного цими зарядами у центрі квадрата.

4. Електростатичне поле створене рівномірно зарядженою сферою. Напруженість у точці віддаленій від поверхні сфери на відстані рівній її радіусу дорівнює  $120\text{ В/м}$ , а потенціал цієї точки  $48\text{ В}$ . Визначити радіус сфери.

Перевірка і оцінювання виконаних завдань. Підведення підсумків практичного заняття, акцентування уваги на основних помилках при його виконанні.

## Тема 2 Провідники та діелектрики в електричному полі. Електрична ємність.

### Практичне заняття за темою провідники в електричному полі.

Навчальна мета заняття: ознайомлення з процесами, що відбуваються в електричному полі.

Кількість годин - 2 (денна форма).

Місце проведення: аудиторія коледжу.

#### Навчальні питання:

1. Поле зарядженої сфери.
2. Потенціал сфери.

### План проведення заняття

I. Проведення контролю теоретичних знань здобувачів освіти для подальшого виконання практичної роботи

Питання для проведення контролю знань:

1. Поле зарядженої сфери.
2. Потенціал сфери.

## II. Проведення основної частини заняття.

Законспектувати основний матеріал практичного заняття, розв'язати запропоновані завдання.

Література: 1 - 5.

Місце проведення: аудиторія коледжу.

Розв'язок типових задач

1. Сфера радіусу  $r$ , якій надано заряд  $q$ , оточена концентричною тонкостінною провідною сферичною оболонкою радіусу  $R$ , заряд якої дорівнює  $Q$ . Визначте потенціали сфер  $\varphi_{in}$  (внутрішньої) і  $\varphi_{ex}$  (зовнішньої).

Розв'язок.

Потенціал на поверхні внутрішньої сфери  $\varphi_{ex}$  складається з двох потенціалів: зовнішньої сфери  $\varphi_1$  та власне внутрішньої сфери  $\varphi_2$ .

Потенціал зовнішньої сфери  $\varphi_1$  у кожній точці її внутрішнього об'єму однаковий і дорівнює потенціалу на її поверхні

$$\varphi_1 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}.$$

Потенціал внутрішньої сфери  $\varphi_2$  визначається відомим співвідношенням:

$$\varphi_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

Тоді загальний потенціал  $\varphi_{in}$  на поверхні внутрішньої сфери дорівнює:

$$\varphi_{in} = \varphi_1 + \varphi_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{Q}{R} + \frac{q}{r} \right).$$

Потенціал на поверхні зовнішньої сфери також складається з двох потенціалів: внутрішньої сфери  $\varphi'_1$  та власне зовнішньої сфери  $\varphi'_2$ .

Потенціал внутрішньої сфери  $\varphi'_1$  на відстані  $R$  від її центру визначається співвідношенням:

$$\varphi'_1 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}.$$

Формула, що визначає потенціал зовнішньої сфери  $\varphi'_2$  на її поверхні:

$$\varphi'_2 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}.$$

Тоді загальний потенціал на поверхні зовнішньої сфери дорівнює:

$$\varphi_{ex} = \varphi'_1 + \varphi'_2 = \frac{q + Q}{4\pi\epsilon_0 R}.$$

2. Металева сфера, що має заряд  $Q$ , поміщена всередину іншої незарядженої сфери вдвічі більшого радіусу і з'єднана з нею провідником. Який заряд залишиться на сфері меншого радіусу?

Розв'язок

$\varphi_1 = \varphi_2$  – після з'єднання потенціали сфер стануть однаковими

$$k \frac{q_1}{2R} = k \frac{q_2}{R}$$

де  $q_1$  – заряд більшої сфери радіусом  $2R$ ,  $q_2$  – заряд меншої сфери радіусом  $R$

$Q = q_1 + q_2$  – загальний заряд, звідки

$$k \frac{Q - q_2}{2R} = k \frac{q_2}{R}$$

$$q_2 = \frac{Q}{3}$$

3: Дві сфери, що мають загальний центр і радіуси 20 см і 40 см, мають заряди 4 мкКл і -4 мкКл відповідно. На скільки напруженість у точці В, що віддаляється від центру сфер на відстані 50 см, відрізняється від напруженості в точці А, що віддаляється від центру на відстані 30 см? Знайти потенціали у відповідних точках.

Розв'язок

Позначимо  $r_1$  та  $r_2$  – радіуси меншої та більшої сфер.

$R_A$  та  $R_B$  – відстані від загального центру до відповідних точок.

Точка В знаходиться зовні сфер

$$\varphi_B = \frac{k \cdot q_2}{R_B} + \frac{k \cdot q_1}{R_B} = \frac{k}{R_B} (q_2 + q_1) = \frac{9 \cdot 10^9}{0,5} (4 - 4) \cdot 10^{-6} = 0$$

$$E_B = -\frac{d\varphi_B}{dx} = 0 \text{ – поля взаємо компенсуються.}$$

Точка А знаходиться всередині сфери 2 та зовні сфери 1

$$\varphi_A = \frac{k \cdot q_2}{r_2} + \frac{k \cdot q_1}{R_A} = k \left( \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_1}{R_A} \right) = 9 \cdot 10^9 \left( \frac{-4}{0,4} + \frac{4}{0,3} \right) \cdot 10^{-6} = 9 \cdot 10^4 \frac{1}{3} = 3 \cdot 10^4 \text{ -}$$

$$E_A = 0 + \frac{k \cdot q_1}{R_A^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{4}{0,3^2} \cdot 10^{-6} = 4 \cdot 10^5 \text{ В/м}$$

Відповідь: на 400 кВ/м менше.

III. Порядок проведення заключної частини заняття.

Задачі до самостійного розв'язку

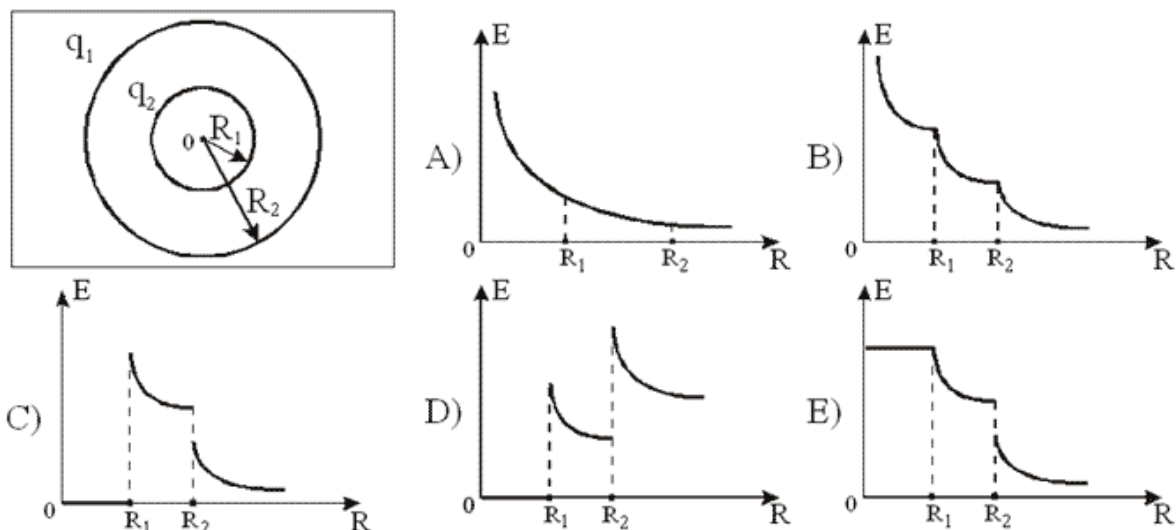
1 Дві заряджені провідні кулі з'єднали провідником. У скільки разів величина заряду першої кулі відрізнятиметься від заряду другої кулі (після їх з'єднання), якщо діаметр першої кулі в 4 рази менший за другу?

2 Дві металеві кулі, що мають заряди 1 мкКл і 4 мкКл, з'єднали провідником. Якої величини заряд пройде провідником? Радіуси куль відповідно дорівнюють 2 см і 3 см.

3 Дві провідні сфери, що мають загальний центр і радіуси 2 см і 6 см, мають заряди 3 мКл і 6 мКл відповідно. У скільки разів потенціал поля в

точці А, що віддалений від центру на відстань 3 см, відрізняється від потенціалу поля в точці В, що віддалений від точки А на відстань 6 см?

4 Який з наведених нижче графіків відповідає залежності напруженості електростатичного поля, створеного двома концентричними сферами, що мають позитивний заряд від відстані (відлічуваного від їх центру)? ( $q_2 = 2q_1$ ;  $R_2 = 2R_1$ ).



Перевірка і оцінювання виконаних завдань. Підведення підсумків практичного заняття, акцентування уваги на основних помилках при його виконанні.

**Тема 2 Провідники та діелектрики в електричному полі. Електрична ємність.**

**Практичне заняття за темою конденсатори в електричному полі.**

Навчальна мета заняття: ознайомлення з процесами, що відбуваються в конденсаторах.

Кількість годин - 2 (денна форма).

Місце проведення: аудиторія коледжу.

**Навчальні питання:**

1. Ємність, заряд та енергія конденсатора.
2. Послідовне з'єднання конденсаторів.
3. Паралельне з'єднання конденсаторів.



## План проведення заняття

I. Проведення контролю теоретичних знань здобувачів освіти для подальшого виконання практичної роботи

Питання для проведення контролю знань:

1. Ємність, заряд та енергія конденсатора.
2. Послідовне з'єднання конденсаторів.
3. Паралельне з'єднання конденсаторів.

II. Проведення основної частини заняття.

Законспектувати основний матеріал практичного заняття, розв'язати запропоновані завдання.

Література: 1 - 5.

Місце проведення: аудиторія коледжу.

Розв'язок типових задач

1. Між пластинами плаского конденсатора площею  $4 \times 10^{-2} \text{ м}^2$ , розташованими на відстані 2 см один від одного, знаходиться діелектрик, що заповнює весь простір між пластинами. Визначити ємність цього конденсатора, якщо щільність енергії електростатичного поля дорівнює  $4 \text{ мДж / м}^3$ , а напруга між обкладками 4 кВ

Дано:

$$S = 4 \times 10^{-2} \text{ м}^2$$

$$d = 2 \text{ см}$$

$$U = 4 \text{ кВ}$$

$$w = 4 \text{ мДж/м}^3$$

---


$$C = ?$$

Розв'язок

Напруженість поля:  $E = U/d$ .

Тоді щільність енергії поля:

$$w = \frac{\epsilon \epsilon_0 E^2}{2} = \frac{\epsilon \epsilon_0 U^2}{2 \cdot d^2}$$

Звідки

$$\epsilon \epsilon_0 = \frac{2 \cdot w \cdot d^2}{U^2}$$

Ємність конденсатора:

$$C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d} = \frac{\frac{2 \cdot w \cdot d^2}{U^2} S}{d} = \frac{2 \cdot w \cdot d \cdot S}{U^2} = \frac{2 \cdot 4 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot 4 \cdot 10^{-2}}{(4 \cdot 10^3)^2} = 0,4 \cdot 10^{-12} \text{ Ф}$$

2. Два конденсатора однакової ємності заряджені до різниці потенціалів 5 кВ і 3 кВ. Визначити сталу різницю потенціалів після їх паралельного з'єднання. (З'єднуються обкладки, що мають однойменні заряди).

Дано:

$$U_1 = 5 \text{ кВ}$$

$$U_2 = 3 \text{ кВ}$$

$$C_1 = C_2 = C$$

---


$$U = ?$$

Розв'язок

Після паралельного з'єднання:

загальний заряд

$$q = q_1 + q_2 = C_1 U_1 + C_2 U_2 = C(U_1 + U_2)$$

загальна ємність

$$C_{об} = C_1 + C_2 = 2C$$

Тоді напруга на з'єднанні:

$$U = \frac{q}{C_{об}} = \frac{C(U_1 + U_2)}{2C} = \frac{U_1 + U_2}{2} = \frac{5 + 3}{2} = 4 \text{ кВ}$$

3. Два конденсатора ємністю  $C_1 = 3 \text{ мкФ}$  і  $C_2 = 6 \text{ мкФ}$  з'єднані послідовно і підключені до джерела струму з напругою 3 кВ. Визначити величину заряду на другому конденсаторі.

Дано:

$$C_1 = 3 \text{ мкФ}$$

$$C_2 = 6 \text{ мкФ}$$

$$U = 3 \text{ кВ}$$

---


$$q_2 = ?$$

Розв'язок

При послідовному з'єднанні:

– заряди конденсаторів однакові:

$$q = q_1 = q_2 = C_{заг} U$$

– загальна ємність:

$$C_{заг} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

Тоді

$$q_2 = C_{заг} U = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} U = \frac{3 \cdot 6}{3 + 6} \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 10^3 = 6 \cdot 10^{-3} \text{ Кл}$$

4. Два плоских конденсатора, що мають однакові геометричні розміри з'єднані послідовно і підключені до джерела постійної напруги і після їх зарядки від'єднані від джерела струму. У скільки разів напруга на другому

конденсаторі відрізняється від напруги на першому, якщо перший конденсатор повітряний, а другий містить в якості діелектрика скло ( $\epsilon = 7$ ).

Дано:

$$\epsilon_1 = 1$$

$$\epsilon_2 = 7$$

$$S_1 = S_2 = S$$

$$d_1 = d_2 = d$$

---


$$U_2 / U_1 = ?$$

Розв'язок

Ємності конденсаторів:

$$C_1 = \frac{\epsilon_1 \epsilon_0 S}{d} \text{ та } C_2 = \frac{\epsilon_2 \epsilon_0 S}{d} = \frac{7 \epsilon_1 \epsilon_0 S}{d}$$

$$\text{Тобто: } C_2 = 7C_1$$

При послідовному з'єднанні – заряди однакові

$$q = q_1 = q_2$$

Тоді

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{\frac{q_2}{C_2}}{\frac{q_1}{C_1}} = \frac{\frac{q}{7C_1}}{\frac{q}{C_1}} = \frac{1}{7}$$

– напруга на другому конденсаторі в 7 раз менша.

5. У скільки разів зміниться енергія плоского конденсатора (від'єданого від джерела струму), якщо витягнути слюду ( $\epsilon = 6$ ), що заповнює весь простір між пластинами і зменшити відстань між пластинами в шість разів?

Дано:

$$\epsilon_1 = 6$$

$$\epsilon_2 = 1$$

$$d_1 = 6 d_2$$

---

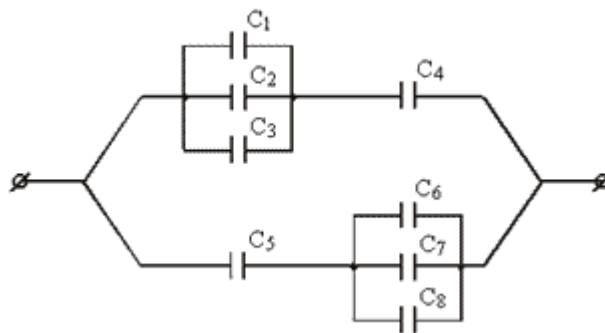

$$W_1 / W_2 = ?$$

Розв'язок

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{\frac{C_1 U^2}{2}}{\frac{C_2 U^2}{2}} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{\frac{\epsilon_1 \epsilon_0 S}{d_1}}{\frac{\epsilon_2 \epsilon_0 S}{d_2}} = \frac{\epsilon_1 d_2}{d_1 \epsilon_2} = \frac{6 \cdot d_2}{d_2 \cdot 6} = 1$$

– не зміниться.

6. Визначити еквівалентну (загальну) ємність батареї конденсаторів, зображених на малюнку, якщо  $C_1 = C_2 = C_3 = C_6 = C_7 = C_8 = 2$  пФ,  $C_4 = C_5 = 6$  пФ



## Розв'язок

Конденсатори  $C_1, C_2, C_3$  – з'єднані паралельно:

$$C_{1-3} = C_1 + C_2 + C_3 = 3C_1 = 3 \cdot 2 = 6 \text{ пФ.}$$

До них послідовно приєднаний  $C_4$ :

$$C_{1-4} = \frac{1}{\frac{1}{C_{1-3}} + \frac{1}{C_4}} = \frac{1}{\frac{1}{6} + \frac{1}{6}} = \frac{1}{\frac{2}{6}} = 3 \text{ пФ.}$$

Ємності гілок – однакові:

$$C_{1-3} = C_{5-8} = 3 \text{ пФ}$$

Оскільки ці гілки з'єднані паралельно:

$$C = C_{1-3} + C_{5-8} = 3 + 3 = 6 \text{ пФ}$$

## III. Порядок проведення заключної частини заняття.

Задачі до самостійного розв'язку

1. Площа кожної з пластин плоского конденсатора дорівнює  $100 \text{ см}^2$ . Чому дорівнює відстань між пластинами, якщо при наданні конденсатору заряду  $17,6 \text{ нКл}$  різниця потенціалів між його обкладинками дорівнює  $0,5 \text{ кВ}$ ?

2. Плaskий конденсатор ємністю  $0,3 \text{ мкФ}$  повністю заповнений слюдяними пластинами ( $\epsilon = 6$ ), товщина кожної з яких дорівнює  $5 \text{ нм}$ . Скільки слюдяних пластин необхідно взяти, якщо площа кожної обкладки дорівнює  $50 \text{ см}^2$ ?

3. Плaskий повітряний конденсатор ємністю  $17,6 \text{ пФ}$  утворюють квадратні пластини, розташовані на відстані  $0,4 \text{ мм}$  одна від одної. Визначити довжину однієї зі сторін цих пластин.

4. Плaskий повітряний конденсатор зарядили від джерела постійної напруги і відключили від нього. Як зміниться різниця потенціалів між обкладинками цього конденсатора, якщо весь простір між пластинами заповнити папером ( $\epsilon = 2,2$ )?

5. Три однакових конденсатора ємністю  $9 \text{ мкФ}$  з'єднані послідовно і підключені до джерела струму, напруга на затискачах якого  $2 \text{ кВ}$ . Чому дорівнює заряд цієї батареї конденсаторів?

Перевірка і оцінювання виконаних завдань. Підведення підсумків

практичного заняття, акцентування уваги на основних помилках при його виконанні.

### **Тема 5. Дія магнітного поля на струм та рухомі заряди.**

**Практичне заняття за темою рух заряджених частинок в електричному та магнітному полях.**

Навчальна мета заняття: ознайомлення з закономірностями руху заряджених частинок в електричному та магнітному полях.

Кількість годин - 2 (денна форма).

Місце проведення: аудиторія коледжу.

