

**МІНІСТЕРСТВО ВНУТРІШНІХ СПРАВ УКРАЇНИ  
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ВНУТРІШНІХ СПРАВ  
КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ ЛЬОТНИЙ КОЛЕДЖ**

**Циклова комісія авіаційного і радіоелектронного обладнання**

**ТЕКСТ ЛЕКЦІЇ**

з навчальної дисципліни «Теорія автоматичного управління»  
вибіркових компонент  
освітньо-професійної програми першого (бакалаврського) рівня вищої  
освіти

***272 Авіаційний транспорт  
(Аеронавігація)***

**За темою № 6 - Типові динамічні ланки**

**Кременчук 2023**

**ЗАТВЕРДЖЕНО**

Науково-методичною радою  
Харківського національного  
університету внутрішніх справ  
Протокол від 30.08.2023 № 7

**СХВАЛЕНО**

Методичною радою  
Кременчуцького льотного  
коледжу Харківського  
національного  
університету внутрішніх справ  
Протокол від 28.08.2023 № 1

**ПОГОДЖЕНО**

Секцією науково-методичної ради  
ХНУВС з технічних дисциплін  
Протокол від 29.08.2023 № 7

Розглянуто на засіданні циклової комісії авіаційного і радіоелектронного  
обладнання протокол від 28.08.2023 № 1

**Розробник:** викладач циклової комісії авіаційного і радіоелектронного  
обладнання, к.т.н., професор, спеціаліст вищої категорії Гаврилюк Ю.М.

**Рецензенти:**

1. Заступник директора з ОЛР, командир авіаційного загону ТОВ «ЕЙР  
ТАУРУС» Гетьман Ю.Ю.

2. Кт.н., спеціаліст вищої категорії, викладач-методист циклової комісії  
авіаційного і радіоелектронного обладнання Шмельов Ю.М.

### **План лекції**

1. Вивчення типових динамічних ланок. Поняття елементарної ланки
2. Передаточні функції (ПФ) типових динамічних ланок
3. Типи регуляторів АСУ

### **Рекомендована література**

#### **Основна:**

1. Попович М.Г., Ковальчук О.В. Теорія автоматичного керування: Підручник. – К.: Либідь, 2007. – 656 с.

#### **Допоміжна:**

2. Опорний конспект лекцій з дисципліни «Теорія автоматичного управління» / Укл. Николайчук Я.М., Возна Н.Я. – Тернопіль: гал – друк., 2015. – 59с.

### **Текст лекції**

#### **1. Визначення типових динамічних ланок. Елементарна ланка**

Основними складовими частинами АСУ обирають такі ланки, які можна описати доступними для аналізу математичними виразами. Ці вирази пов'язують вхідні і вихідні величини різних функціональних елементів. При цьому обирають такі співвідношення між величинами, які за допомогою деяких спрощень дозволяють описувати динамічні ланки.

Частіше всього використовують такі ланки, які описуються звичайними диференціальними рівняннями, тобто такими, де шукана функція залежить від однієї змінної.

Алгоритмічні ланки, які описуються звичайними диференціальними рівняннями, називаються **типовими**.

Частіше використовуються лінійні диференціальні рівняння (тобто рівняння першого порядку), хоч і застосовуються і диференціальні рівняння другого порядку (для більш складних АСУ).

Будь – яка складна ланка може бути представлена як з'єднання найпростіших (типових) ланок.

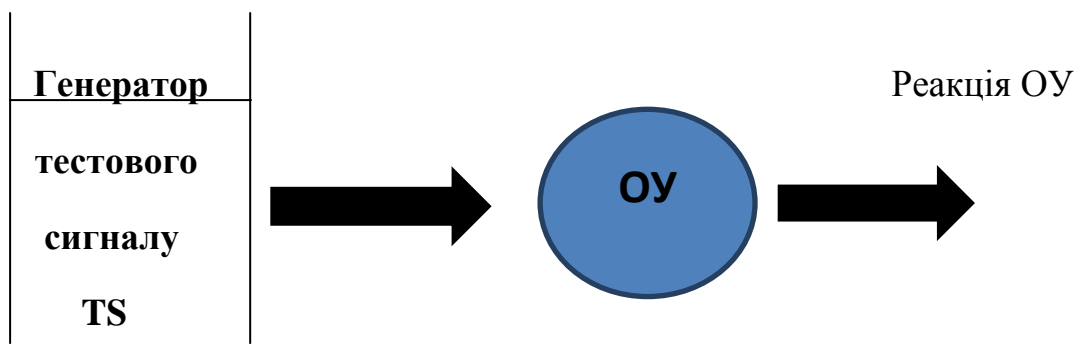
Ланка називається **елементарною**, якщо співвідношення вхідної і вихідної величини є елементарним (простим), наприклад, характеризується однією операцією:

$$y = kx$$

$$y = f'(x) \quad \text{і т.п.}$$

## 2. Передаточні функції (ПФ) типових динамічних ланок

ОУ характеризуються різними динамічними властивостями. Для визначення динамічних характеристик об'єктів та розрахунку параметрів регуляторів, які виконують управління об'єктом, використовуються тестові сигнали.



