

**МІНІСТЕРСТВО ВНУТРІШНІХ СПРАВ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ВНУТРІШНІХ СПРАВ
КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ ЛЬОТНИЙ КОЛЕДЖ**

Циклова комісія природничих дисциплін

ТЕКСТ ЛЕКЦІЇ

**з навчальної дисципліни «Теорія машин і механізмів»
обов'язкових компонент
освітньо-професійної програми
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти**

**272 Авіаційний транспорт
Технічне обслуговування та ремонт повітряних суден і авіадвигунів**

за темою - Силовий розрахунок механізмів

Кременчук 2023

ЗАТВЕРДЖЕНО

Науково-методичною радою
Харківського національного
університету внутрішніх справ
Протокол від 30.08.2023 № 7

СХВАЛЕНО

Методичною радою Кременчуцького
льотного коледжу Харківського
національного університету
внутрішніх справ
Протокол від 28.08.2023 № 1

ПОГОДЖЕНО

Секцією науково-методичної ради
ХНУВС з технічних дисциплін
Протокол від 29.08.2023 № 7

Розглянуто на засіданні циклової комісії природничих дисциплін, протокол
від 28.08.2023 № 1

Розробник:

*Викладач циклової комісії природничих дисциплін, спеціаліст вищої категорії,
Сіора А.С.*

Рецензенти:

- 1. Доцент кафедри автомобілів та тракторів Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського, кандидат технічних наук, доцент Черниш А.А.*
- 2. Спеціаліст вищої категорії, викладач-методист циклової комісії аеронавігації Кременчуцького льотного коледжу Харківського національного університету внутрішніх справ, кандидат технічних наук, старший науковий співробітник Тягній В.Г.*

План лекції

1. Сили, що діють на ланки механізмів та машин. Загальна методика силового розрахунку. Силовий розрахунок шарнірно-важільного механізму. Теорема Жуковського.

Рекомендована література:

Основна

1. Кіницький Я. Т. Теорія механізмів і машин: Підручник . - К.: Наукова думка, 2002. - 660 с. ISBN 966-00-0740-X
2. Кореняко О. С. Теорія механізмів і машин: Навчальний посібник / За ред. Афанасьєва М. К.-К.:Вища школа,1987 .-206 с.
3. Бучинський М.Я., Горик О.В., Чернявський А.М., Яхін С.В. Основи творення машин/ За редакцією О.В. Горика, – Харків : Вид-во «НТМТ», 2017. — 448 с. : 52 іл. ISBN 978-966-2989-39-7
4. Кіницький Я. Т. Практикум з ТММ: Навчальний посібник, Львів: Афіша, 2002. - 165 с.

Додаткова

5. Соколенко А.І., Українець А.І., Шевченко О.Ю., та ін.. Теорія механізмів і машин. Курсове проектування, навчальний посібник, 2005, К.: Люксар. – 112с.

Інформаційні ресурси

6. <http://mashinoved.ua>
7. <http://li.ro/go?www./optimi-zation>
8. <http://tmm-umk.bmstu.ua>

Текст лекції

1. Сили, що діють на ланки механізмів та машин. Загальна методика силового розрахунку. Силовий розрахунок шарнірно-важільного механізму. Теорема Жуковського.

Сили (моменти), прикладені до ланок, можна поділити на дві групи: задані сили та реакції зв'язків. До заданих сил належать: рушійні; сили опору; сили тяжіння ланок та сили пружності.

1. Рушійні сили. Створюються двигунами, які здійснюють перетворення якогось виду енергії (теплової, електричної, гідравлічної) у механічну роботу. Вони здійснюють додатну роботу за час своєї дії або за один цикл. Рушійні сили збільшують кінетичну енергію машини і прикладені до ланок механізму, що називаються ведучими; з напрямом швидкості точок прикладання утворюють гострі кути, зокрема ці кути можуть дорівнювати і нулю.

2. Сили опору. Здійснюють від'ємну роботу за час своєї дії, або за один цикл. Вони діляться на сили виробничого (корисного, технологічного) опору та сили шкідливого опору - опір середовища (повітря, чи якогось іншого газу, рідини), в якому рухаються ланки механізму. Сили опору середовища переважно малі порівняно з іншими силами і в задачах курсу ТММ не враховуються. Особливе місце посідає шкідливий опір у кінематичних парах – тертя. Сили тертя – це дотичні складові реакції зв'язків у кінематичних парах машин. Тому доцільно сили тертя умовно перенести до категорії заданих, а під

реакціями зв'язків розуміти ті складові реакції, які не виконують роботу. Часто при вивченні динаміки машин силами тертя в кінематичних парах нехтують, розглядаючи механізми як системи з ідеальними в'язями. Тертя в механізмах розглядатимемо окремо.

Сили корисного опору з'являються при виконанні технологічних процесів. Це сили, для подолання яких створено машину. Сили опору напрямлені проти переміщення точок їх прикладання – з напрямом швидкості точок прикладання утворюють тупі кути, або, зокрема, кути, що дорівнюють 180^0 ; сили опору зменшують кінетичну енергію машини.

3. *Сили тяжіння* (ваги) окремих ланок та сили пружності пружин. На деяких ділянках руху механізму ці сили можуть здійснювати як додатну, так і від'ємну роботу (у випадку сил тяжіння залежно від того, чи піднімається, або опускається центр ваги ланки). Але за повний кінематичний цикл робота даних сил дорівнює нулю, оскільки точки їх прикладання рухаються циклічно. Сили тяжіння ланок завжди напрямлені вертикально вниз (до центра тяжіння землі); модуль цих сил обчислюється за відомою формулою $G = mg$, де g – прискорення вільного падіння. Врахування цих сил не викликає труднощів. Сили пружності пружин визначаються за їх характеристиками чи за коефіцієнтами жорсткості.

4. *Сили взаємодії між ланками механізму*, тобто сили, що діють у кінематичних парах. Ці сили являють собою реакції на дію активних сил. Згідно третього закону Ньютона реакції завжди взаємообернені. Їх нормальні складові роботи не виконують, в той час як дотичні складові тобто сили тертя здійснюють від'ємну роботу.

Сили перших трьох груп відносяться до категорії активних, вони переважно відомі. Ці сили прикладені до механізму ззовні, а тому є зовнішніми. Сили четвертої групи реакції, якщо розглядати механізм в цілому, є внутрішніми силами. Реакції наперед невідомі. Вони залежать від активних сил та від прискорень ланок механізму.