#### **Навчальні питання:**

1. Закон Ампера.
2. Сила Лоренца

#### **План проведення заняття**

I. Проведення контролю теоретичних знань здобувачів освіти для подальшого виконання практичної роботи

Питання для проведення контролю знань:

1. Закон Ампера.
2. Сила Лоренца

II. Проведення основної частини заняття.

Законспектувати основний матеріал практичного заняття, розв'язати запропоновані завдання.

Література: 1 - 5.

Місце проведення: аудиторія коледжу.

Розв'язок типових задач

1. Двохвалентний іон влітає в магнітне поле індукцією 2 мТл зі швидкістю 1,6 км/с і рухається по колу радіуса 20 см. Визначити масу цього іона

Розв'язок

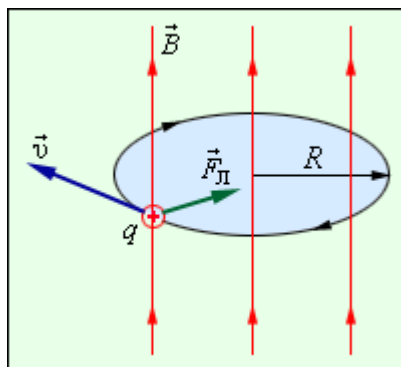


Рисунок 1

Роль доцентрової сили грає сила Лоренца:

$$F_{\text{Ц}} = F_{\text{Л}}$$

$$\frac{mv^2}{R} = qvB$$

$$R = \frac{mv}{Bq}$$

$$m = \frac{RBq}{v} = \frac{0,2 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{1,6 \cdot 10^3} = 0,8 \cdot 10^{-25} \text{ кг}$$

2. Визначити кінетичну енергію зарядженої порошинки, що рухається по колу в однорідному магнітному полі з індукцією 1Тл радіусом 1м. Маса частки  $10^{-16}$  г, заряд частки  $10^{-8}$  Кл.

Розв'язок

Роль доцентрової сили грає сила Лоренца:

$$F_{\text{Ц}} = F_{\text{Л}}$$

$$\frac{mv^2}{R} = qvB$$

$$v = \frac{RBq}{m} = \frac{1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 10^{-8}}{10^{-16}} = 2 \cdot 10^8 \text{ м/с}$$

$$W = \frac{mv^2}{2} = \frac{10^{-16} \cdot 4 \cdot 10^{16}}{2} = 2 \text{ Дж}$$

3. Заряджена частка влітає перпендикулярно лініям магнітної індукції. На скільки відсотків зміниться частота обертання цієї частки при зменшенні значення вектора магнітної індукції у 2,5 рази?

Розв'язок

Кутова частота

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2\pi r / v} = \frac{v}{r} = \frac{qB}{m} \quad \frac{1}{2,5} = \frac{10}{25} = \frac{2}{5} = 0,4 \text{ рад/с.}$$

Період обертання – це довжина кола поділена на швидкість:

$$T = 2\pi r / v$$

Отже

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2\pi r / v} = \frac{v}{r}$$

Роль доцентрової сили грає сила Лоренца:

$$F_{\text{Ц}} = F_{\text{Л}}$$

$$\frac{mv^2}{r} = qvB$$

Звідки

$$\frac{v}{r} = \frac{qB}{m}$$

– а це і є кутова частота  $\omega = v/r$ .

Тоді:

$$\frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_1} = \frac{\frac{qB_1}{m} - \frac{qB_2}{m}}{\frac{qB_1}{m}} = \frac{B_1 - B_2}{B_1} = \frac{2,5B_2 - B_2}{2,5B_2} = \frac{2,5 - 1}{2,5} = \frac{1,5}{2,5} = \frac{3}{5} = 0,6$$

– зменшиться на 60 %

4. Заряджена частка, прискорена різницею потенціалів 1 кВ потрапляє у простір, де створено взаємно перпендикулярні електричні та магнітні поля. (Напруженість електричного поля  $2 \times 10^7$  В/м індукція магнітного поля дорівнює 1 Тл.) Швидкість частинки перпендикулярна до напрямку полів і залишається постійною під час усього руху. Визначити питомий заряд цієї частки.

Дано:

$$U = 1 \text{ кВ}$$

$$E = 2 \times 10^7 \text{ В/м}$$

$$B = 1 \text{ Тл}$$

$$q/m - ?$$

Розв'язок

Оскільки швидкість частинки та напрямок руху залишаються незмінними, то сили, що діють з боку електричного та магнітного полів – компенсують одна одну:

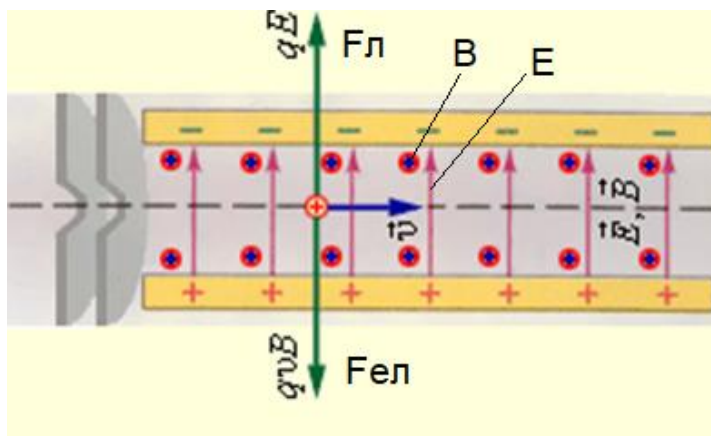


Рисунок 2

$$F_{\text{ЕЛ}} = F_{\text{Л}}$$

$$qE = qvB$$

Звідки швидкість руху:

$$v = \frac{E}{B} \quad (1)$$

При прискоренні різницею потенціалів  $U$  частинка отримала енергію:

$$W = qU.$$

Далі рухається з постійною швидкістю  $v$  і має кінетичну енергію:

$$W = \frac{mv^2}{2} = qU$$

Звідки:

$$\frac{q}{m} = \frac{v^2}{2U}.$$

З урахуванням формули (1):

$$\frac{q}{m} = \frac{E^2}{B^2 2U} = \frac{(2 \cdot 10^7)^2}{1 \cdot 2 \cdot 10^3} = 2 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}$$

### III. Порядок проведення заключної частини заняття.

Задачі до самостійного розв'язку

1. Заряджена частка влітає в однорідне магнітне поле перпендикулярно лініям магнітної індукції. На скільки відсотків зміниться сила Лоренца, що діє на неї, якщо швидкість частинки зменшиться на 40 %, а вектор магнітної індукції зросте на 140 %?

2. Дві частинки (з однаковими швидкостями) влітають у однорідне магнітне поле. У скільки разів сила Лоренца, що діє на першу частинку, відрізняється від дії сили на другу частинку, якщо її заряд утричі більший?

3. На металевий провідник довжиною 60 см і струмом 2 А, що знаходиться в магнітному полі, індукція якого 5 мТл діє сила 3 мН. Визначити величину кута між напрямом швидкості частинок струму, що зумовлюють, і вектором магнітної індукції.

4. У скільки разів має змінитися значення вектора магнітної індукції, щоб радіус кола яким рухається заряджена частка в даному магнітному полі збільшився вчетверо?

Перевірка і оцінювання виконаних завдань. Підведення підсумків практичного заняття, акцентування уваги на основних помилках при його виконанні.



## **Тема 8. Конденсатори та резистори в електричних колах. Еквівалентні перетворення електричних кіл**

### **Практичне заняття за темою Еквівалентні перетворення електричних кіл.**

Навчальна мета заняття: згортання резистивних кіл шляхом еквівалентних перетворень.

Кількість годин - 2 (денна форма).

Місце проведення: аудиторія коледжу.

#### **Навчальні питання:**

1. Паралельне та послідовне з'єднання резисторів.
2. Перетворення зірка-трикутник
3. Перетворення джерел енергії

#### **План проведення заняття**

I. Проведення контролю теоретичних знань здобувачів освіти для подальшого виконання практичної роботи

Питання для проведення контролю знань:

1. Навести перетворення «зірка»—«трикутник» для резистивних елементів.
2. Навести взаємне перетворення реального джерела напруги на реальне джерело струму.
3. Як об'єднати декілька джерел напруги до одного еквівалентного?
4. Як об'єднати декілька джерел струму до одного еквівалентного?
5. Як перенести ідеальне джерело напруги за вузол електричної схеми?
6. Як внести ідеальне джерело струму до контуру?
7. Навести властивості послідовного з'єднання пасивних елементів.
8. Навести властивості паралельного з'єднання пасивних елементів.

II. Проведення основної частини заняття.

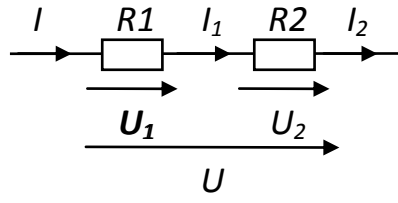
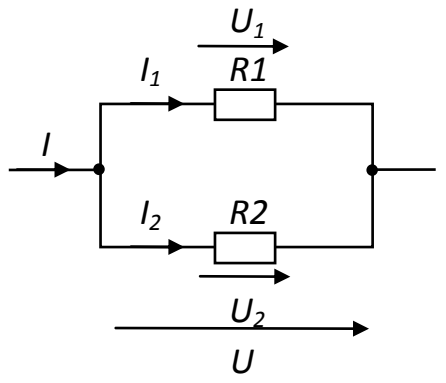
Законспектувати основний матеріал практичного заняття, розв'язати запропоновані завдання.

Література: 1 - 5.

Місце проведення: аудиторія коледжу.

Властивості послідовного та паралельного з'єднань резистивних елементів наведені в табл. 1.

Таблиця 1

	Послідовне з'єднання	Паралельне з'єднання
Схеми		
Струми	$I = I_1 = I_2$	$I = I_1 + I_2$
Напруги	$U = U_1 + U_2$	$U = U_1 = U_2$
Опори	$R = R_1 + R_2$	$1/R = 1/R_1 + 1/R_2 = Y_1 + Y_2 = Y$ , де $Y=1/R$ – провідність резистора

Перетворення «зірка»–«трикутник» буде еквівалентним, якщо струми зовнішніх гілок  $I_1, I_2, I_3$  та напруги  $U_{12}, U_{23}, U_{31}$  залишаться незмінними (рис. 1).

Опори сторін «трикутника»  $R_{12}, R_{23}, R_{31}$  можна перерахувати в опори променів еквівалентної «зірки»  $R_1, R_2, R_3$  за формулами:

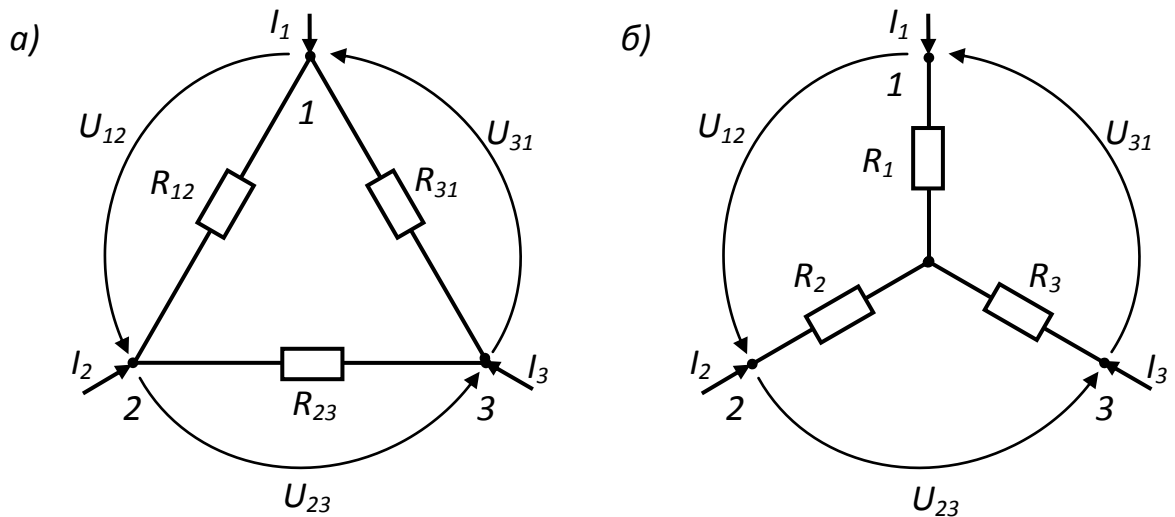


Рисунок 1 – Схеми еквівалентних перетворень «трикутник» (а) – «зірка» (б)

$$R_1 = \frac{R_{12}R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}, R_2 = \frac{R_{23}R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}, R_3 = \frac{R_{31}R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}. \quad (1)$$

Перерахунок опорів променів еквівалентної «зірки»  $R_1, R_2, R_3$  в опори сторін «трикутника»  $R_{12}, R_{23}, R_{31}$  можна здійснити за формулами:

$$R_{12} = R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_3}, R_{23} = R_2 + R_3 + \frac{R_2 R_3}{R_1}, R_{31} = R_3 + R_1 + \frac{R_3 R_1}{R_2}. \quad (2)$$

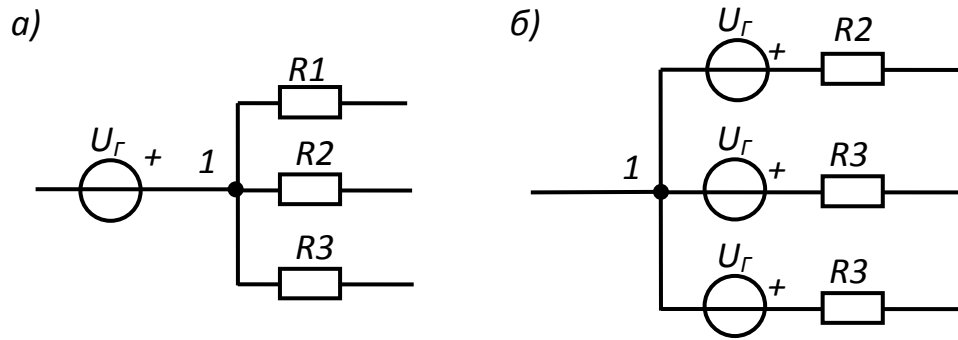


Рисунок 2 – Унесення ідеального джерела напруги за вузол

Ідеальне джерело напруги  $U_G$  можна перенести за вузол 1 (рис. 2, а), якщо у кожному гілку за вузлом увімкнути таке ж саме джерело  $U_G$  (рис. 2, б).

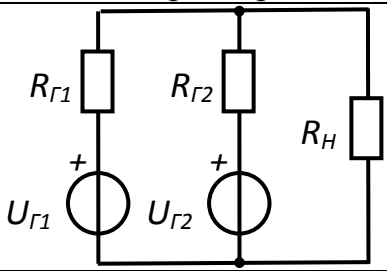
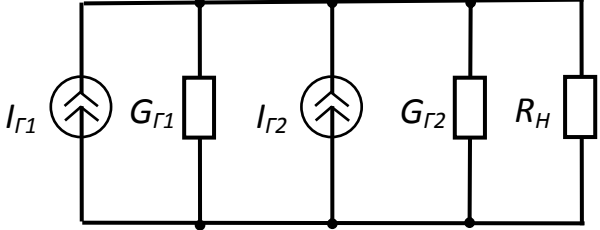
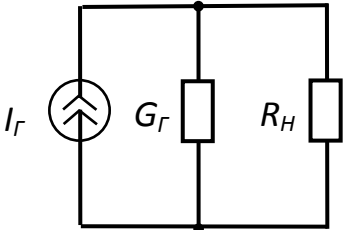
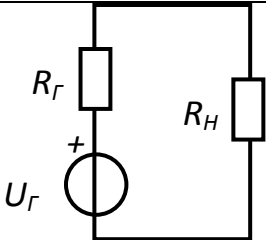
Основні характеристики джерел і співвідношення для еквівалентного перетворення наведені в табл. 2.

Таблиця 2

	Джерело напруги	Джерело струму
Реальне		
Ідеальне	$R_G = 0$	$G_G = 0$
Співвідношення при перетворенні	$U_G = I_G / G_G,$ $R_G = 1 / G_G$	$I_G = U_G / R_G,$ $G_G = 1 / R_G$
Вольт-амперні характеристики	<p>1 – ідеальне джерело; 2 – реальне джерело</p>	<p>1 – ідеальне джерело; 2 – реальне джерело</p>

Приклад застосування перетворення джерел для спрощення схеми поетапно наведено у табл. 3.

Таблиця 3

№	Розрахункові формули	Схеми перетворення
1	Вихідна схема	
2	$I_{Г1} = U_{Г1}/R_{Г1},$ $G_{Г1} = 1/R_{Г1},$ $I_{Г2} = U_{Г2}/R_{Г2},$ $G_{Г2} = 1/R_{Г2}$	
3	$I_{Г} = I_{Г1} + I_{Г2},$ $G_{Г} = G_{Г1} + G_{Г2}$	
4	$U_{Г} = I_{Г}/G_{Г},$ $R_{Г} = 1/G_{Г}$	

### III. Порядок проведення заключної частини заняття.

Задачі до самостійного розв'язку

Для схеми, зображеної на рис. 3, знайти еквівалентний опір відносно вказаних зажимів:  $R_{ab}$ ,  $R_{ac}$ ,  $R_{ad}$ ,  $R_{cd}$ .

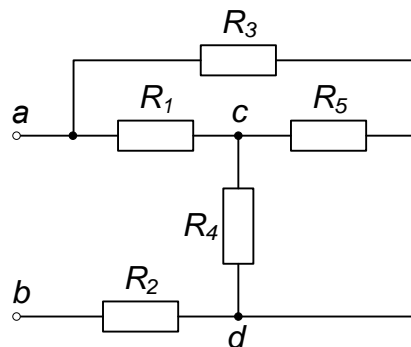


Рисунок 3

Перевірка і оцінювання виконаних завдань. Підведення підсумків практичного заняття, акцентування уваги на основних помилках при його виконанні.

## **Тема 9. Розрахунок складних електричних кіл**

**Практичне заняття за темою** Графи електричних кіл. Метод законів Кірхгофа.

Навчальна мета заняття: розрахунок складних електричних кіл за допомогою методу законів Кірхгофа.

Кількість годин - 2 (денна форма).

Місце проведення: аудиторія коледжу.

### **Навчальні питання:**

1. Граф електричного кола.
2. Метод законів Кірхгофа.

### **План проведення заняття**

I. Проведення контролю теоретичних знань здобувачів освіти для подальшого виконання практичної роботи

Питання для проведення контролю знань:

1. У чому полягає відмінність між методами струмів гілок та напруг гілок, що використовують для методу законів Кірхгофа (МЗК)? Чи є вони еквівалентними?
2. Чим визначається кількість незалежних рівнянь у системі, складеній за МЗК?
3. Які існують рекомендації для вибору конфігурації незалежних контурів схеми?
4. Які існують рекомендації для вибору базисного вузла схеми?