На вхід лінійної системи у момент часу  $t = 0$  подано гармонічний сигнал зі сталою коловою частотою  $\omega$ . Через деякий час, після завершення

перехідного процесу, у ланці встановиться режим вимушених коливань. Вихідний сигнал ланки  $y(t)$  в такому режимі змінюється також за гармонічною функцією з тою самою коловою частотою  $\omega$ , але з іншою амплітудою  $Y_m$  та фазою  $\psi_y$  :

$$y(t) = Y_m \sin(\omega t + \psi_y)$$

Найчастіше тестовою функцією є одиничний ступінчастий сигнал (рис. 6.1)

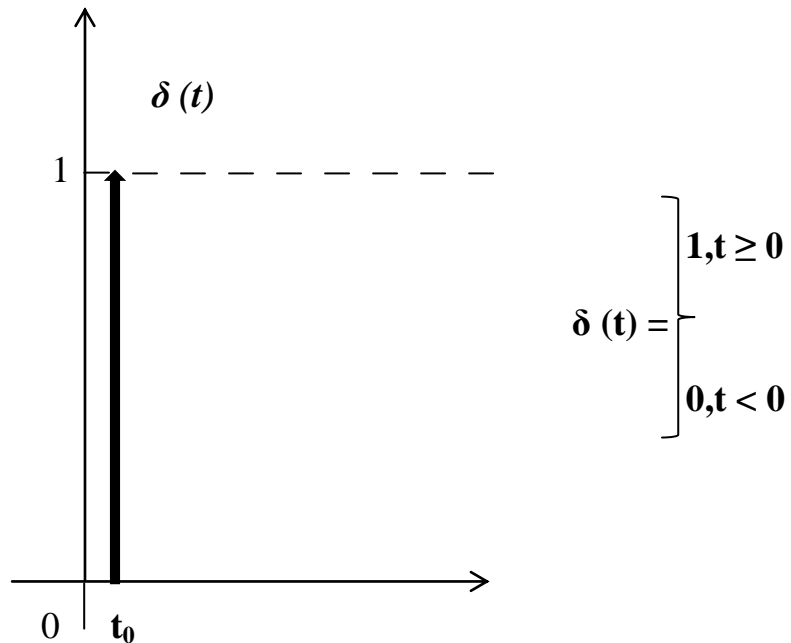


Рис. 6.1

**1**– тестовий сигнал;

**t<sub>0</sub>**– момент подачі тестового сигналу.

Тестовим сигналом може бути один з технологічних параметрів ОУ: тиск, температура, ...  $\delta(t) \in 0,1$ .

Кожен об'єкт по – різному реагує на тестовий сигнал ( TS), оскільки реальні промислові об'єкти мають різні амплітудно – частотну (АЧХ), фазо – частотну (ФЧХ) та амплітудно – фазочастотну (АФЧХ) характеристики.

**Характеристики ОУ можуть представлятися моделями різних типових ланок:**

- Пропорційна (П - ланка);

- Диференціальна (Д - ланка);
- Інтегровальна (І - ланка);
- Аперіодична (А – ланка).

Кожна ланка характеризується своєю передаточною функцією  $W(p)$ .

$$W(p) = W(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega),$$

тобто ПФ розкладається на суму двох частотних характеристик: дійсну  $U(\omega)$  та уявну  $jV(\omega)$ , на основі яких розраховуються:

- амплітудно – частотна характеристика (АЧХ)
- фазочастотна характеристика (ФЧХ)
- амплітудно – фазова частотна характеристика (АФЧХ)

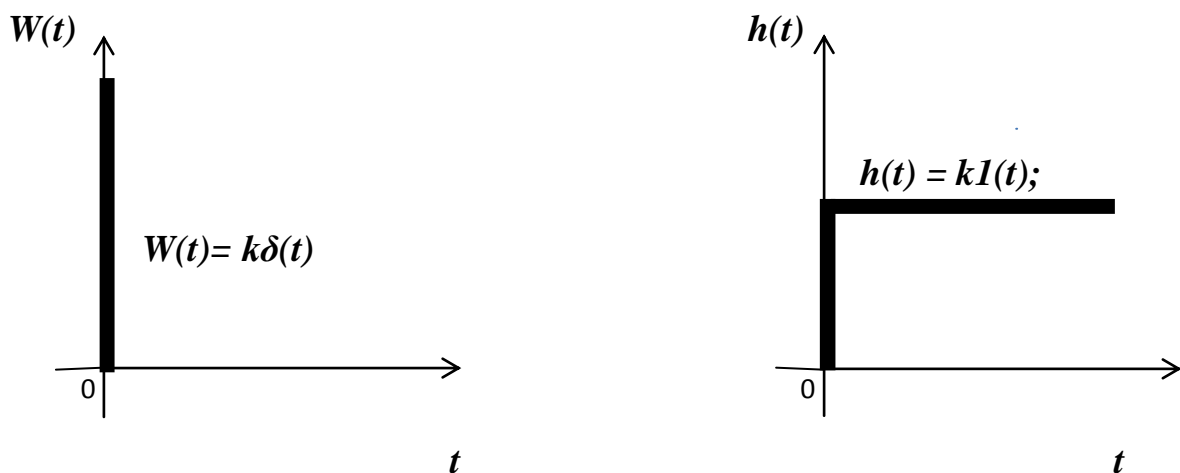
У практиці проектування АСУ застосовують наступні типові ланки з відповідними перехідними характеристиками та передаточними функціями:

1. **Пропорційна, безінерційна (П – ланка)**, яка аналітично описується виразами

$$W(p) = k, \quad h(t) = kx(t); \quad (6.1)$$

де  $k$  – коефіцієнт підсилення.

Графіки вагової  $W(t)$  та перехідної  $h(t)$  функцій показані на рис. 6.2.



**Рис.6.2 Графіки вагової та перехідної функцій П – ланки**

На рис. 6.3 показані графіки АЧХ, ФЧХ, та АФЧХ П – ланки

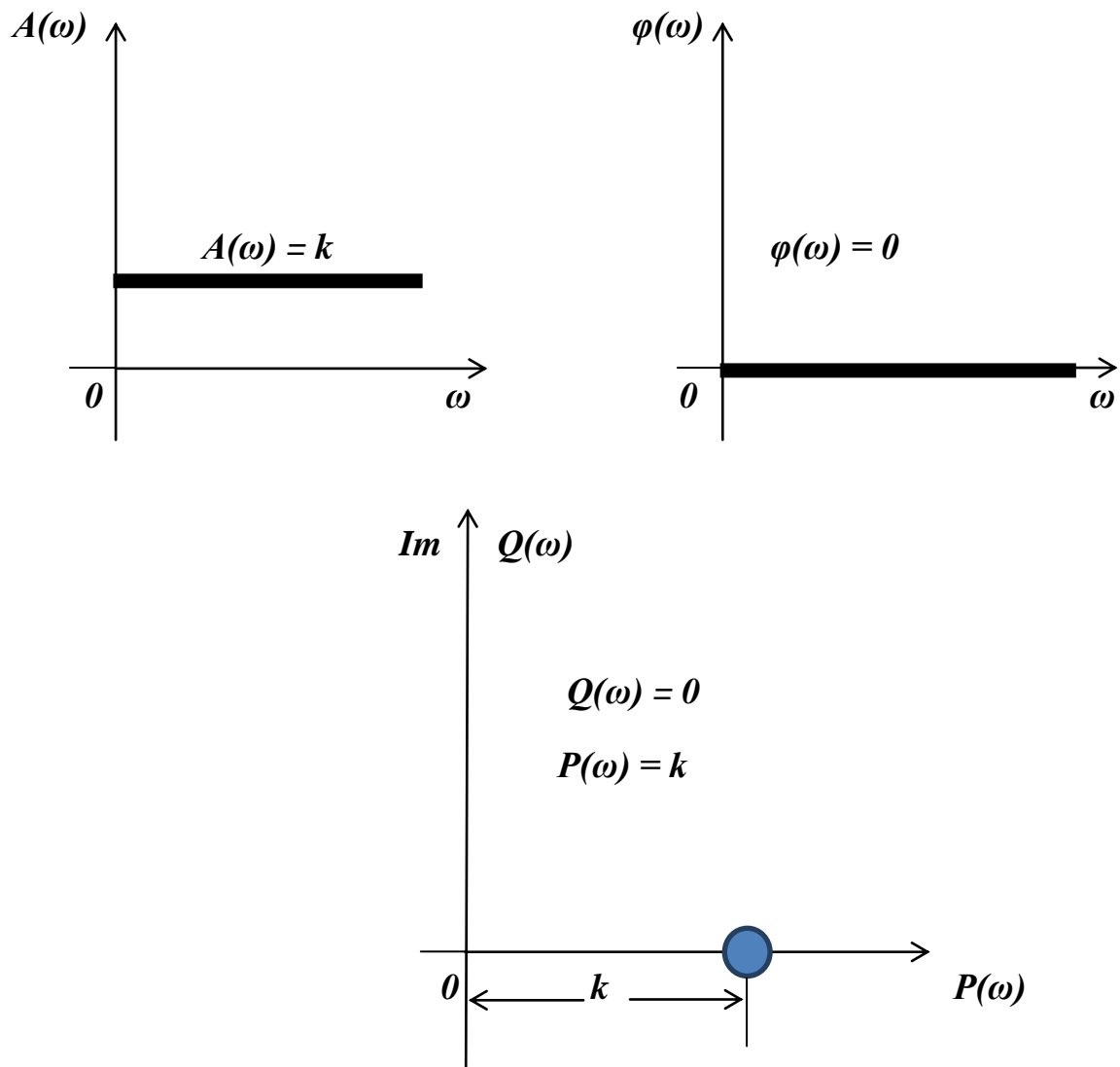


Рис. 6.3 Амплітудно – фазові частотні характеристики П - ланки

## 2. Диференціальна Д – ланка

Диференціальна Д – ланка описується наступними виразами вагової та перехідної функції:

$$W(p) = kp; \quad h(t) = k \frac{dx(t)}{dt}, \quad (6.2)$$

графіки яких показані на рис. 6.4

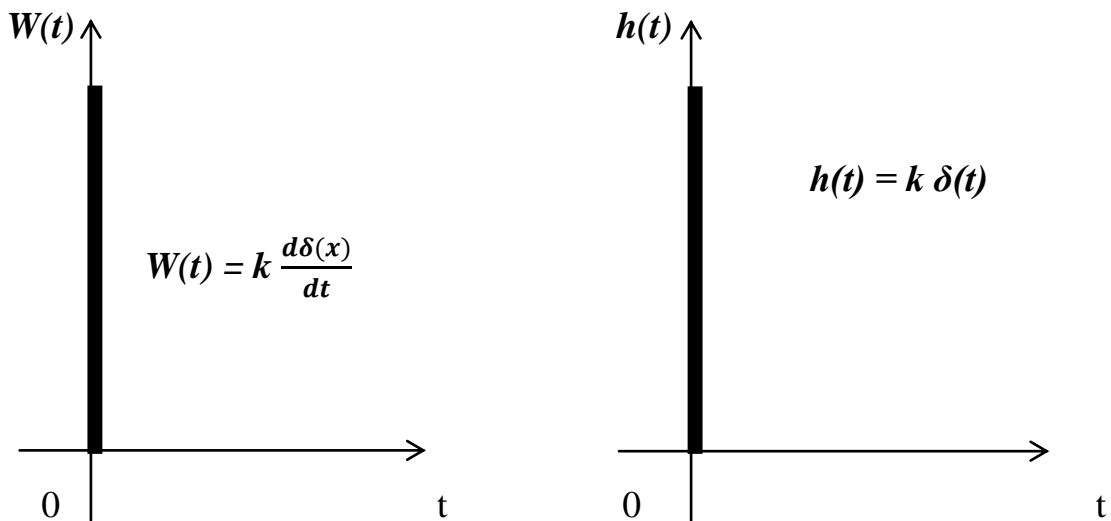


Рис. 6.4 Графіки вагової  $W(t)$  та перехідної  $h(t)$  функцій диференціальної Д – ланки

АЧХ, ФЧХ та АФЧХ – годограф Д – ланки показані на рис. 6.5

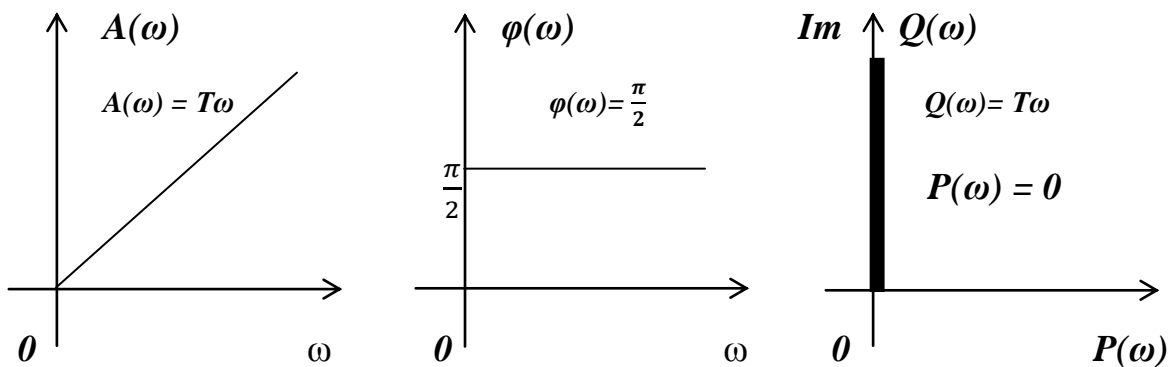


Рис. 6.5 Графіки характеристик диференціальної Д – ланки

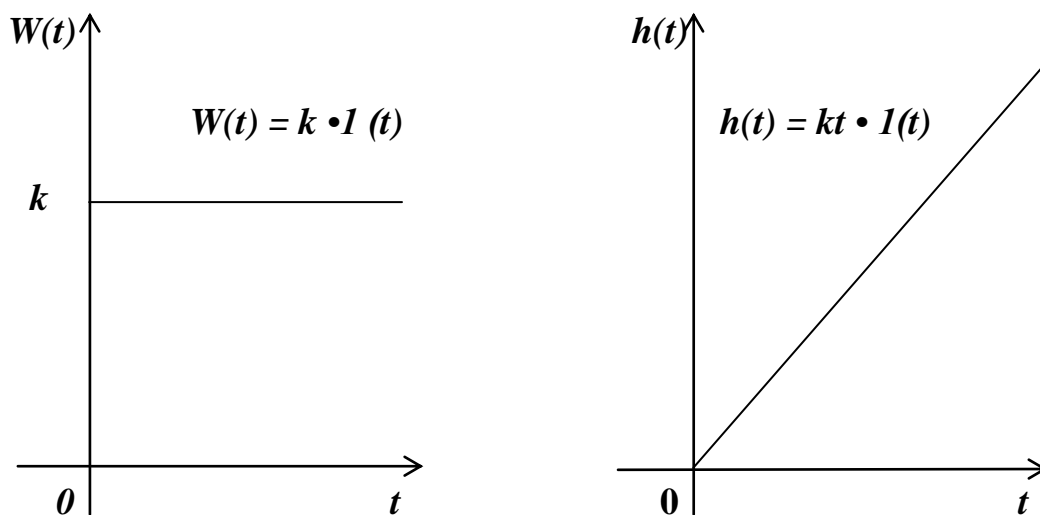
## 3. Інтегрувальна І – ланка описується виразами:

$$W(p) = \frac{k}{p} \quad h(t) = kx(t) = \frac{dy(t)}{dt}, \quad (6.3)$$



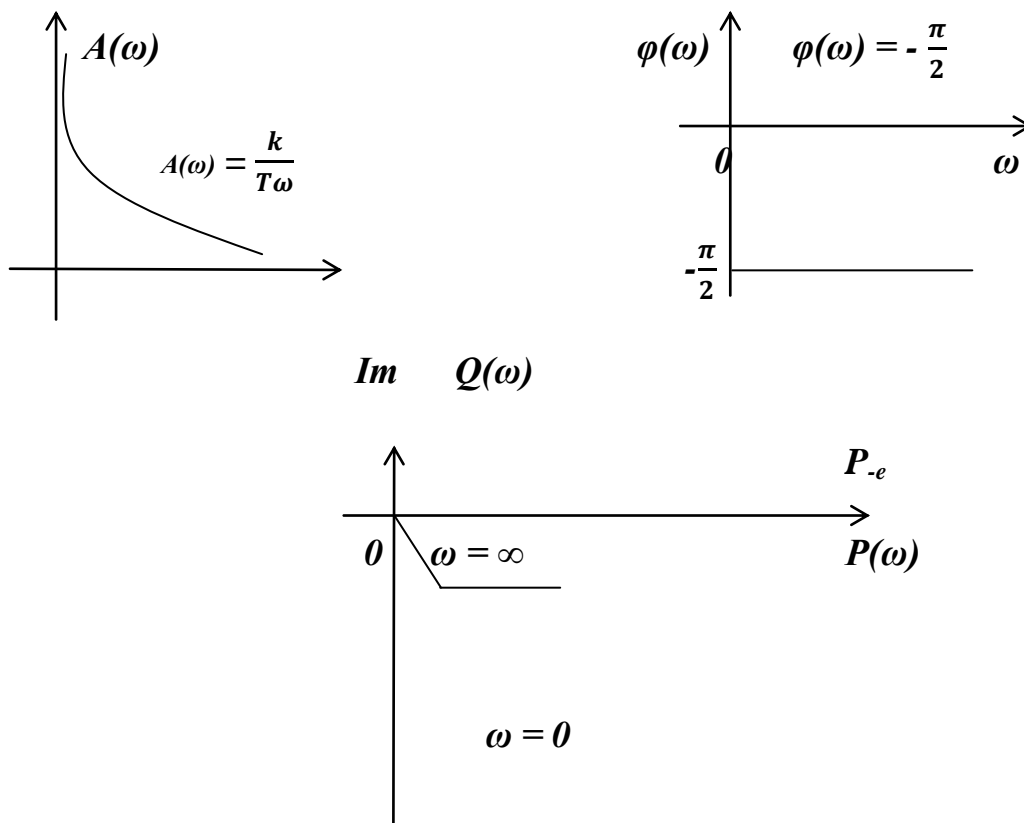
де  $k$  – коефіцієнт підсилення,  $y(t) = \frac{K}{T} \int x(t) dt + h(0)$ .

Графіки вагової  $W(t)$  та перехідної  $h(t)$  функцій інтегрувальної І – ланки показані на рис. 6.6.



**Рис. 6.6. Вагова та перехідна характеристики І – ланки**

На рис. 6.7 показані графіки АЧХ, ФЧХ та АФЧХ – годограф І – ланки.



