МІНІСТЕРСТВО ВНУТРІШНІХ СПРАВ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ВНУТРІШНІХ СПРАВ
КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ ЛЬОТНИЙ КОЛЕДЖ

Циклова комісія природничих дисциплін

МЕТОДИЧНІ МАТЕРІАЛИ

ДО ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

навчальної дисципліни «Теоретична механіка та опір матеріалів»
обов'язкових компонент
освітньо-професійної програми
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти

272 Авіаційний транспорт
Технічне обслуговування та ремонт повітряних суден і авіадвигунів

Кременчук 2023

ЗАТВЕРДЖЕНО
Науково-методичною радою
Харківського національного
університету внутрішніх справ
Протокол від 30.08.2023 № 7

СХВАЛЕНО
Методичною радою Кременчуцького
льотного коледжу Харківського
національного університету
внутрішніх справ
Протокол від 28.08.2023 № 1

ПОГОДЖЕНО
Секцією науково-методичної ради
ХНУВС з технічних дисциплін
Протокол від 29.08.2023 № 7

Розглянуто на засіданні циклової комісії природничих дисциплін, протокол від 28.08.2023 № 1

Розробник:
Викладач циклової комісії природничих дисциплін, спеціаліст вищої категорії, Сіора А.С.

Рецензенти:
1. *Доцент кафедри автомобілів та тракторів Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського, кандидат технічних наук, доцент Черниш А.А.*
2. *Спеціаліст вищої категорії, викладач-методист циклової комісії аеронавігації Кременчуцького льотного коледжу Харківського національного університету внутрішніх справ, кандидат технічних наук, старший науковий співробітник Тягній В.Г.*

1.1. Розподіл часу навчальної дисципліни за темами (денна форма навчання)

Номер та назва навчальної теми	Кількість годин, відведених на вивчення навчальної дисципліни						Вид контролю
	Всього	з них:					
		лекції	Семінарські заняття	Практичні заняття	Лабораторні заняття	Самостійна робота	
Семестр №3							
Тема №1 Довільна система сил	11	2		4		5	
Тема №2 Кінематика точки	9	-		4		5	
Тема №3 Кінематика твердого тіла	13	2		6		5	
Тема №4Складний рух Тема	16	2		4		10	
№5Законидинаміки	7	2		-		5	
Тема № 6Основні положення опору матеріалів.	7	2		-		5	
Тема № 7 Розтягання і стискання. Механічні характеристики матеріалів.	17	2		4	6	5	
Тема № 8 Зсув, зминання та кручення.	11	2		4		5	
Тема № 9 Плоске згинання.	20	2		8		10	
Тема № 10 Складний опір	20	2		8		10	
Тема № 11 Стійкість стиснутих стержнів	7	2		-		5	
Тема № 12 Опір матеріалів повторно-змінних напружень	5	2		-		3	
Тема № 13 Динамічна дія навантажень	7	2		2		3	
							Екзамен
Всього за семестр №3:	**150**	**24**		**44**	**6**	**76**	

1.2.Розподіл часу навчальної дисципліни за темами (заочна форма навчання)

Номер та назва навчальної теми	Кількість годин, відведених на вивчення навчальної дисципліни						Вид контролю
	Всього	з них: лекції	Семінарські заняття	Практичні заняття	Лабораторні заняття	Самостійна робота	
Семестр №3							
Тема №1Довільна система сил	12	-		2		10	
Тема №2Кінематика точки	10	-		-		10	
Тема №3Кінематика твердого тіла	14	2		2		10	
Тема №4Складний рух	10	-		-		10	
Тема №5Законидинаміки	10	-		-		10	
Тема № 6Основні положення опору матеріалів.	10	-		-		10	
Тема № 7 Розтягання і стискання. Механічні характеристики матеріалів.	12	-		2		10	
Тема № 8Зсув, зминання та кручення.	12	-		2		10	
Тема № 9Плоске згинання.	14	2		2		10	
Тема № 10 Складний опір	16	2		2		12	
Тема № 11Стійкість стиснутих стержнів	10	-		-		10	
Тема № 12Опір матеріалів повторно-змінних напружень	10	-		-		10	
Тема № 13Динамічна дія навантажень	10	-		-		10	
							Екзамен
Всього за семестр:	**150**	**6**		**12**		**132**	

2. Методичні вказівки до практичних занять

Тема № 1.Довільна система сил.
Практичне заняття №1: Довільна система сил.
Навчальна мета заняття: поглибити і розширити знання здобувачів освіти із статики, ознайомити їх із методикою розв’язання задач.

Кількість годин - 2.
Місце проведення: навчальний кабінет коледжу.

Навчальні питання:

1. Визначення моментів сил, реакцій в’язів аналітичним способом. Література: 1, 2, 3,4 (с. 23-56)

План проведення заняття:

I. Порядок проведення вступу до заняття.

Проведення попереднього контролю теоретичних знань здобувачів освіти.

II. Порядок проведення основної частини заняття: постановка задачі та обговорення методики її розв’язання за участю здобувачів освіти, розв'язування задач.

Більшість задач статики зводиться до визначення реакцій зв′язків, зокрема, до визначення реакцій опор різного виду. На практиці найчастіше зустрічаються опори трьох видів: а) шарнірно - рухома опора; б) шарнірно - нерухома; в) нерухоме жорстке затиснення. Перші дві опори ми розглянули раніше.

У випадку жорсткого затиснення виключені будь - які переміщення балки, як лінійні, так і кутові. У цьому випадку на затиснений кінець балки зі сторони опорних площин діє деяка сукупність реакцій (рис. 2, а), яка являє собою довільну плоску систему сил. Використовуючи теорему Пуансо, замінимо цю систему однією силою - реакцією [redacted] $_B$, рівною головному векторові, і парою з моментом M_B , рівним головному моменту цих сил відносно точки B (рис. 2 б).