II. Проведення основної частини заняття.

Законспектувати основний матеріал практичного заняття, розв'язати запропоновані завдання.

Література: 1 - 5.

Місце проведення: аудиторія коледжу.

Розглянемо на прикладі різні способи складання систем рівнянь.

Проаналізуємо схему зображену, на рис 1, а.

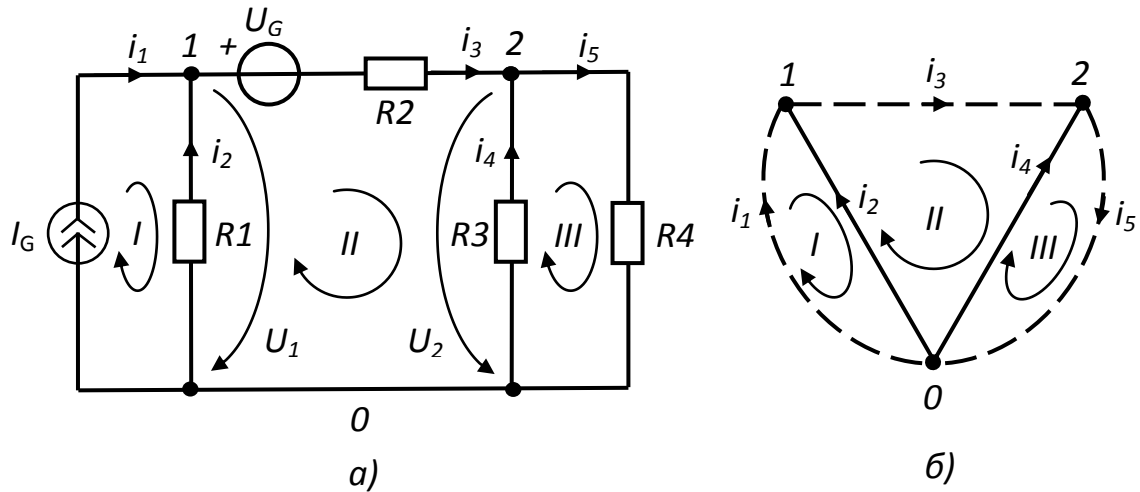


Рисунок 1 – Електрична схема (а) та її дерево графа (б)

Кількість вузлів  $n_B = 3$ , кількість гілок  $n_\Gamma = 5$  (будемо вважати, що номери гілок збігаються з номерами струмів), кількість джерел струму  $n_{ДС} = 1$ . Побудуємо дерево графа (рис. 1, б). З'єднаємо всі вузли за допомогою існуючих гілок таким чином, щоб вони не утворювали замкнутих контурів. Такі гілки називаються ребрами і їх кількість визначається за формулою:

$$n_P = n_B - 1,$$

тобто  $n_P = 2$ . Ребрами не можуть бути гілки з джерелами струму, а для нашого прикладу це гілка 1. З можливих комбінацій виберемо ребрами гілки 2 та 4 (на рисунку вони зображені суцільними лініями). Усі останні гілки називають хордами (позначені пунктирними лініями) і їх кількість:

$$n_X = n_\Gamma - n_P = n_\Gamma - (n_B - 1),$$

тобто  $n_X = 3$ .

Запишемо систему рівнянь за МРК у матричному вигляді.

За ЗТК кількість рівнянь:  $n_{ЗТК} = n_B - 1 = 2$ . Запишемо рівняння відповідно до рис. 2.1:

$$- \text{для вузла 1: } -i_1 - i_2 + i_3 = 0;$$

$$- \text{для вузла 2: } -i_3 - i_4 + i_5 = 0.$$

Рівняння за ЗНК записуються відносно незалежних контурів конфігурація яких визначається вибраним деревом графа. Окремий контур може містити тільки одну хорду. Для контуру, який містить джерело струму, рівняння не записується (контур I, рис. 2.1). Отже кількість рівнянь за ЗНК:

$$n_{ЗНК} = n_X - n_{ДС} = n_\Gamma - (n_B - 1) - n_{ДС}. \quad (1)$$

У нашому випадку  $n_{ЗНК} = 2$  і рівняння мають вигляд:

$$- \text{для II контуру: } U_{R1} + U_G + U_{R2} - U_{R3} = 0;$$

$$- \text{для III контуру: } U_{R3} + U_{R4} = 0;$$

Об'єднаємо рівняння ЗТК та ЗНК у систему рівнянь. Урахуємо, що  $i_1 = I_G$  і виразимо напруги на резисторах через струми за законом Ома.

$$\begin{cases} -I_G - i_2 + i_3 = 0; \\ -i_3 - i_4 + i_5 = 0; \\ R_1 \cdot i_2 + U_G + R_2 \cdot i_3 - R_3 \cdot i_4 = 0; \\ R_3 \cdot i_4 + R_4 \cdot i_5 = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Отже, маємо чотири невідомих струми  $i_2 \dots i_5$  та чотири рівняння.

Розглянемо матричний спосіб розв'язання системи МРК за допомогою методу Крамера. Для цього зобразимо систему рівнянь (2.2) у вигляді:

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \\ R_1 & R_2 & -R_3 & 0 \\ 0 & 0 & R_3 & R_4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_G \\ 0 \\ -U_G \\ 0 \end{pmatrix},$$

або

$$(A) \times (I) = (B),$$

де  $(A)$  – матриця коефіцієнтів. Стовбці відповідають гілкам: 2, 3, 4, 5. Перші два рядка відповідають рівнянням вузлів за ЗТК: 0 – дану гілку не підключено до даного вузла; 1 – гілку підключено і струм гілки виходить із вузла;  $(-1)$  – гілку підключено і струм гілки входить у вузол. Останні два рядка відповідають опорам гілок контурів за ЗНК: 0 – дана гілка не входить до даного контуру;  $R_n$  – гілка входить до даного контуру і її струм збігається з додатним напрямком обходу контуру;  $(-R_n)$  – гілка входить до даного контуру і її струм має зворотний напрямок відносно додатного обходу контуру;

$(I)$  – матриця-стовбець невідомих струмів гілок;

$(B)$  – матриця-стовбець дій, спричинених джерелами струмів і напруг.

Тоді розв'язок має вигляд:

$$i_n = \Delta_n / \Delta, \quad (3)$$

де  $\Delta$  – загальний визначник матриці  $A$ ;  $\Delta_n$  – визначник перетвореної матриці  $A$ , у якій стовбець  $n$  замінено матрицею  $B$ .

Тоді, відповідно до (2.3), можна знайти всі невідомі струми гілок. Наприклад, розпишемо струм  $i_3$ :

$$i_3 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} -1 & I_G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ R_1 & -U_G & -R_3 & 0 \\ 0 & 0 & R_3 & R_4 \end{vmatrix}}{\Delta},$$

де  $\Delta_2$  – визначник перетвореної матриці  $(A)$ , у якій другий стовбець (він відповідає третій гілці кола) замінено на матрицю-стовбець дій  $(B)$ .

### III. Порядок проведення заключної частини заняття.

Задачі до самостійного розв'язку

Для схем, зображених на рис. 2, записати системи рівнянь за МЗК

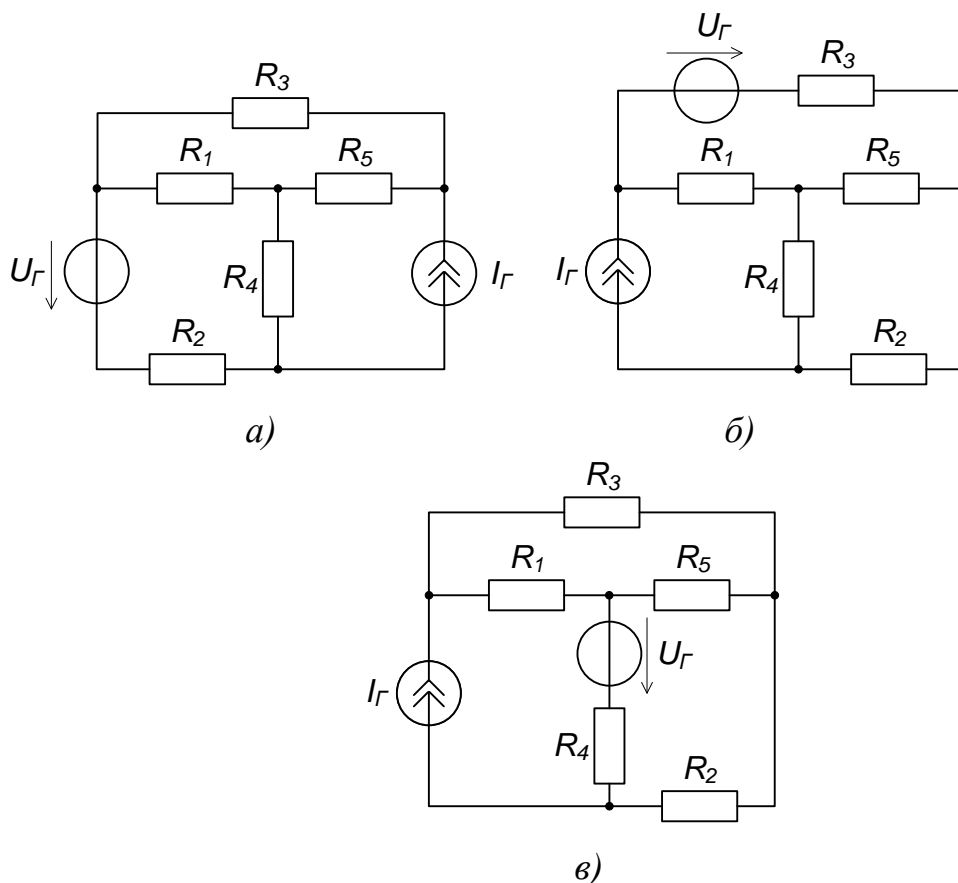


Рисунок 2

Перевірка і оцінювання виконаних завдань. Підведення підсумків практичного заняття, акцентування уваги на основних помилках при його виконанні.

## Тема 9. Розрахунок складних електричних кіл

**Практичне заняття за темою** Методи еквівалентного генератора та накладання.

Навчальна мета заняття: розрахунок складних електричних кіл за допомогою методів еквівалентного генератора та накладання.

Кількість годин - 2 (денна форма).

Місце проведення: аудиторія коледжу.

### Навчальні питання:

1. Метод еквівалентного генератора.
- 2 Метод накладання.



## План проведення заняття

I. Проведення контролю теоретичних знань здобувачів освіти для подальшого виконання практичної роботи

Питання для проведення контролю знань:

1. За яких умов стає доречним використання методу еквівалентного генератора (МЕГ)?
2. Поясніть принцип методу накладання.
3. Дайте узагальнене визначення критеріїв вибору методу аналізу складного електричного кола.

II. Проведення основної частини заняття.

Законспектувати основний матеріал практичного заняття, розв'язати запропоновані завдання.

Література: 1 - 5.

Місце проведення: аудиторія коледжу.

*Методи еквівалентного генератора (МЕГ) та накладання (МН) зручно використовувати, коли необхідно знайти одну невідому величину у складному електричному колі.*

У МЕГ виділяється окрема гілка з невідомим струмом чи напругою, яка вважається навантаженням усієї решти кола. Це коло замінюється еквівалентним генератором струму чи напруги.

Проілюструємо метод на прикладі: для схеми, зображеної на рис. 1, знайдемо струм  $i_4$ .

Для цього відокремимо гілку зі струмом  $i_4$  від кола (рис. 4.1, а), яке і будемо вважати еквівалентним генератором напруги  $U_E$  з внутрішнім опором  $R_E$  (рис. 1, б).

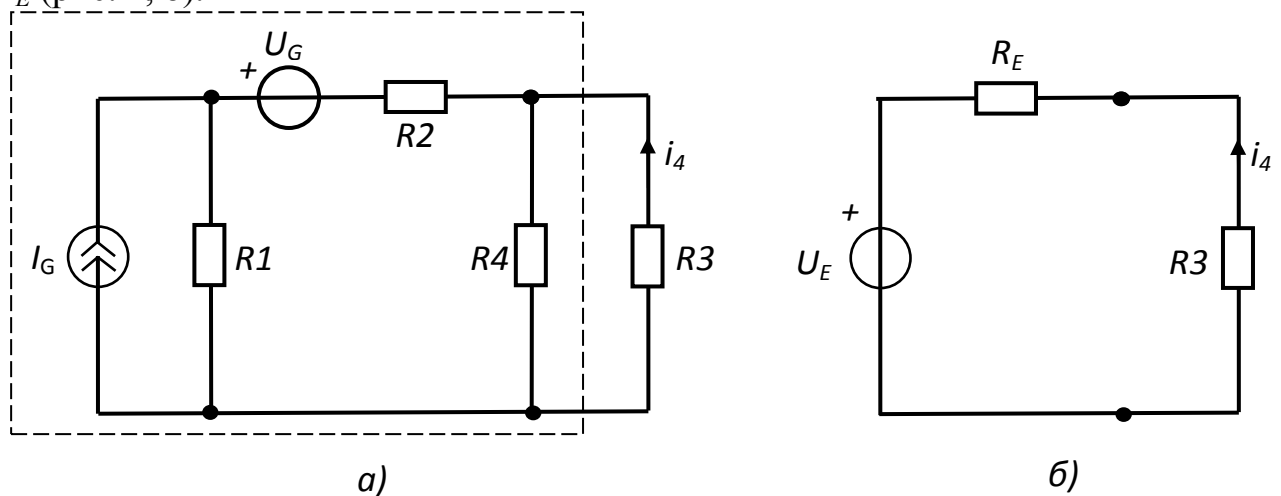


Рисунок 1 – Перетворення схеми для МЕГ

Тоді шуканий струм:

$$i_4 = -\frac{U_E}{R_E + R_3}.$$

Отже, знайдемо параметри еквівалентного генератора.

Напругу  $U_E$  можна знайти як напругу холостого ходу  $U_{XX}$  на місці розімкненої гілки із шуканим струмом (рис. 2, а).

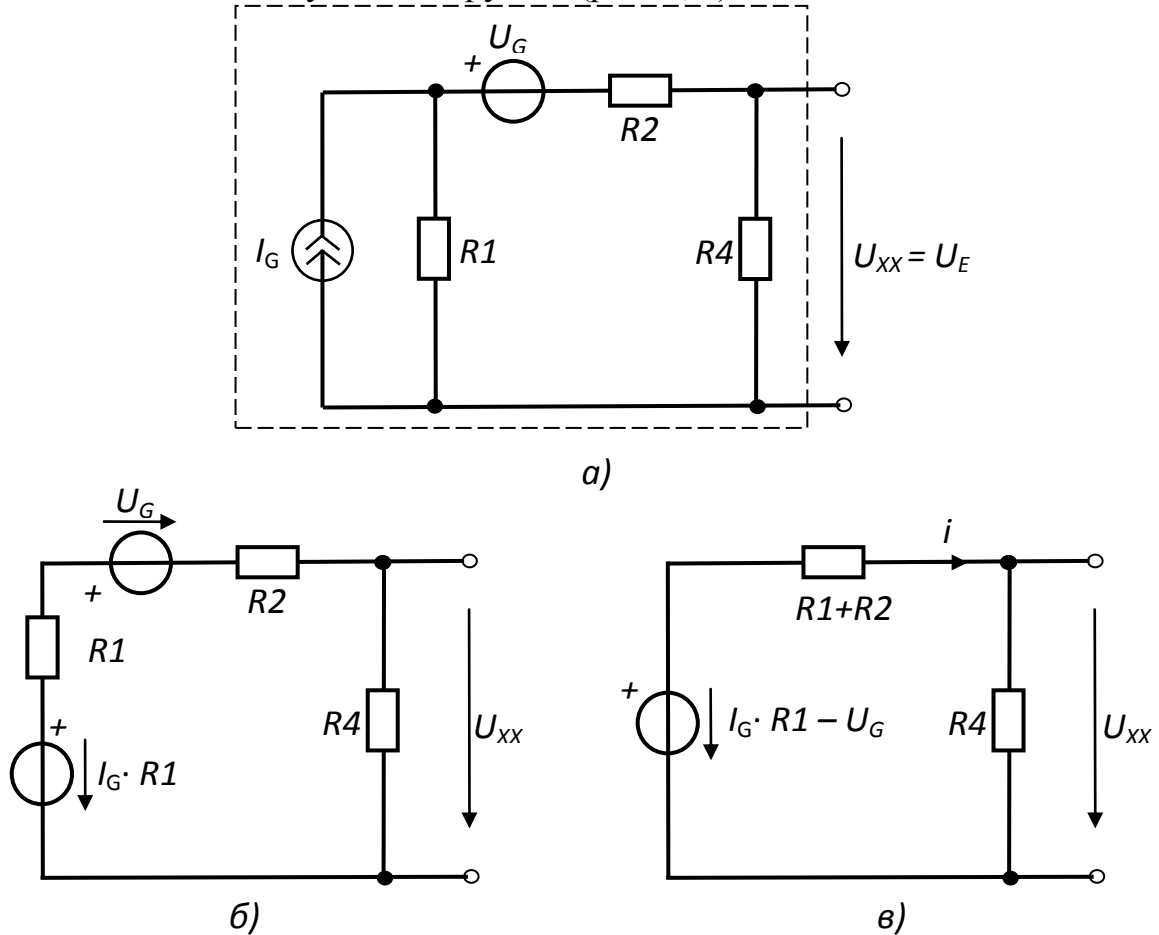


Рисунок 2 – До знаходження напруги  $U_E$

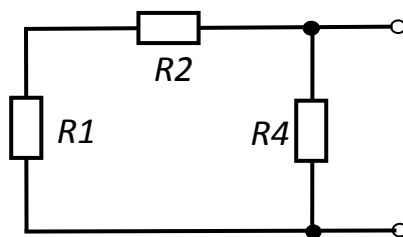
Напругу  $U_{XX}$  можна знайти будь-яким зручним методом. У даному випадку застосовано перетворення (рис. 2, б) та об'єднання (рис. 2, в) джерел. Після чого знайдемо шукану напругу:

$$U_E = U_{XX} = i \cdot R_4 = \frac{I_G \cdot R_1 - U_G}{R_1 + R_2} \cdot R_4.$$

Внутрішній опір еквівалентного джерела  $R_E$  знаходиться відносно затискачів розімкненої гілки із шуканим струмом для пасивної схеми.