Найбільший вплив на закон руху механізму чинять рушійні сили та сили корисного опору. Їх величина та характер дії визначається робочим процесом машини чи приладу, в яких використаний даний механізм. Ці сили можуть бути постійними, але в більшості випадків вони є функціями кінематичних параметрів – переміщення, швидкості або часу. Рушійні сили та сили опору звичайно визначають експериментальним шляхом за допомогою відповідних приладів (індикаторів, динамометрів, різних давачів і т.п.) для ряду положень механізму за цикл його роботи. Вивчення робочих процесів та їх характеристик є задачею відповідних спеціальних наукових дисциплін та виходить за рамки курсу ТММ, а тому при розв'язуванні задач дані сили вважають відомими і заданими у вигляді так званих механічних характеристик. *Механічною характеристикою* машини називають функціональну залежність силового параметру від часу чи його кінематичного параметру, представлену графічно, масивом чисел або аналітично.

Розглянемо механічні характеристики деяких машин, двигунів та технологічних машин.

Характеристики сил, що залежать від швидкості. На рис. 3.1, а, б,

показані механічні характеристики для електродвигунів постійного струму з паралельним і послідовним збудженнями. Зазначимо, що характеристики двигунів прийнято визначати для усталених, стаціонарних режимів роботи, тому характеристики часто називають статичними. Отже, залежність обертального моменту M від швидкості визначається за умови $d\phi/dt = \text{const}$.

Поширеним типом двигунів змінного струму є асинхронні двигуни. Серед них найбільше поширення в електроприводах робочих машин мають двигуни з короткозамкнутим ротором. Вони дешевші, крім того, обслуговування двигуна з цим ротором простіше. При дослідженні як усталених так і перехідних режимів близьких до усталених у електромеханічних системах з асинхронним двигуном, на відміну від систем з двигунами постійного струму, можна нехтувати електромагнітними перехідними процесами і користуватися статичною характеристикою двигуна. Аналітично вона може бути описана залежністю

$$M = \frac{2M_{\max}}{\frac{s}{s_k} + \frac{s_k}{s}},$$

де s , s_k – відповідно біжуче та критичне ковзання двигуна;

$$s = \frac{\omega_c - \omega}{\omega_c}, \quad s_k = \frac{\omega_c - \omega_k}{\omega_c}.$$

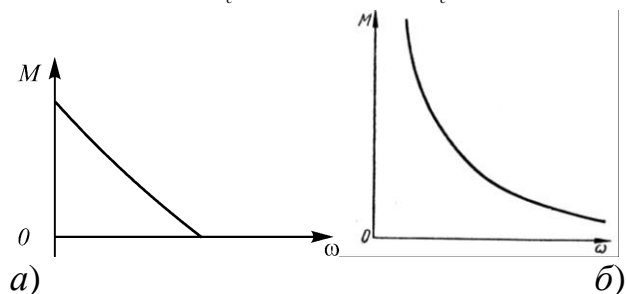


Рис. 3.1

На рис. 3.2, а зображена механічна характеристика асинхронного електродвигуна трифазного струму з короткозамкнутим ротором – залежність крутного моменту від кутової швидкості ротора. Точка O діаграми визначає початковий пусковий момент M_o двигуна при нульовій кутовій швидкості ротора. Точка a – визначає максимальний перехідний момент M_{\max} та мінімальну допустиму кутову швидкість. При деякому значенні кутової швидкості ω , що відповідає номінальному моменту M_n двигуна і номінальній швидкості ω_n , двигун розвиває максимальну потужність. Кутова швидкість, при якій $M_o = 0$, називається синхронною ω_c ; з цією швидкістю ротор обертається при марноході. Робочою частиною характеристики є ділянка ab . Ця частина характеристики є стійкою, оскільки на цій ділянці двигун має здатність до саморегулювання: при збільшенні навантаження швидкість двигуна зменшується, а електромагнітний обертовий момент зростає, і навпаки. Стійка ділянка характеристики з достатньою точністю може бути апроксимована лінійною залежністю

$$M = a - b\omega,$$

$$\text{де } a = M_H \frac{\omega_c}{\omega_c - \omega_H}, \quad b = \frac{M_H}{\omega_c - \omega_H}.$$

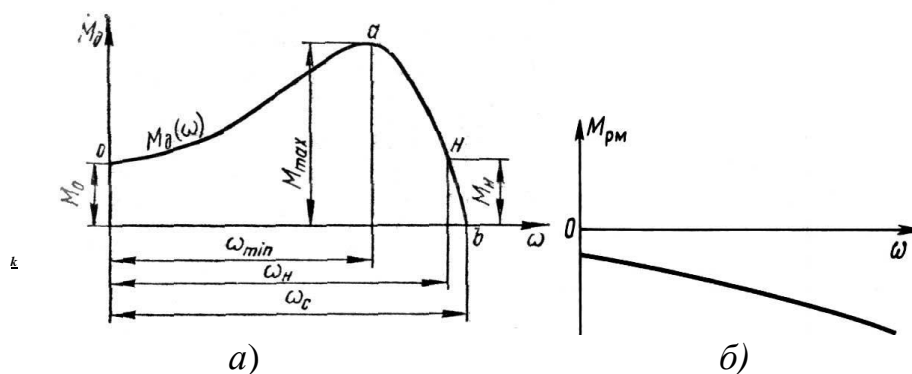


Рис. 3.2

Від швидкості залежать сили та моменти, що діють у таких робочих машинах як електрогенератори, вентилятори, відцентрові помпи і т.ін. (рис. 3.2, б). Відмітимо, що при зображенні механічних характеристик додержуються наступного правила знаків: силу і момент враховують додатними, якщо на розглядуваній ділянці шляху (лінійній чи кутовій) вони виконують додатну роботу.

Характеристики сил, що залежать від переміщення. На рис. 3.3 показана схема механізму двотактного двигуна внутрішнього згоряння (ДВЗ) та його механічна характеристика – залежність сили тиску газів F_d на поршень від його переміщення. Зазначимо, що для ДВЗ механічна характеристика частіше представляє собою залежність тиску газів у циліндрі від переміщення поршня і називається індикаторною діаграмою. Якщо подача палива в ДВЗ не змінюється, то при наступних обертах початкової ланки 1 механічна характеристика повторює свою форму.