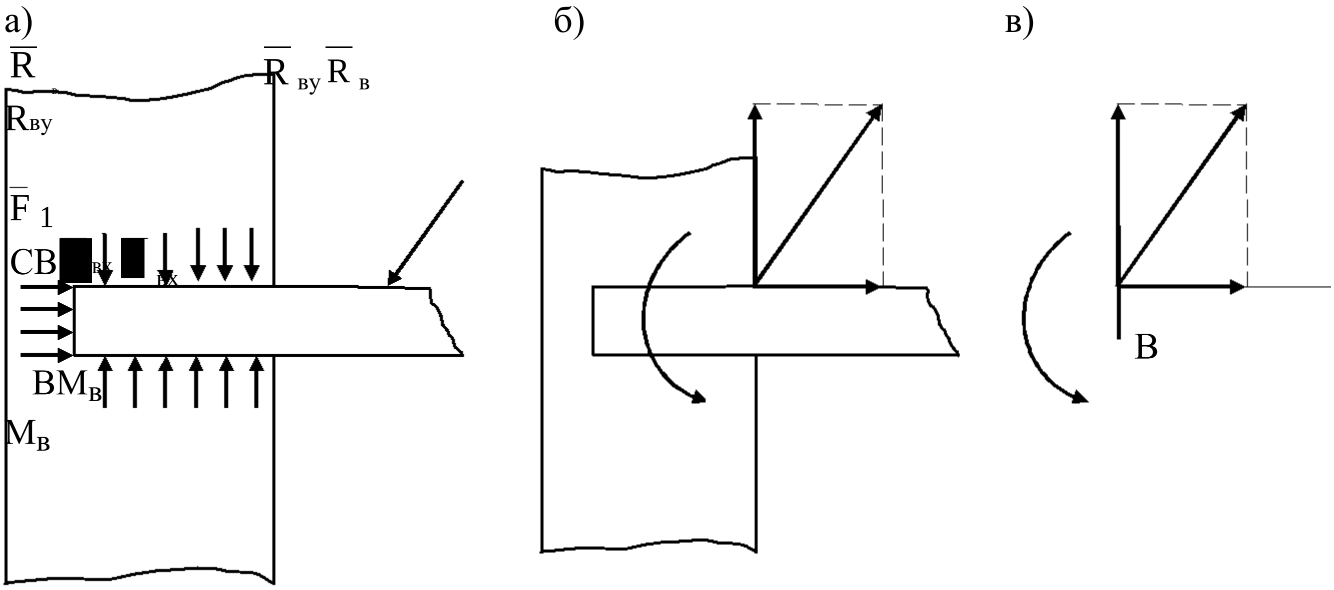


Рис. 2

Ця сукупність сили і пари являє собою реакцію затиснення. Знаходження невідомої по модулю і напряму реакції $\overline{R_B}$ можна замінити знаходженням її двох складових R_{Bx} і $\overline{R_{By}}$. Таким чином, для знаходження реакції жорсткого затиснення необхідно визначити дві проекції сили $\overline{R}_B$: $\overline{R}_{Bx}$ і $\overline{R}_{By}$ і момент

M_B (рис. 2, б). Умовне позначення жорсткого затиснення показано на рис. 2, в.

Усі аксіоми і положення статики справедливі для зосереджених сил. На практиці ж часто приходиться мати справу з паралельними силами, розташованими уздовж даної площини за деяким законом. Така система розподілених сил характеризується інтенсивністю q , яка дорівнює силі, що приходиться на одиницю довжини навантаженої ділянки. Вимірюється інтенсивність у н′ютонах на метр (Н/м). При рішенні задач статики таку систему сил необхідно попередньо замінити її рівнодіючою.

Якщо навантаження рівномірно розподілене уздовж осі конструкції (рис. 3, а), то у цьому випадку інтенсивність q є величиною сталою, і рівнодіюча $\overline{F}$ такої системі по модулю дорівнює

$$F = ql .$$

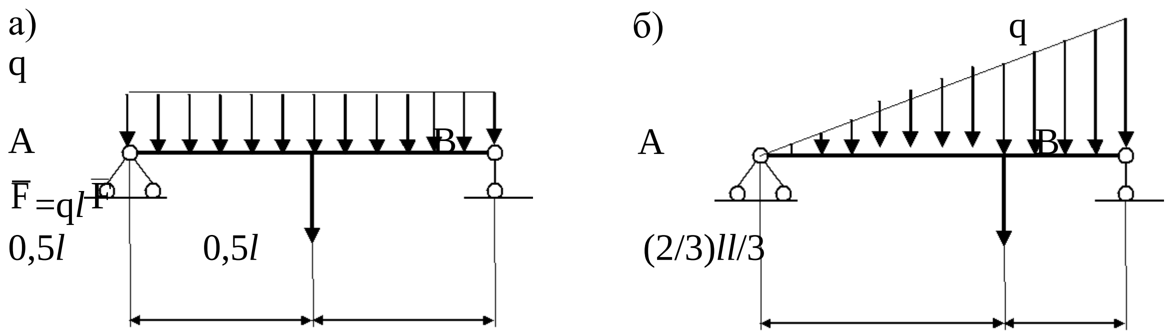


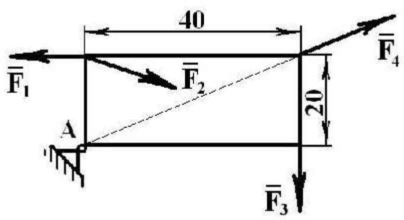
Рис. 3

Напрям сили $\overline{F}$ співпадає з напрямом сил, утворюючих систему, а точкою її прикладення є середина відрізка, уздовж якого діє дана система сил.

Якщо навантаження розподілене уздовж осі конструкції за лінійним законом (рис. 3, б), то для такої системи сил інтенсивність є величиною змінною, що змінюється від нуля до максимального значення q . Рівнодіюча такої системи сил дорівнює площі її інтенсивності і прикладена у центрі ваги трикутника ABC на відстані $\frac{2}{3}l$ від точки A:

$$F = \frac{1}{2}ql .$$

Завдання 1 Визначити моменти сил відносно точки А



F₁ = F₃= 25 кН, F₂ = F₄= 25 кН,

сила $\overline{F_2}$ складає з горизонталлю гострий кут 30°

Завдання 2

Які із наведених нижче пар еквівалентні (Напрям моменту всіх трьох пар однаковий)?

а) сила пари 100 *кН*, плече 0,05 *м*;

б) сила пари 20 *кН*, плече 2,5 *м*;

в) сила пари 1000 *кН*, плече 0,05 *м*.