Отже, після вилучення зі схеми (рис. 2, а) активних елементів, отримаємо пасивну схему, зображену на рис. 3. Тоді еквівалентний опір:

$$R_E = \frac{(R_1 + R_2) \cdot R_4}{R_1 + R_2 + R_4}.$$

Рисунок 3 – До знаходження опору  $R_E$ 

При експериментальному визначенні параметрів еквівалентного генератора вимірюють струм короткого замикання  $I_{K3}$  і напругу холостого ходу  $U_{XX}$  у необхідній гілці, тоді шукані параметри визначають як:

$$U_E = U_{XX}; \quad R_E = U_{XX} / I_{K3}. \quad (1)$$

При застосуванні МН складаються схеми заміщення окремо для кожного незалежного джерела, де всі інші джерела вважаються вимкненими (гілка з ідеальним джерелом струму вилючається зі схеми, а ідеальне джерело напруги замінюється провідником). У кожній схемі знаходяться часткові невідомі струми чи напруга, які є складовими шуканої результуючої невідомої величини.

Для схеми з рис. 1 необхідно скласти дві схеми заміщення: відносно джерела напруги  $U_G$  (рис. 4, а) та джерела струму  $I_G$  (рис. 4, б).

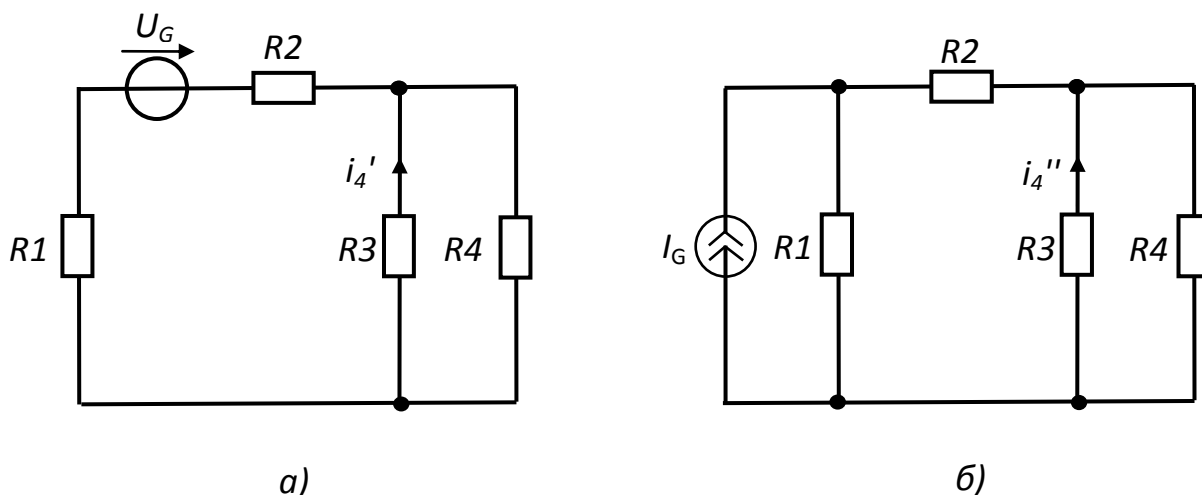


Рисунок 4 – Схеми заміщення для МН

Для кожної схеми знаходяться часткові струми  $i_4'$  та  $i_4''$  будь-яким зручним способом, а остаточне значення шуканого струму:  $i_4 = i_4' + i_4''$ .

### III. Порядок проведення заключної частини заняття.

Задачі до самостійного розв'язку

Для схем, зображених на рис. 2 з попереднього заняття, записати системи рівнянь за МЕГ і методом накладання.

Перевірка і оцінювання виконаних завдань. Підведення підсумків практичного заняття, акцентування уваги на основних помилках при його виконанні.

## Тема 9. Розрахунок складних електричних кіл

**Практичне заняття за темою** Методи вузлових напруг та контурних струмів.

Навчальна мета заняття: розрахунок складних електричних кіл за допомогою методів вузлових напруг і контурних струмів.

Кількість годин - 2 (денна форма).

Місце проведення: аудиторія коледжу.

### Навчальні питання:

1. Метод вузлових напруг.
- 2 Метод контурних струмів

### План проведення заняття

I. Проведення контролю теоретичних знань здобувачів освіти для подальшого виконання практичної роботи

Питання для проведення контролю знань:

1. Чим визначається кількість незалежних рівнянь у канонічній системі за методом вузлових напруг (МВН)?
2. Поясніть зв'язок поняття базисного вузла в МВН з матрицею з'єднань.
3. Чим визначається кількість незалежних рівнянь у канонічній системі за методом контурних струмів (МКС)?
4. За допомогою якого методу визначаються реальні струми гілок кола через контурні?

II. Проведення основної частини заняття.

Законспектувати основний матеріал практичного заняття, розв'язати запропоновані завдання.

Література: 1 - 5.

Місце проведення: аудиторія коледжу.

Для зменшення кількості рівнянь МРК використовують спеціальні методи розрахунку складних електричних кіл – метод вузлових напруг (МВН) і метод контурних струмів (МКС).

Рівняння за МВН складаються відносно незалежних струмів і їх кількість дорівнює кількості рівнянь за ЗСК (2.1):  $n_{МВН} = n_{ЗСК}$ .

Наведемо алгоритм розрахунку за МВН:

1. Вибрати базисний вузол.



$$i_3 = \frac{U_1 - U_2 - U_G}{R_2} \text{ — у результаті обходу II контуру.}$$

Наведемо алгоритм розрахунку за МКС:

2. Записується канонічна система рівнянь для незалежних контурів, котрі не містять джерел струму):

[illegible]

$Z_{kl}$  – взаємний опір: сума опорів гілок, які є загальними для  $k$ -го та  $l$ -го контурів;

$U_{kk}$  – сума напруг джерел напруги, що знаходяться у  $k$ -му контурі, причому додатними вважаються напруги джерел, напрямлених проти вибраного додатного обходу контуру.

4. Виразити струми гілок через контурні струми.

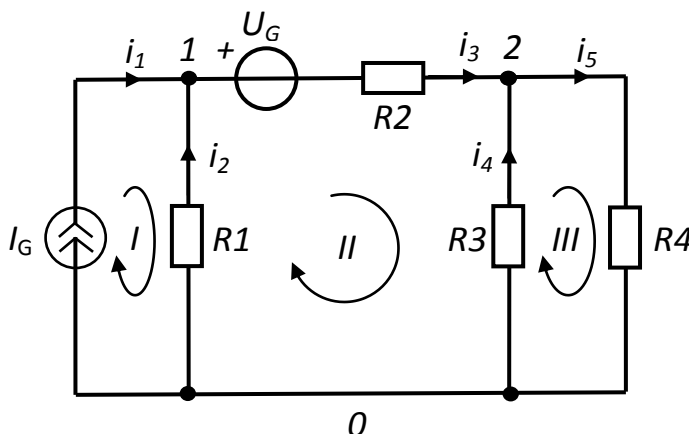


Рисунок 2 – Електрична схема до складання системи за МКС

Запишемо систему рівнянь за МКС для схеми за рис. 2. Оскільки до I контуру входить ідеальне джерело струму (відповідна гілка повинна

обов'язково бути хордою), то рівняння для першого контуру до системи не записують.

Тоді канонічна система рівнянь для II та III контурів має вигляд:

$$\begin{cases} -I_{11}R_1 + I_{22}(R_1 + R_2 + R_3) - I_{33}R_3 = -U_G, \\ -I_{22}R_3 + I_{33}(R_3 + R_4) = 0. \end{cases}$$

Струми гілок кола визначмо через контурні струми  $I_{11}$ ,  $I_{22}$  та  $I_{33}$  за схемою 2, значення яких будуть відомими після розв'язку системи.

$$i_1 = I_{11} = I_G, i_2 = I_{22} - I_{11}, i_3 = I_{22}, i_4 = I_{33} - I_{22}, i_5 = I_{33}.$$

III. Порядок проведення заключної частини заняття.

Задачі до самостійного розв'язку

Для схем, зображених на рис. 2 з попереднього заняття, записати системи рівнянь за МЕГ і методом накладання.

Перевірка і оцінювання виконаних завдань. Підведення підсумків практичного заняття, акцентування уваги на основних помилках при його виконанні.

## **Тема 10. Електричні кола однофазного синусоїдального змінного струму. Метод комплексних амплітуд**

### **Практичне заняття за темою Метод комплексних амплітуд.**

Навчальна мета заняття: розрахунок електричних кіл під гармонічною дією.

Кількість годин - 2 (денна форма).

Місце проведення: аудиторія коледжу.

#### **Навчальні питання:**

1. Комплексні числа.
2. Комплексні амплітуди.

### **План проведення заняття**

I. Проведення контролю теоретичних знань здобувачів освіти для подальшого виконання практичної роботи

Питання для проведення контролю знань:

1. За яких умов можливо використати символічний метод?
2. Які переваги у використанні методу комплексних амплітуд?

3. Що називається комплексною амплітудою та комплексним діючим значенням амплітуди?

4. Як перейти від миттєвих значень до комплексних і зворотно?

5. Як відобразити комплексні амплітуди на векторній діаграмі?

## II. Проведення основної частини заняття.

Законспектувати основний матеріал практичного заняття, розв'язати запропоновані завдання.

Література: 1 - 5.

Місце проведення: аудиторія коледжу.

Символічний метод – це зображення гармонічних функцій часу у вигляді комплексних амплітуд на комплексній площині (рис. 1).

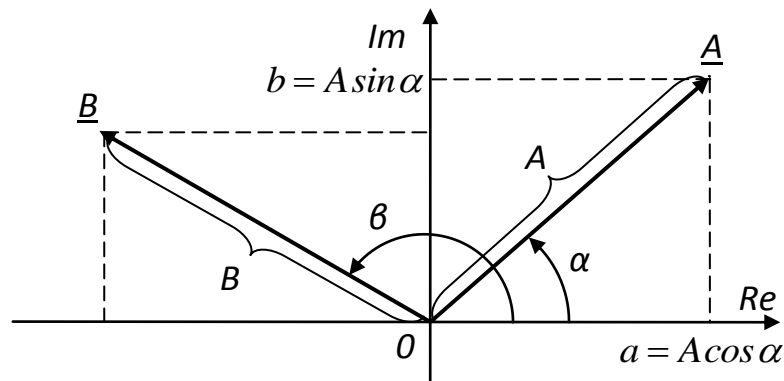


Рисунок 1 – Зображення комплексних чисел на комплексній площині

По осі абсцис комплексної площини відкладаються дійсні (реальні) складові комплексних чисел. Тому ця вісь називається *дійсною* і позначається  $Re$ . Таке позначення дійсної осі пов'язане з операцією  $Re[...]$ , що означає виділення дійсної частини комплексного виразу в дужках.

Вісь ординат комплексної площини називається *уявною*, оскільки на ній відкладаються уявні частини комплексних чисел. Позначення уявної осі зумовлене операцією виділення уявної частини комплексного виразу  $Im[...]$ .

Не слід плутати позначення уявної осі та операції виділення уявної частини з позначенням амплітуди струму  $I_m$ .

Комплексні числа, що відповідають точкам або векторам на комплексній площині, прийнято позначати підкреслюванням. Основні терміни і позначення, які пов'язані з комплексними числами і застосовуються в комплексному методі аналізу кіл, наведені на рис. 1 і в табл. 1, а операції над комплексними числами – в табл. 2. Алгебра комплексних чисел ґрунтується на формулі Ейлера

$$e^{j\alpha} = \cos \alpha + j \sin \alpha,$$

де  $e = 2,718$  – основа натуральних логарифмів;  $j = \sqrt{-1}$  – уявна одиниця.

Вектори, що обертаються в комплексній площині, проекції яких відповідають синусоїдним струмам і напругам, називаються *комплексними миттєвими значеннями (комплексними гармоніками)* і позначаються відповідно  $i(t)$ ,  $u(t)$ . Комплексні миттєві значення можна записати в одній з трьох форм запису комплексних чисел – показниковій, тригонометричній і



алгебраїчній:

$$\underline{i}(t) = I_m \cos(\omega t + \psi_i) + j \cdot I_m \sin(\omega t + \psi_i) = \operatorname{Re}[\underline{i}(t)] + j \operatorname{Im}[\underline{i}(t)].$$

$$\underline{u}(t) = U_m \cos(\omega t + \psi_u) + j \cdot U_m \sin(\omega t + \psi_u) = \operatorname{Re}[\underline{u}(t)] + j \operatorname{Im}[\underline{u}(t)].$$

Модулі комплексних гармонік дорівнюють амплітудам  $I_m$  і  $U_m$ , а аргументи – повним фазам  $\psi(t) = \omega t + \psi$  відповідних синусоїдних струмів, напруг. Дійсною частиною комплексних гармонік є миттєві значення в косинусоїдній формі запису, а уявною – миттєві значення, записані в синусоїдній формі. Комплексні гармоніки у виразах мають однакову частоту, що відповідає усталеному режиму кола із синусоїдними джерелами однакової частоти.

Таблиця 1 – Форми запису і складові комплексних чисел

Термін		Аналітичний запис
Форми подання комплексних чисел	Алгебраїчна	$\underline{A} = a + jb = \operatorname{Re}[\underline{A}] + j \operatorname{Im}[\underline{A}]$
	Тригонометрична	$\underline{A} =  A  \cos \alpha + j  A  \sin \alpha$
	Показникова	$\underline{A} =  A  e^{j\alpha}$
	Спряжене комплексне число	$\underline{A}^* = a - jb =  A  e^{-j\alpha}$
Складові комплексних чисел	Дійсна частина	$a = \operatorname{Re}[\underline{A}] =  A  \cos \alpha$
	Уявна частина	$b = \operatorname{Im}[\underline{A}] =  A  \sin \alpha$
	Модуль	$ A  = A = \sqrt{a^2 + b^2}$
	Аргумент	$\alpha = \arctg(b/a) + n\pi, n = 0, 1$ значення $n$ залежить від чверті, де лежить комплексне число
	Уявна одиниця	$j = \sqrt{-1} = e^{j\pi/2}; -j = e^{-j\pi/2}; j^2 = -1$

Таблиця 2 – Основні операції над комплексними числами

Операція	Співвідношення
Додавання	$\underline{A}_1 + \underline{A}_2 = (a_1 + a_2) + j(b_1 + b_2)$
Віднімання	$\underline{A}_1 - \underline{A}_2 = (a_1 - a_2) + j(b_1 - b_2)$
Множення	$\underline{A}\underline{B} = A e^{j\alpha} B e^{j\beta} = AB e^{j(\alpha+\beta)}$
Ділення	$\frac{\underline{A}}{\underline{B}} = \frac{A e^{j\alpha}}{B e^{j\beta}} = \frac{A}{B} e^{j(\alpha-\beta)}$
Піднесення до степеня	$\underline{A}^n = A^n e^{j(n\alpha)}$
Здобування кореня	$\sqrt[n]{\underline{A}} = \sqrt[n]{A} e^{j(\alpha/n)}$

Комплексні миттєві значення в показниковій формі можна записати як добуток співмножників:

$$\underline{i}(t) = I_m \cdot e^{j\psi_i} e^{j\omega t}; \quad \underline{u}(t) = U_m \cdot e^{j\psi_u} e^{j\omega t} \quad (1)$$

Перші співмножники у виразах (1) є амплітудами гармонік, другі – визначаються початковими фазами гармонік. Третій співмножник

$$e^{j\omega t} = \cos \omega t + j \sin \omega t$$

однаковий у кожному з виразів (1), визначає швидкість обертання векторів і називається *оператором обертання*.

У момент часу  $t = 0$  вирази (5.1) перетворюються на комплексні величини, які мають важливе значення в методах аналізу кіл синусоїдного струму і називаються *комплексними амплітудами*:

$$\underline{I}_m = \underline{i}(0) = I_m e^{j\psi_i}; \quad \underline{U}_m = \underline{u}(0) = U_m e^{j\psi_u}. \quad (2)$$

Комплексна амплітуда синусоїдного струму або напруги ( $\underline{I}_m, \underline{U}_m$ ) – це комплексне число, модуль якого дорівнює амплітуді ( $I_m, U_m$ ), а аргумент – початковій фазі ( $\psi_i, \psi_u$ ) відповідно струму, напругі.

На комплексній площині комплексні амплітуди є нерухомими векторами.

Подання гармонічних процесів однакової частоти в комплексному вигляді дозволяє спростити їх алгебраїчне додавання. Для цього використовується згадана вище властивість комутативності векторів. Наприклад, алгебраїчне додавання трьох гармонічних напруг виконуватиметься так:

$$\begin{aligned} u(t) &= u_1(t) - u_2(t) + u_3(t) = \\ &= U_{m1} \cos(\omega t + \psi_{u1}) - U_{m2} \cos(\omega t + \psi_{u2}) + U_{m3} \cos(\omega t + \psi_{u3}) = \\ &= \operatorname{Re} \left[ \underline{U}_{m1} \cdot e^{j\omega t} \right] - \operatorname{Re} \left[ \underline{U}_{m2} \cdot e^{j\omega t} \right] + \operatorname{Re} \left[ \underline{U}_{m3} \cdot e^{j\omega t} \right] = \\ &= \operatorname{Re} \left[ \underline{U}_{m1} \cdot e^{j\omega t} - \underline{U}_{m2} \cdot e^{j\omega t} + \underline{U}_{m3} \cdot e^{j\omega t} \right] = \\ &= \operatorname{Re} \left[ (\underline{U}_{m1} - \underline{U}_{m2} + \underline{U}_{m3}) \cdot e^{j\omega t} \right] = \operatorname{Re} \left[ \underline{U}_m \cdot e^{j\omega t} \right] = \\ &= \operatorname{Re} \left[ U_m \cdot e^{j(\omega t + \psi_u)} \right] = U_m \cos(\omega t + \psi_u), \end{aligned}$$

де  $\underline{U}_m = U_m \cdot e^{j\omega t} = \underline{U}_{m1} - \underline{U}_{m2} + \underline{U}_{m3}$  – комплексна амплітуда результуючої напруги, яка дорівнює алгебраїчній сумі комплексних амплітуд напруг, що додаються.

Отже, щоб алгебраїчно додати миттєві значення синусоїдних струмів (напруг), достатньо провести алгебраїчне додавання комплексних амплітуд цих струмів (напруг) і від здобутої комплексної амплітуди перейти до миттєвого значення.

На рис. 2, а показані вектори, які відповідають комплексним амплітудам трьох напруг, що додаються у наведеному вище прикладі, і результат алгебраїчного підсумовування комплексних амплітуд (рис. 2, б). Результуючий вектор  $\underline{U}_m$  (рис. 2, б) замикає ламану лінію, утворену векторами, що алгебраїчно додаються при їх паралельному перенесенні.

