

**МІНІСТЕРСТВО ВНУТРІШНІХ СПРАВ УКРАЇНИ  
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ВНУТРІШНІХ СПРАВ  
КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ ЛЬОТНИЙ КОЛЕДЖ**

**Циклова комісія авіаційного і радіоелектронного обладнання**

**ТЕКСТ ЛЕКЦІЇ**

з навчальної дисципліни «Теорія автоматичного управління»  
вибіркових компонент  
освітньо-професійної програми першого (бакалаврського) рівня вищої  
освіти

***272 Авіаційний транспорт  
(Аеронавігація)***

**За темою № 5 – Динамічні характеристики елементів АСУ**

**ЗАТВЕРДЖЕНО**

Науково-методичною радою  
Харківського національного  
університету внутрішніх справ  
Протокол від 30.08.2023 № 7

**ПОГОДЖЕНО**

Секцією науково-методичної ради  
ХНУВС з технічних дисциплін  
Протокол від 29.08.2023 № 7

**СХВАЛЕНО**

Методичною радою  
Кременчуцького льотного  
коледжу Харківського  
національного  
університету внутрішніх справ  
Протокол від 28.08.2023 № 1

Розглянуто на засіданні циклової комісії авіаційного і радіоелектронного обладнання протокол від 28.08.2023 № 1

**Розробник:** викладач циклової комісії авіаційного і радіоелектронного обладнання, к.т.н., професор, спеціаліст вищої категорії Гаврилюк Ю.М.

**Рецензенти:**

1. Заступник директора з ОЛР, командир авіаційного загону ТОВ «ЕЙР ТАУРУС» Гетьман Ю.Ю.
2. Кт.н., спеціаліст вищої категорії, викладач-методист циклової комісії авіаційного і радіоелектронного обладнання Шмельов Ю.М.

## План лекції

1. Форми динамічних характеристик
2. Звичайне диференціальне рівняння
3. Часові характеристики
4. Передаточна функція
5. Частотні характеристики

## Рекомендована література

### Основна:

1. Попович М.Г., Ковальчук О.В. Теорія автоматичного керування: Підручник. – К.: Либідь, 2007. – 656 с.

### Допоміжна:

2. Бобух А.О. Автоматизація інженерних систем: Навч. посібник. – Харків: ХНАМГ, 2005. – 212 с.

## Текст лекції

### 1. Форми динамічних характеристик

Передаточні властивості елементів (зв'язок між входом і виходом) в динамічному режимі описують за допомогою динамічних характеристик.

#### Розрізняють 4 форми динамічних характеристик:

1. Звичайне диференціальне рівняння;
2. Часові характеристики;
3. Передаточна функція;
4. Частотні характеристики.

Кожна з перелічених характеристик містить інформацію про стан об'єкта у динамічному режимі. Нижче наведені їх характеристики.

### 2. Звичайне диференціальне рівняння

Це найбільш загальна і повна форма описання передаточних властивостей елементів АСУ.

**Примітка:** звичайним диференціальне рівняння називається у випадку, коли функція залежить від однієї змінної.

Для динамічних режимів застосовується рівняння динаміки, яке має вигляд:

$$\Phi [y(t), y'(t) \dots y''(t); x(t), x''(t), t] = 0 \quad (5.1)$$

Величини  $y(t)$  і  $x(t)$ , їх похідні зв'язують з конкретними фізичними величинами (параметрами), що змінюються в часі  $t$ . Такими параметрами можуть бути маса тіла, електричний опір, напруга.

Більшість реальних елементів описуються нелінійними диференціальними рівняннями. Вони містять добутки, частки, степені змінних  $x(t)$  і  $y(t)$  та їх похідних. Такі рівняння більш складні у порівнянні з лінійними. Тому намагаються перейти від нелінійних до лінійних рівнянь. І досягають цього за допомогою методів лінеаризації.