Завдання 3

Момент пари сил рівний *100 Нм*, плече пари *0,2м*. Визначити значення сил пари. Як зміниться значення сил пари, якщо плече збільшити в два рази при збереженні значення моменту?

Завдання 4

Знайти момент пари сил, еквівалентної системі трьох пар, що лежать в одній площині. Перша пара утворена силами $F_1 = F_1' = 2$ *кН*, з плечем $h_1 = 1{,}25$ м і діє за годинниковою стрілкою. Друга пара утворена силами $F_2 = F_2' = 3$ *кН*, з плечем $h_2 = 2$ *м* і діє проти годинникової стрілки. Третя пара утворена силами $F_3 = F_3' = 4{,}5$ *кН*, з плечем $h_2 = 4{,}5$ *м* і діє за годинниковою стрілкою.

III. Порядок проведення заключної частини заняття.

Здійснити перевірку і оцінювання виконаних завдань. Підвести підсумок практичного заняття звернув увагу на основні помилки при його виконанні.

Тема № 1.Довільна система сил.

Практичне заняття №2: Довільна система сил.

Навчальна мета заняття: поглибити і розширити знання здобувачів освіти із статики, ознайомити їх із методикою розв'язання задач. Кількість годин - 2.

Місце проведення: навчальний кабінет коледжу.

Навчальні питання:

1. Визначення моментів сил, реакцій в'язів аналітичним способом для довільної системи сил.

Література: 1, 2, 3,4 (с. 23-56)

План проведення заняття:

I. Порядок проведення вступу до заняття.

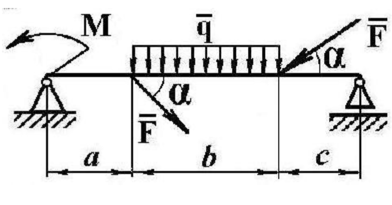
Проведення попереднього контролю теоретичних знань здобувачів освіти.

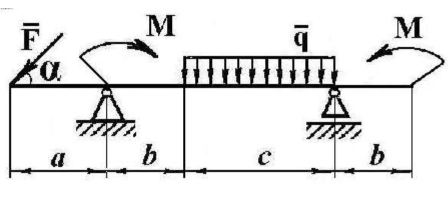
II. Порядок проведення основної частини заняття: постановка задачі та обговорення методики її розв'язання за участю здобувачів освіти, розв'язування задач.

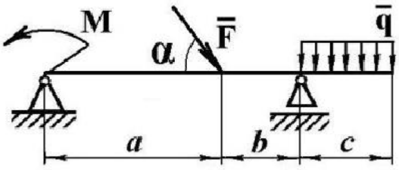
Більшість задач статики зводиться до визначення реакцій зв′язків, зокрема, до визначення реакцій опор різного виду. На практиці найчастіше зустрічаються опори трьох видів: а) шарнірно - рухома опора; б) шарнірно - нерухома; в) нерухоме жорстке затиснення.

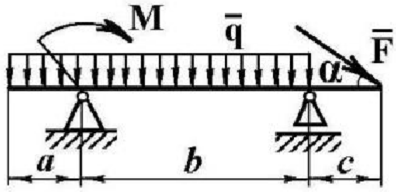
Завдання

Для заданих схем балок і заданого навантаження визначити реакції в'язів









F= 5 кН; M= 2 кНм; q= 1 кН/м; $\alpha = 30^{\circ}$*;* $a = 1\,м$*;* $b = 2\,м$*;* $c = 3м$

III. Порядок проведення заключної частини заняття.

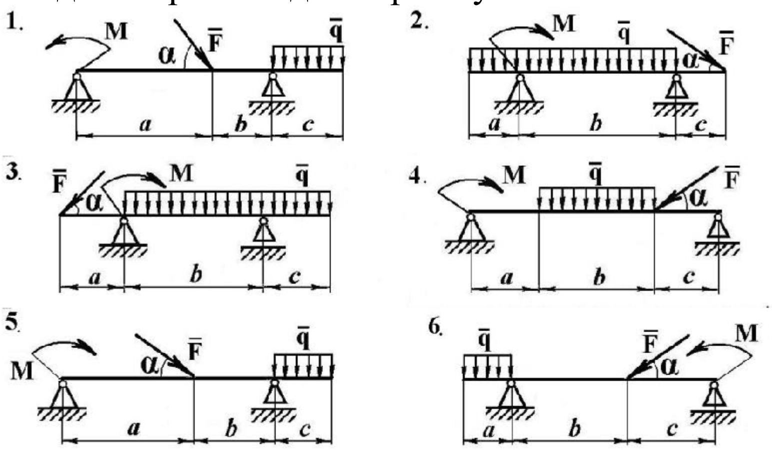
Здійснити перевірку і оцінювання виконаних завдань. Підвести підсумок практичного заняття звернув увагу на основні помилки при його виконанні.

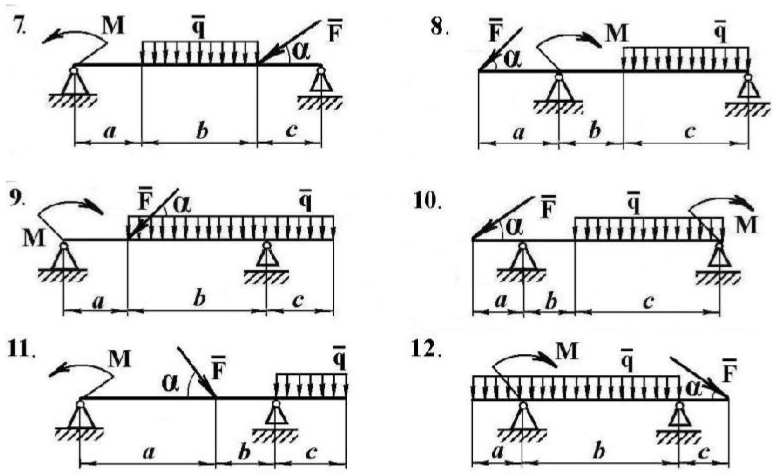
Індивідуальне завдання №1:

1. Визначити реакції шарнірно рухомої і шарнірно нерухомої опори двохопорної балки
2. Виконати перевірку правильності розв’язання.