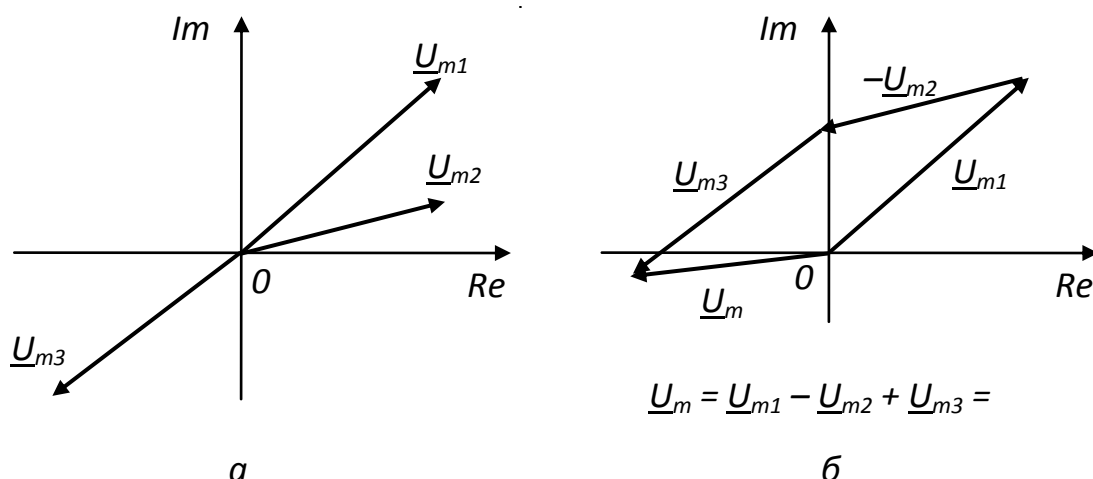


Рисунок 2 – Принцип побудови векторної діаграми

**Приклад 1.** Записати комплексне миттєве значення, комплексну амплітуду і комплексне діюче значення напруги:

$$u(t) = 5 \cdot \cos\left(10^9 t - \frac{3\pi}{4}\right) \text{ В.}$$

*Розв'язання.* Використовуючи визначення, запишемо комплексне миттєве значення, комплексну амплітуду і комплексне діюче значення даної напруги у вигляді:

$$\underline{u}(t) = 5 \cdot e^{j\left(10^9 t - \frac{3\pi}{4}\right)} \text{ В;}$$

$$\underline{U}_m = 5 \cdot e^{j\left(-\frac{3\pi}{4}\right)} = 5 \cdot \cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right) + j5 \cdot \sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right) = -\frac{5}{\sqrt{2}} - j\frac{5}{\sqrt{2}} \text{ В;}$$

$$U_m = \frac{5}{\sqrt{2}} \cdot e^{j\left(-\frac{3\pi}{4}\right)} = \frac{5}{\sqrt{2}} \cdot \cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right) + j\frac{5}{\sqrt{2}} \cdot \sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right) = -2,5 - j2,5 \text{ В.}$$

*Комплексний опір* — це відношення комплексних амплітуд (або комплексних діючих значень) напруги і струму:

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}_m}{\underline{I}_m} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{U \cdot e^{j\psi_u}}{I \cdot e^{j\psi_i}} = \frac{U}{I} \cdot e^{j(\psi_u - \psi_i)}. \quad (3)$$

У показниковій формі комплексний опір має вигляд:

$$\underline{Z} = Z \cdot e^{j\varphi}.$$

де  $Z = \frac{U_m}{I_m} = \frac{U}{I}$  — модуль комплексного опору, котрий називається *повним опором*;

$\varphi = \psi_u - \psi_i$  — аргумент комплексного опору.

У показниковій формі комплексний опір має вигляд:

$$\underline{Z} = R + jX.$$

Таблиця 3 – Елементи  $R$ ,  $L$ ,  $C$  у колі синусоїдального струму

Елемент	$\underline{Z} = Z \cdot e^{j\varphi}$	$ \underline{Z}  = Z$	$\varphi = \psi_u - \psi_i$
$R$	$R$	$R$	$0$
$L$	$j\omega L = jX_L = \omega L \cdot e^{j\frac{\pi}{2}}$	$X_L = \omega L$	$\frac{\pi}{2}$
$C$	$\frac{1}{j\omega C} = -j\frac{1}{\omega C} = -jX_C = \frac{1}{\omega C} \cdot e^{-j\frac{\pi}{2}}$	$X_C = \frac{1}{\omega C}$	$-\frac{\pi}{2}$

Величина, обернена комплексному опорі, називається *комплексною провідністю*

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{I_m}{U_m} = \frac{I}{U}. \quad (4)$$

**Приклад 2.** Знайти опір кола, зображеного на рис. 3, якщо  $R = R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = X_C = 2$  Ом.

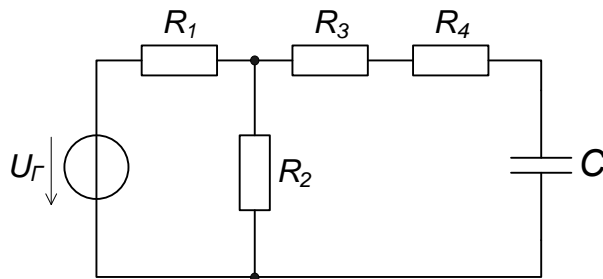


Рисунок 3

*Розв'язання.* Знайдемо загальний опір кола  $\underline{Z}$ .

$$\underline{Z} = R_1 + \frac{R_2(R_3 + R_4 - jX_C)}{R_2 + R_3 + R_4 - jX_C} = \frac{R_1(R_2 + R_3 + R_4) + R_2(R_3 + R_4) - jX_C(R_1 + R_2)}{R_2 + R_3 + R_4 - jX_C}$$

Підставимо числові значення:

$$\underline{Z} = \frac{2(2+2+2) + 2(2+2) - j2(2+2)}{2+2+2 - j2} = \frac{20 - j8}{6 - j2}$$

Подамо в показниковій формі запису:

$$\underline{Z} = \frac{\sqrt{20^2 + 8^2} e^{-j \arctg \frac{8}{20}}}{\sqrt{6^2 + 2^2} e^{-j \arctg \frac{2}{6}}} = \frac{21,5 \cdot e^{-j21,8^\circ}}{6,3 \cdot e^{-j18,4^\circ}} = 3,4 \cdot e^{-j3,4^\circ} \text{ Ом.}$$

III. Порядок проведення заключної частини заняття.

Задачі до самостійного розв'язку

Для схем, зображених на рис. 4, знайти загальний струм у вигляді функції часу, якщо напруга джерела:

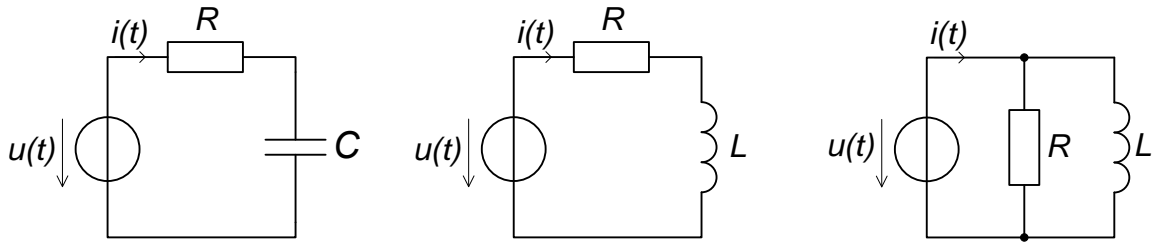


Рисунок 4

$$u(t) = 10 \cdot \cos(10^3 t - 45^\circ) \text{ В,}$$

параметри елементів схем:  $R = 2 \text{ Ом}$ ,  $L = 2 \text{ мГн}$ ,  $C = 0,5 \text{ мФ}$ .

Перевірка і оцінювання виконаних завдань. Підведення підсумків практичного заняття, акцентування уваги на основних помилках при його виконанні.

## Тема 10. Електричні кола однофазного синусоїдального змінного струму. Метод комплексних амплітуд

### Практичне заняття за темою Частотні характеристики електричних кіл.

Навчальна мета заняття: розрахунок та побудова частотних характеристик електричних кіл.

Кількість годин - 2 (денна форма).

Місце проведення: аудиторія коледжу.

#### Навчальні питання:

1. Амплітудо частотна характеристика.
2. Фазо частотна характеристика

### План проведення заняття

I. Проведення контролю теоретичних знань здобувачів освіти для подальшого виконання практичної роботи

Питання для проведення контролю знань:

1. Що є передавальною функцією кола?
2. Яка форма запису комплексної передавальної функції дозволяє виділити частотні характеристики?
3. Що є амплітудно-частотною характеристикою кола?

4 Що є фазочастотною характеристикою кола?

5. Які існують різновиди комплексної передатної функції кола для чотириполюсника?

II. Проведення основної частини заняття.

Законспектувати основний матеріал практичного заняття, розв'язати запропоновані завдання.

Література: 1 - 5.

Місце проведення: аудиторія коледжу.

Відношення комплексних вихідної величини (реакції) до вхідної (дії) мають назву передавальної функції кола:

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{A}_{вих}(j\omega)}{\underline{A}_{вх}(j\omega)} = \frac{\underline{A}_{вих}(\omega) \cdot e^{j\varphi_{вих}(\omega)}}{\underline{A}_{вх}(\omega) \cdot e^{j\varphi_{вх}(\omega)}} = \frac{\underline{A}_{вих}(\omega)}{\underline{A}_{вх}(\omega)} \cdot e^{j(\varphi_{вих}(\omega) - \varphi_{вх}(\omega))}.$$

Тобто в показниковій формі запису

$$\underline{H}(j\omega) = H(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)},$$

де  $H(\omega) = \frac{\underline{A}_{вих}(\omega)}{\underline{A}_{вх}(\omega)}$  – відношення модулів вихідної до вхідної величини –

амплітудно-частотна характеристика (АЧХ) кола;

$\varphi(\omega) = \varphi_{вих}(\omega) - \varphi_{вх}(\omega)$  – фазочастотна характеристика (ФЧХ) кола.

Якщо вихідна та вхідна величини є напругами, то отримаємо передавальну функцію кола за напругою:  $\underline{H}_u(j\omega) = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}$ .

Також розрізняють передавальні функції кола за струмом  $\underline{H}_i(j\omega) = \frac{\underline{I}_2}{\underline{I}_1}$ ,

передатний опір  $\underline{Z}(j\omega) = \frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_1}$  та передатну провідність  $\underline{Y}(j\omega) = \frac{\underline{I}_2}{\underline{U}_1}$ .

**Приклад 1.** Для кола зображеного на рис. 1 знайти опір  $Z(\omega)$ , провідність  $Y(\omega)$  і побудувати їх графіки; передавальну функцію  $\underline{H}(j\omega)$  і побудувати АЧХ і ФЧХ, якщо  $R = R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 2$  Ом,  $C = 10$  мкФ.

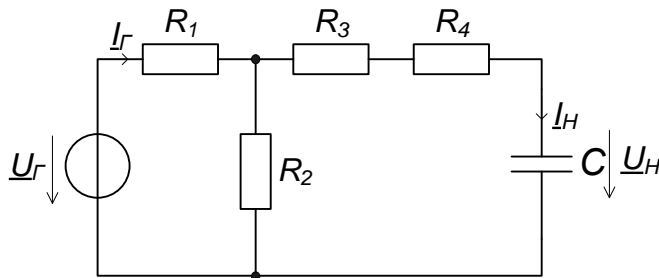


Рисунок 1  
Розв'язання

1. Знайдемо опір  $Z(\omega)$ .

$$\underline{Z}(j\omega) = R_1 + \frac{R_2 \left( R_3 + R_4 + \frac{1}{j\omega C} \right)}{R_2 + R_3 + R_4 + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{R_1(R_2 + R_3 + R_4) + R_2(R_3 + R_4) + (R_1 + R_2) \frac{1}{j\omega C}}{R_2 + R_3 + R_4 + \frac{1}{j\omega C}}$$

Помножимо чисельник і знаменник на  $j\omega C$ :

$$\underline{Z}(j\omega) = \frac{(R_1 + R_2) + j\omega C(R_1(R_2 + R_3 + R_4) + R_2(R_3 + R_4))}{1 + j\omega C(R_2 + R_3 + R_4)}. \quad (1)$$

Підставимо числові значення:

$$\underline{Z}(j\omega) = \frac{(2+2) + j\omega \cdot 10^{-5} (2(2+2+2) + 2(2+2))}{1 + j\omega \cdot 10^{-5} (2+2+2)} = \frac{4 + j\omega \cdot 20 \cdot 10^{-5}}{1 + j\omega \cdot 6 \cdot 10^{-5}}.$$

Подамо в показниковій формі запису:

$$\underline{Z}(j\omega) = \frac{\sqrt{16 + \omega^2 \cdot 4 \cdot 10^{-8}} e^{j \arctg \frac{20 \cdot 10^{-5}}{4}}}{\sqrt{1 + \omega^2 \cdot 3,6 \cdot 10^{-8}} e^{j \arctg \frac{6 \cdot 10^{-5}}{1}}} = \sqrt{\frac{16 + \omega^2 \cdot 4 \cdot 10^{-8}}{1 + \omega^2 \cdot 3,6 \cdot 10^{-8}}} e^{j(\arctg 5 \cdot 10^{-5} \omega - \arctg 6 \cdot 10^{-5} \omega)}.$$

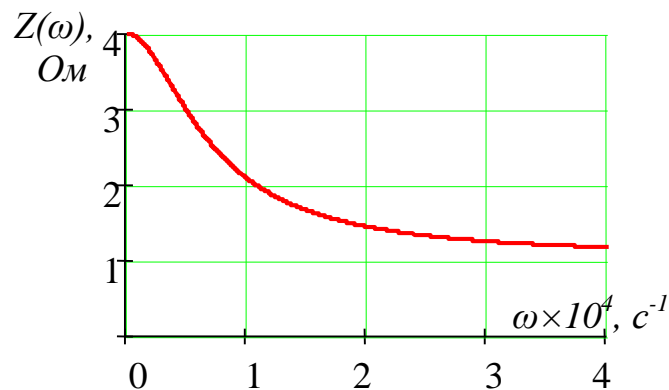


Рисунок 2 – Залежність опору від частоти

Отже, модуль опору:

$$Z(\omega) = \sqrt{\frac{16 + \omega^2 \cdot 4 \cdot 10^{-8}}{1 + \omega^2 \cdot 3,6 \cdot 10^{-8}}}.$$

Графік залежності зображено на рис. 2. Він асимптотично наближається до значення  $Z(\infty) = 1,054$  Ом.

Зазначимо, що при побудові характеристик необхідно раціонально вибирати масштаб відповідно до осей координат.

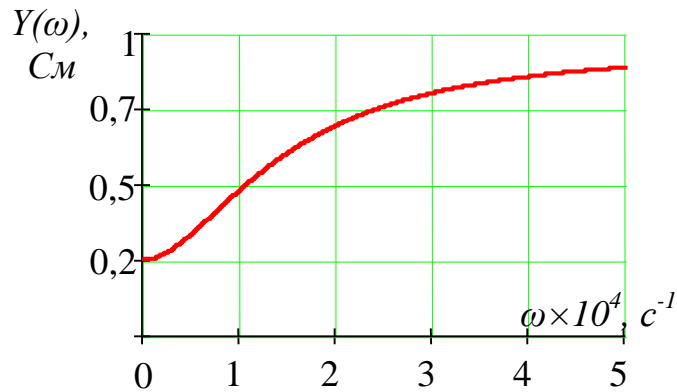


Рисунок 3 – Залежність провідності від частоти

2. Провідність  $Y(\omega)$  знайдемо з виразу:  $Y(\omega) = \frac{1}{Z(\omega)} = \sqrt{\frac{1 + \omega^2 \cdot 3,6 \cdot 10^{-8}}{16 + \omega^2 \cdot 4 \cdot 10^{-8}}}$ .

Відповідний графік зображено на рис. 3. Він асимптотично наближається до значення

$$Y(\infty) = 0,949 \text{ См.}$$

3. Передавальну функцію відношення напруги на навантаженні до напруги джерела:

$$\underline{H}(j\omega) = \underline{U}_H / \underline{U}_\Gamma \cdot (2)$$

Отже, необхідно виразити  $\underline{U}_H$  через  $\underline{U}_\Gamma$ .

За законом Ома:  $\underline{U}_H = \underline{I}_H \frac{1}{j\omega C}$ .

Струм навантаження можна виразити за правилом струмів через  $\underline{I}_\Gamma$ , котрий є загальним для двох паралельних гілок:  $R_2$  та  $R_3, R_4, C$ :

$$\underline{I}_H = \underline{I}_\Gamma \frac{R_2}{R_2 + R_3 + R_4 + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{\underline{U}_\Gamma}{\underline{Z}} \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_3 + R_4 + \frac{1}{j\omega C}}$$

Тоді:

$$\underline{U}_H = \frac{\underline{U}_\Gamma}{\underline{Z}} \cdot \frac{R_2 \frac{1}{j\omega C}}{R_2 + R_3 + R_4 + \frac{1}{j\omega C}} \quad (3)$$

Підставимо (3) до (2) з урахуванням (1):

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{R_2}{(R_1 + R_2) + j\omega C(R_1(R_2 + R_3 + R_4) + R_2(R_3 + R_4))}.$$

Підставимо числові значення і переведемо до показникової форми запису:

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{2}{(2+2) + j\omega 10^{-5}(2(2+2+2) + 2(2+2))} = \frac{2}{4 + j\omega 20 \cdot 10^{-5}}.$$

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{\sqrt{4 + \omega^2 \cdot 10^{-8}}} e^{-j(\arctg 5 \cdot 10^{-5} \omega)}.$$



Графік АЧХ  $H(\omega) = \frac{1}{\sqrt{4 + \omega^2 \cdot 10^{-8}}}$  зображений на рис. 4, а.

