

**МІНІСТЕРСТВО ВНУТРІШНІХ СПРАВ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ВНУТРІШНІХ СПРАВ
КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ ЛЬОТНИЙ КОЛЕДЖ**

Циклова комісія авіаційного і радіоелектронного обладнання

ТЕКСТ ЛЕКЦІЇ

навчальної дисципліни
«Основи електрики та електроніки, електричні
вимірювання та їх стандартизація»
обов'язкових компонент
освітньо-професійної програми
освітньо-професійної програми першого (бакалаврського) рівня вищої освіти

***272 Авіаційний транспорт
(Оператор безпілотних літальних апаратів)***

за темою № 23 - Похибки вимірювань

Кременчук 2023

ЗАТВЕРДЖЕНО

Науково-методичною радою
Харківського національного
університету внутрішніх справ
Протокол від 30.08.2023 № 7

СХВАЛЕНО

Методичною радою
Кременчуцького льотного коледжу
Харківського національного
університету внутрішніх справ
Протокол від 28.08.2023 № 1

ПОГОДЖЕНО

Секцією Науково-методичної ради
ХНУВС з технічних дисциплін
Протокол від 29.08.2023 № 7

Розглянуто на засіданні циклової комісії авіаційного і радіоелектронного обладнання, протокол від 28.08.2023р № 1

Розробник: викладач циклової комісії Авіаційного і радіоелектронного обладнання, к.т.н., доцент, спеціаліст вищої категорії, Юрко О.О.

Рецензенти:

1. К.т.н., спеціаліст вищої категорії, викладач-методист циклової комісії авіаційного і радіоелектронного обладнання Шмельов Ю.М.
2. Заступник директора з ОЛР, командир авіаційного загону ТОВ «ЕЙР ТАУРУС» Гетьман Ю.Ю.

План лекції:

1. Невизначеність результату вимірювання.
2. Правила запису результату вимірювання та подання похибок.
3. Прямі одноразові вимірювання.
4. Прямі багаторазові вимірювання.
5. Опосередковані одноразові вимірювання.

Рекомендована література (основна, допоміжна), інформаційні ресурси в Інтернеті

Основна:

1. Болюх В. Ф., Данько В. Г., Гончаров Є. В. Основи електротехніки, електроніки та мікропроцесорної техніки. Харків: Планета-Прінт, 2019. 248 с.
2. Васильєва Л. Д., Медведенко Б. І., Якименко Ю. І. Напівпровідникові прилади: Підручник. Київ: ІВЦ Видавництво "Політехніка", 2003. 338 с.
3. Кармазін В.В., Семенець В.В. Курс загальної фізики. Навчальний посібник для вищих навчальних закладів. Київ: Кондор, 2016. 786 с.
4. Коваль Ю. О., Гринченко Л. В., Милютченко І. О., Рибін О. І. Основи теорії кіл. Ч. 1. Харків: Компанія СМІТ, 2008. 432 с.
5. Колонтаєвський Ю. П., Сосков А. Г. Промислова електроніка та мікросхемотехніка: Теорія і практикум: навч. посіб. Київ: Каравела, 2004. 432 с.
6. Лавренова Д. Л., Хлистов В. М. Основи метрології та електричних вимірювань: навч. посіб. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. 133 с.

Допоміжна:

1. Андріяшик М. В., Вербицький Б. І., Король А.М. Курс фізики. Київ: Фламенко, 2008. 530 с.
2. Готра З. Ю., Лопатинський І. Є., Лукіянець Б. А., Микитюк З. М., Петрович І. В. Фізичні основи електронної техніки: Підручник. Львів: Видавництво "Бескид Бит", 2004. 880 с.
3. Гумен Б. М., Гуржій А. М., Співак В. М. Основи теорії електричних кіл: у 3 кн. Київ: Вища шк., 2003.
4. Дмитрієва В. Ф. Фізика: Навч. посіб, Київ: Техніка, 2008. 648 с.

Інформаційні ресурси в Інтернеті

1. <https://www.youtube.com/channel/UCWfhBu4fAt126ZbxREz3IBw>

Текст лекції

Результатом вимірювання називається значення величини, яке приписано до вимірювальної величини після завершення процедури вимірювання.

