

**МІНІСТЕРСТВО ВНУТРІШНІХ СПРАВ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ВНУТРІШНІХ СПРАВ
КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ ЛЬОТНИЙ КОЛЕДЖ**

Циклова комісія авіаційного і радіоелектронного обладнання

ТЕКСТ ЛЕКЦІЇ

навчальної дисципліни
«Основи електрики та електроніки, електричні
вимірювання та їх стандартизація»
обов'язкових компонент
освітньо-професійної програми
освітньо-професійної програми першого (бакалаврського) рівня вищої
освіти

***272 Авіаційний транспорт
(Оператор безпілотних літальних апаратів)***

за темою № 9 - Розрахунок складних електричних кіл

Кременчук 2023

ЗАТВЕРДЖЕНО

Науково-методичною радою
Харківського національного
університету внутрішніх справ
Протокол від 30.08.2023 № 7

СХВАЛЕНО

Методичною радою
Кременчуцького льотного коледжу
Харківського національного
університету внутрішніх справ
Протокол від 28.08.2023 № 1

ПОГОДЖЕНО

Секцією Науково-методичної ради
ХНУВС з технічних дисциплін
Протокол від 29.08.2023 № 7

Розглянуто на засіданні циклової комісії авіаційного і радіоелектронного обладнання, протокол від 28.08.2023р № 1

Розробник: викладач циклової комісії Авіаційного і радіоелектронного обладнання, к.т.н., доцент, спеціаліст вищої категорії, Юрко О.О.

Рецензенти:

1. К.т.н., спеціаліст вищої категорії, викладач-методист циклової комісії авіаційного і радіоелектронного обладнання Шмельов Ю.М.
2. Заступник директора з ОЛР, командир авіаційного загону ТОВ «ЕЙР ТАУРУС» Гетьман Ю.Ю.

План лекції:

1. Графи електричних кіл. Метод законів Кірхгофа
2. Методи вузлових напруг та контурних струмів
3. Методи еквівалентного генератора та накладання

Рекомендована література (основна, допоміжна), інформаційні ресурси в Інтернеті

Основна:

1. Болюх В. Ф., Данько В. Г., Гончаров Є. В. Основи електротехніки, електроніки та мікропроцесорної техніки. Харків: Планета-Прінт, 2019. 248 с.
2. Васильєва Л. Д., Медведенко Б. І., Якименко Ю. І. Напівпровідникові прилади: Підручник. Київ: ІВЦ Видавництво "Політехніка", 2003. 338 с.
3. Кармазін В.В., Семенець В.В. Курс загальної фізики. Навчальний посібник для вищих навчальних закладів. Київ: Кондор, 2016. 786 с.
4. Коваль Ю. О., Гринченко Л. В., Милютченко І. О., Рибін О. І. Основи теорії кіл. Ч. 1. Харків : Компанія СМІТ, 2008. 432 с.
5. Колонтаєвський Ю. П., Сосков А. Г. Промислова електроніка та мікросхемотехніка: Теорія і практикум: навч. посіб. Київ: Каравела, 2004. 432 с.
6. Лавренова Д. Л., Хлистов В. М. Основи метрології та електричних вимірювань: навч. посіб. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. 133 с.

Допоміжна:

1. Андріяшик М. В., Вербицький Б. І., Король А.М. Курс фізики. Київ: Фламенко, 2008. 530 с.
2. Готра З. Ю., Лопатинський І. Є., Лукіянець Б. А., Микитюк З. М., Петрович І. В. Фізичні основи електронної техніки: Підручник. Львів: Видавництво "Бескид Бит", 2004. 880 с.
3. Гумен Б. М., Гуржій А. М., Співак В. М. Основи теорії електричних кіл: у 3 кн. Київ: Вища шк., 2003.
4. Дмитрієва В. Ф. Фізика: Навч. посіб, Київ: Техніка, 2008. 648 с.

Інформаційні ресурси в Інтернеті

1. <https://www.youtube.com/channel/UCWfhBu4fAt126ZbxREz3IBw>

Текст лекції

1. Графи електричних кіл. Метод законів Кірхгофа

Розглянемо на прикладі різні способи складання систем рівнянь.

Проаналізуємо схему зображену, на рис 1, а.