Варіант №	Задані величини						
	a, м	*b, м*	*c, м*	*q, кН/м*	*F, кН*	*M, кНм*	*α , град*
1	2,2	1,8	1,5	5	10	20	60
2	1,0	4,0	0,5	2	12	12	45
3	1,5	4,0	1,5	3	30	7	45
4	0,5	3,5	1,0	2	12	8	60
5	3,5	1,5	1,0	4	18	5	60
6	1,0	2,0	1,5	6	14	8	60
7	0,5	2,5	1,5	4	20	15	60
8	2,0	1,0	4,0	5	6	10	45
9	1,0	3,0	1,0	3	9	5	45
10	1,5	1,0	3,5	2	10	5	45
11	3,5	1,5	1,0	3	30	7	45
12	1,0	3,0	1,0	4	20	15	60

Ілюстрацію до задачі обрати згідно варіанту





Перелік питань для самоконтролю:

1 Яка силова система називається системою довільних сил?

2 Чому дорівнює проекція сили, перпендикулярної (паралельної, похилої) до осі?

3 Що називається головним вектором системи довільних сил?

4 Що називається головним моментом системи довільних сил?

5 Що називається моментом сили навколо точки?

6 У чому полягає умова рівноваги системи довільних сил?

7 Скільки і які рівняння описують рівновагу системи довільних сил на площині?

8 Скільки і які рівняння описують рівновагу системи довільних сил у просторі?

9 За яким алгоритмом виконується розв’язання задач на рівновагу системи довільних сил?

Тема № 2. Кінематика точки.

Практичне заняття №3: Кінематика точки.
Навчальна мета заняття: поглибити і розширити знання здобувачів освіти з кінематики, ознайомити їх із методикою розв’язання задач. Кількість годин - 2.

Місце проведення: навчальний кабінет коледжу.

Навчальні питання:

1. Визначення рівнянь руху та траєкторії точки.

Література: 1, 2, 3,4 (с. 78-103).

План проведення заняття:

I. Порядок проведення вступу до заняття.

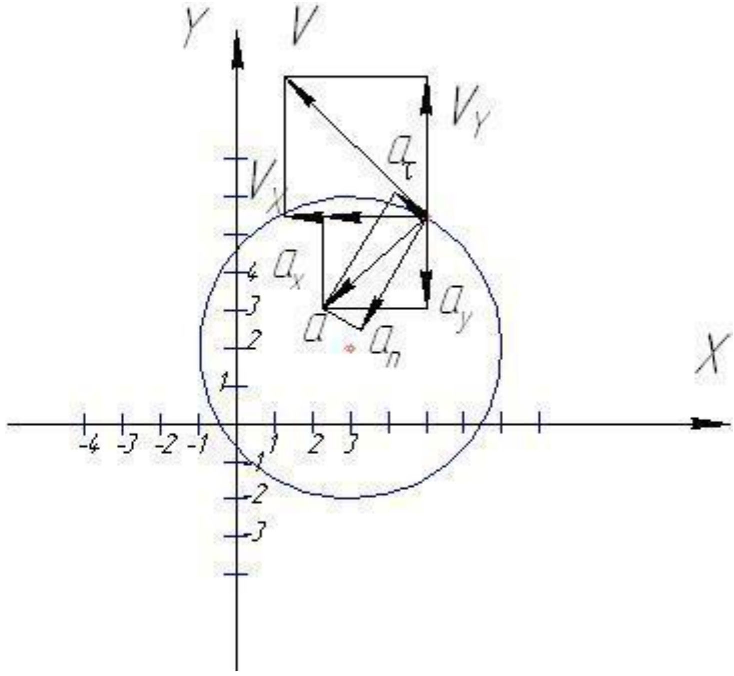
Проведення попереднього контролю теоретичних знань здобувачів освіти.

II. Порядок проведення основної частини заняття: постановка задачі та обговорення методики її розв’язання за участю здобувачів освіти, розв'язування задач.

Задане рівняння руху точки в площині *xy*: $x = 4\cos(\frac{\pi}{3}t) + 3$, $y = 4\sin(\frac{\pi t}{3}) + 2$; $t_1 = 1$с.

Знайти рівняння траєкторії точки; швидкість та прискорення, дотичне та нормальне прискорення; радіус кривини траєкторії в момент часу $t = t_1$.

Розв'язання:



1.Рівняння траєкторії. Для визначення рівняння траєкторії точки виключимо час t із заданих рівнянь руху. Так як час входить в аргументи де тригонометричних функцій, один аргумент вдвічі більший за другий, використовуємо формулу

$$\frac{x-3}{4} = \cos\alpha \quad \frac{y-2}{4} = \sin\alpha$$

$$\left(\frac{x-3}{4}\right)^2 = \cos^2\alpha \quad \left(\frac{y-2}{4}\right)^2 = \sin^2\alpha$$

$\left(\frac{x-3}{4}\right)^2 + \left(\frac{y-2}{4}\right)^2 = \cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$ - рівняння кола з осями x=4м; y=4м, причому його вісь зсунута x=3м; y=2м.

2. Швидкість точки. Швидкість знайдемо за її проекціями на координатні осі.

$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$, де

$v_x = \frac{dx}{dt} = -\frac{4\pi}{3}\sin(\frac{\pi}{3}t)$, $v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{4\pi}{3}\cos(\frac{\pi}{3}t)$. При $t = t_1 = 1$ с

$v_x = -3{,}62$ (м/с), $v_y = 2{,}09$ (м/с),

$$v = \sqrt{3{,}62^2 + 2{,}09^2} = 4{,}18 \text{ (м/с)}.$$

2. **Прискорення точки.** Знаходимо аналогічно:
3.

$$a=\sqrt{a_x^2+a_y^2},$$

$$a_x=\frac{dv_x}{dt}=-\frac{4\pi^2}{9}\cos(\frac{\pi}{3}t),\quad a_y=\frac{dv_y}{dt}=-\frac{4\pi^2}{9}\sin(\frac{\pi}{3}t)$$ и при $t=t_1=1$

$a_x=-2{,}19$ (м/с^2), $a_y=-3{,}79$ (м/с^2), $a=\sqrt{a_X^2+a_Y^2}=4{,}37$ (м/с^2).