Значення величини обов'язково має супровід з характерних похибок. Останні бувають:

- 1) точкові - СКВ
- 2) інтервальні - межі інтервалу, та межі довірчого інтервалу.

Приклад 1. Записати результат вимірювання з різною вірогідністю.

1) $x \pm \Delta$

$(12,50 \pm 0,25)A$

тут довірна імовірність становить $P = 1$, що окремо не вказується.

2) $x \pm \Delta, P = \dots$

$(12,5 \pm 0,25)A, P = 0,95.$

1. Невизначеність результату вимірювання

Невизначеність - це оцінка, що характеризує діапазон значень, у якому є істинне значення вимірюваної величини. Фактично це є оцінкою якості результату вимірювання.

Невизначеність можна класифікувати в залежності від форми її подання (рис. 1).

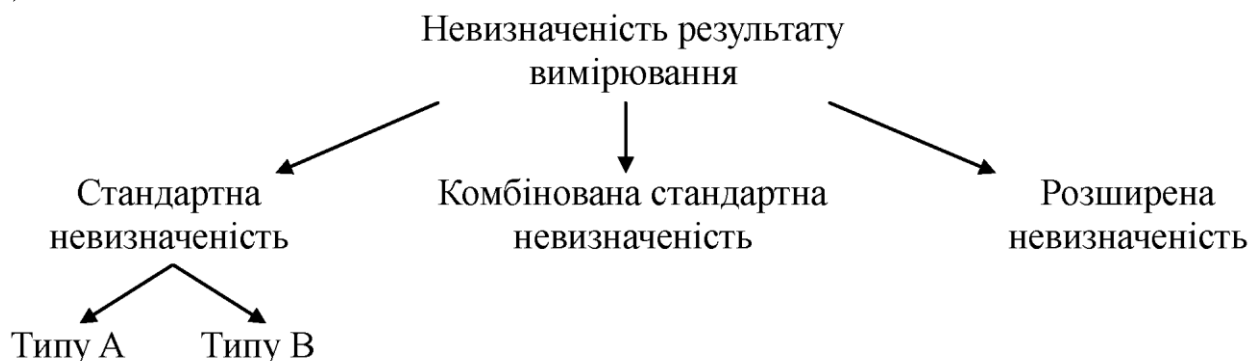


Рисунок 1 – Типи невизначеності

2) Стандартна невизначеність результату вимірювання виражається у СКВ.

– типу А оцінюється за допомогою статистичного аналізу ряду вимірювань; результат вимірювання в цьому випадку:

$$x, u,$$

де $u = S(x_i)$ - дисперсія середнього.

– типу В оцінюється за допомогою документованої інформації (дані попереднього вимірювання, нормовані характеристики об'єкту, дані про поведінку цього класу об'єктів, тощо); результат вимірювання в цьому випадку:

$$x, u.$$

3) Розширена невизначеність результату вимірювання виражається через інтервал біля результату вимірювання, і можна сподіватись, що більша

частина розподілу значень вимірюваної величини знаходиться в цьому інтервалі; результат вимірювання в цьому випадку:

$$x \pm u, P.$$

4) Комбінована невизначеність результату вимірювання оцінюється із ряду значень інших величин, що дорівнює додатному кореню з суми квадратів складових (складові дисперсії чи коваріації, зважені з урахуванням функції залежності); результат вимірювання в цьому випадку:

$$x, u_c.$$

2. Правила запису результату вимірювання та подання похибок

При запису результату вимірювання необхідно дотримуватися наступних правил:

1. В похибці, що записується в результаті вимірювання, подають не більше від двох значущих цифр.

2. В записі значення результату вимірювання кількість розрядів його дробової частини має бути такою ж як в похибці (останній розряд цифрового значення визначається останнім розрядом похибки).

3. Коли в похибці залишають дві значущі цифри, то їх отримують за допомогою округлення в більший бік.

4. Якщо в похибці залишають одну значущу цифру, то коли відкидається значення «5» і більше, округлення ведеться в більший бік, а коли менше за «5» – в менший бік.

5. Похибки, що записуються в результаті вимірювання можуть бути трьох видів:

- випадкові,
- не виключені систематичні,
- сумарні.