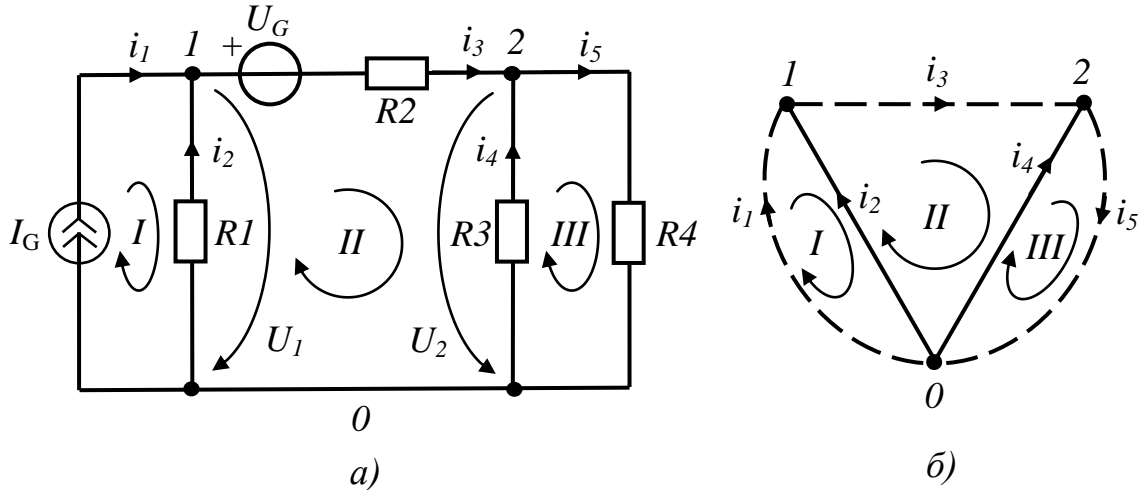


Рисунок 1 – Електрична схема (а) та її дерево графа (б)

Кількість вузлів $n_B = 3$, кількість гілок $n_\Gamma = 5$ (будемо вважати, що номери гілок збігаються з номерами струмів), кількість джерел струму $n_{ДС} = 1$. Побудуємо дерево графа (рис. 1, б). З'єднаємо всі вузли за допомогою існуючих гілок так, щоб вони не утворювали замкнутих контурів. Такі гілки називають ребрами і їх кількість визначають за формулою:

$$n_P = n_B - 1,$$

тобто $n_P = 2$. Ребрами не можуть бути гілки з джерелами струму, а для нашого прикладу це гілка 1. Із можливих комбінацій виберемо ребрами гілки 2 та 4 (на рисунку вони зображені суцільними лініями). Усі інші гілки називають хордами (позначені пунктирними лініями) і їх кількість визначають так:

$$n_X = n_\Gamma - n_P = n_\Gamma - (n_B - 1),$$

тобто $n_X = 3$.

Запишемо систему рівнянь за методом законів Кірхгофа (МЗК) у матричному вигляді.

За законом струмів Кірхгофа (ЗСК) кількість рівнянь: $n_{ЗСК} = n_B - 1 = 2$. Запишемо рівняння відповідно до рис. 1:

$$-i_1 - i_2 + i_3 = 0;$$

$$-i_3 - i_4 + i_5 = 0.$$

Рівняння за законом напруг Кірхгофа (ЗНК) записують відносно незалежних контурів конфігурацію яких визначають вибраним деревом графа. Окремий контур може містити тільки одну хорду. Для контуру, який містить джерело струму, рівняння не записується (контур I, рис. 1). Отже кількість рівнянь за ЗНК:

$$n_{ЗНК} = n_X - n_{ДС} = n_\Gamma - (n_B - 1) - n_{ДС}. \quad (1)$$

У нашому випадку $n_{ЗНК} = 2$ і рівняння мають вигляд:

– для II контуру: $U_{R1} + U_G + U_{R2} - U_{R3} = 0$;

– для III контуру: $U_{R3} + U_{R4} = 0$.

Об'єднаємо рівняння ЗТК та ЗНК у систему рівнянь. Урахуємо, що $i_1 = I_G$ і виразимо напруги на резисторах через струми за законом Ома.

$$\begin{cases} -I_G - i_2 + i_3 = 0; \\ -i_3 - i_4 + i_5 = 0; \\ R_1 \cdot i_2 + U_G + R_2 \cdot i_3 - R_3 \cdot i_4 = 0; \\ R_3 \cdot i_4 + R_4 \cdot i_5 = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Отже, маємо чотири невідомих струми $i_2 \dots i_5$ та чотири рівняння.