4. Дотичне прискорення. Знайдемо, для цього диференцюємо рівність $v^2=v_x^2+v_y^2$. Отримаємо

$$2v\frac{dv}{dt}=2v_x\frac{dv_x}{dt}+2v_y\frac{dv_y}{dt},$$ звідки $$a_\tau=\frac{v_Xa_X+v_Ya_Y}{v}$$ та при $t=t_1=1$ с

$$a_\tau=\frac{3{,}62\cdot2{,}19-2{,}09\cdot3{,}79}{4{,}18}=0{,}002\ (\text{м/с}^2).$$

5. Нормальне прискорення.. $a_n=\sqrt{a^2-a_\tau^2}=\sqrt{4{,}37^2-0{,}002^2}=4{,}37$ (м/с^2).

6. Радіус кривини траєкторії. $\rho=\dfrac{v^2}{a_n}=\dfrac{4{,}18^2}{4{,}37}=4$ (м).

Відповідь: $v_x=-3{,}62$ (м/с), $v_y=2{,}09$ (м/с), $v=4{,}18$ (м/с), $a_x=-2{,}19$ (м/с^2), $a_y=-3{,}79$ (м/с^2), $a=4{,}37$ (м/с^2), $a_\tau=0{,}002$ (м/с^2), $a_n=4{,}37$ (м/с^2), $\rho=4$ (м).

III. Порядок проведення заключної частини заняття.
Здійснити перевірку і оцінювання виконаних завдань. Підвести підсумок практичного заняття звернув увагу на основні помилки при його виконанні.

Тема № 2. Кінематика точки.

Практичне заняття №4: Кінематика точки.
Навчальна мета заняття: поглибити і розширити знання здобувачів освіти з кінематики, ознайомити їх із методикою розв'язання задач. Кількість годин - 2.

Місце проведення: навчальний кабінет коледжу.
Навчальні питання:
1. Визначення рівнянь руху та траєкторії точки.
Література: 1, 2, 3,4 (с. 78-103).

План проведення заняття:

I. Порядок проведення вступу до заняття.
Проведення попереднього контролю теоретичних знань здобувачів освіти.

ІІ. Порядок проведення основної частини заняття: постановка задачі та обговорення методики її розв’язання за участю здобувачів освіти, розв'язування задач.

Задачі:

1. Рух точки задано рівняннями:

$x = 2t – sin2t$

$y = 2 – cos2t$

x, y – координати (м); *t* – час (с).

Визначити дотичне і нормальне прискорення точки в момент часу $t = \pi/2$ (с).

2. По дузі кола радіусом R=1000 м рівносповільнено рухається потяг зі швидкістю на початку руху υ_0=54 км/год. Після того як потяг пройшов відстань S= 500 м, його швидкість зменшилась до 36 км/год.

Визначити повне прискорення потяга на початку і в кінці руху.

ІІІ. Порядок проведення заключної частини заняття.

Здійснити перевірку і оцінювання виконаних завдань. Підвести підсумок практичного заняття звернув увагу на основні помилки при його виконанні.

Індивідуальнезавдання №2

Кінематичне дослідження руху точки за заданимирівняннями її руху.

За заданими рівняннями руху точки знайти траєкторію, швидкість, прискорення з його складовими дотичним і нормальним прискоренням та радіус кривини траєкторії. Побудувати траєкторію на рисунку, вказати на ній положенняточки в початковий момент руху та в момент часу $t = t_1$. На рисунку траєкторії в момент часу t_1 побудувати вектори швидкості і прискорення точки в відповідно вибраних масштабах.

Рівняння руху точки $x = x(t)$, $y = y(t)$ та значення моменту часу t_1 знаходяться в таблицях 1.2а і 1.2б , а значення коефіцієнтів *A* **,** *B, C, D, k* та φ в таблицях 1.1а і 1.1б по відповідних варіантах. Розмірність координат - сантиметри, часу – секунди.

Таблиця 1.1а

Варі-ант	*A*	*B*	*C*	*D*	*k*
1	3	2	6	4	2π
2	7	4	2	9	3π
3	4	3	6	5	8π
4	6	5	4	2	4π
5	8	4	7	6	5π
6	5	7	3	4	6π
7	3	4	7	2	2π
8	5	3	6	3	4π

Таблиця 1.1б

Варі-ант	*A*	*B*	*C*	*D*	φ
	см				*рад*
1	70	20	35	25	πt
2	40	10	10	15	t^2
3	50	25	10	30	$2\pi t$
4	64	16	30	18	πt^2
5	80	40	36	50	$2t$
6	55	11	20	25	$2\pi t^2$
7	65	13	18	20	$2t$
8	70	10	25	20	$3t^2$

Приклад виконання завдання

Дано: Точка рухається в площині згідно з функціями від часу

$x = 4\,t - 1$, $y = 2\,t^{2} + 3$ (1.1)

Знайти траєкторію, швидкість, прискорення, дотичне і нормальне прискорення руху точки та радіус кривини траєкторії вмомент часу $t_1 = 1$ *с*.

Побудувати графік траєкторії, вказати інтервали руху на ній, відмітити початкове положення точки при $t=0$ і в момент $t = t_1$,зобразити в ці моменти часу вектори швидкості і прискорення за їх складовими.

Розв'язання. Знайдемо траєкторію руху точки в аналітичному вигляді. Для цього з заданих рівнянь руху (1.1) вилучаємо параметр *t*.

$t = (x + 1)/4$, $y = (x + 1)^{2}/8 + 3$,

або після спрощення:

$y = (x^{2} + 2\,x + 25)/8$, (1.2)

що і є траєкторією руху точки.

Знаходимо швидкість руху.

$V_x = dx/dt = 4$,

$V_y = dy/dt = 4\,t$, (1.3)

$V = (V_x^{2} + V_y^{2})^{0,5}$.