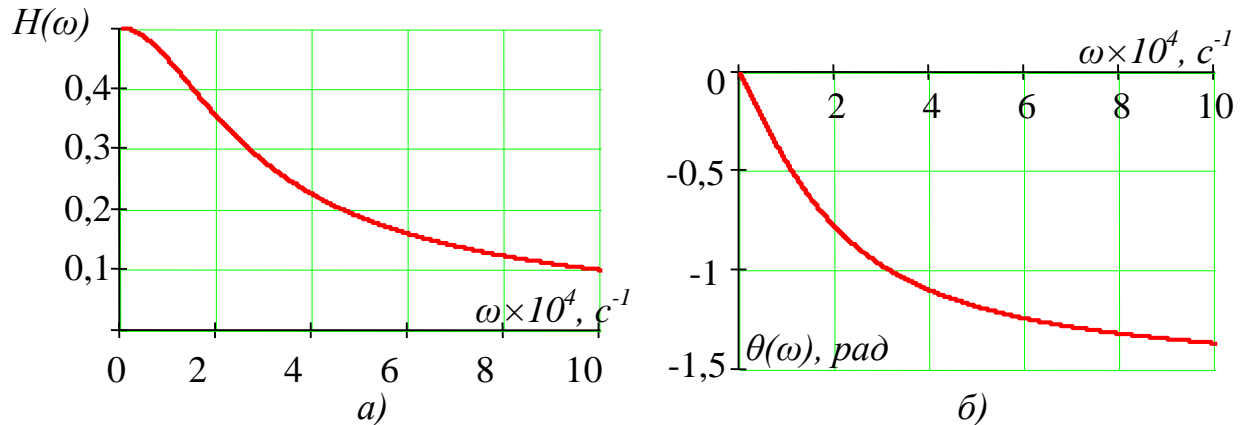


Рисунок 4 – Амплітудно-частотна (а) та фазочастотна (б) характеристики  
Графік ФЧХ  $\theta(\omega) = -\arctg 5 \cdot 10^{-5} \omega$  зображений на рис. 4, б.

III. Порядок проведення заключної частини заняття.

Задачі до самостійного розв'язку

Для схем, зображених на рис. 5, знайти передавальну функцію у загальному вигляді:

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = H(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)}.$$

Побудувати частотні характеристики: АЧХ та ФЧХ.

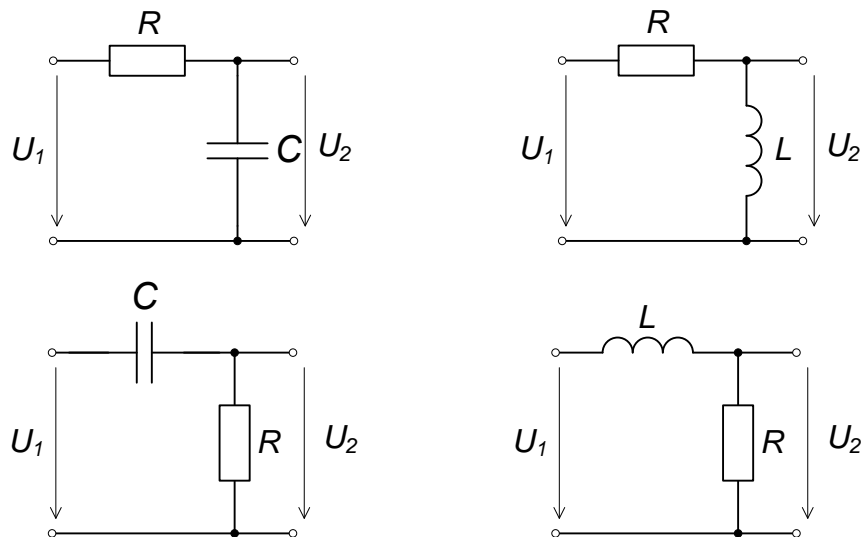


Рисунок 5

Перевірка і оцінювання виконаних завдань. Підведення підсумків практичного заняття, акцентування уваги на основних помилках при його виконанні.

## Тема 11. Електричні кола при негармонійній дії

**Практичне заняття за темою** Розрахунки кіл методом комплексних амплітуд під дією періодичних сигналів.

Навчальна мета заняття: розрахунок електричних кіл за допомогою методу комплексних амплітуд під дією періодичних сигналів.

Кількість годин - 2 (денна форма).

Місце проведення: аудиторія коледжу.

### Навчальні питання:

1. Розкладання в ряд Фур'є.
2. Відновлення сигналу за гармоніками.

### План проведення заняття

I. Проведення контролю теоретичних знань здобувачів освіти для подальшого виконання практичної роботи

Питання для проведення контролю знань:

1. У чому полягає зміст символічного методу розрахунків електричних кіл?
2. Наведіть і поясніть пряме й обернене перетворення Штейнметца.
3. Які сигнали можуть бути представлені у вигляді ряду Фур'є?
4. Що таке спектр сигналу?

II. Проведення основної частини заняття.

Законспектувати основний матеріал практичного заняття, розв'язати запропоновані завдання.

Література: 1 - 5.

Місце проведення: аудиторія коледжу.

Розрахунки доцільно виконувати за таким алгоритмом:

1. Розкласти напругу  $u_i(t)$  в ряд Фур'є, користуючись відповідними таблицями, наведеними у літературі. Якщо задана функція відрізняється від стандартної, необхідно у розклад стандартної функції додати постійну складову (якщо вона є у заданій функції) та прийняти до уваги наявність зсуву у часі заданої функції відносно стандартної. Урахування кута зсуву здійснюють шляхом заміни у формулах розкладу змінної  $(\omega t)$  на змінну  $(\omega t \pm \Delta\alpha)$ , де  $\Delta\alpha$  – визначений у радіанах кут зсуву з відповідним знаком. Наприклад, якщо задана функція запізнюється відносно стандартної на  $\pi/2$ , змінна має вигляд  $[\omega t - \pi/2]$ .
2. Позначивши опір елементів схеми в загальному вигляді як  $R_H$ ,  $jX_{Lk}$  та

$jX_{ck}$ , вивести формулу для комплексної амплітуди  $k$ -ї гармоніки напруги на навантаженні  $\underline{U}_{2mk}$  через комплексну амплітуду тієї ж гармоніки вхідної напруги  $\underline{U}_{1mk}$ .

3. Записати миттєве значення напруги на навантаженні у вигляді ряду Фур'є.

4. Побудувати один лінійчасті спектри амплітуд і фаз вхідної і вихідної напруг.

**Приклад 1** Для чотириполюсника, зображеного на рис. 7.1, б, дією є вхідний сигнал, зображений на рис. 1, а.

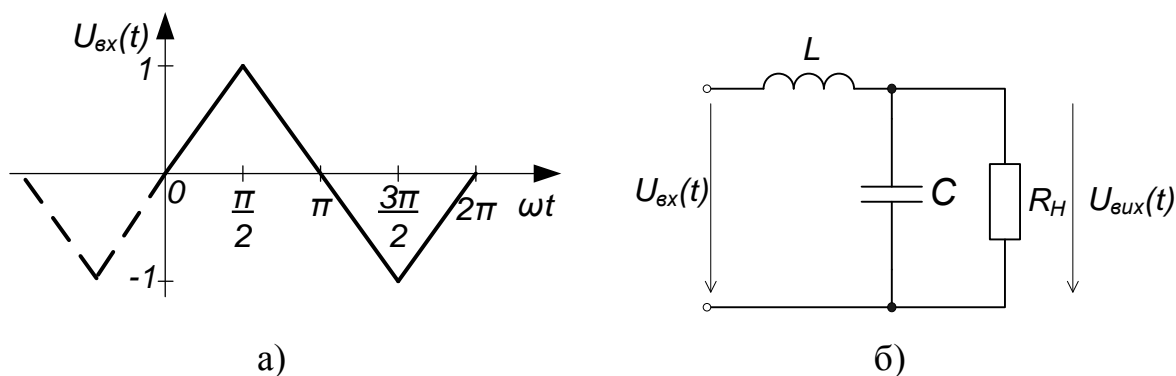


Рисунок 1

Схожа трикутна таблична функція має вигляд, зображений на рис. 2.

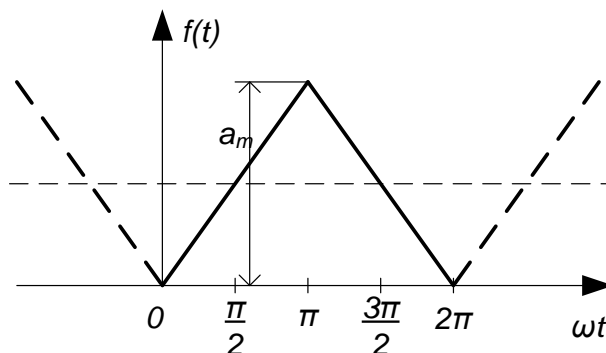


Рисунок 2

Розкладання до ряду Фур'є табличної функції:

$$f(\omega t) = \frac{a_m}{2} - \frac{4a_m}{\pi^2} \left[ \cos \omega_1 t + \frac{1}{9} \cos 3\omega_1 t + \frac{1}{25} \cos 5\omega_1 t + \dots + \frac{1}{n^2} \cos n\omega_1 t \right].$$

Необхідно визначити величини зсувів табличної функції, щоб отримати задану функцію при нерухомих осях ординат.

Табличну функцію необхідно змістити вниз на  $a_m/2$  та вліво на  $\pi/2$ . Відповідні зміни враховуються таким чином:

$$u(t) = f\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) - \frac{a_m}{2}.$$

Загальний розмах функції  $u(t)$  від  $-1$  до  $+1$  дорівнює 2, а табличної функції  $f(t)$  дорівнює  $a_m$ . Тобто маємо відповідність:  $a_m = 2$ .

Отже, розкладання до ряду Фур'є заданої функції:

$$u(t)_{\text{ex}} = \frac{a_m}{2} - \frac{4a_m}{\pi^2} \left[ \cos\left(\omega_1 t + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{9} \cos 3\left(\omega_1 t + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{25} \cos 5\left(\omega_1 t + \frac{\pi}{2}\right) \right] - \frac{a_m}{2}.$$

Перетворимо вираз:

$$u(t)_{\text{ex}} = -\frac{4a_m}{\pi^2} \cos\left(\omega_1 t + \frac{\pi}{2}\right) - \frac{4a_m}{9\pi^2} \cos\left(3\omega_1 t + \frac{3\pi}{2}\right) - \frac{4a_m}{25\pi^2} \cos\left(5\omega_1 t + \frac{5\pi}{2}\right).$$

Зробимо всі складові ряду додатними за допомогою виразу:  $-\cos \alpha = \cos(\alpha - \pi)$  та врахуємо, що  $a_m = 2$ .

$$u(t)_{\text{ex}} = \frac{8}{\pi^2} \cos\left(\omega_1 t + \frac{\pi}{2} - \pi\right) + \frac{8}{9\pi^2} \cos\left(3\omega_1 t + \frac{3\pi}{2} - \pi\right) + \frac{8}{25\pi^2} \cos\left(5\omega_1 t + \frac{5\pi}{2} - \pi\right);$$

$$u(t)_{\text{ex}} = 0,81 \cdot \cos\left(\omega_1 t - \frac{\pi}{2}\right) + 0,09 \cdot \cos\left(3\omega_1 t + \frac{\pi}{2}\right) + 0,03 \cdot \cos\left(5\omega_1 t + \frac{3\pi}{2}\right).$$

Отже, комплексні амплітуди гармонічних складових спектра вхідного сигналу:

$$\underline{U}_{\text{ex}1} = 0,81 \cdot e^{-j\frac{\pi}{2}}, \underline{U}_{\text{ex}3} = 0,09 \cdot e^{j\frac{\pi}{2}}, \underline{U}_{\text{ex}5} = 0,03 \cdot e^{j\frac{3\pi}{2}}.$$

Частотні характеристики вхідного сигналу залежно від номера гармоніки  $k$  зображені на рис. 7.3.

Знайдемо загальний опір кола, зображеного на рис. 7.4.

$$\begin{aligned} \underline{Z} &= \underline{Z}_L + \frac{\underline{Z}_C R_H}{\underline{Z}_C + R_H} = j\omega L + \frac{\frac{1}{j\omega C} R_H}{\frac{1}{j\omega C} + R_H} = j\omega L + \frac{\left(\frac{1}{j\omega C} R_H\right) j\omega C}{\left(\frac{1}{j\omega C} + R_H\right) j\omega C} = j\omega L + \frac{R_H}{1 + j\omega C R_H} = \\ &= \frac{j\omega L(1 + j\omega C R_H) + R_H}{1 + j\omega C R_H} = \frac{j\omega L + (j\omega)^2 L C R_H + R_H}{1 + j\omega C R_H} = \frac{R_H - (\omega)^2 L C R_H + j\omega L}{1 + j\omega C R_H} \end{aligned}$$

Знайдемо вихідну напругу:

$$\underline{U}_{\text{вих}k} = \underline{I} \cdot \underline{Z}_{CR} = \underline{I} \cdot \frac{\underline{Z}_C R_H}{\underline{Z}_C + R_H} = \frac{\underline{U}_{\text{ex}}}{\underline{Z}} \cdot \frac{\frac{1}{j\omega C} R_H}{\frac{1}{j\omega C} + R_H} = \frac{\underline{U}_{\text{ex}}}{\underline{Z}} \cdot \frac{R_H}{1 + j\omega C R_H} =$$

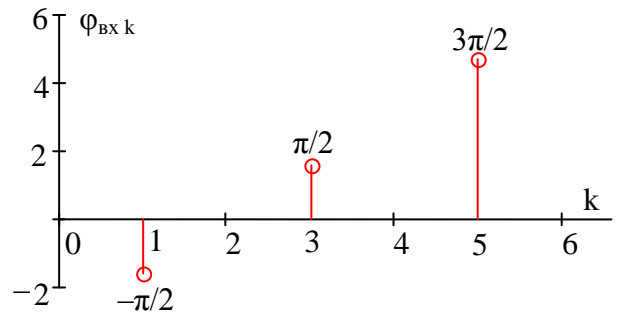
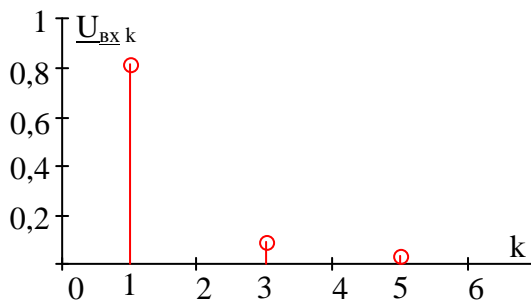


Рисунок 3 – АЧХ та ФЧХ вхідного сигналу

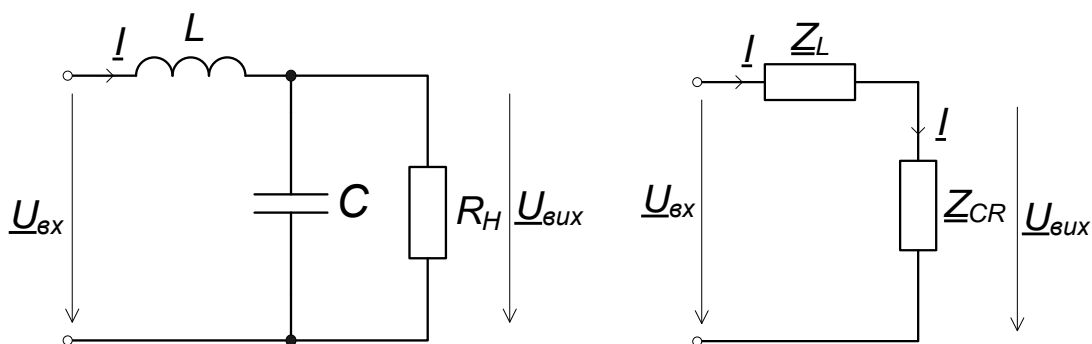


Рисунок 4 – Вихідна та перетворена ланки

$$= \frac{\underline{U}_{ex}}{R_H - (\omega)^2 LCR_H + j\omega L} \cdot \frac{R_H}{1 + j\omega CR_H} = \underline{U}_{ex} \frac{R_H}{R_H - (\omega)^2 LCR_H + j\omega L} \cdot \frac{1}{1 + j\omega CR_H}.$$

Перейдемо до дискретних частот:  $\omega = k\omega_1 = k \frac{2\pi}{T}$ .

$$\underline{U}_{ouxk} = \underline{U}_{exk} \frac{R_H}{R_H - (k\omega_1)^2 LCR_H + jk\omega_1 L}.$$

Запишемо вираз у показниковій формі запису:

$$\underline{U}_{ouxk} = \frac{U_{exk} \cdot e^{j\varphi_{exk}} \cdot R_H}{\sqrt{(R_H - (k\omega_1)^2 LCR_H)^2 + (k\omega_1 L)^2} \cdot e^{j \arctg\left(\frac{k\omega_1 L}{R_H - (k\omega_1)^2 LCR_H}\right)}},$$

$$\underline{U}_{ouxk} = \frac{U_{exk} \cdot R_H}{\sqrt{(R_H - (k\omega_1)^2 LCR_H)^2 + (k\omega_1 L)^2}} \cdot e^{j\left(\varphi_{exk} - \arctg\left(\frac{k\omega_1 L}{R_H - (k\omega_1)^2 LCR_H}\right)\right)}.$$

$$L = 1 \text{ мГн} = 10^{-3} \text{ Гн},$$

$$C = 20 \text{ мкФ} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Ф},$$

$$T = 1 \text{ мс},$$

$$R = 100 \text{ Ом},$$

$$\omega_1 = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{10^{-3}} = \pi \cdot 2 \cdot 10^3 = 6,28 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}.$$

$$\underline{U}_{ouxk} = \frac{U_{exk} \cdot 100}{\sqrt{(100 - (k \cdot 6,28 \cdot 10^3)^2 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^{-5} \cdot 100)^2 + (k \cdot 6,28 \cdot 10^3 \cdot 10^{-3})^2}} \cdot e^{j\left(\varphi_{exk} - \arctg\left(\frac{k \cdot 6,28 \cdot 10^3 \cdot 10^{-3}}{100 - (k \cdot 6,28 \cdot 10^3)^2 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^{-5} \cdot 100}\right)\right)}.$$

$$\underline{U}_{ouxk} = \frac{U_{exk} \cdot 100}{\sqrt{(100 - k^2 \cdot 78,96)^2 + (k \cdot 6,28)^2}} \cdot e^{j\left(\varphi_{exk} - \arctg\left(\frac{k \cdot 6,28}{100 - k^2 \cdot 78,96}\right)\right)}.$$

Знайдемо гармоніки вихідного сигналу:

$$k=1: \underline{U}_{вих1} = \frac{0,81 \cdot 100}{\sqrt{(100 - 1^2 \cdot 78,96)^2 + (1 \cdot 6,28)^2}} \cdot e^{j\left(-\frac{\pi}{2} - \arctg\left(\frac{1 \cdot 6,28}{100 - 1^2 \cdot 78,96}\right)\right)} = 0,81 \cdot e^{-j1,57} \text{ В.}$$

$$k=3: \underline{U}_{вих3} = \frac{0,09 \cdot 100}{\sqrt{(100 - 3^2 \cdot 78,96)^2 + (3 \cdot 6,28)^2}} \cdot e^{j\left(\frac{\pi}{2} - \arctg\left(\frac{3 \cdot 6,28}{100 - 3^2 \cdot 78,96}\right)\right)} = 0,41 \cdot e^{j1,28} \text{ В.}$$

$$k=5: \underline{U}_{вих5} = \frac{0,03 \cdot 100}{\sqrt{(100 - 5^2 \cdot 78,96)^2 + (5 \cdot 6,28)^2}} \cdot e^{j\left(\frac{3\pi}{2} - \arctg\left(\frac{5 \cdot 6,28}{100 - 5^2 \cdot 78,96}\right)\right)} = 0,01 \cdot e^{j4,77} \text{ В.}$$

Частотні характеристики вихідного сигналу залежно від номера гармоніки  $k$  зображені на рис. 5.