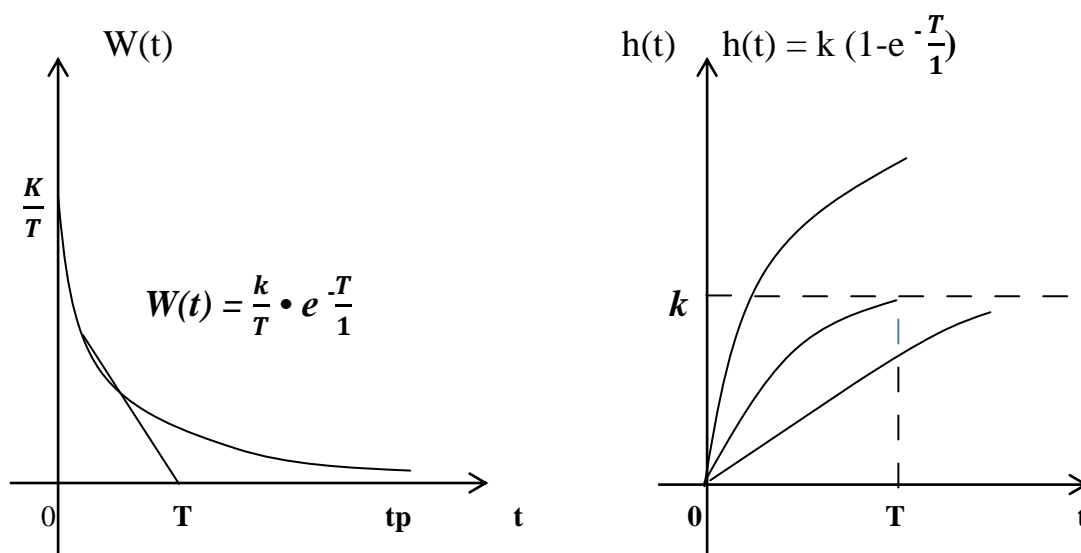
**Рис. 6.7 АЧХ, ФЧХ та АФЧХ - годограф інтегрувальної І – ланки**

4. Аперіодична А – ланка описується виразами:

$$W(p) = \frac{k}{Tp+1} \qquad h(t) = kx(t) - T \frac{dy(t)}{dt}, \quad (6.4)$$

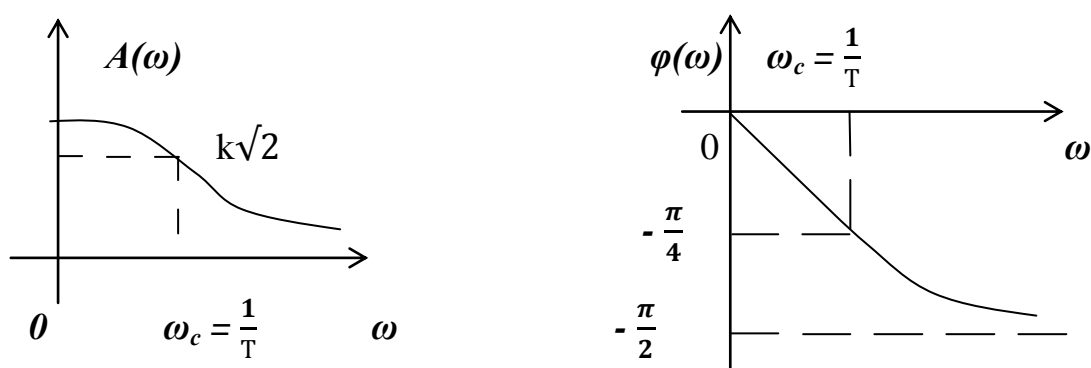
де  $T = \frac{tp}{3}$ ,  $t_p$  – тривалість перехідного процесу.

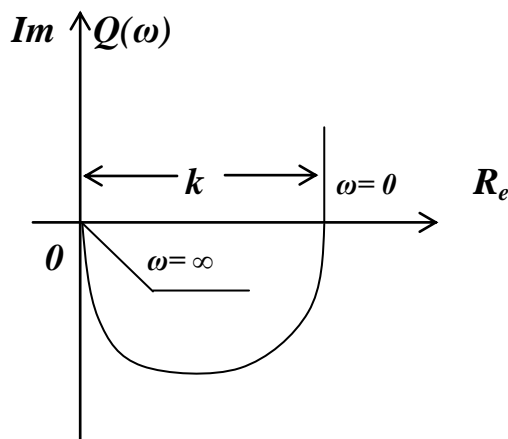
Графіки вагової  $W(t)$  та перехідної  $h(t)$  характеристики А- ланки показані на рис. 6.8



**Рис. 6.8 Вагова та перехідна характеристики інерційної аперіодичної А – ланки**

На рис. 6.9 показані графіки АЧХ, ФЧХ та АФЧХ - годограф інерційної А – ланки.





**Рис. 6.9** Графіки АЧХ, ФЧХ та АФЧХ - годограф інерційної А – ланки

$$A(\omega) = \frac{k}{\sqrt{1+(\omega T)^2}}; \quad \varphi(\omega) = - \operatorname{arctg}(\omega T);$$

А – ланка має мінімальний фазовий зсув, причому при змінні частоти  $\omega$  від  $0$  до  $\infty$  фазовий зсув між вхідним і вихідним сигналом змінюється від  $(-\pi)$  до  $(-\frac{\pi}{2})$ .

Частотні характеристики ОУ описують передаточні властивості САУ та їхніх ланок в усталеному режимі гармонічних коливань, що зумовлені впливом зовнішніх гармонічних сигналів. Знаючи частотну характеристику АСУ та її ланок, визначають реакцію ОУ на гармонічний сигнал будь – якої частоти або на суму гармонік різних частот. Частотні характеристики ОУ широко застосовують у теорії та практиці автоматичного керування, тому що реальні збурення, які діють на АСУ можуть бути досліджені як сума гармонічних сигналів.