### 3. Часові характеристики

Диференціальні рівняння не дають наочного уявлення про динамічні властивості елемента. Ця задача може бути вирішена за допомогою перехідної функції  $y(t)$ , тобто зміни в часі вихідної величини  $y$  при одиничному ступінчастому впливі (рис. 5.1)

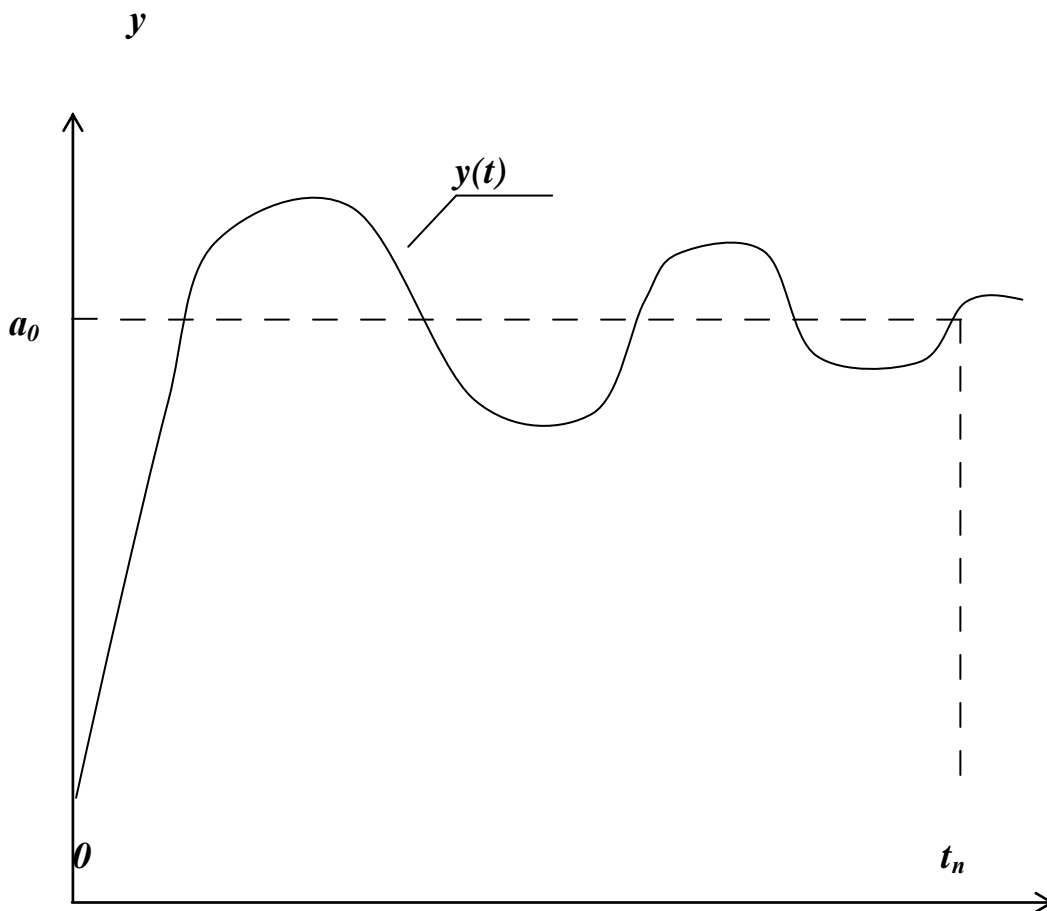


Рис. 5.1 Часова характеристика елемента :  $a_0$  – ступінчастий вплив,  $t_n$  – тривалість перехідного процесу

Перехідна функція виконує роль часової характеристики. Ілюстрацією часової характеристики може бути запис зміни сигналу на моніторі осцилографа.

#### 4. Передаточна функція

Це математична форма зв'язку між входом і виходом лінійної системи. Вона використовує перетворення Лапласа.

**Примітка:** Перетворення Лапласа зв'язує функцію комплексної змінної (зображення) і дійсної змінної (оригіналу). Позначається  $L$ .

Передаточна функція системи описується як відношення перетворення  $\underline{L}$  вихідного сигналу до  $L$  вхідного сигналу.

Для спрощення розрахунків оригінал приймають типовим (наприклад, ступінчастим одиничним  $x = I(t)$ ). Перетворення  $L [I(t)]$  знаходять по спеціальній таблиці Лапласа.