6. Точкові характеристики похибки використовують для проміжних результатів вимірювання. Остаточні результати вимірювання подаються із інтервальними характеристиками похибки ($\pm \Delta$), тоді записується

- за симетричного інтервалу $x \pm \Delta$,
- за несиметричного інтервалу $x, |\Delta_l| = \dots, |\Delta_h| = \dots$

3. Прямі одноразові вимірювання

Проводиться одне вимірювання і за паспортними даними на ЗВ, а також з урахуванням методу вимірювання, оцінюється загальна похибка:

$$\delta = \delta_m + \delta_{instr.},$$

де δ_m - методична похибка; $\delta_{instr.}$ - інструментальна похибка.

В свою чергу

$$\delta_{instr.} = \delta_{ЗВ} + \delta_{взаєм.},$$

де $\delta_{взаєм.}$ - похибка, спричинена взаємодією ЗВ та об'єкту вимірювання; $\delta_{ЗВ}$ - похибка засобу вимірювання.

4. Прямі багаторазові вимірювання

Проводиться n вимірювань однієї і тої самої величини, одним і тим самим ЗВ, за однакових умов. Таким чином, отримуємо n повторних значень (x_1, x_2, \dots, x_n) . Якщо випадкова похибка має нормальний закон розподілення, тоді правила обробки наступні:

1. Виключити відомі систематичні похибки - за необхідності.
2. Обрахувати середнє арифметичне результатів вимірювань

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i.$$

3. Обрахувати СКВ вибірки результатів вимірювань

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

– це сума випадкових відхилень, кожне з яких має або дорівнювати нулю, або бути на порядок менше за окремі випадкові відхилення.

4. Цензурувати вибірку та включити аномальні результати - за необхідності.

5. Перевірити гіпотезу про нормальність розподілу.

$$\sigma \left[\overset{o}{\Delta} \right] = \frac{S}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}.$$

6. Обрахувати СКВ випадкової складової похибки результатів вимірювання

7. Обрахувати характеристики невиключеної систематичної складової

$$\Delta_s = \frac{\gamma \cdot X_n}{100\%}.$$

похибки (за класом точності ЗВ, наприклад

8. Перевірити значущість випадкової систематичної складової похибки

$$\frac{\Delta_s}{\sigma \left[\overset{o}{\Delta} \right]} < 0,8$$

– якщо , тоді можна відкинути систематичну складову похибки;

тоді обирають α -процентній квантіль ($P_{\text{дов}}$), та за обсягом вибірки n за таблицями обирається коефіцієнт Стюдента t .

Деякі значення коефіцієнту Стюдента подані в табл. 1.

Таблиця 1 – Значення коефіцієнту Стюдента в залежності від вірогідності та обсягу вимірювань

Обсяг (кількість) вимірювань, n	Довірча вірогідність, $P_{\text{дов}}$	Коефіцієнт Стюдента, t
10	0,95 ($\alpha = 0,05$)	2,26
10	0,99 ($\alpha = 0,01$)	3,25
14	0,99 ($\alpha = 0,01$)	3,01

За обраними значеннями обраховується довірчий інтервал

$$\pm\Delta = \pm t \cdot \sigma \left[\overset{\circ}{\Delta} \right].$$

– якщо $\frac{\Delta_s}{\sigma \left[\overset{\circ}{\Delta} \right]} > 8$ тоді можна відкинути випадкову складову похибки; довірчий інтервал в цьому випадку буде $\pm\Delta = \pm\Delta_x$.

– якщо $0,8 < \frac{\Delta_s}{\sigma \left[\overset{\circ}{\Delta} \right]} < 8$, тоді необхідно об'єднати систематичну та випадкову складові похибки; довірчий інтервал в цьому випадку обраховується наступним чином

$$\pm\Delta = \pm \left(\Delta_s \otimes \overset{\circ}{\Delta} \right) = \pm K_{\Sigma} \cdot \sigma_{\Sigma} [\Delta],$$

$$\sigma_{\Sigma} [\Delta] = \sqrt{\sigma^2 \left[\overset{\circ}{\Delta} \right] + \frac{\Delta_s^2}{3}},$$

де $\sigma_{\Sigma} [\Delta]$ - СКВ сумарної похибки

$$K_{\Sigma} = \frac{\Delta_s + t \cdot \sigma \left[\overset{\circ}{\Delta} \right]}{\sigma \left[\overset{\circ}{\Delta} \right] + \frac{\Delta_s}{3}}.$$

K_{Σ} - коефіцієнт об'єднання

9. Записати результат вимірювань

$$x \pm \Delta \text{ або } x \pm \Delta, P$$

Приклад 2. Проведено 10 вимірювань напруги, отримано наступні значення: 124В; 125В; 123В; 125В; 127В; 124В; 124В; 123В; 124В; 127В. Межа вимірювання вольтметра становила $U_{max} = 150 \text{ В}$, а його клас точності 0,2. Обрахувати і записати результат вимірювання.