Робота сили F_d графічно зображується площею, що обмежена кривою $F_d(S_c)$. У розглядуваному випадку додатна площа більша, ніж від'ємна. Таким чином робота сили F_d за повний цикл буде додатною. Отже, сила F_d є рушійною, хоча вона міняє знак.

Сили, що залежать тільки від переміщення, діють у багатьох інших машинах та приладах: поршневих помпах та компресорах, стругальних, фрезерних, довбальних верстатах і т.п. На рис. 3.4, а подається механічна характеристика стругального верстата у вигляді прямої, що виражає залежність сили різання P , прикладеної до різця, від переміщення різця S .

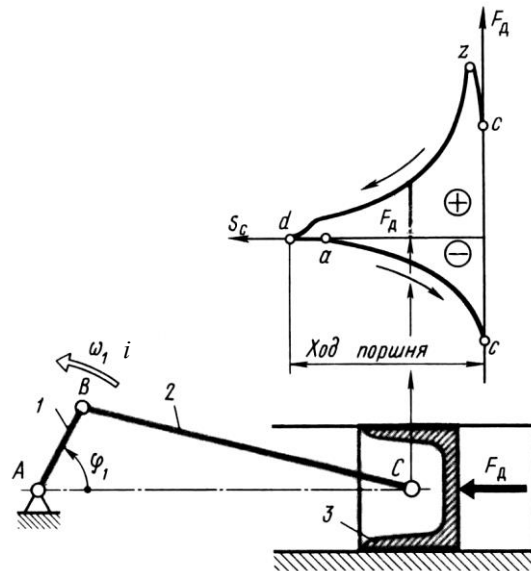


Рис. 3.3

У ряді машин дія активних сил робочого процесу на робочі органи машини є короткочасна і здійснюється лише на малій ділянці траєкторії робочого органу. Це має місце, наприклад, у ковальських пресах, відбійних молотках, машинах для забивання паль і т. ін. Робочі процеси такого роду називають ударними або імпульсними. Типова характеристика ударного процесу показана на рис. 3.4, б.

Отже, маючи механічну характеристику машини, можна безпосередньо отримати величину сили чи моменту в конкретних положеннях механізму, або при різних швидкостях чи в заданий момент часу.

Наведені механічні характеристики машин-двигунів та робочих машин є типовими.

Загальна методика силового розрахунку

Силовий аналіз механізмів ґрунтується на розв'язанні першої задачі динаміки – за заданим законом руху визначити діючі сили. Визначення реакцій, а також – у низці задач – сил та моментів, що прикладені до механізму ззовні, складає зміст його силового розрахунку.

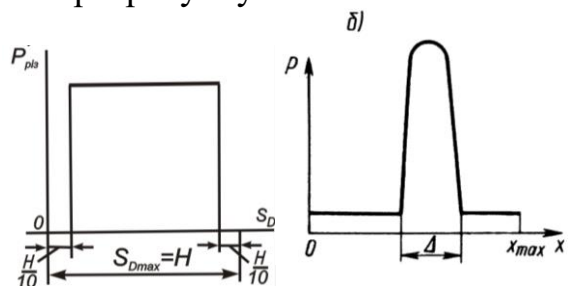


Рис. 3.4

Під час руху механізму в кінематичних парах діють сили, що є силами взаємодії між ланками. Сили взаємодії ланок, що виникають в місцях їх дотику,

називають *реакціями* в кінематичних парах. Навантаженість кінематичних пар реакціями є важливою динамічною характеристикою механізму. Знання сил в кінематичних парах має велике практичне значення для розрахунків ланок механізму на міцність, жорсткість, вібробійкість, стійкість проти спрацьовування, для розрахунку вальниць на довговічність та для проведення інших подібних розрахунків, що виконуються при проектуванні механізмів. Таким чином силовий розрахунок включає, перш за все, визначення реакцій у кінематичних парах. Зовнішні сили, що прикладені до ланок механізму, як правило, задані. Визначенню підлягає лише зовнішня зрівноважувальна сила (зрівноважувальний момент), що прикладена до вхідної ланки, при якій забезпечується прийнятий закон її руху.

Силовий розрахунок механізмів може бути виконаний різними методами. В ТММ досить широке застосування отримав *метод силового розрахунку механізмів на основі звичайних рівнянь рівноваги твердих тіл*. Суть методу зводиться до застосування рівнянь рівноваги у формі Д'Аламбера. Для цього силу інерції, яка є протидією тіла, що прискорюється, та яка прикладена до тіла, що надає це прискорення, умовно переносять на тіло, що прискорюється. Перенесена сила зрівноважується з усіма зовнішніми силами, в тому числі і з реакціями, що діють на це тіло.

Стосовно механізмів суть методу може бути сформульована так: *якщо до всіх зовнішніх сил, що діють на ланку (групу Ассура, механізм) додати сили інерції (моменти), то під дією усіх цих сил ланку (групу Ассура, механізм) можна розглядати як таку, що умовно перебуває в рівновазі*. Цей метод дозволяє записати рівняння руху у формі рівнянь рівноваги, тим самим задачу динаміки розв'язати методами статyki.

Таким чином, при застосуванні принципу Д'Аламбера до розрахунку механізмів, крім зовнішніх сил, вводяться в розрахунок сили інерції, які виникають при русі ланок і діють як додаткові (фіктивні) сили. Нагадаємо, під силою інерції розуміють кінетичну реакцію тіла на прискорення, яке надається йому ззовні. Сили інерції – це сили, обумовлені масою та рухом тіла з прискоренням. Сили інерції тіла (ланки) являють собою результат сумарної дії елементарних сил інерції кожної точкової маси тіла. Для зручності розрахунків незлічену систему елементарних сил інерції, що відповідають точковим масам, замінюють рівнодійними силами та парами. В загальному випадку, якщо тіло (ланка) здійснює плоскопаралельний рух, частіше за все елементарні сили інерції зводяться до одного головного вектора сил інерції (скорочено сили інерції), прикладеного в центрі мас тіла, та головного момента сил інерції (скорочено момента сил інерції) $\bar{M}_\phi = -I_s \bar{\varepsilon}$, де m – маса тіла; a_s – прискорення центра мас тіла; ε – кутове прискорення тіла; I_s – момент інерції тіла відносно осі, що проходить через центр мас, перпендикулярно площині його руху. Головний вектор сил інерції $\bar{\phi}$ спрямований протилежно вектору прискорення центра мас \bar{a}_s . Головний момент сил інерції \bar{M}_ϕ спрямований протилежно кутовому прискоренню $\bar{\varepsilon}$.