Розглянемо матричний спосіб розв'язання системи МРК за допомогою методу Крамера. Для цього зобразимо систему рівнянь (2) у вигляді:

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \\ R_1 & R_2 & -R_3 & 0 \\ 0 & 0 & R_3 & R_4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_G \\ 0 \\ -U_G \\ 0 \end{pmatrix},$$

або

$$(A) \times (I) = (B),$$

де (A) – матриця коефіцієнтів. Стовбці відповідають гілкам: 2, 3, 4, 5. Перші два рядка відповідають рівнянням вузлів за ЗТК: 0 – цю гілку не підключено до цього вузла; 1 – гілку підключено і струм гілки виходить із вузла; (-1) – гілку підключено і струм гілки входить у вузол. Останні два рядка відповідають опорам гілок контурів за ЗНК: 0 – ця гілка не входить до цього контуру; R_n – гілка входить до цього контуру і її струм збігається з додатним напрямком обходу контуру; $(-R_n)$ – гілка входить до цього контуру і її струм має зворотний напрямок відносно додатного обходу контуру;

(I) – матриця-стовпець невідомих струмів гілок;

(B) – матриця-стовпець дій, спричинених джерелами струмів і напруг.

Тоді розв'язок має вигляд:

$$i_n = \Delta_n / \Delta, \quad (3)$$

де Δ – загальний визначник матриці A ; Δ_n – визначник перетвореної матриці A , у якій стовпець n замінено матрицею B .

Тоді, відповідно до (3), можна знайти всі невідомі струми гілок. Наприклад, розпишемо струм i_3 :

$$i_3 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} -1 & I_G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ R_1 & -U_G & -R_3 & 0 \\ 0 & 0 & R_3 & R_4 \end{vmatrix}}{\Delta},$$

де Δ_2 – визначник перетвореної матриці (A) , у якій другий стовпець (він відповідає третій гілці кола) замінено на матрицю-стовпець дій (B) .

$$\begin{cases} U_1 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) - U_2 \frac{1}{R_2} = I_G + \frac{U_G}{R_2}, \\ -U_1 \frac{1}{R_2} + U_2 \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right) = -\frac{U_G}{R_2}. \end{cases}$$

Струми гілок кола визначимо через вузлові напруги U_1 та U_2 за схемою 1, значення яких будуть відомими після розв'язання системи.

$$i_2 = -\frac{U_1}{R_1}, i_4 = -\frac{U_2}{R_3}, i_5 = \frac{U_2}{R_4},$$

$$i_3 = \frac{U_1 - U_2 - U_G}{R_2} \text{ — у результаті обходу II контуру.}$$

Рівняння за методом контурних струмів складаються відносно незалежних контурів. Їх кількість і конфігурацію можна визначити за вибраним деревом графа, як це було показано для МРК. Отже, кількість рівнянь за МКС: $n_{MKS} = n_{ЗК} = 3$.

Наведемо алгоритм розрахунку за МКС.

1. Вибрати дерево графа і визначитись із конфігурацією контурів. Гілки з джерелами струму обов'язково повинні бути хордами (тоді вони будуть рознесеними у різні контури).

2. Записують канонічну систему рівнянь для незалежних контурів, котрі не містять джерел струму):

[illegible]

де Z_{kk} – власний опір контуру k : сума всіх опорів гілок цього контуру; Z_{kl} – взаємний опір: сума опорів гілок, які є загальними для k -го та l -го контурів; I_{kk} – контурний струм k -го контура; U_{kk} – сума напруг джерел напруги, що знаходяться у k -му контурі, причому додатними вважають напруги джерел, напрямлених проти вибраного додатного обходу контуру.

3. Розв'язати систему контурних рівнянь.

4. Виразити струми гілок через контурні струми.