Знаходимо середнє:

$$U = 1/10 (124 + 125 + 123 + 125 + 127 + 124 + 124 + 123 + 124 + 124) \text{ В} = 124,6$$

В

Знаходимо дисперсію:

$$S^2 = \frac{1}{10-1} \left[(124-124,3)^2 + (125-124,3)^2 + (123-124,3)^2 + (125-124,3)^2 + \right. \\ \left. + (127-124,3)^2 + (124-124,3)^2 + (124-124,3)^2 + (123-124,3)^2 + (124-124,3)^2 + \right. \\ \left. + (124-124,3)^2 \right] B^2 = \frac{1}{9} [0,3^2 + 0,7^2 + 1,3^2 + 0,7^2 + 2,7^2 + 0,3^2 + 0,3^2 + 1,3^2 + \\ + 0,3^2 + 0,3^2] B^2 \approx \frac{15,3B^2}{9} = 2,04B^2$$

$$S = \sqrt{1,7B^2} \approx 1,43B$$

Знаходимо СКВ:

$$\sigma \left[\overset{\circ}{\Delta} \right] = \frac{1,3B}{\sqrt{10}} \approx 0,45B$$

Знаходимо систематичну похибку за класом точності 3В:

$$\Delta_s = \frac{0,2\% \cdot 150B}{100\%} = 0,3B$$

Порівнюємо систематичну та випадкову похибки:

$$\frac{\Delta_s}{\sigma \left[\overset{\circ}{\Delta} \right]} = \frac{0,3B}{0,45B} \approx 0,67 < 0,8$$

$$\pm \Delta = \pm t \cdot \sigma \left[\overset{\circ}{\Delta} \right].$$

значить маємо обрахувати

Обираємо за таблицею $t = 2,26$ (для $n = 10$, $P_{\text{дов}} = 0,95$). Тоді $\pm \Delta = \pm (2,26 \cdot 0,45B) \approx 1,02B$.

Результат вимірювання: $(124,60 \pm 1,02)B$.

5. Опосередковані одноразові вимірювання

При опосередкованих вимірюваннях результат знаходять через залежність між вимірюваною (шуканою) величиною та величинами-аргументами. Тоді можна стверджувати, що загальна похибка вимірювальної величини має так само залежати від похибок величин-аргументів, тобто якщо рівняння опосередкованого вимірювання:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_m),$$

де y - результат опосередкованого вимірювання; x_i - результати прямих вимірювань, які містять свої систематичні похибки Δ_{si} .

Тоді можна записати:

$$\Delta_{si} = f(x_1 \pm \Delta_1, x_2 \pm \Delta_2, \dots, x_m \pm \Delta_m) - f(x_1, x_2, \dots, x_m).$$

Ця формула має назву формули повних приростів. Її недолік полягає в тому, що вона не зручна для аналізу, оскільки не можна оцінити вклад кожної похибки в загальний результат.

Оцінка систематичної похибки результату опосередкованого вимірювання. Формулу повних приростів можна представити у вигляді:

$$f(x_1 + \Delta_{s1}, x_2 + \Delta_{s2}, \dots, x_m + \Delta_{sm}) = f(x_1, x_2, \dots, x_m) + \sum_{i=1}^m \Delta_{si}$$

Звідси остаточний вираз для похибки результату опосередкованого вимірювання:

$$\Delta_{sy} = \sum_{i=1}^m \frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta_{si},$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_i}$$

де $\frac{\partial f}{\partial x_i}$ – ваговий коефіцієнт.