Метод силового розрахунку механізму з врахуванням сил інерції та застосуванням рівнянь динамічної рівноваги часто називають

кінетостатичним розрахунком механізмів, на відміну від статичного розрахунку, при якому не враховуються сили інерції. У сучасних швидкохідних машинах слід обов'язково враховувати сили інерції ланок механізму, бо значення цих сил можуть значно перевищувати за величиною прикладене зовнішнє навантаження.

Таким чином, силовий розрахунок механізмів будемо виконувати методом кінетостатики, умовно приклавши до кожної рухомої ланки механізму, крім зовнішніх сил \bar{F} (моментів \bar{M}), головний вектор $\bar{\Phi}$ та головний момент \bar{M}_ϕ сил інерції. Тоді для кожної ланки можна записати три рівняння кінетостатики. Нагадаємо, для рівноваги довільної плоскої системи тіл необхідно і достатньо, щоб сума проекцій усіх сил на кожную з двох координатних осей і сума їх моментів відносно будь-якого центра, що лежить у площині дії сил, були рівні нулю.

$$\sum F_x + \Phi_x = 0, \quad (1)$$

$$\sum F_y + \Phi_y = 0, \quad (2)$$

$$\sum M_0(\bar{F}) + \sum M + M_0(\bar{\Phi}) + M_\phi = 0. \quad (3)$$

Часто в розрахунках рівняння (1) та (2) замінюють одним еквівалентним векторним рівнянням

$$\sum \bar{F} + \bar{\Phi} = 0. \quad (4)$$

Головний вектор $\bar{\Phi}$ та головний момент \bar{M}_ϕ сил інерції визначаються з відомих формул:

$$\bar{\Phi} = -m\bar{a}_s, \bar{M}_\phi = -I_s\bar{\varepsilon}.$$

Невідомі реакції визначаються з рівнянь (1) – (4), в які вони входять у складі сум $\sum F_x, \sum F_y, \sum M_0(\bar{F})$, з відовими зовнішніми силами.

Зазначимо, до викладена методика – для силового розрахунку плоских механізмів. При цьому прийнято, що механізм має площину симетрії, яка паралельна площині руху і в якій діють усі прикладені сили. Вказаній умові відповідає дуже велика кількість механізмів енергетичних, технологічних, транспортних машин та різних приладів.

При русі механізму в його кінематичній парі виникають сили тертя, що гальмують рух, знижують коефіцієнт корисної дії механізму. Силовий розрахунок може бути виконаний як з урахуванням, так і без урахування тертя. У першому наближенні проводять розрахунок без урахування сил тертя в кінематичних парах, розглядаючи механізм як систему з ідеальними в'язями. Відзначимо, у більшості випадків сили тертя малі, порівняно з іншими силами, що діють на механізм, тому уточнений розрахунок часто не робиться.

Розглянемо дію сил в кінематичних парах. Реакція, тобто сила взаємодії ланок, що утворюють нижчу кінематичну пару, представляє собою рівнодіючу елементарних сил (елементарних тисків однієї ланки на іншу), розподілених по поверхні дотику ланок. Як відомо, сила взаємодії між двома тілами, що дотикаються (якщо нехтувати силами тертя), напрямлена по спільній нормалі до поверхні стикання. Таким чином, у поступальній кінематичній парі всі елементарні сили, а отже і їх рівнодійна – реакція R_{12} (рис. 3.5), будуть напрямлені по нормалі до напрямної кінематичної пари $x-x$. Реакція, як і будь-

яка сила, характеризується трьома параметрами: величиною (модулем), напрямком і точкою прикладання. Величина і точка прикладання реакції невідомі і повинні бути визначені в процесі силового розрахунку. Таким чином, поступальна пара вносить в рівняння (1) – (4) два невідомих параметри. Сказане повністю стосується і реакції R_{21} , яка прикладена до ланки 2 з боку ланки 1, оскільки сили взаємодії ланок R_{12} , R_{21} зв'язані третім законом Ньютона: $\bar{R}_{12} = -\bar{R}_{21}$. Відзначимо, що реакції в кінематичних парах будемо позначати двома нижніми індексами: перший вказує номер ланки, на яку діє сила, другий – номер ланки, з боку якої діє сила.

Розглянемо обертальну кінематичну пару V класу (рис. 3.6). Якщо знехтувати силами тертя, то рівнодійна R_{12} елементарних тисків однієї ланки на іншу, напрямлена по нормалі до циліндричних поверхонь дотику обох ланок, пройде через центр шарніра O . Положення центра шарніра завжди відоме, але невідомі ні величина цієї реакції, ні її напрям.

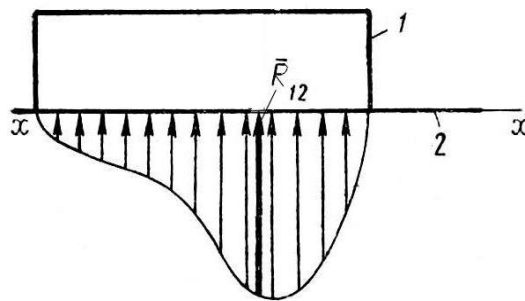


Рис. 3.5

Таким чином, від кожної реакції, що діє в нижчій кінематичній парі, в розрахункових рівняннях (1) – (4) з'являться два невідомі параметри.

У вищій парі IV класу (рис. 3.7) реакція R_{12} прикладена в точці A дотику ланок 1 та 2 і напрямлена вздовж спільної нормалі $n-n$ (тертя не враховується). Таким чином, для реакції R_{12} відомі як точка прикладання, так і лінія дії; невідомим є тільки її модуль.