Знаючи величину вхідного сигналу і передаточну функцію системи, можна задавати вихідний сигнал.

В результаті передаточна функція приймає вигляд:

$$W(P) = \frac{Y(P)}{X(P)} \quad (5.2)$$

$W(P)$  – передаточна функція;

$Y(P)$  - зображення вихідної величини (по Лапласу);

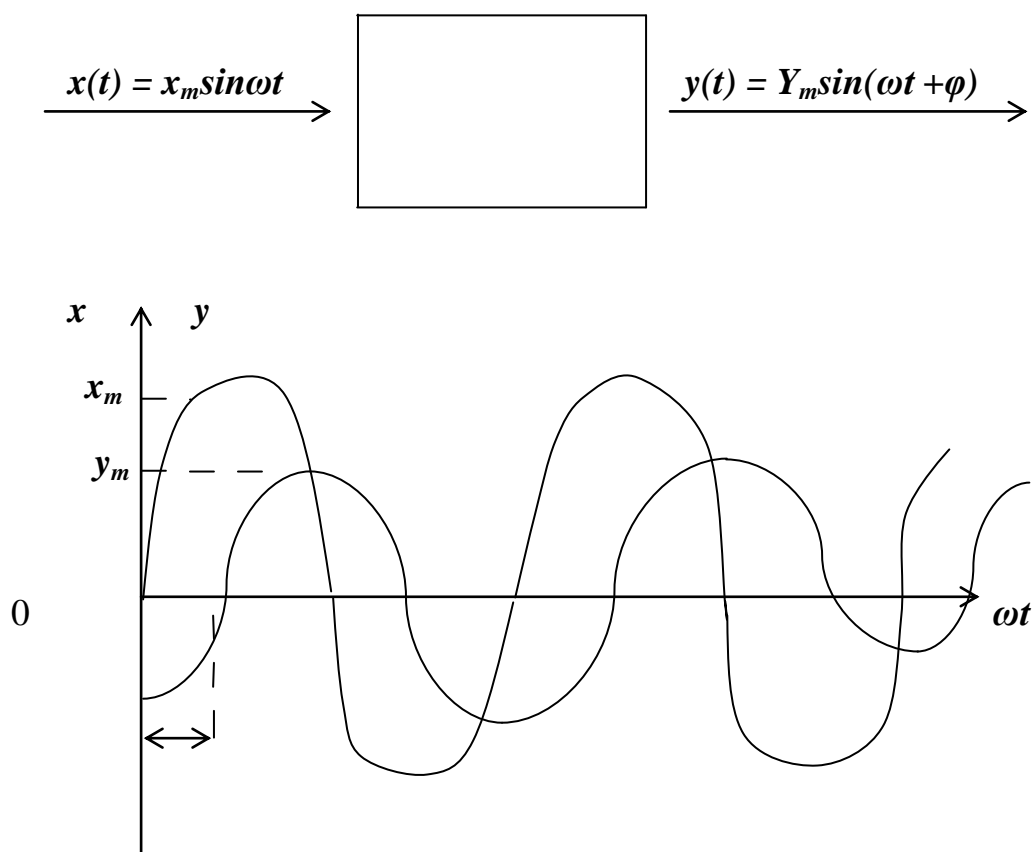
$X(P)$  – зображення вхідної величини (по Лапласу).

Таким чином передаточна функція визначається як відношення зображення вихідної величини до зображення вхідної величини при нульових початкових умовах (тобто не в середині процесу, а на його початку). Значення

передаточної функції можуть змінюватись від нуля до  $\infty$ . (Відповідні назви «нуль» і «полюс» передаточної функції).

## 5. Частотні характеристики

Частотні характеристики описують передаточні властивості елементів Асу в режимі усталених гармонічних коливань, що викликані зовнішнім гармонічним впливом. Сутність частотних характеристик ілюструє рис. 5.2.