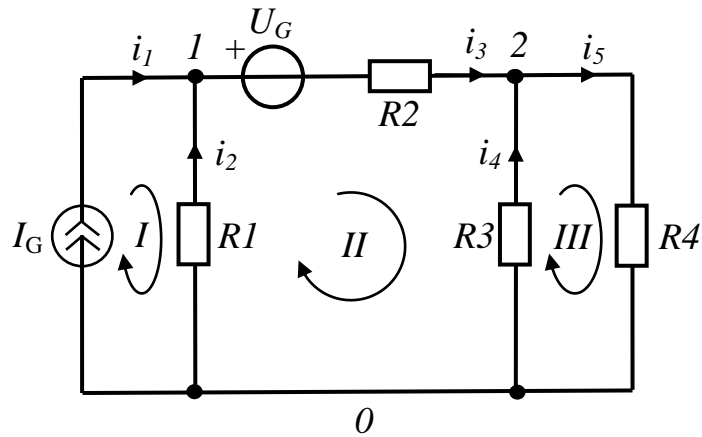


Рисунок 3 – Електрична схема до складання системи за МКС

Запишемо систему рівнянь за МКС для схеми за рис. 3. Контури схеми вибирали відповідно до попередніх рекомендацій. Оскільки до I контуру входить ідеальне джерело струму (відповідна гілка повинна обов'язково бути хордою), то рівняння для першого контуру до системи не записують.

Канонічна система рівнянь для II та III контурів має вигляд:

$$\begin{cases} -I_{11}R_1 + I_{22}(R_1 + R_2 + R_3) - I_{33}R_3 = -U_G, \\ -I_{22}R_3 + I_{33}(R_3 + R_4) = 0. \end{cases}$$

Струми гілок кола визначимо через контурні струми I_{11} , I_{22} та I_{33} за схемою 3.2, значення яких будуть відомими після розв'язання системи.

$$i_1 = I_{11} = I_G, \quad i_2 = I_{22} - I_{11}, \quad i_3 = I_{22}, \quad i_4 = I_{33} - I_{22}, \quad i_5 = I_{33}.$$

3. Методи еквівалентного генератора та накладання

Методи еквівалентного генератора (МЕГ) та накладання (МН) зручно використовувати, коли необхідно знайти одну невідому величину у складному електричному колі.

У МЕГ виділяють окрему гілку з невідомим струмом чи напругою, яку вважають навантаженням усієї решти кола. Це коло замінюють еквівалентним генератором струму чи напруги.

Проілюструємо метод на прикладі: для схеми, зображеної на рис. 4, знайдемо струм i_4 .

Для цього відокремимо гілку зі струмом i_4 від кола (рис. 4, а), яке і будемо вважати еквівалентним генератором напруги U_E з внутрішнім опором R_E (рис. 4, б).