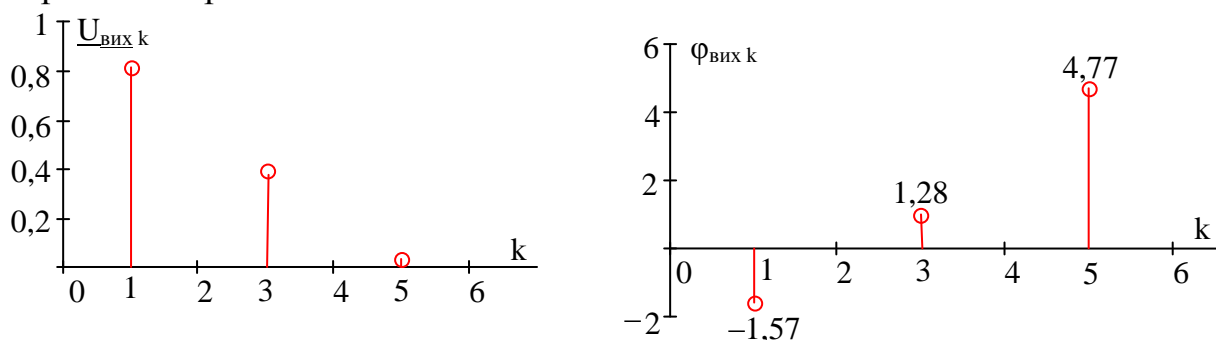


Рисунок 5 – АЧХ та ФЧХ вхідного сигналу

III. Порядок проведення заключної частини заняття.

Задачі до самостійного розв'язку

Розкласти до ряду Фур'є сигнал, зображений на рис. 6 за допомогою табличних функцій (таблиця 1) до 5-ї гармоніки включно. Записати комплексні амплітуди визначених гармонічних складових. Побудувати амплітудний і фазовий спектри зазначеного сигналу.

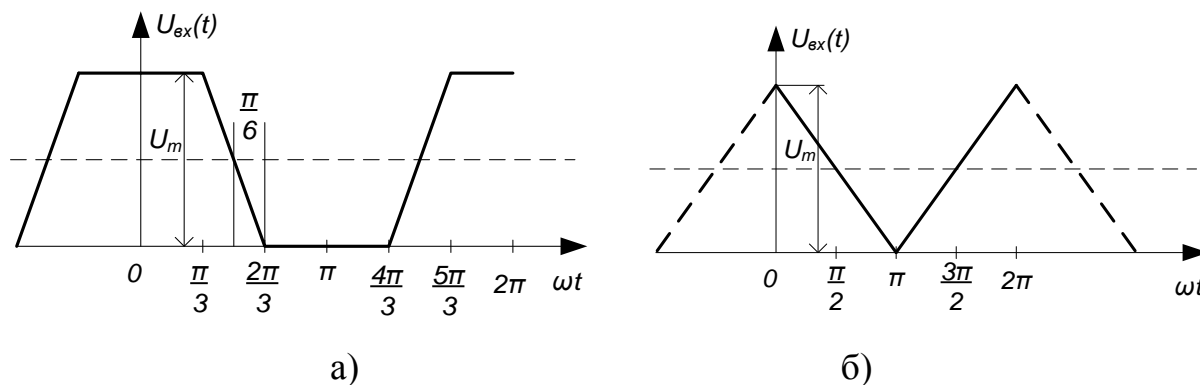
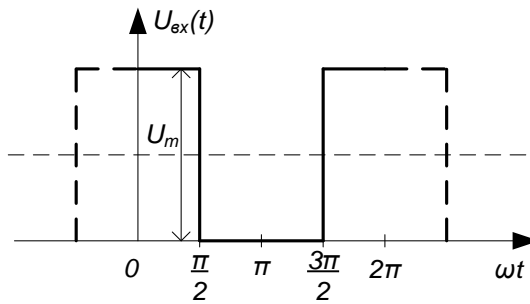
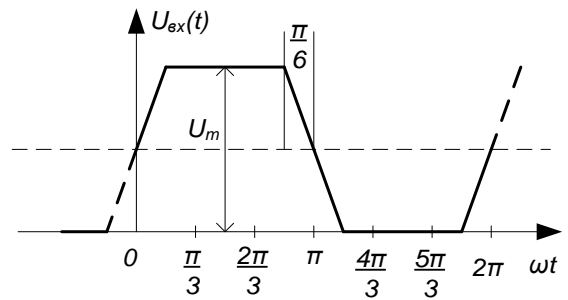


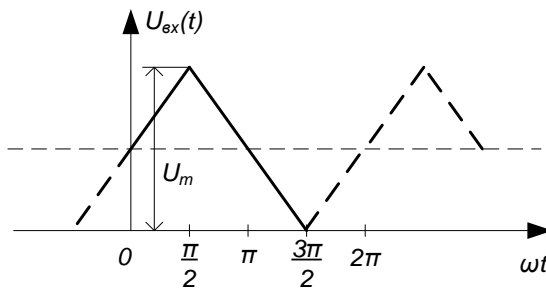
Рисунок 6 – Графік вхідного сигналу



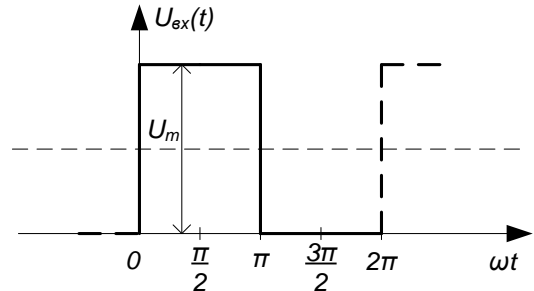
в)



г)



д)



е)

Продовження рисунка 6

Таблиця 1 – Розкладання табличних функцій до ряду Фур'є

	$f(\omega t) = \frac{4a_m}{\pi} \left[ \sin \omega_1 t + \frac{1}{3} \sin 3\omega_1 t + \frac{1}{5} \sin 5\omega_1 t + \dots \right]$
	$f(\omega t) = \frac{8a_m}{\pi^2} \left[ \sin \omega_1 t - \frac{1}{9} \sin 3\omega_1 t + \frac{1}{25} \sin 5\omega_1 t - \frac{1}{49} \sin 7\omega_1 t + \dots \right]$
	$f(\omega t) = \frac{8a_m}{\alpha\pi} \left[ \sin \alpha \sin \omega_1 t + \frac{1}{9} \sin 3\alpha \sin 3\omega_1 t + \frac{1}{25} \sin 5\alpha \sin 5\omega_1 t + \dots \right]$

Перевірка і оцінювання виконаних завдань. Підведення підсумків практичного заняття, акцентування уваги на основних помилках при його виконанні.

## Тема 12. Перехідні процеси в електричних колах.

**Практичне заняття за темою** Класичний метод розрахунку перехідних процесів.

Навчальна мета заняття: розрахунок перехідних процесів в електричних колах за допомогою класичного методу.

Кількість годин - 2 (денна форма).

Місце проведення: аудиторія коледжу.

### Навчальні питання:

1. Незалежні початкові умови.
2. Алгоритм розрахунку класичним методом

### План проведення заняття

I. Проведення контролю теоретичних знань здобувачів освіти для подальшого виконання практичної роботи

Питання для проведення контролю знань:

1. Дайте визначення комутації та сформулюйте закони комутації.
2. Наведіть алгоритм аналізу перехідного процесу класичним методом.
3. Чим визначається характер перехідного процесу в електричному колі?
4. На що впливатиме характер збурення, прикладеного до електричного кола, при перехідному режимі?
5. Чи може виникнути коливальний перехідний процес під час приєднання кола другого порядку до джерела постійної напруги?

II. Проведення основної частини заняття.

Законспектувати основний матеріал практичного заняття, розв'язати запропоновані завдання.

Література: 1 - 5.

Місце проведення: аудиторія коледжу.

Розглянемо випадок, коли в коло ввімкнено індуктивність і ємність.

За допомогою *класичного методу* будемо знаходити тільки струм, що тече через індуктивність  $i_L(t)$ , або напругу на ємності  $u_C(t)$ . Якщо, наприклад, необхідно знайти напругу на опорі  $u_R(t)$ , то її необхідно виразити через задані  $i_L(t)$  та  $u_C(t)$ .



Таблиця 1 – Алгоритм розрахунку класичним методом

№	Порядок розрахунку	Примітка
1	Знаходження незалежних початкових умов (НПУ) $i_L(0_-)$ , $u_C(0_-)$ , де $t = 0_-$ – момент часу безпосередньо до комутації	коло до комутації в сталому режимі <sup>1</sup>
2	Складається система диференціальних рівнянь змінних складових у канонічній формі запису $\begin{cases} \frac{di_L}{dt} = a_{11}i_L + a_{12}u_C + y_1; \\ \frac{du_C}{dt} = a_{21}i_L + a_{22}u_C + y_2. \end{cases} \quad (1)$	коло після комутації
3	Знаходження вимушеної складової $i_{L\text{ вим}}(t)$ , $u_{C\text{ вим}}(t)$	коло після комутації в сталому режимі <sup>1</sup>
4	Знаходження вільної складової	
4.1	Записується характеристичне рівняння $Z(p)=0$ , або $Y(p)=0$ , яке буде мати два корені: $p_1$ та $p_2$ .	для пасивного кола
4.2	Залежно від виду коренів записують вільну складову: <ul style="list-style-type: none"> <li>– корені реальні та різні <math>p_1</math> і <math>p_2</math>: <math display="block">i_{L\text{ вил}}(t) = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t};</math> </li> <li>– реальні та однакові <math>p = p_1 = p_2</math>: <math display="block">i_{L\text{ вил}}(t) = (A_1 + A_2 t) e^{pt};</math> </li> <li>– комплексно – спряжені <math>p_{1,2} = -\alpha \pm j\omega_c</math>: <math display="block">i_{L\text{ вил}}(t) = A t e^{-\alpha t} \sin(\omega_c t + \theta).</math> </li> </ul>	
4.3	Знаходяться сталі інтегрування $A_1$ та $A_2$ , або $A$ та $\theta$ . Для цього складають систему з двох рівнянь: $\begin{cases} i_L(t) = i_{L\text{ вим}}(t) + i_{L\text{ вил}}(t) & (2) \\ \frac{di_L(t)}{dt} = i'_{L\text{ вим}}(t) + i'_{L\text{ вил}}(t) & (3) \end{cases}$ де (2) – розв'язання в загальному вигляді; (3) – береться похідна від (2). Систему розв'язують при $t = 0$ . Значення $i_L(0) = i_L(0_-)$ – з незалежних початкових умов, а $di_L(0)/dt$ – знаходять з відповідного диференціального рівняння при підстановці $t = 0$ та НПУ.	Система для $u_c(t)$ буде мати аналогічний вигляд
5	Записується розв'язання: $i_L(t) = i_{L\text{ вим}}(t) + i_{L\text{ вил}}(t)$ .	

<sup>1</sup> У сталому режимі, якщо коло приєднано до джерела постійного струму чи напруги, то зі схеми можна виключити реактивні елементи: індуктивність замінюється провідником, а гілку з ємністю можна взагалі вилучити.

## Приклад 1

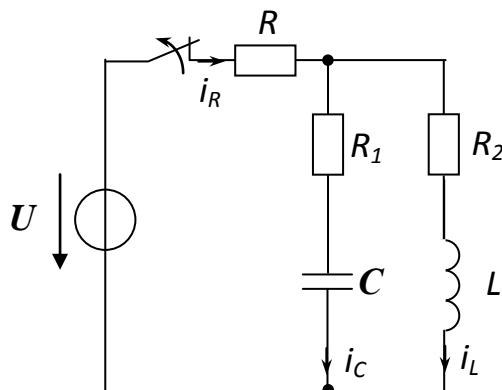


Рисунок 1 – Вихідна схема для розрахунку

Для кола зображеного на рис. 1, знайти напругу  $u_{R2}(t)$ , якщо відомі параметри кола:  $U = 10$  В,  $R = R_1 = R_2 = 50$  Ом,  $C = 10$  мкФ,  $L = 16$  мГн.

*Розв'язання:*

Спочатку оберемо додатні напрямки струмів у гілках схеми. Виразимо значення  $u_{R2}(t)$  через змінні стану:

$$u_{R2}(t) = R_2 \cdot i_L(t).$$

Отже, класичним методом будемо знаходити струм  $i_L(t)$ .

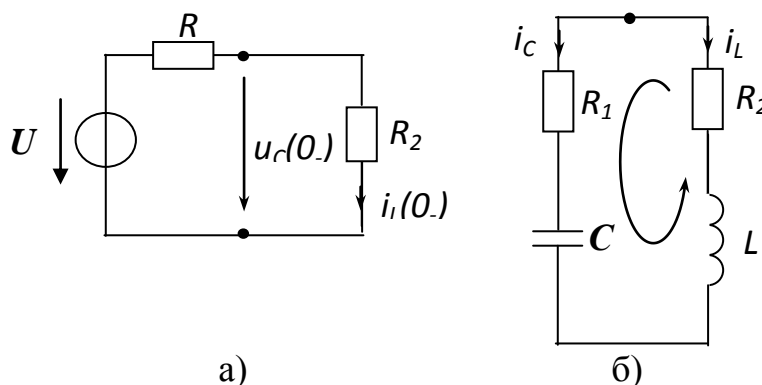


Рисунок 2 – Схема до комутації в сталому режимі (а) та після комутації (б)

1. Знаходимо НПУ за схемою на рис. 2, а.

$$i_L(0_-) = \frac{U}{R + R_2} = 0,1 \quad \text{А};$$

$$u_C(0) = u_{R2} = i_L(0_-) \cdot R_2 = 5 \quad \text{В}.$$

2. Складемо систему диференціальних рівнянь за законами Кіркгофа для схеми після комутації (рис. 2, б).

$$\begin{cases} i_C + i_L = 0; \\ u_{R1} + u_C - u_L - u_{R2} = 0, \\ C \frac{du_C}{dt} + i_L = 0; \\ R_1 C \frac{du_C}{dt} + u_C - L \frac{di_L}{dt} - i_L R_2 = 0. \end{cases}$$

Запишемо систему в канонічній формі запису:

$$\begin{cases} \frac{du_C}{dt} = -\frac{1}{C}i_L; \\ \frac{di_L}{dt} = -\frac{R_1 + R_2}{L}i_L + \frac{1}{L}u_C. \end{cases} \quad (4)$$

$$(5)$$

3. Знайдемо вимушену складову.

Після комутації джерело від'єднується від кола, тому в сталому режимі отримаємо:

$$i_{L_{\text{вим}}} = 0; \quad u_{C_{\text{вим}}} = 0.$$

4. Знайдемо вільну складову.

4.1 Запишемо характеристичне рівняння для схеми, зображеної на рис. 2, б.

$$Z(p) = pL + \frac{1}{pC} + R_1 + R_2 = 0;$$

$$p^2 LC + pC(R_1 + R_2) + 1 = 0;$$

Після підстановки числових значень:

$$16 \cdot 10^{-8} p^2 + 10^{-3} \cdot p + 1 = 0.$$

Розв'язання цього квадратного рівняння дає такі корені:

$$p_1 = -5000 \quad \text{та} \quad p_2 = -1250,$$

тобто маємо корені реальні та різні, тоді вільна складова повинна мати вигляд:

$$i_{L_{\text{віль}}} (t) = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}.$$

4.3 Знайдемо сталі інтегрування  $A_1$  та  $A_2$  із системи рівнянь:

$$\begin{cases} i_L(t) = i_{L_{\text{вим}}} + A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}; \\ \frac{di_L(t)}{dt} = p_1 A_1 e^{p_1 t} + p_2 A_2 e^{p_2 t}. \end{cases}$$

Ураховуючи, що  $i_{L_{\text{вим}}} = 0$ , запишемо систему при  $t = 0$ :

$$\begin{cases} i_L(0) = 0 + A_1 + A_2; \\ \frac{di_L(0)}{dt} = p_1 A_1 + p_2 A_2. \end{cases}$$

З НПУ  $i_L(0_-) = 0,1 \text{ A}$ ,  $u_C(0) = 5 \text{ B}$ .

Першу похідну при  $t = 0$  виразимо з диференціального рівняння (5):

$$\frac{di_L(0)}{dt} = -\frac{R_1 + R_2}{L}i_L(0) + \frac{1}{L}u_C(0) = -312,5.$$

Тоді:

$$\begin{cases} 0,1 = A_1 + A_2; \\ -312,5 = -5000 \cdot A_1 - 1250 \cdot A_2. \end{cases}$$

Після розв'язання системи отримаємо:  $A_1 = A_2 = 0,05$ .

Підставимо відповідні складові до виразу:  $i_L(t) = i_{L_{\text{вум}}}(t) + i_{L_{\text{віль}}}(t)$  і отримаємо остаточну відповідь:

$$i_L(t) = 0,05(e^{-5000t} + e^{-1250t}), \text{ А.}$$

Залежність  $i_L(t)$  зображено на рис. 3.

Визначимо тривалість перехідного процесу:  $\tau = 5 / p_{\min} = 3 / 1250 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ с}$

З графіка на рис. 3 видно, що через даний інтервал часу після відключення від джерела живлення перехідний процес практично закінчився і стан струму в гілці вже визначає вимушена складова  $i_{L_{\text{вум}}} = 0$ .

За умовою завдання знайдемо невідому напругу:

$$u_{R2}(t) = R_2 \cdot i_L(t) = 2,5 \cdot (e^{-5000t} + e^{-1250t}), \text{ В.}$$

Графік буде аналогічним до рис. 3, за винятком масштабу за віссю ординат.