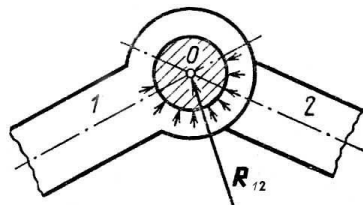


Рис. 3.6

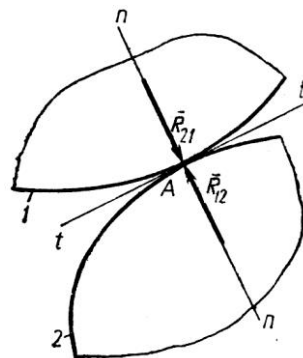


Рис. 3.7

Умови статичної визначеності плоских механізмів, кінематичних ланцюгів. Розглянемо плоский механізм, що складається з n рухомих ланок та p_5 нижчих (V класу) і у p_4 вищих (IV класу) кінематичних пар. Для цього

механізму можна скласти $3n$ рівнянь рівноваги; число невідомих параметрів під час визначення реакцій у кінематичних парах цього ланцюга становитиме $2p_5+p_4$. Щоб задача була статично визначеною, кількість рівнянь рівноваги повинна дорівнювати числу невідомих, що входить до них, тобто $3n=2p_5+p_4$. Запишемо для плоского кінематичного ланцюга формулу Чебишева у вигляді $3n=2p_5+p_4+W$. Порівнюючи вирази, роблять висновок: механізм без залишкових в'язей є статично визначеним. W рівнянь, що залишились, використовуються для визначення тих зовнішніх силових факторів, які не задані в силовому розрахунку і є шуканими. В багатьох підручниках невідомий зовнішній силовий фактор називається зрівноважувальною силою (моментом).

У той же час, для будь-якої структурної групи Ассура справедливе співвідношення $3n=2p_5+p_4$. Отже, будь-яка структурна група є статично визначеною, а тому при силовому розрахунку доцільно розглядати рівновагу окремих структурних груп.

Послідовність силового розрахунку механізмів. При силовому розрахунку невідомими будуть внутрішні сили в кінематичних парах, тобто реакції, та часто зрівноважувальна сила (момент). Щоб визначити їх, механізм треба розкласти на групи Ассура. Оскільки групи Ассура є статично визначеними, механізм розкладається на групи Ассура та механізм I класу. При цьому необхідно, щоб зрівноважувальна сила була прикладена до рухомої ланки механізму I класу. Підкреслимо, що при такому розкладанні механізму, в кожній групі Ассура невідомими будуть тільки реакції. Після того, як силовий розрахунок усіх груп Ассура виконано, механізм I класу також буде статично визначеним.

Підсумуємо: силовий розрахунок механізму потрібно проводити за структурними групами Ассура, починаючи з групи, яка приєднана останньою у процесі утворення механізму, і завершувати розрахунком механізму I класу. Таким чином, послідовність силового розрахунку є зворотною до послідовності кінематичного дослідження.

Силовий розрахунок шарнірно-важільного механізму

Розглянемо графічний метод силового дослідження плоских важільних механізмів шляхом складання рівнянь рівноваги та побудови плану сил. Наведемо розрахунок шестиланкового кулісного механізму поперечно-стругального верстата. Вихідними даними для розрахунку є: кінематична схема механізму в заданому положенні (рис. 3.8); маси m_i та моменти інерції I_{Si} ланок; положення їх центрів мас s_i ; кутова швидкість ω_1 кривошипа; сила корисного опору, в розглядуваному прикладі F_p - сила різання, яка прикладена до різця (ланка 5), в напрямку, протилежному руху.

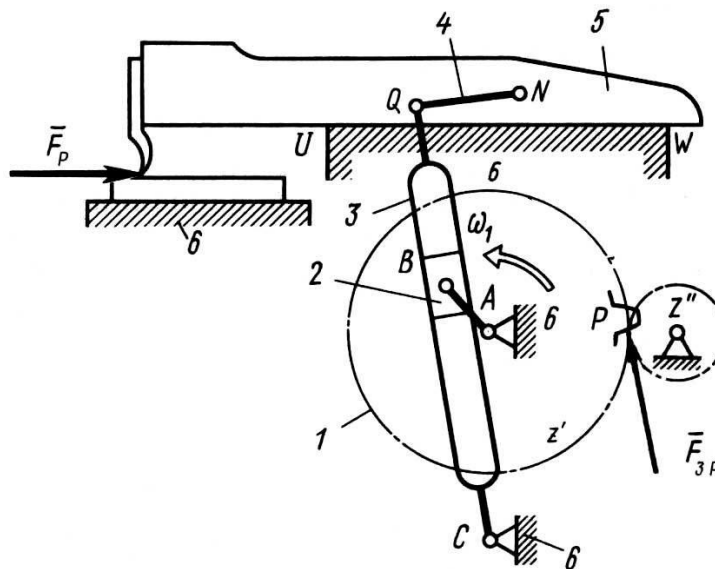


Рис. 3.8

Невідомими є реакції у кінематичних парах та зрівноважувальна сила $F_{зр}$. Оскільки у даному прикладі задано, що верстат з'єднаний з двигуном за допомогою зубчастої передачі $z'-z''$, то зовнішній силовий фактор, який прикладений до зубчастого колеса z' (ланка 1), являє собою силу, модуль якої треба визначити (напрямок та точка прикладання відомі).

Підкреслимо, що до силового розрахунку приступають лише після виконання кінематичного аналізу. Припустимо, що кінематичний розрахунок виконаний, і, отже, відомі повні прискорення центрів мас усіх ланок та їх кутові прискорення за величиною та напрямком. За знайденими прискореннями визначаємо модулі та напрями головних векторів та головних моментів сил інерції всіх ланок за формулами

$$\bar{\Phi}_i = -m_i \bar{a}_{Si}; \bar{M}_{\Phi i} = -I_{Si} \bar{\varepsilon}_i.$$

Вектори сил інерції $\bar{\Phi}_i$ прикладені в центрах мас і напрямлені в протилежну сторону до напрямків векторів відповідних прискорень a_{Si} , моменти $M_{\Phi i}$ напрямлені протилежно до кутових прискорень ε_i .

Визначимо сили ваги усіх рухомих ланок за рівністю

$$G_i = m_i g = 9,81 m_i$$

і прикладемо їх у центрах мас s_i ланок вниз по вертикалі.

Розбиваємо механізм на групи Ассура. Даний механізм утворений шляхом послідовного приєднання до механізму I класу (ланки 1,6) двох груп Ассура другого класу: групи третього виду (ланки 2,3) та другого виду (ланки 4,5).