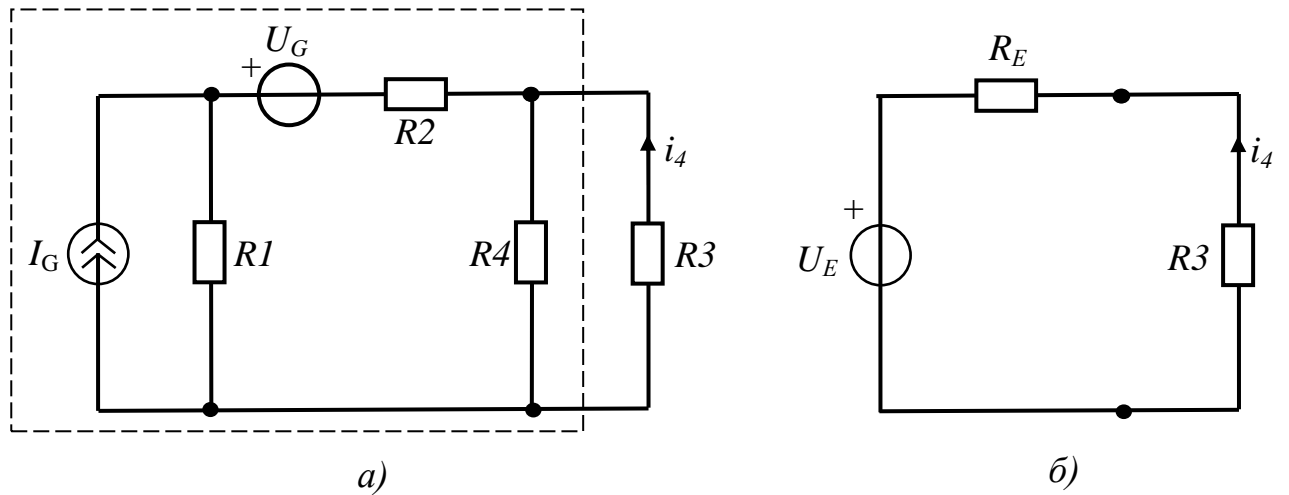


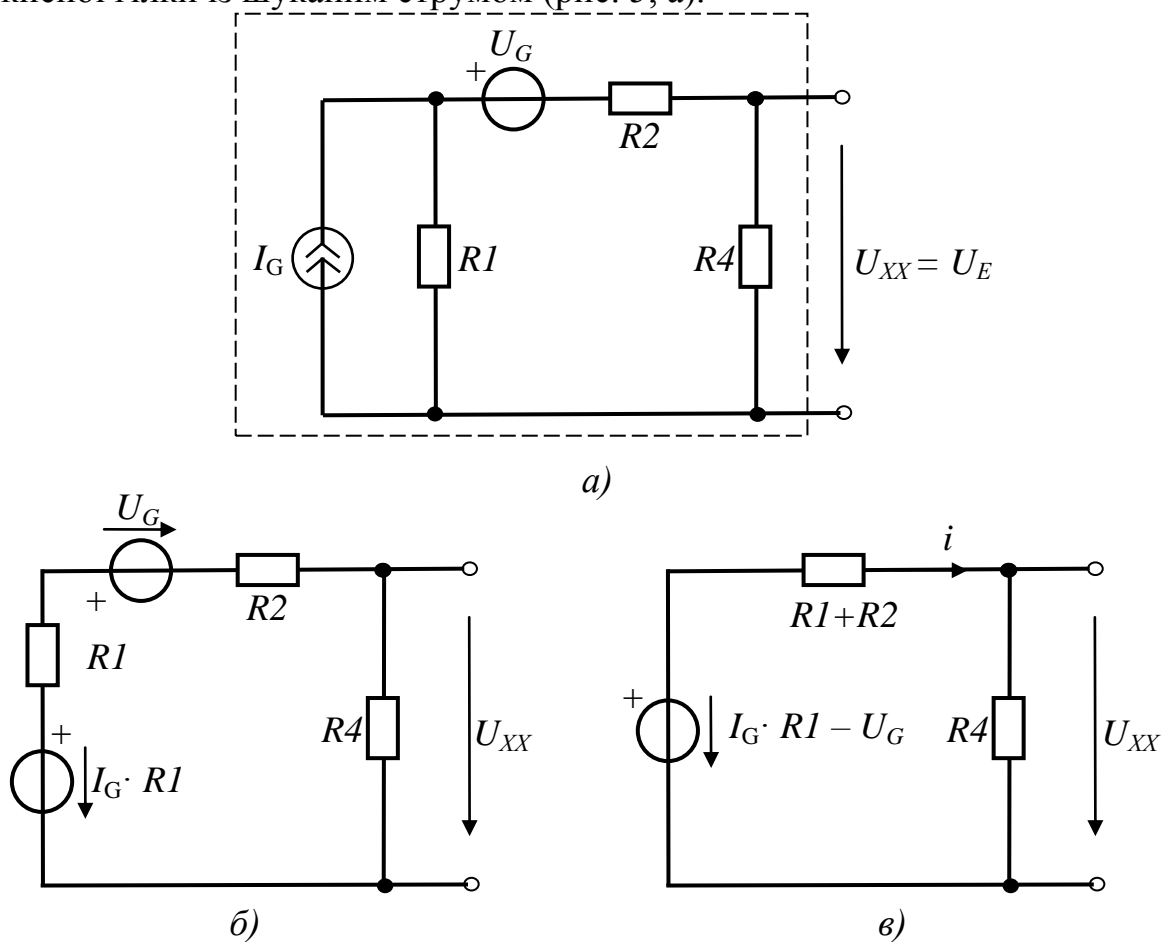
Рисунок 4 – Перетворення схеми для МЕГ

Тоді шуканий струм:

$$i_4 = -\frac{U_E}{R_E + R3}.$$

Отже, знайдемо параметри еквівалентного генератора.

Напругу U_E можна знайти як напругу холостого ходу U_{XX} на місці розімкненої гілки із шуканим струмом (рис. 5, а).