Таблиця 1.2а

Варіант	$x(t)$, $y(t)$, *см*	t_1, *с*
1	$x = -At^2 + C, \quad y = -Dt$	1
2	$x = A\cos^2(\frac{k}{3}t), \quad y = B\sin^2(\frac{k}{3}t)$	0,5
3	$x = -C\cos(\frac{k}{3}t^2), \quad y = D\sin(\frac{k}{3}t^2)$	0,3
4	$x = At + B, \quad y = -\frac{D}{t+1}$	2
5	$x = A\sin(\frac{k}{3}t), \quad y = -B\cos(\frac{k}{3}t) + C$	1
6	$x = At^2 + C, \quad y = -Bt$	2
7	$x = 3t^2 - t + C, \quad y = Dt^2 - \frac{D}{3}t - B$	1,5
8	$x = B\sin(\frac{k}{6}t^2), \quad y = A - C\cos(\frac{k}{6}t^2)$	4
9	$x = -\frac{A}{t+B}, \quad y = At + 2B$	2
10	$x = -D\cos(\frac{k}{3}t), \quad y = -C\sin(\frac{k}{3}t) - D$	1

Продовження таблиці 1.2а

Варіант	$x(t)$, $y(t)$, *см*	t_1, *с*
11	$x = -At^2 + D$, $y = -Bt$	*1,5*
12	$x = B\sin^2(\frac{k}{6}t)$, $y = -B\cos^2(\frac{k}{6}t)$	*1*
13	$x = D\cos(\frac{k}{3}t^2)$, $y = -D\sin(\frac{k}{3}t^2)$	*1*
14	$x = -At - C$, $y = -\frac{A}{t+1}$	*1*
15	$x = D\cos(\frac{k}{3}t)$, $y = -D\sin(\frac{k}{3}t)$	*0,5*
16	$x = At$, $y = Bt^2 - D$	*1*
17	$x = C\sin^2(\frac{k}{6}t) - D$, $y = -A\cos^2(\frac{k}{6}t)$	*1*
18	$x = -Dt^2 - C$, $y = At$	*0,5*
19	$x = A + B\cos(\frac{k}{3}t)$, $y = C\sin(\frac{k}{3}t) + D$	*1*
20	$x = B - Ct - At^2$, $y = C - Ct - At^2$	*1*

Продовження таблиці 1.2а

Варіант	$x(t)$, $y(t)$, см	t_1, с
21	$x = A\sin(\frac{k}{6}t^2) - B$, $y = A\cos(\frac{k}{6}t^2) + C$	2
22	$x = B\,t^2 - D$, $y = C\,t$	1
23	$x = A\,t^2 + C$, $y = D - B\,t^2 + \frac{B}{C}t$	0,5
24	$x = D\sin(\frac{k}{6}t^2) - C$, $y = A\cos(\frac{k}{6}t^2)$	1
25	$x = -A\,t$, $y = -Bt^3 - C$	1
26	$x = D\sin^2(\frac{k}{4}t) + C$, $y = -D\cos^2(\frac{k}{4}t) + B$	1
27	$x = -C - B\sin(\frac{k}{3}t^2)$, $y = -B\cos(\frac{k}{3}t^2) + A$	1
28	$x = Dt^2 + A$, $y = C\,t$	1,5
29	$x = At^2 - \frac{k}{B}t - C$, $y = Bt^2 + t + C$	1
30	$x = D\cos(\frac{k}{3}t^2) + A$, $y = -D\sin(\frac{k}{3}t^2) + B$	0,5

Знаходимо прискорення точки.

$a_x = dV_x/dt = 0$,

$a_y = dV_y/dt = 4$, (1.4)

$a = (a_x^{2} + a_y^{2})^{0,5}$.

Знаходимо дотичне, нормальне прискорення та радіус кривини траєкторії.

$a_\tau = dV/dt = (V_x a_x + V_y a_y) / V$,

$a_n = (a^{2} – a_\tau^{2})^{0,5}$,(1.5)

$\rho = V^{2} / a_n$.

За формулами (1.1), (1.3) - (1.5) розраховуємо значення координат x і y, швидкості Vіз складовими V_x таV_y, прискорення a із складовими a_x, a_y, a_τ, a_n і радіуса кривини ρ при значенні часу $t = 0$, $t = 1$с. Величини V_x , a_x , a_y і a від часу не залежать і в будь-який момент вони рівні: $V_x=4$, $a_x=0$, $a_y=4$, $a = 4$. Інші результати заносимо в таблицю 1.3.

Таблиця 1.3

t	x	y V_y		V a	$\tau a_n \rho$		
0	-1	3	0	4	0	4	4
1	3	5	4	5,66	2,83	2,83	11,3

За одержаними результатами будуємо траєкторію руху точки на рис.4.