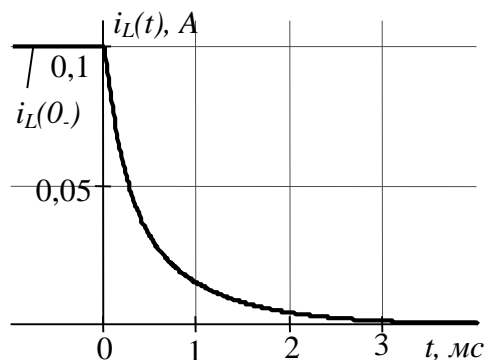


Рисунок 3 – Графік перехідного процесу для  $i_L(t)$

### III. Порядок проведення заключної частини заняття.

Задачі до самостійного розв'язку

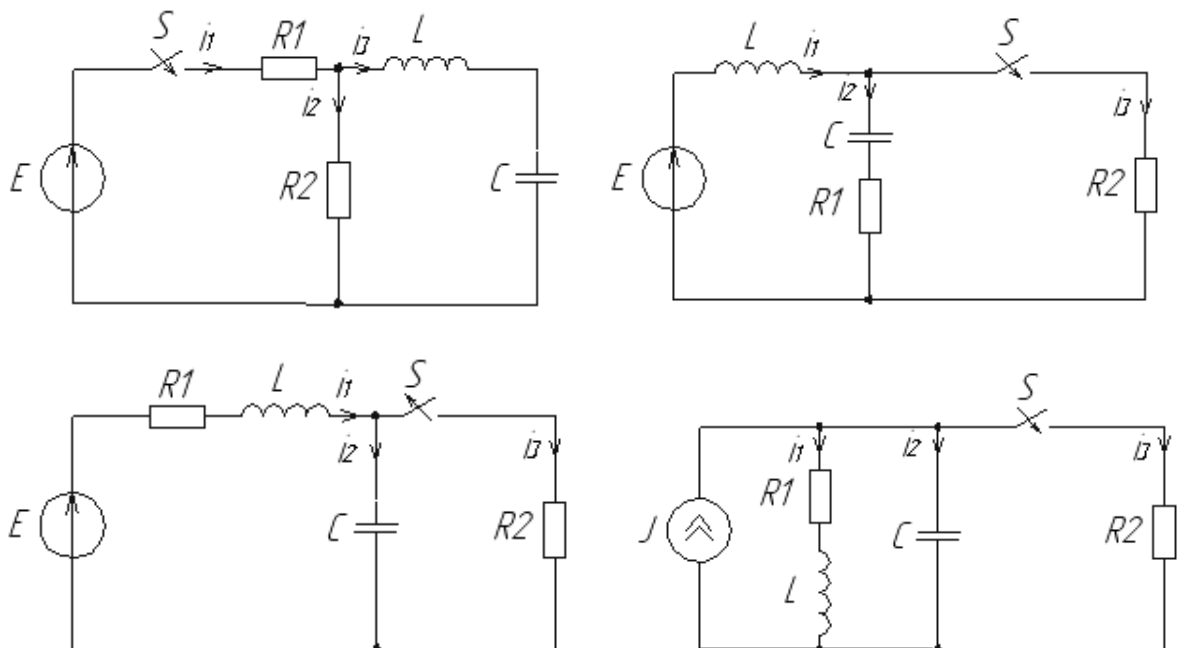


Рисунок 4

1. Визначити незалежні початкові умови.

2. Скласти систему диференціальних рівнянь змінних складових у канонічній формі запису.
3. Визначити вимушені складові для реактивних елементів.
4. Записати характеристичне рівняння та визначити умови виникнення коливального режиму.

На рис. 4 наведено варіанти схем електричних кіл, які підлягають розгляду.

Перевірка і оцінювання виконаних завдань. Підведення підсумків практичного заняття, акцентування уваги на основних помилках при його виконанні.

## **Тема 12. Перехідні процеси в електричних колах.**

**Практичне заняття за темою** Операторний метод розрахунку перехідних процесів.

Навчальна мета заняття: розрахунок перехідних процесів в електричних колах з двома реактивними елементами за допомогою операторного методу.

Кількість годин - 2 (денна форма).

Місце проведення: аудиторія коледжу.

### **Навчальні питання:**

1. Операторна схема заміщення.
2. Алгоритм розрахунку операторним методом.

### **План проведення заняття**

I. Проведення контролю теоретичних знань здобувачів освіти для подальшого виконання практичної роботи

Питання для проведення контролю знань:

1. Наведіть алгоритм аналізу перехідного процесу операторним методом.
2. Запишіть формули переходу від L-зображень до функцій часу при: а) дійсних і різних коренях характеристичного рівняння (нульового кореня немає); б) дійсних і різних коренях характеристичного рівняння (є нульовий корінь); в) комплексно-спряжених коренях.

II. Проведення основної частини заняття.

Законспектувати основний матеріал практичного заняття, розв'язати запропоновані завдання.

Література: 1 - 5.

Місце проведення: аудиторія коледжу.

Алгоритм розрахунку:

1. Знаходження незалежних початкових умов (НПУ)  $i_L(0_-)$ ,  $u_C(0_-)$  – за аналогією з класичним методом.

2. Складання операторної схеми заміщення (схема після комутації).

Змін зазнають реактивні елементи; залежно від конфігурації кола використовують послідовну чи паралельну схеми заміщення.

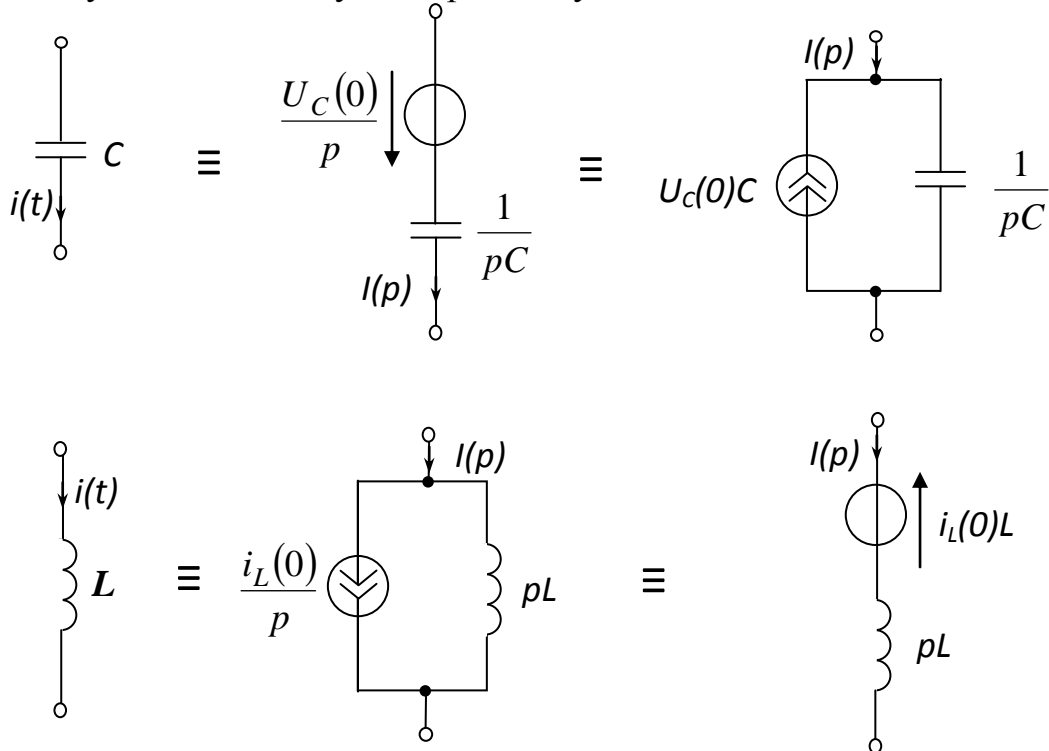


Рисунок 1 – Операторні схеми заміщення реактивних елементів

3. Вираження невідомої величини як  $L$  – зображення  $F(p)$ .

4. Відтворення оригіналу, як функції часу:  $F(p) \xrightarrow{\bullet} f(p)$ .

Найчастіше ця величина має вигляд дробу  $F(p) = \frac{M(p)}{N(p)}$ , де  $M(p)$  та  $N(p)$  –

поліноми, причому ступінь чисельника повинен бути більший за ступінь знаменника.

Якщо  $F(p)$  задовольняє вищезгадані вимоги, то для відтворення функції часу можна користуватись таким алгоритмом:

4.1 Знайти корені знаменника дробу з рівняння  $N(p) = 0$  (вони повинні співпадати з коренями характеристичного рівняння класичного методу):  $p_1, p_2, \dots, p_k, \dots, p_n$ .

4.2 Залежно від виду коренів записують оригінал за допомогою теореми розкладання. Наведемо окремі випадки:

– корені дійсні та різні:

$$f(t) = \sum_{k=1}^n \frac{M(p_k)}{N'(p_k)} e^{p_k t},$$

– є один нульовий корінь  $p = 0$  і  $n$  ненульових  $p_1, p_2, \dots, p_k, \dots, p_n$ , тоді дріб можна зобразити у вигляді:  $F(p) = \frac{M(p)}{p \cdot N(p)}$ :

$$f(t) = \frac{M(0)}{N(0)} + \sum_{k=1}^n \left( \frac{M(p_k)}{p_k N'(p_k)} e^{p_k t} \right),$$

– корені комплексно-спряжені  $p_{k_{1,2}} = -\alpha \pm j\omega_c$ :

$$f(t) = 2 \operatorname{Re} \left[ \sum_{k=1}^n \frac{M(p_k)}{N'(p_k)} e^{p_k t} \right],$$

де  $p_k$  – один із пари комплексно-спряжених коренів, наприклад  $p_k = -\alpha + j\omega_c$ .

**Приклад 1** Для кола, зображеного на рис. 2, а, знайти струм  $i_L(t)$ , якщо відомі параметри кола:  $I_0 = 1$  А,  $R = 100$  Ом,  $C = 5$  мкФ,  $L = 40$  мГн.

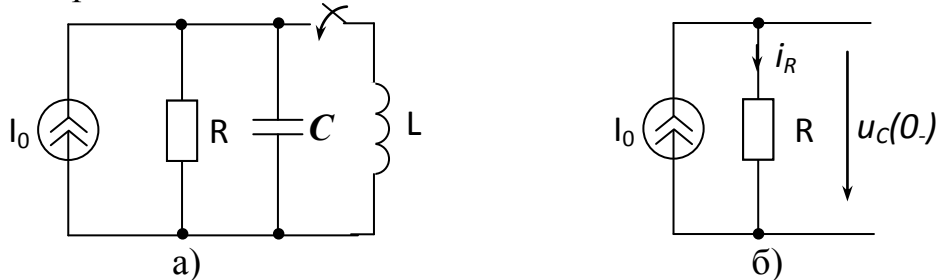


Рисунок 2 – Вихідне коло (а) та схема кола до комутації в сталому режимі (б)

*Розв'язання*

1. Знайдемо НПУ.

За аналогією з класичним методом:

$$i_L(0_-) = 0;$$

$$u_C(0_-) = u_R = I_0 \cdot R = 100 \text{ В}.$$

2. Складемо операторну схему заміщення (схема після комутації).

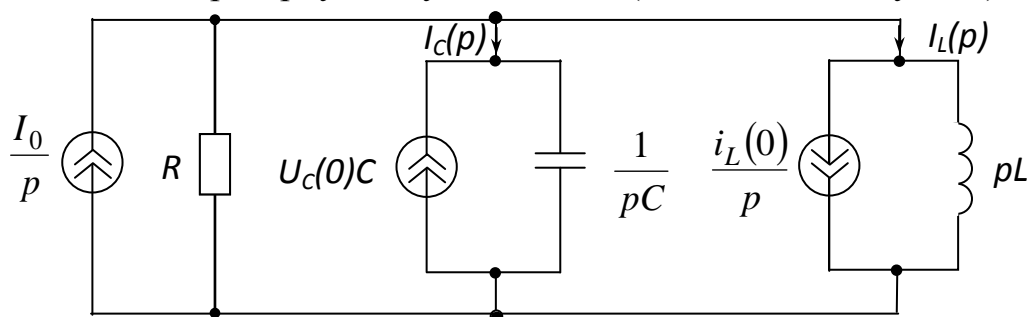


Рисунок 3 – Операторна схема заміщення

Об'єднаємо три джерела струму в одне, як показано на рис. 4, де струм об'єднаного джерела:

$$I = \frac{I_0}{p} + C U_C(0) - \frac{i_L(0)}{p} = \frac{I_0}{p} + I_0 C R.$$

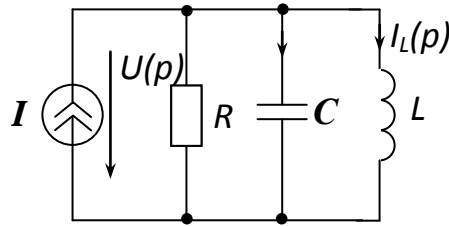


Рисунок 4 – Схема після перетворення

Знайдемо струм  $I_L(p)$ :

$$I_L(p) = \frac{U(p)}{pL} = \frac{I \cdot Z(p)}{pL} = \frac{I}{pL \cdot Y(p)};$$

$$I_L(p) = \frac{\frac{I_0}{p} + I_0 RC}{pL \left( \frac{1}{R} + pC + \frac{1}{pL} \right)} = I_0 \frac{1 + RCp}{p \left( p^2 LC + p \frac{L}{R} + 1 \right)}.$$

Знаменник  $p \left( p^2 LC + p \frac{L}{R} + 1 \right) = 0$  має три корені:  $p_0 = 0$ ,  $p_{1,2} = -10^3 \pm j2 \cdot 10^3$

$$\text{З урахуванням нульового кореня: } f(t) = \frac{M(0)}{N(0)} + 2 \operatorname{Re} \left[ \frac{M(p_1)}{p_1 N'(p_1)} e^{p_1 t} \right].$$

Розпишемо всі складові виразу:

$$p_1 = -10^3 + j2 \cdot 10^3 = 2 \cdot 10^3 \cdot (-0,5 + j);$$

$$M(p) = I_0(1 + RCp) = 1 + 5 \cdot 10^{-4} p; \quad M(p_1) = 1 + 5 \cdot 10^{-4}(-10^3 + j2 \cdot 10^3) = 0,5 + j;$$

$$M(0) = 1;$$

$$N(p) = p^2 LC + p \frac{L}{R} + 1 = p^2 0,2 \cdot 10^{-6} + 0,4 \cdot 10^{-3} p + 1; \quad N(0) = 1;$$

$$N'(p) = p \cdot 0,4 \cdot 10^{-3} + 0,4 \cdot 10^{-3};$$

$$N'(p_1) = (-10^3 + j2 \cdot 10^3) \cdot 0,4 \cdot 10^{-3} + 0,4 \cdot 10^{-3} = j0,8 \cdot 10^{-3};$$

Після підстановки маємо:

$$i_L(t) = 1 + 2 \operatorname{Re} \left[ \frac{0,5 + j}{2 \cdot 10^3 (-0,5 + j) \cdot 0,8 \cdot 10^{-3} j} \cdot e^{(-10^3 + j2 \cdot 10^3)t} \right].$$

Вираз у квадратних дужках переведемо до показникової форми запису:

$$i_L(t) = 1 + 2 \operatorname{Re} \left[ \frac{\sqrt{0,25 + 1} \cdot e^{j \arctg \frac{1}{0,5}}}{1,6 \cdot \sqrt{0,25 + 1} \cdot e^{j \left( 180 - \arctg \frac{1}{0,5} \right)} \cdot e^{j90}} \cdot e^{-10^3 t} e^{j2 \cdot 10^3 t} \right] =$$

$$= 1 + 0,625 \cdot e^{-10^3 t} 2 \operatorname{Re} \left[ e^{j(-180 + 2 \arctg 2 - 90 + 2 \cdot 10^3 t)} \right] = \left| \operatorname{Re} [e^{j\alpha}] \right| = \cos \alpha =$$

$$= 1 + 1,25 \cdot e^{-10^3 t} \cos(2 \cdot 10^3 t - 53,13^\circ - 90^\circ)$$

$$\text{Остаточно: } i_L(t) = 1 + 1,25 \cdot e^{-10^3 t} \sin(2 \cdot 10^3 t - 53,13^\circ), \text{ A}$$



III. Порядок проведення заключної частини заняття.

Задачі до самостійного розв'язку

Для схем попереднього завдання скласти операторні схеми заміщення кіл та знайти у загальному вигляді струми на котушках та напруги на ємностях.

Перевірка і оцінювання виконаних завдань. Підведення підсумків практичного заняття, акцентування уваги на основних помилках при його виконанні.

### **3. Рекомендована література (основна, допоміжна), інформаційні ресурси в Інтернеті**

#### **Основна:**

1. Болюх В. Ф., Данько В. Г., Гончаров Є. В. Основи електротехніки, електроніки та мікропроцесорної техніки. Харків: Планета-Прінт, 2019. 248 с.
2. Васильєва Л. Д., Медведенко Б. І., Якименко Ю. І. Напівпровідникові прилади: Підручник. Київ: ІВЦ Видавництво "Політехніка", 2003. 338 с.
3. Кармазін В.В., Семенець В.В Курс загальної фізики. Навчальний посібник для вищих навчальних закладів. Київ: Кондор, 2016. 786 с.
4. Коваль Ю. О., Гринченко Л. В., Милютченко І. О., Рибін О. І. Основи теорії кіл. Ч. 1. Харків: Компанія СМІТ, 2008. 432 с.
5. Колонтаєвський Ю. П., Сосков А. Г. Промислова електроніка та мікросхемотехніка: Теорія і практикум: навч. посіб. Київ: Каравела, 2004. 432 с.
6. Лавренова Д. Л., Хлистов В. М. Основи метрології та електричних вимірювань: навч. посіб. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. 133 с.

#### **Допоміжна:**

1. Андріяшик М. В., Вербицький Б. І., Король А.М. Курс фізики. Київ: Фламенко, 2008. 530 с.
2. Готра З. Ю., Лопатинський І. Є., Лукіянець Б. А., Микитюк З. М., Петрович І. В. Фізичні основи електронної техніки: Підручник. Львів: Видавництво "Бескид Бит", 2004. 880 с.
3. Гумен Б. М., Гуржій А. М., Співак В. М. Основи теорії електричних кіл: у 3 кн. Київ : Вища шк., 2003.
4. Дмитрієва В. Ф. Фізика: Навч. посіб, Київ: Техніка, 2008. 648 с.

#### **Інформаційні ресурси в Інтернеті**

1. <https://www.youtube.com/channel/UCWfhBu4fAt126ZbxREz3IBw>