Рисунок 5 – До знаходження напруги U_E

Напругу U_{XX} можна знайти будь-яким зручним методом. У цьому випадку застосовано перетворення (рис. 5, б) та об'єднання (рис. 5, в) джерел. Після чого знайдемо шукану напругу:

$$U_E = U_{XX} = i \cdot R_4 = \frac{I_G \cdot R_1 - U_G}{R_1 + R_2} \cdot R_4.$$

Внутрішній опір еквівалентного джерела R_E знаходять відносно затискачів розімкненої гілки із шуканим струмом для пасивної схеми.

Отже, після вилучення зі схеми (рис. 5, а) активних елементів, отримаємо пасивну схему, зображену на рис. 6. Тоді еквівалентний опір:

$$R_E = \frac{(R_1 + R_2) \cdot R_4}{R_1 + R_2 + R_4}.$$

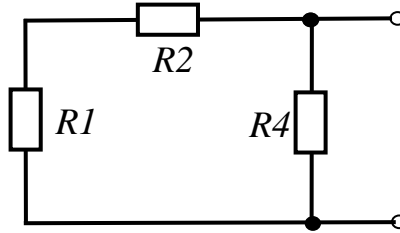


Рисунок 6 – До знаходження опору R_E

За експериментального визначення параметрів еквівалентного генератора вимірюють струм короткого замикання I_{K3} і напругу холостого ходу U_{XX} у необхідній гілці, тоді шукані параметри визначають як:

$$U_E = U_{XX}; \quad R_E = U_{XX} / I_{K3}.$$

Для застосування МН складають схеми заміщення окремо для кожного незалежного джерела, де всі інші джерела вважають вимкненими (гілку з ідеальним джерелом струму вилучають зі схеми, а ідеальне джерело напруги замінюють провідником). У кожній схемі знаходять часткові невідомі струм чи напругу, які є складовими шуканої результуючої невідомої величини.

Для схеми з рис. 4 необхідно скласти дві схеми заміщення: відносно джерела напруги U_G (рис. 7, а) та джерела струму I_G (рис. 7, б).

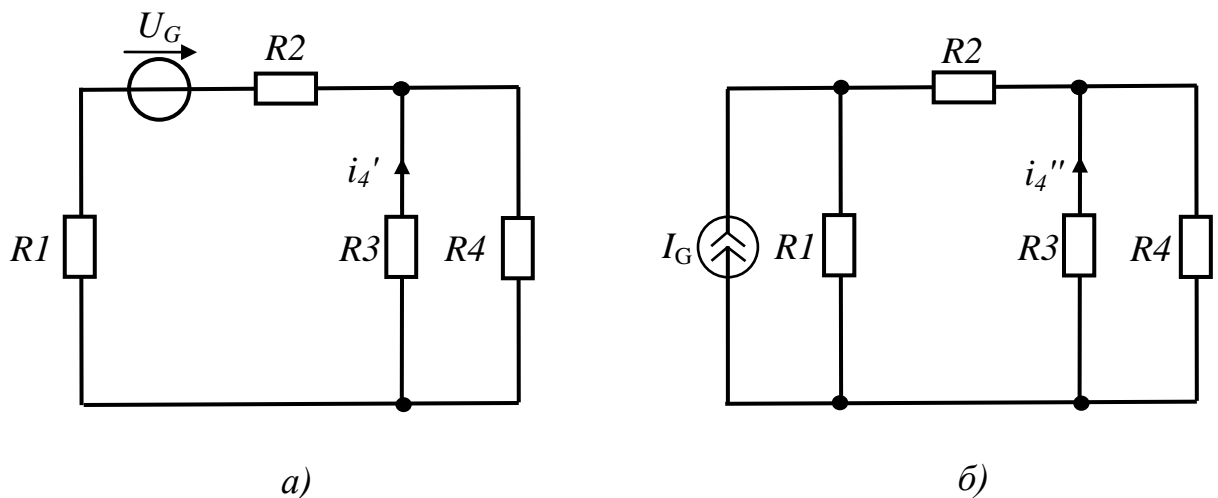


Рисунок 7 – Схеми заміщення для МН

Для кожної схеми знаходять часткові струми i_4' та i_4'' будь-яким зручним способом, а остаточне значення шуканого струму: $i_4 = i_4' + i_4''$.