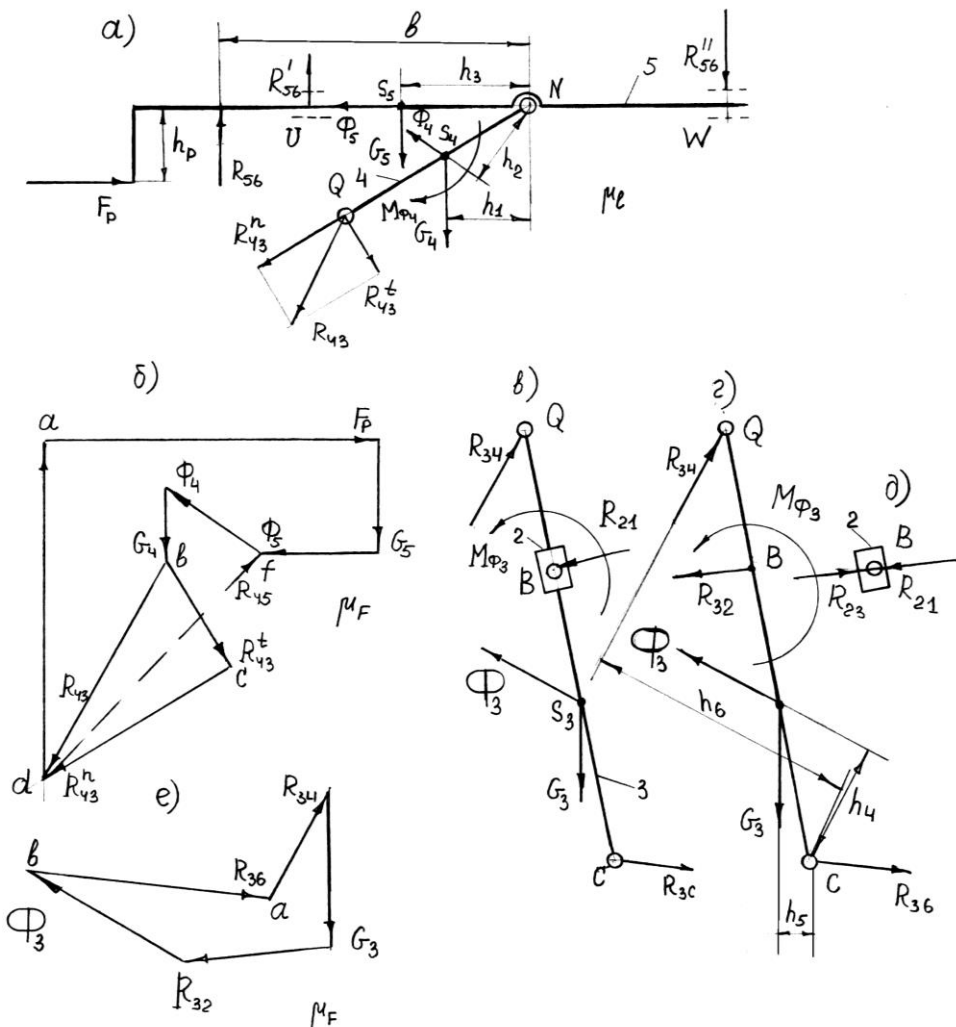


Рис. 3.9

Накреслимо в масштабі найвіддаленішу від вхідної ланки групу Ассура (ланки 4,5) і нанесемо діючі на неї сили: корисного опору F_p , ваги G_4, G_5 , сили (і моменти сил) інерції $\Phi_4, \Phi_5, M_{\Phi 4}$ – усі вони відомі; а також реакції від'єднаних від групи Ассура ланок (рис. 3.9, а). Невідомими є реакції. Реакція стояка на повзун R_{56} нормальна до напрямної UW . Невідомим є її модуль, а також точка прикладання, яка визначається через плече b . Реакцію в обертальній парі Q , невідому за модулем і напрямом, розкладемо на дві складові $\bar{R}_{43}^n, \bar{R}_{43}^t$ так, щоб момент нормальної складової відносно точки N дорівнював нулю. Невідомі модуль та напрям внутрішньої реакції $\bar{R}_{45} = -\bar{R}_{54}$ в шарнірі N визначаються пізніше, через план сил.

Під дією цих сил, згідно з принципом Д'Аламбера, група Ассура перебуватиме в стані умовної рівноваги.

Складову R_{43}^t знайдемо з умови рівноваги ланки 4, за рівнянням моментів

$$\sum M_N(\bar{F}) = 0,$$

$$R_{43}^t QN + G_4 h_1 - \Phi_4 h_2 - M_{\Phi 4} / \mu_l = 0,$$

звідки

$$R_{43}^t = \frac{\Phi_4 h_2 + M_{\Phi 4} / \mu_l - G_4 h_1}{QN},$$

де QN, h_1, h_2 - плечі сил, які вимірюємо на кресленні групи Ассура.

Якщо права частина рівності додатна то це означає, що напрям реакції R'_{43} на схемі прийнято правильно. При від'ємному значенні – потрібно замінити напрям реакції R'_{43} на протилежний.

Подальші силові розрахунки проводимо графічним методом. Складаємо векторне рівняння рівноваги сил, прикладених до всієї групи Ассура (4,5):

$$\sum \bar{F} = 0,$$

$$\bar{R}_{56} + \bar{F}_p + \bar{G}_5 + \bar{\Phi}_5 + \bar{\Phi}_4 + \bar{G}_4 + \bar{R}'_{43} + \bar{R}''_{43} = 0, \quad (5)$$

пам'ятаючи, що для системи, яка перебуває в рівновазі, многокутник сил буде замкненим.

Будуємо план сил. Для цього вибираємо масштаб μ_F та вираховуємо відповідні відомим силам довжини відрізків. Потім, починаючи від довільно вибраної т.а (рис. 3.9, б), відкладаємо, згідно з рівнянням (5), вектори, що зображають ці сили F_p , G_5 , Φ_5 , Φ_4 , G_4 , R'_{43} у масштабі μ_F . Після цього через початок вектора, що зображає на плані силу \bar{F}_p (т.а), проводимо лінію, паралельну до \bar{R}_{56} на кресленні групи Ассура, а через кінець вектора, що зображає \bar{R}'_{43} (т.с) – лінію, паралельну \bar{R}''_{43} . Точка d перетину цих двох прямих визначить невідомі реакції R_{56} , R''_{43} . Напрямок їх приймається таким, щоб стрілки на векторах сил були орієнтовані в напрямку обходу контура. Повну реакцію R_{43} в шарнірі Q отримуємо графічно згідно з рівнянням $\bar{R}_{43} = \bar{R}''_{43} + \bar{R}'_{43}$.