**Рис. 5.2. Частотні характеристики**

На вхід лінійного елемента в момент часу  $t=0$  подано гармонічний сигнал (вплив) з частотою  $\omega$ :  $x(t) = x_m \sin \omega t$  (5.3)

Після завершення перехідного процесу встановлюється режим вимушених коливань і вихідна величина  $y(t)$  починає змінюватись по тому ж

закону, що і вхідна величина  $x(t)$ , але з іншою амплітудою  $Y_m$  і з фазовим зсувом  $\varphi$  в часі відносно вхідного сигналу:

$$y(t) = y_m \sin(\omega t + \varphi) \quad (5.4)$$

Експериментально встановлено, що амплітуда  $y_m$  і фазовий зсув  $\varphi$  залежать від частоти.

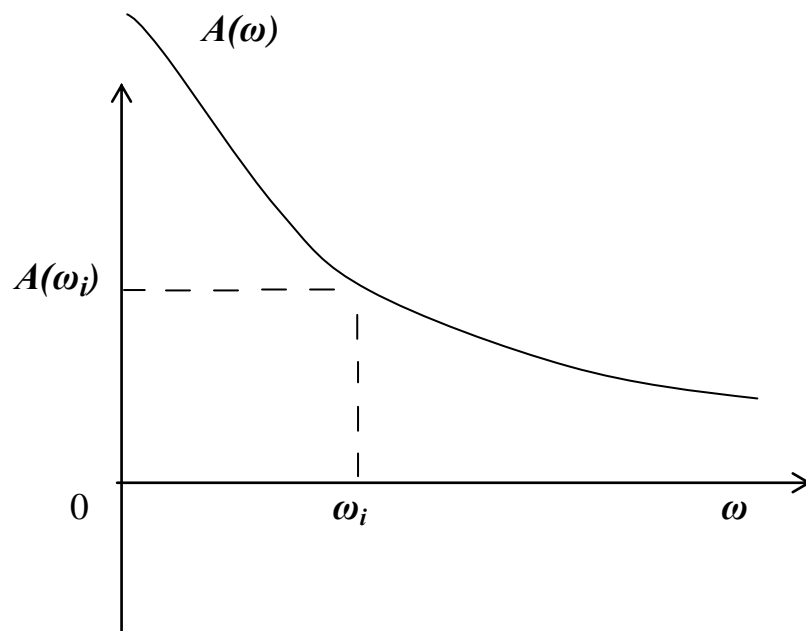
Залежність параметрів системи від частоти носить назву «частотна характеристика». В ТАУ використовують такі види частотних характеристик:

- Амплітудна частотна характеристика (АЧХ);
- Фазова частотна характеристика (ФЧХ);
- Амплітудно – фазова частотна характеристика (АФЧХ).

**Амплітудна частотна характеристика (АЧХ)** – це залежність відношення амплітуд вихідного і вхідного сигналів від частоти.

$$A(\omega) = \frac{Y_m}{X_m} \quad (5.5)$$

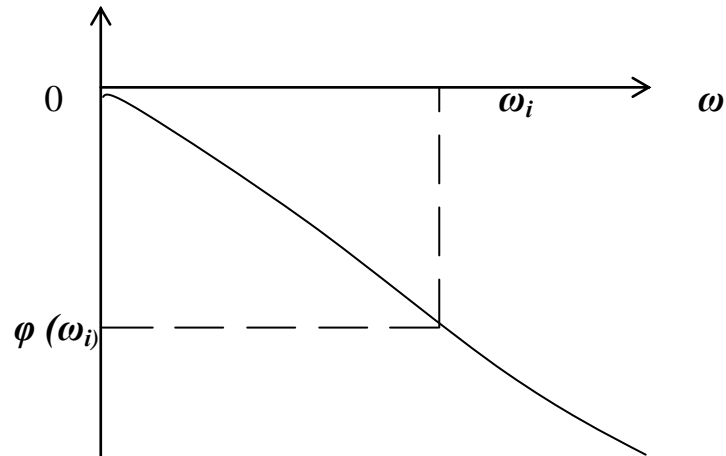
АЧХ показує, як елемент пропускає сигнали різної частоти. Приклади АЧХ наведено на рис. 5.3



**Рис. 5.3 Амплітудна частотна характеристика**

**Фазова частотна характеристика (ФЧХ)** – це залежність фазового зсуву  $\varphi$  між вхідним і вихідним сигналами від частоти. ФЧХ показує, яке відставання або випередження вихідного сигналу по фазі створює елемент при різних частотах.