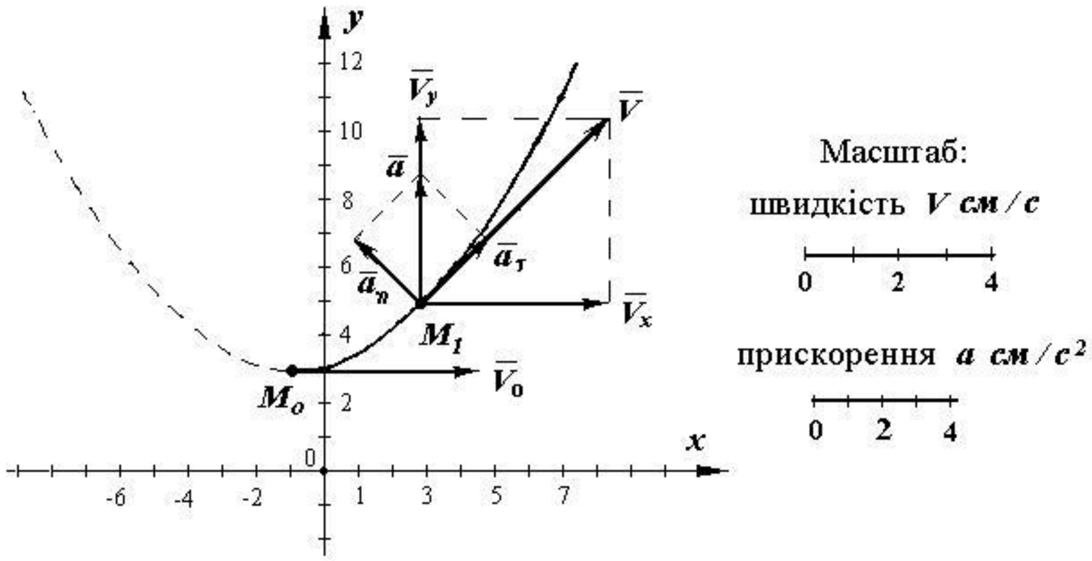


Рисунок. 4

Аналітичний вигляд траєкторії дає формула (1.2), що в сукупності із зображенням дає повне уявлення про лінію, по якій рухається точка. Це парабола, яка є симетричною до вертикальної прямої, що проходить через точку $x = -1$ з мінімумом в точці $(-1, 3)$. Але точка M рухається тільки по правій вітці цієї параболи, тобто $x > -1$. В таблиці результатів при $t = 0$ маємо: $x=-1$, $y=3$. Це і є початкове положення точки M на траєкторії, яке помічаємо точкою M_o. При $t = 1c$ маємо: $x=3$, $y=5$. Це відповідає положенню точки M на траєкторії в момент часу 1 *с*, що помічаємо M_1. Точки M_o і M_1 показуємо на рис.1.1.

Детальніше уявлення про характер руху точки по траєкторії будемо мати тоді, коли в точках M_o і M_1 на рис.1.1 покажемо вектори швидкостей і прискорень. В початковий момент руху, при $t=0, V_x=4, V_y=0, V=4$. Це означає, що в точці M_o швидкість рухомої точки напрямлена паралельно осі Ox. В момент часу $t =1c$ маємо: $V_x = 4$, $V_y = 4$, $V = 5{,}66$. Тоді в точці M_1 на рис.1.1 вектор швидкості складає з віссю Ox кут 45^o. Вектори швидкостей в точках M_o і M_1 будуємо в масштабі, що приводиться на рис. 1.1. Таким же чином, тільки у відповідному масштабі, будуємо для точки M_1 векториприскорень.

Відповідь: згідно із заданими рівняннями точка рухається по траєкторії, що є правою віткою параболи $y = (x^2 +2x + 25) / 8$, в початковий момент часу знаходиться в точці *(-1,3)*, в момент часу *1с*в точці *(1,5)* має швидкість $V = 5{,}66$ *см/с* і прискорення $a = 4$ *см/с.*

Тема № 3. Кінематика твердого тіла.

Практичне заняття №5: Кінематика твердого тіла.
Навчальна мета заняття: поглибити і розширити знання здобувачів освіти з кінематики, ознайомити їх із методикою розв’язання задач. Кількість годин - 2

Місце проведення: навчальний кабінет.

Навчальні питання:

1. Визначення рівнянь руху та траєкторії точки.

Література: 1, 2, 3,4 (с. 78-103).

План проведення заняття:

І. Порядок проведення вступу до заняття.

Проведення попереднього контролю теоретичних знань здобувачів освіти.

ІІ. Порядок проведення основної частини заняття: постановка задачі та обговорення методики її розв’язання за участю здобувачів освіти, розв'язування задач.

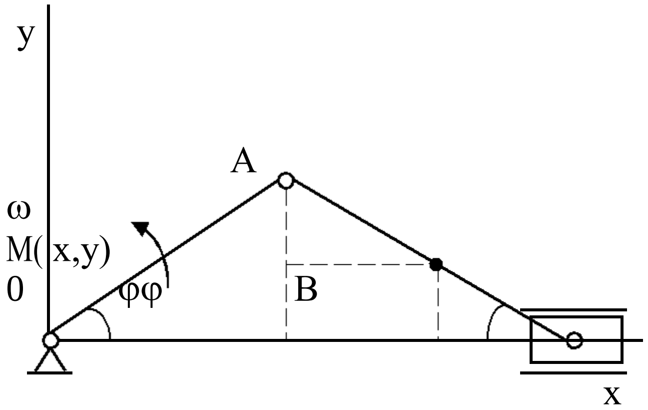


Рис. 5

Приклад 1. Кривошип OA обертається навколо нерухомої осі так, що кут φ=10 t рад. Довжина OA =0,8 м, AB =0,8 м. Знайти рівняння руху і траєкторію середньої точки M шатуна, а також рівняння руху повзуна B, якщо у початковий момент повзун знаходився у крайньому положенні (рис. 5).

Розв’язання. Визначимо координати точки M у залежності від кута φ:

$$x_M = OA\cos\varphi + AM\cos\varphi = 0.8\cos\varphi + 0.4\cos\varphi = 1.2\cos\varphi;$$
$$y_M = MB\sin\varphi = 0.4\sin\varphi.$$

Таким чином, рівняння руху точки M запишеться так:

$$x_M = 1.2\cos 10t;\ y_M = 0.4\sin 10t.$$

Щоб визначити рівняння траєкторії точки M, виключимо з рівняння руху час. Перетворимо рівняння руху і піднесемо їх до квадрату:

$x^2_M/1.2^2 = \cos^2 10t;\ y^2_M/0.4^2 = \sin^2 10t.$ Складемо ліві і праві частини рівнянь і одержимо рівняння траєкторії точки M :

$$x^2_M/1.2^2 = y^2_M/0.4^2 = 1.$$

Точка M рухається по еліпсу з напівосями довжиною 1,2 і 0,4 м.

Так як повзун B рухається прямолінійно уздовж осі x, то $y_B = 0$.

Щоб одержати рівняння руху повзуна визначимо абсцису точки B у залежності від кута φ:

$$x_B = OA\cos\varphi + AB\cos\varphi =$$
$$= 0.8\cos\varphi + 0.8\cos\varphi = 1.6\cos\varphi.$$

Тоді рівняння руху повзуна запишемо так:

$$x_b = 1.6\cos 10t, \text{ м}$$

Приклад 2. Знайти модуль швидкості середини M шатуна кривошипно-повзунного механізму і швидкість повзуна B, якщо OA = 0,4 м; AB = 0,8 м, а кут $\varphi = \omega t$, де ω - постійна величина, а t виражається у секундах (див. рис. 2.6).