Таблиця 2 – Окремі випадки визначення систематичної похибки опосередкованих вимірювань

функція залежності	систематична похибка
$y = \sum_{i=1}^m a_i \cdot x_i$ (сума аргументів)	$\Delta_{sy} = \sum_{i=1}^m a_i \cdot \Delta_{si}$
$y = \prod_{i=1}^m x_i$ (добуток аргументів)	$\delta_{sy} = \sum_{i=1}^m \delta_{si}$
$y = x_1^\alpha \cdot x_2^\beta \cdot \dots$ (доданок ступенів аргументів)	$\delta_{sy} = \alpha \cdot \delta_{s1} + \beta \cdot \delta_{s2} + \dots$
$y = c \cdot x$ (лінійна залежність, $c = const$)	$\delta_{sy} = \delta_{sx}$

Оцінка випадкової похибки результату опосередкованого вимірювання. Так само, як для систематичної похибки, на основі формули повних приростів для випадкової похибки можна записати:

$$\overset{\circ}{\Delta}_y = \sum_{i=1}^m \frac{\partial f}{\partial x_i} \overset{\circ}{\Delta}_i.$$

Якщо випадкові похибки окремих величин-аргументів незалежні одна від одної, тоді:

$$\sigma \left[\overset{\circ}{\Delta}_y \right] = \sqrt{\sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \sigma \left[\overset{\circ}{\Delta}_i \right] \right)^2}$$

якщо випадкові похибки окремих величин-аргументів корельовані, тоді:

$$\sigma \left[\overset{\circ}{\Delta}_y \right] = \sqrt{\sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \sigma \left[\overset{\circ}{\Delta}_i \right] \right)^2 + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \sigma \left[\overset{\circ}{\Delta}_i \right] \cdot \frac{\partial f}{\partial x_j} \sigma \left[\overset{\circ}{\Delta}_j \right] \cdot r_{ij} \right)},$$

де r_{ij} - коефіцієнт кореляції ($0 < |r_{ij}| < 1$).

Якщо кореляційний зв'язок між величинами-аргументами жорсткий, тоді $r_{ij} = 1$. В цьому випадку відбувається алгебраїчне сумування величин:

$$\sigma \left[\overset{\circ}{\Delta}_y \right] = \sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \sigma \left[\overset{\circ}{\Delta}_i \right] \right),$$

тобто випадкові корельовано похибки підсумовуються із врахуванням знака.

Якщо кореляційний зв'язок між величинами-аргументами відсутній, тоді $r_{ij} = 0$. В цьому випадку відбувається геометричне сумування величин:

$$\sigma \left[\overset{\circ}{\Delta}_y \right] = \sqrt{\sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \sigma \left[\overset{\circ}{\Delta}_i \right] \right)^2},$$

тобто некорельовані випадкові похибки просто накопичуються.

Таблиця 3 – Окремі випадки визначення випадкової похибки опосередкованих вимірювань

функція залежності	систематична похибка
$y = \sum_{i=1}^m a_i \cdot x_i$ (сума аргументів)	$\sigma \left[\overset{\circ}{\Delta}_y \right] = \sqrt{\sum_{i=1}^m a_i^2 \cdot \sigma \left[\overset{\circ}{\Delta}_i \right]^2}$
$y = \prod_{i=1}^m x_i$ (добуток аргументів)	$\sigma \left[\overset{\circ}{\delta}_y \right] = \sqrt{\sum_{i=1}^m \sigma \left[\overset{\circ}{\delta}_i \right]^2}$
$y = x_1^\alpha \cdot x_2^\beta \cdot \dots$ (доданок ступенів аргументів)	$\sigma \left[\overset{\circ}{\delta}_y \right] = \sqrt{\alpha^2 \cdot \sigma \left[\overset{\circ}{\delta}_1 \right]^2 + \beta^2 \cdot \sigma \left[\overset{\circ}{\delta}_2 \right]^2 + \dots}$
$y = c \cdot x$ (лінійна залежність, $c = \text{const}$)	$\sigma \left[\overset{\circ}{\delta}_y \right] = \sigma \left[\overset{\circ}{\delta}_x \right]$

Подання результатів опосередкованих вимірювань. Величини-аргументи функції залежності при опосередкованих вимірюваннях можуть бути результатами прямих, сукупних або сумісних вимірювань. Вони можуть бути фізичними константами або значеннями, що взяті з декількох фізичних умов.