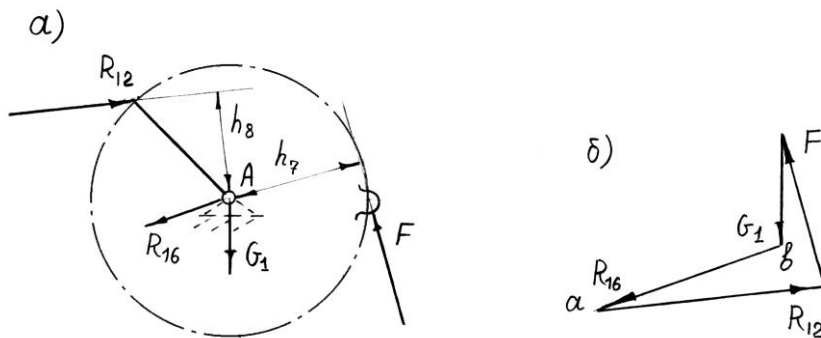


Рис. 3.10

Модулі знайдених реакцій визначаємо за відомими формулами

$$R_{56} = \mu_F ad,$$

$$R_{43} = \mu_F bd,$$

де ad, bd - відрізки на плані сил.

Для визначення реакцій \bar{R}_{45} у внутрішній кінематичній парі N розглянемо умову рівноваги сил, що діють на ланку 4,

$$\sum \bar{F} = 0, \quad \bar{\Phi}_4 + \bar{G}_4 + \bar{R}_{43} + \bar{R}_{45} = 0.$$

Розв'язок отримуємо, замкнувши на плані сил точки d і f. Модуль реакції дорівнює $R_{45} = \mu_F df$.

Визначимо координату b точки прикладання реакції R_{56} . З рівняння моментів усіх сил, що діють на ланку 5 відносно т. N,

$$\sum M_N(\bar{F}) = 0,$$

отримаємо:

$$R_{56}b - G_5h_3 - F_ph_p = 0, \quad b = \frac{G_5h_3 + F_ph_p}{R_{56}}.$$

Якщо плече b буде мати таку довжину, що т. D виявиться поза поверхнею UW , то силова дія стояка 6 на повзун 5 зведеться до двох реакцій R'_{56} , R''_{56} . Знайдена R_{56} є тоді лише їхньою рівнодійною. Шукані реакції визначаються за допомогою теореми Варіньона $R'_{56} = R_{56} \frac{l_{DW}}{l_{UW}}$; $R''_{56} = R_{56} \frac{l_{DU}}{l_{UW}}$

Перейдемо до розгляду групи Ассура 2. Накреслимо в масштабі групу Ассура і прикладемо діючі сили (рис. 3.9, в). Двоповодкова група Ассура третього виду частіше за інші зустрічається в сучасному машинобудуванні. При цьому, часто $G_2=0$, $\Phi_2=0$ або настільки малі, що ними нехтують

До ланок групи прикладені: відома з попереднього розрахунку реакція $\bar{R}_{34} = -\bar{R}_{43}$, а також відомі сили та момент G_3 , Φ_3 , M_Φ . Невідомими є модуль та напрям реакцій R_{36} і R_{21} в шарнірах C та B , модуль реакції взаємодії $\bar{R}_{23} = -\bar{R}_{32}$ в поступальній парі 2-

Розглянемо рівновагу не групи Ассура, а окремих ланок, які входять до групи, оскільки відомо напрям реакції R_{32} повзуна на кулісу (реакції у внутрішній кінематичній парі B). Ця реакція нормальна до напрямної CQ і прикладена в т. B (рис. 3.9, з).

За модулем реакцію R_{32} знайдемо з рівняння моментів сил, що діють на кулісу, відносно т. C

$$\sum M_C = 0,$$

$$R_{32}BC + \Phi_3h_4 + G_3h_5 - R_{34}h_6 + M_{\Phi_3}/\mu_l = 0,$$

звідки

$$R_{32} = \frac{R_{34}h_6 - \Phi_3h_4 - G_3h_5 - M_{\Phi_3}/\mu_l}{BC}, \quad \bar{R}_{32} = -\bar{R}_{23}.$$

Із умови рівноваги повзуна (рис. 3.9, д) маємо

$$\sum \bar{F} = 0,$$

$$\bar{R}_{23} + \bar{R}_{21} = 0, \quad \bar{R}_{23} = -\bar{R}_{21}.$$

Реакцію R_{36} знаходимо методом планів сил згідно з векторним рівнянням для ланки 3 $\sum \bar{F} = 0$, $\bar{R}_{34} + \bar{G}_3 + \bar{R}_{32} + \bar{\Phi}_3 + \bar{R}_{36} = 0$.

Для цього з довільно вибраної точки (полюса a , рис. 3.9, е) в масштабі μ_{F_1} відкладаємо сили \bar{R}_{34} , \bar{G}_3 , \bar{R}_{32} і $\bar{\Phi}_3$. Невідома реакція R_{36} замкне багатокутник сил. За модулем $R_{36} = \mu_{F_1} ab$.

Переходимо до силового розрахунку механізму I класу. Накреслимо його в масштабі (рис. 3.10, а) і нанесемо діючі сили: відому силу $\bar{R}_{12} = -\bar{R}_{21}$, силу ваги G_I , невідому за модулем і напрямком реакцію R_{I6} , та невідому лише за модулем зрівноважувальну силу $F_{зр}$. В даному прикладі зрівноважувальна сила являє собою рушійну силу. Лінія дії сили $F_{зр}$ проходить через полюс зачеплення P під кутом зачеплення α_w . Положення полюса P та величина кута α_w визначаються з геометричного розрахунку зубчастої передачі.

Сила $F_{зр}$ знаходиться з рівняння моментів сил відносно т. A

$$\sum M_A(F) = 0,$$

$$F_{3p} h_7 - R_{12} h_8 = 0,$$

звідки
$$F_{3p} = \frac{R_{12} h_8}{h_7}.$$

Відмітимо, що силу F_{3p} можна також отримати і коротшим шляхом, не роблячи розбивки механізму на групи Ассура, застосувавши теорему М.Є. Жуковського.

Реакцію R_{16} стояка b на кривошип 1 визначимо за допомогою побудови плану сил (рис. 3.10, b) згідно з рівнянням

$$\sum \bar{F} = 0,$$

$$\bar{R}_{12} + \bar{F}_{3p} + \bar{G}_1 + \bar{R}_{16} = 0.$$

За модулем невідома реакція $R_{16} = \mu_{F_2} \cdot ab$.