Приклад ФЧХ наведено на рис. 5.4

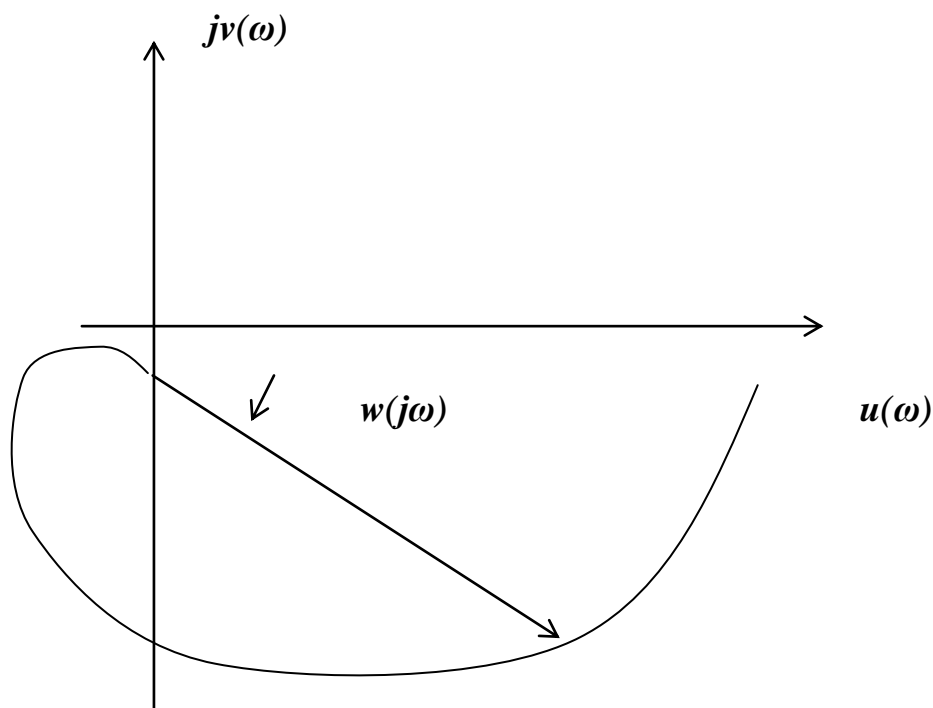


**Рис. 5.4 Фазова частотна характеристика**

Амплітудну і фазову характеристику можна об'єднати в одну – амплітудно – фазову частотну характеристику. АФЧХ зображується функцією комплексної змінної  $j\omega$

$$w(j\omega) = A(\omega) e^{j\varphi(\omega)} \quad (5.6)$$

Графічно АФЧХ має вигляд показаний на рис 5.5



**Рис. 5.5 Амплітудно – фазова частотна характеристика**



На комплексній площині в координатах  $U(\omega)$  дійсна вісь і  $jv(\omega)$  – уявна вісь зображено криву залежності передаточної функції від частоти.

$$w(j\omega) = u(\omega) + jv(\omega) \quad (5.7), \text{ де}$$

$w(j\omega)$  – вектор передаточної інформації;

$A(\omega)$  – модуль функції;

$\varphi(\omega)$  – аргумент функції.