При поданні результату опосередкованих вимірювань виходять з того, що:

- результати вимірювань величини-аргументів є величинами сталими,
- відомі систематичні похибки величини-аргументів вже виключені,
- невиключені систематичні похибки величини-аргументів завдані своїми межами $x_1 \pm \Delta_{S1}, x_2 \pm \Delta_{S2}, \dots, x_m \pm \Delta_{Sm}$.

Тоді результат опосередкованих вимірювань має містити такі складові:

- результат функції залежності $y = f(x_1, x_2, \dots, x_m)$,
- невиключену систематичну похибку функції залежності Δ_{Sy} .

Подання результатів опосередкованих вимірювань коли залежність лінійна. Функціональна залежність:

$$y = \sum_{i=1}^m a_i \cdot x_i = a_1 \cdot x_1 + a_2 \cdot x_2 + \dots + a_m \cdot x_m.$$

Тоді за умови, що довірна імовірність становить $P_{\text{дов}} = 1$, систематична похибка становить:

$$\pm \Delta_{sy} = \pm \sum_{i=1}^m a_i \cdot \Delta_{si}.$$

Якщо довірна імовірність $P_{\text{дов}} \Phi 1$, систематична похибка становить:

$$\pm \Delta_{sy}(P) = \pm K \sqrt{\sum_{i=1}^m a_i^2 \cdot \Delta_{Si}^2},$$

де K - коефіцієнт, що залежить від довірчої імовірності, з якою оцінюється результат вимірювання, та кількості аргументів m (табл. 4).

Таблиця 4 – Значення коефіцієнту розширення для $P_{\text{дов}} \neq 1$.

Кількість аргументів, m	Довірча вірогідність, $P_{\text{дов}}$	Коефіцієнт, K
для будь-якого m	0,95 ($\alpha = 0,05$)	1,1
2	0,99 ($\alpha = 0,01$)	1,42
3	0,99 ($\alpha = 0,01$)	1,43
4	0,99 ($\alpha = 0,01$)	1,44
> 4	0,99 ($\alpha = 0,01$)	1,45

Результат вимірювання:

$$(y \pm \Delta_{sy})$$

або $y, \Delta(P) = \dots, P = \dots$

або $y, \sigma[\Delta_{sy}]$, вид розподілу

де $\sigma[\Delta_{sy}]$ - точкова характеристика - СКВ невиключеної систематичної похибки

$$\sigma[\Delta_{sy}] = \sqrt{\sum_{i=1}^m a_i^2 \cdot \frac{\Delta_{Si}^2}{3}}.$$

Подання результатів опосередкованих вимірювань коли залежність нелінійна. Якщо залежність нелінійна, тоді для похибок величин- аргументів, що не перевищують 10%, можна провести лінеаризацію. Тобто вже буде:

$$\Delta_y = \frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta_{s1} + \frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta_{s2} + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_m} \Delta_{sm}$$

Результат вимірювання подається так само, як і у попередньому

$$a_i = \frac{\partial y}{\partial x_i}.$$

випадку, але тут вже ваговий коефіцієнт становить

Приклад. Напруга вимірялася опосередковано через функціональну залежність $U = 4p \sim R$. При цьому омметр показав $R = 20,5 \text{ Ом}$, його клас точності $0,2/0,1$, а межа вимірювання становить $99,9 \text{ Ом}$. Ватметр показав $P = 201,6 \text{ Вт}$, його клас точності $0,2$, а межа вимірювання становить 300 Вт . Додаткова температурна похибка ватметру становить $y_t^\circ = 0,3 \cdot \gamma_o$.

$$U = \sqrt{R \cdot P} = \sqrt{20,5 \cdot 201,6} \approx 64,287 \text{ В};$$

$$\Delta_U = \frac{\partial U}{\partial R} \Delta_R + \frac{\partial U}{\partial P} \Delta_P = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{P}{R}} \Delta_R + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R}{P}} \Delta_P$$