### **3. Типи регуляторів АСУ**

Завданням АСУ є підтримання заданого значення регульованої величини відповідно до законів регулювання.

**Розглянемо основні типи регулювань:**

#### **1. Пропорційне регулювання**

При пропорційному регулювання

$$W(p) = k_I w_0(p) \quad (6.5)$$

де  $k_I$  – коефіцієнт передачі підсилення ланцюга регулювання.

## 2. Інтегральне регулювання

$$W(p) = \frac{k_2}{p} W_0(p) \quad (6.6)$$

## 3. Ізотромне регулювання

Регулювання виконується одночасно по пропорційному і інтегральному законі «ПІ» - регулятор

$$U = k_I x + \frac{k_2}{p} x \quad (6.7)$$

де  $U$  - вихідна функція.

Закон використовує високу швидкодію пропорційного регулювання та високу точність інтегрального регулювання (рис. 6.10)

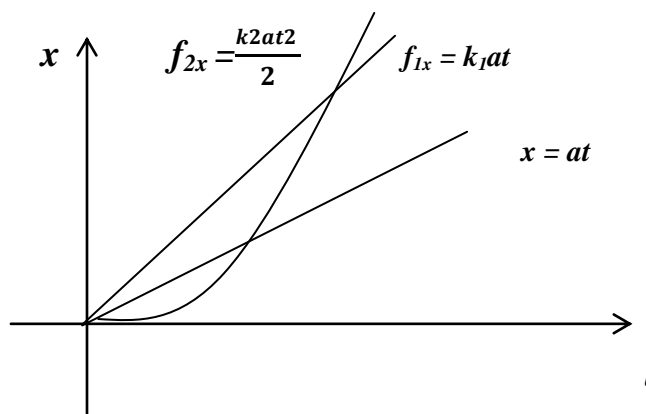


Рис. 6.10 Функції пропорційного  $f_{Ix}$  та інтегрального  $f_{2x}$  регулювання

## 4. Диференціальне регулювання (по похідних)

$$U = k_4 \frac{dx}{dt} = k_4 p x \quad U = k_4 \frac{dx}{dt} = k_4 p x \quad (6.8)$$

Самостійно таке регулювання не здійснюється, а сумісно з пропорційним регулюванням

$$U = k_I x + k_D \dot{x}$$

$$U = k_I x + k_D \dot{x}$$

При такому регулюванні зростає швидкодія реакції, зростає її швидкодія і зменшуються динамічні помилки і запізнення.

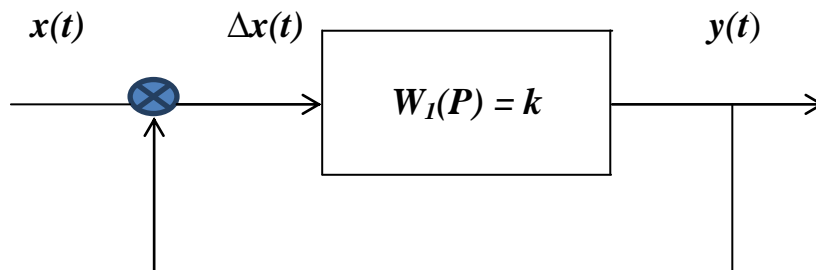
## 5. Пропорційно – інтегрально – диференціальне регулювання (ПІД – регулятори)

$$U = [k_I + \frac{k_D}{p} + k_D p] x \quad (6.9)$$

Найбільше поширення на практиці отримали наступні типи регуляторів:

### 1. Пропорційний П – регулятор

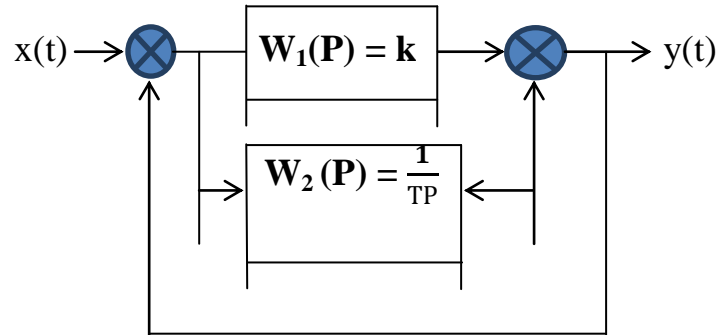
П – регулятор змінює значення керованого процесу  $x(t)$  пропорційно його відхиленню по амплітуді



**Перевагою П – регуляторів є їх проста реалізація та висока стійкість регулювання промисловими об'єктами – недолік – недостатня точність при регулюванні інерційними об'єктами.**

## 2. Пропорційно – інтегральний ПІ – регулятор

ПІ – регулятор змінює керований параметр  $x(t)$  пропорційно до суми відхилення  $x(t)$  та інтегралу цього відхилення згідно функції:



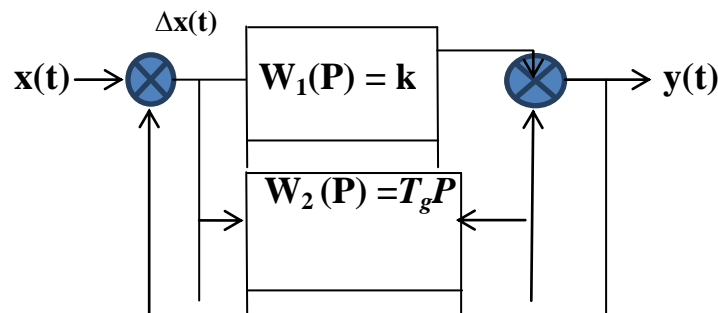
Пропорційна складова ПІ – регулятора визначає швидкодію, а інтегральна складова рівень астатизму.

ПІ – регулятори найпоширеніші на практиці, мають високу точність і забезпечують максимальну стійкість регулювання.

**Недоліком ПІ – регулятора** є неможливість ефективного усунення швидкісної похибки АСУ.

## 3. Пропорційно – диференціальний ПД – регулятор компенсує

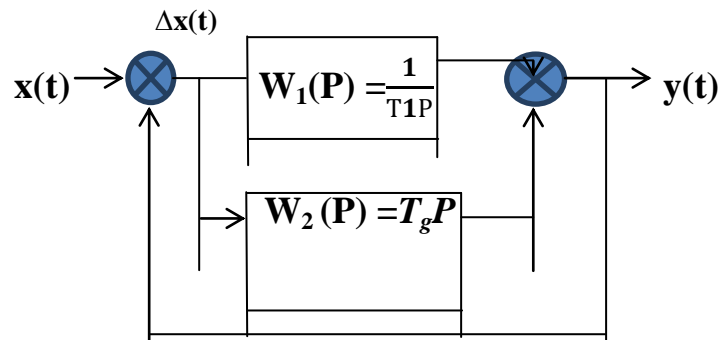
відхилення по амплітуді та по прискоренню.



На практиці застосовують ПД – регулятор, тому що він має найбільшу швидкодію регулювання за рахунок реагування не тільки на величину похибки відхилення, а й на швидкість її зміни. Завдяки цьому під час керування досягається ефект випередження.

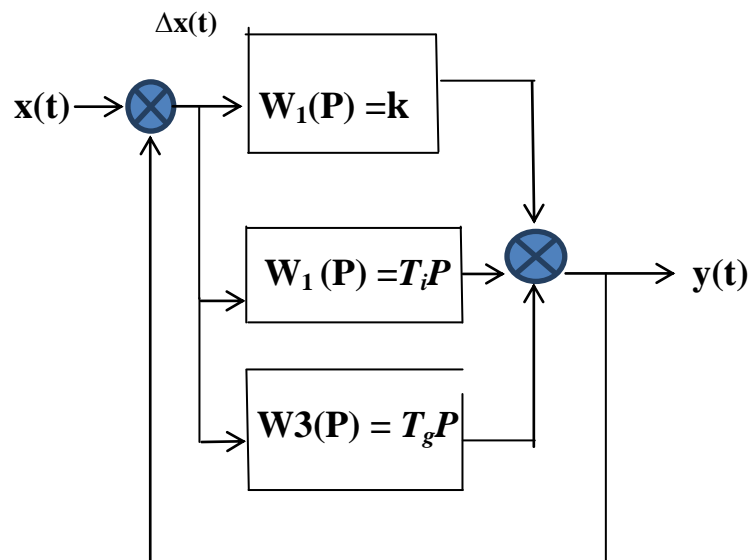
**Недоліком ПД – регулятора** є його недостатня точність і неможливість усунення статичної похибки.

## 4. Інтегрально – диференціальний ІД – регулятор



ПД – регулятори характеризуються найбільшою швидкодією, оскільки реагують на зміну  $\Delta x(t)$  плюс швидкість зміни  $\Delta x(t) / dt$ , що забезпечує ефект випередження. Недоліком ПД – регуляторів є статистична похибка.

### **5. Пропорційно – інтегральний – диференціальний ПІД – регулятор**



Такі регулятори є найскладнішими, проте вони забезпечують найбільшу точність керування за рахунок сумісного використання переваг усіх раніше розглянутих регуляторів. Вони забезпечують астатизм

(запізнення реакції) АСУ, ефективно реагують на динаміку зовнішнього збурення та швидкість її зміни в часі.

### **Висновки по темі № 6**

1. Типові алгоритмічні ланки описуються звичайними диференціальними рівняннями, частіше – лінійними.
2. Елементарна алгоритмічна ланка характеризується однією простою операцією.
3. Для визначення динамічних характеристик об'єктів застосовують тестові сигнали.
4. Основні моделі типових ланок: пропорційна; диференціальна; інтегрувальна; аперіодична.
5. Основні типи регуляторів: пропорційний (П); пропорційно-інтегральний (ПІ); пропорційно-диференціальний (ПД); інтегрально-диференціальний (ІД); пропорційно-інтегрально-диференціальний (ПІД).