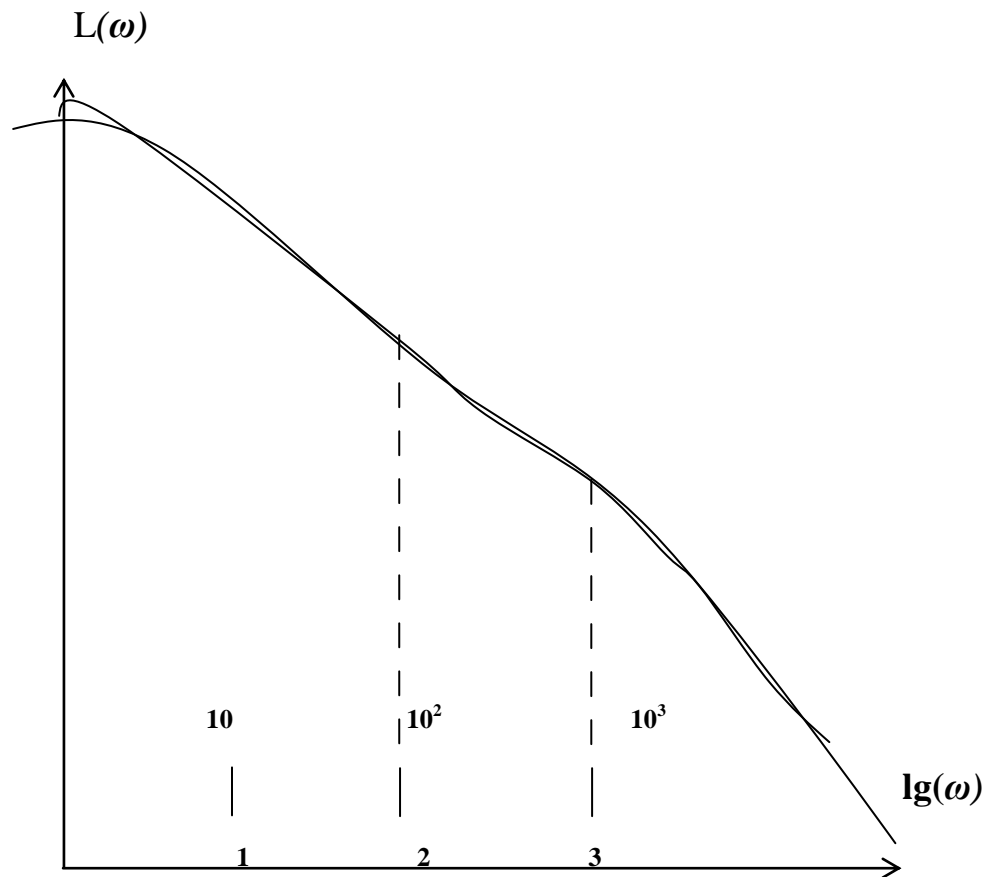
Кожному фіксованому значенню частоти  $\omega$  відповідає комплексне число  $w(j\omega)$ , яке на комплексній площині можна зобразити вектором довжиною  $A(\omega)$  і кутом повороту  $\varphi(\omega)$ .

Від’ємні значення  $\varphi(\omega)$ , що відповідають відставанню вихідного сигналу від вхідного прийнято відлічувати по стрілці годинника від позитивного напрямку дійсної осі.

При зміні частоти від 0 до  $\infty$  вектор  $w(j\omega)$  обертається навколо початку координат, одночасно змінюється довжина вектору.

Крива, яку при цьому описує кінець вектору є амплітудно – фазова частотна характеристика (АФЧХ).

При практичних розрахунках АСУ зручно використовувати частотні характеристики, побудовані у логарифмічній системі координат. Такі характеристики називають **логарифмічними**. Вони мають меншу кривизну і тому можуть бути наближено замінені ломаними лініями, як показано на рис. 5.8.



**Рис. 5.6 Логарифмічна частотна характеристика**

За одиницю довжини по осі частот приймають декаду.

**Декада** – це інтервал частот між довільним значенням частоти  $\omega_I$  і його **10 – кратним значенням  $10 \omega_I$** .

Таким чином відрізок логарифмічної осі, що відповідає одній декаді, дорівнює 1.

Логарифмічну систему координат використовують при дослідженні амплітудних частотних характеристик.

### **Висновки по темі № 5**

1. Основні форми динамічних характеристик АСУ: звичайне диференціальне рівняння; часові характеристики; передаточна функція; частотні характеристики.
2. Математичною формою зв'язку входом і виходом лінійних систем є **перетворення Лапласа**.

3. Види частотних характеристик: ампліудно-частотна (АЧХ); фазово-частотна (ФЧХ); ампліудно-фазова частотна характеристика (АФЧХ).

4. На практиці застосовують **логарифмічні частотні характеристики**, побудовані у логарифмічній системі координат.