або

$$\delta_U = \frac{1}{2} \delta_R + \frac{1}{2} \delta_P$$

Варіант рішення 1

1) знаходимо систематичну абсолютну похибку вимірювання опору омметром:

$$\Delta_{oR} = \frac{\delta_{oR} \cdot R_k}{100\%} = \frac{\pm \left[0,2\% + 0,1\% \left(\frac{99,9 \text{ Ом}}{20,5 \text{ Ом}} - 1 \right) \right] \cdot 20,5 \text{ Ом}}{100\%} = \pm 0,1204 \text{ Ом},$$

Записати результат опосередкованого вимірювання.

$$\Delta_{oP} = \frac{\gamma \cdot P_k}{100\%} = \frac{0,2\% \cdot 300 \text{ Вт}}{100\%} = \pm 0,6 \text{ Вт},$$

$$\Delta_{\partial \partial P} = 0,3 \cdot \Delta_{oP} = 0,3(\pm 0,6 \text{ Вт}) = \pm 0,18 \text{ Вт},$$

$$\Delta_P = \Delta_{oP} + \Delta_{\partial \partial P} = (\pm 0,6 \text{ Вт}) + (\pm 0,18 \text{ Вт}) = \pm 0,78 \text{ Вт}$$

3) знаходимо похибку опосередкованого вимірювання напруги

$$\Delta_U = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{201,6}{20,5}} (\pm 0,1204) + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{20,5}{201,6}} (\pm 0,78) \approx 0,189 \text{ В} + 0,125 \text{ В} = 0,314 \text{ В}.$$

Результат вимірювання: $(64,28 \pm 0,31) \text{ В}$. 4) або для довірчої вірогідності $P_{\partial \partial} = 0,95$

$$\Delta_U (P = 0,95) = 1,1 \sqrt{\left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{P}{R}} \Delta_R \right)^2 + \left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{R}{P}} \Delta_P \right)^2} \approx 0,25 \text{ В}.$$

2) знаходимо систематичну абсолютну похибку вимірювання потужності ватметром:

Результат вимірювання: $64,28 \text{ В}$, $\backslash A(P) \backslash = 0,25 \text{ В}$, $P = 0,95$.

Варіант рішення 2

1) знаходимо систематичну відносну похибку вимірювання опору омметром:

$$\delta_{oR} = \pm \left[c + d \left(\frac{R_k}{R} - 1 \right) \right] \% = \pm \left[0,2\% + 0,1\% \left(\frac{99,9 \text{ Ом}}{20,5 \text{ Ом}} - 1 \right) \right] \approx 0,587\%.$$

2) знаходимо систематичну відносну похибку вимірювання потужності ватметром:

$$\delta_{oP} = \frac{\gamma \cdot P_{\kappa}}{100\%} \cdot \frac{100\%}{P} = \gamma \frac{P_{\kappa}}{P} = 0,2\% \cdot \frac{300Bm}{201,6Bm} = \pm 0,298\%,$$

$$\delta_{\partial\partial P} = 0,3 \cdot \delta_{oP} = 0,3(\pm 0,298\%) = \pm 0,0894\%,$$

$$\delta_P = \delta_{oP} + \delta_{\partial\partial P} = (\pm 0,298\%) + (\pm 0,0894\%) = \pm 0,3874\%$$

3) знаходимо похибку опосередкованого вимірювання напруги

$$\delta_U = \frac{1}{2}\delta_R + \frac{1}{2}\delta_P = \frac{1}{2}(\pm 0,587) + \frac{1}{2}(\pm 0,3874) = \pm 0,4872\%$$

$$\Delta_U = \frac{\delta_U \cdot U}{100\%} = \frac{\pm 0,4872\% \cdot 64,28B}{100\%} \approx \pm 0,31B.$$

Результат вимірювання: $(64,28 \pm 0,31)B$. 4) або для довірчої вірогідності

$$P_{\partial\partial} = 0,95$$

$$\delta_U(P=0,95) = 1,1 \sqrt{\left(\frac{1}{2}\delta_R\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\delta_P\right)^2} = 1,1 \sqrt{\left(\frac{1}{2}0,587\%\right)^2 + \left(\frac{1}{2}0,3874\%\right)^2} \approx 0,387\%$$

$$\Delta_U = \frac{\delta_U(P=0,95) \cdot U}{100\%} = \frac{\pm 0,387\% \cdot 64,28B}{100\%} \approx \pm 0,25B$$

Результат вимірювання: $64,28B, \Delta(P) = 0,25B, P = 0,95$.