Теорема Жуковського

Визначення зрівноважувальної сили методом М.Є. Жуковського. У випадку задач, у яких необхідно знайти зрівноважувальну силу або зрівноважувальний момент, а визначати реакції в кінематичних парах немає потреби, використовують теорему (метод) Жуковського. Прикладом таких задач є: визначення потужності та типу двигуна, моменту інерції маховика, характеристики регулятора та інші задачі динаміки.

Співвідношення між силами, прикладеними до ланок механізму (включаючи і сили інерції), можна дістати, застосувавши теорему Жуковського про жорсткий важіль: якщо для механізму, що перебуває в русі, побудувати план швидкостей, а потім вектори усіх активних сил та сил інерції, які прикладені в різних точках механізму, повернути на 90° в один і той же бік та перенести в однойменні точки плану швидкостей, то сума моментів цих сил відносно полюса буде дорівнювати нулю.

Замість сил можна повертати план швидкостей на 90° , а сили прикладати так, як вони показані на схемі механізму. Тоді теорему Жуковського можна сформулювати таким чином: *якщо до плану швидкостей, повернутого на 90° , у відповідних точках прикласти всі зовнішні сили (і моменти), сили інерції (і моменти сил інерції), а також зрівноважувальну силу (момент) і розглядати план швидкостей як жорсткий важіль, закріплений у полюсі, то під дією цих сил і моментів він буде перебувати в рівновазі, а сума моментів сил відносно полюса дорівнюватиме нулю.* Таким чином, рівновазі механізму відповідає рівновага повернутого плану швидкостей, який розглядається як “жорсткий важіль”, що шарнірно закріплений в полюсі плану.

Доведення теореми ґрунтується на принципі можливих переміщень.

Моменти сил, що прикладені до ланок механізму найчастіше зображають у вигляді пар сил, які переносять на план швидкостей. Якщо моменти M_i , що діють на ланки механізму, переносяться на план швидкостей безпосередньо у вигляді моментів, їх величина визначається рівнянням

$$M_i^0 = M_i \frac{ab}{l_{AB}},$$

де l_{AB} , M – довжина ланки, до якої прикладений момент M_i ; ab , mm – відрізок плану швидкостей, до якого прикладається момент M_i^0 . При цьому момент M_i^0 має той же знак, що і заданий момент M_i , якщо напрям відрізка ab (порядок літер) співпадає з напрямом відрізка AB схеми механізму. Якщо напрям ab протилежний AB , то моменти M_i^0 та M_i мають різні знаки.

Застосування важеля Жуковського дозволяє визначити шукану силу за допомогою тільки одного рівняння моментів. У випадку застосування методу плану сил необхідно провести повний силовий розрахунок механізму.

Відзначимо, що метод Жуковського можна застосовувати для знаходження величини будь-якої сили, якщо точка прикладання та лінія дії цієї сили задані, а також відомі лінії дії, величини та точки прикладання усіх інших сил, які діють на ланки механізму.

З наведеного випливає така послідовність визначення зрівноважувальної сили за способом Жуковського: - креслять кінематичну схему механізму у заданому положенні та вибраному масштабі з прикладеними усіма зовнішніми силами. Моменти замінюють парами сил; - будують план швидкостей, повернутий на 90° ; - до однойменних точок повернутого плану прикладають усі зовнішні сили, сили інерції, а також зрівноважувальну силу, зберігаючи їх напрям; - складають рівняння суми моментів усіх сил відносно полюса і визначають зрівноважувальну силу.

Приклад. За допомогою важеля Жуковського визначити F_{3p} для механізму, що зображений на рис. 3.11. Згідно з умовою, F_{3p} прикладена в т.А кривошипа.

У довільному масштабі будуємо план швидкостей. Прикладаємо у відповідних точках плану швидкостей всі сили, повернуті на 90° за рухом стрілки годинника. При цьому моменти $M_{\phi 2}$ замінюємо парою сил $F'_{M\phi}$ і $F''_{M\phi}$, що прикладені в точках А та В, зі збереженням напрямку моменту

$$F'_{M\phi} = F''_{M\phi} = \frac{M_{\phi 2}}{l_{AB}}.$$

Складаємо рівняння моментів відносно полюса плану швидкостей

$$\sum M_{P_v}(F) = 0,$$

$$F_{3p} p_v a - F'_{M\phi} h_1 - G_2 h_2 - \Phi_2 h_3 + F_{KO} p_v b - \Phi_3 p_v b - F''_{M\phi} h_4 = 0.$$

$$\text{Звідки } F_{3p} = \frac{F'_{M\phi} h_1 + G_2 h_2 + \Phi_2 h_3 - F_{KO} p_v b + F''_{M\phi} h_4 + \Phi_3 p_v b}{p_v a}.$$

Якщо при розв'язку даного рівняння сила F_{3p} додатня, то це означає, що її напрям вибрано правильно. При від'ємному значенні правої частини напрям сили F_{3p} треба змінити на протилежний.

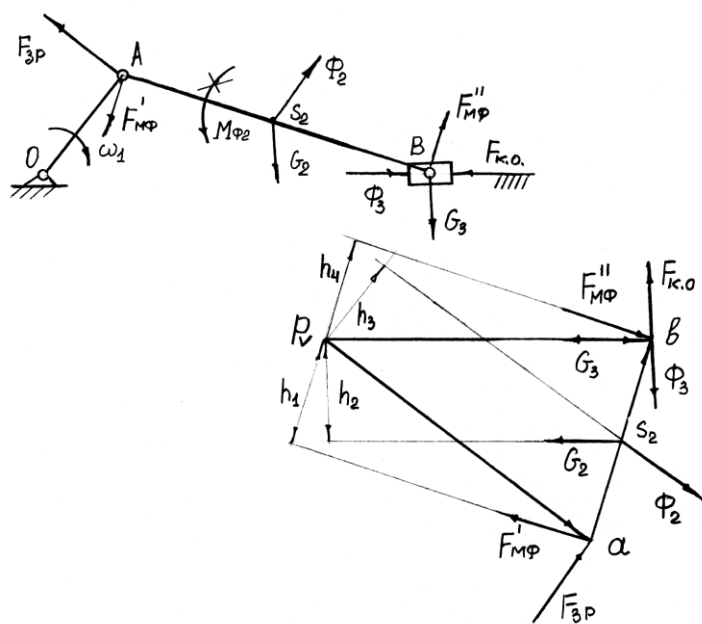


Рис. 3.11