Розв’язання. Для розв’язання приклада скористуємося рівняннями руху точки M і повзуна B, одержаними у прикладі 2.1:

$$x_M = 1.2\cos\varphi = 1.2\cos\omega t,$$
$$y_M = 0.4\sin\varphi = 0.4\sin\omega t,$$
$$x_B = 1.6\cos\varphi = 1.6\cos\omega t,$$

Для визначення швидкості точки M візьмемо похідні:

$$V_{MX} = \frac{dx_M}{dt} = -1.2\omega\sin\omega t$$

$$V_{MY} = \frac{dy_M}{dt} = 0.4\omega\cos\omega t.$$

Визначимо модуль швидкості точки M:

$$V_M = \sqrt{V_{MX}^2 + V_{MY}^2} = \sqrt{(1.2\omega\sin\omega t)^2 + (0.4\omega\cos\omega t)^2} = 0.4\omega\sqrt{8\sin^2\omega t + 1},\ \text{м/с}.$$

Повзун B рухається прямолінійно, тому для визначення швидкості його руху досить продиференціювати рівняння руху за часом:

$$V_B = \frac{dx_B}{dt} = -1.6\omega\sin\omega t,\ \text{м/с}.$$

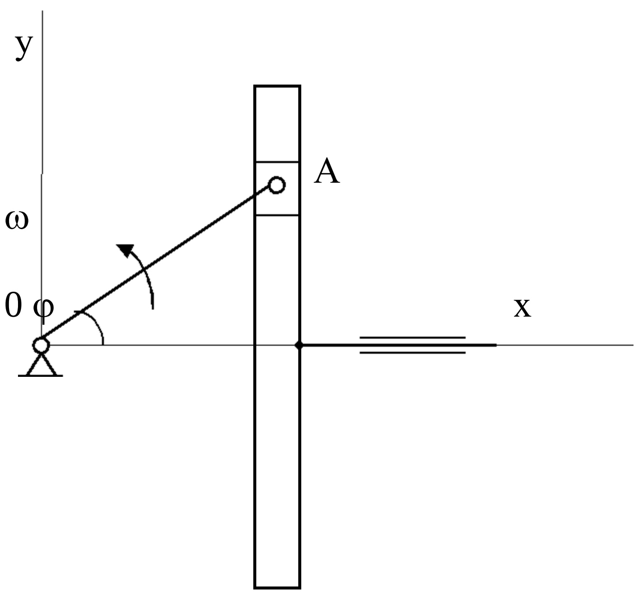


Рис. 6

Приклад 3. Кривошип OA куліси Вольфа (рис. 6) рівномірно обертається навколо нерухомої осі O так, що кут $\varphi = (\pi/4)t$, рад. Довжина OA =0,2 м. У початковий момент кривошип OA складав з віссю $0x$ кут $\varphi_0 = 0$. Скласти рівняння руху куліси.

Розв’язання. З конструкції механізму видно, що куліса рухається зворотно-поступально уздовж осі x. Зрозуміло, що куліса буде рухатися за тим же законом, за яким рухається проекція точки A на вісь x. Отже,

$$x = x_A = OA\cos\varphi = 0.2\cos(\pi/4)t,$$

м

III. Порядок проведення заключної частини заняття.

Здійснити перевірку і оцінювання виконаних завдань. Підвести підсумок практичного заняття звернув увагу на основні помилки при його виконанні.

Тема № 3. Кінематика твердого тіла.

Практичне заняття №6: Кінематика твердого тіла.
Навчальна мета заняття: поглибити і розширити знання здобувачів освіти з кінематики, ознайомити їх із методикою розв'язання задач. Кількість годин - 2

Місце проведення: навчальний кабінет.

Навчальні питання:

2. Визначення рівнянь руху та траєкторії точки.

Література: 1, 2, 3,4 (с. 78-103).

План проведення заняття:

I. Порядок проведення вступу до заняття.

Проведення попереднього контролю теоретичних знань здобувачів освіти.

II. Порядок проведення основної частини заняття: постановка задачі та обговорення методики її розв'язання за участю здобувачів освіти, розв'язування задач.

<u>Приклад 4.</u>

Дано: r1=2см; R1=4см; r2=6см; R2=8см; r3=12см; R3=16см; t1=2с; $V_5 = 2t^3 - 3$

Знайти кутові прискорення та швидкості коліс за величиною та напрямком, прискорення та швидкість рейки, прискорення та швидкість усіх точок.

Розв'язання:

1.Визначимо кутові та лінійні швидкості всіх коліс як функцію часу. Знаючи закон руху колеса 5 у момент часу t1=2с

$V_5 = 2t_1^3 - 3 = 13\,см/с$ приймемо додатній напрямок вниз.

$u_3 = V_5 = 13\,см/с$ $\omega_3 = \frac{u_3}{r_3} = \frac{13}{12} = 1.08\,см/с$ $V_3 = u_1 = \omega_3 \cdot R_3 = 1{,}08 \cdot 16 = 17{,}28\,см/с$

$\omega_1 = \frac{u_1}{r_1} = \frac{17{,}28}{2} = 8{,}64\,см/с$ $V_2 = V_1 = \omega_1 \cdot R_1 = 8{,}64 \cdot 4 = 34{,}56\,см/с$

$\omega_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{34{,}56}{8} = 4{,}32\,см/с$ $V_4 = u_2 = \omega_2 \cdot r_2 = 4{,}32 \cdot 6 = 25{,}92\,см/с$

2. Визначимо кутові та лінійні прискорення.

$a_5 = \dot{V}_5 = 6t^2$ у момент часу t1=2с $a_5 = a_C^{\tau} = 6 \cdot 2^2 = 24\,см/с^2$

$\varepsilon_3 = \frac{a_C^{\tau}}{r_3} = \frac{24}{12} = 2c^{-2}$ $a_C^{n} = \omega_3^2 \cdot r_3 = 1{,}08^2 \cdot 12 = 14\,см/с^2$ $a_C = \sqrt{\left(a_C^{n}\right)^2 + \left(a_C^{\tau}\right)^2} = 26.83\,м/с^2$

$a_A^{\tau} = \varepsilon_3 \cdot R_3 = 2 \cdot 16 = 32\,см/с^2$ $\varepsilon_1 = \frac{a_A^{\tau}}{r_1} = \frac{32}{2} = 16c^{-2}$

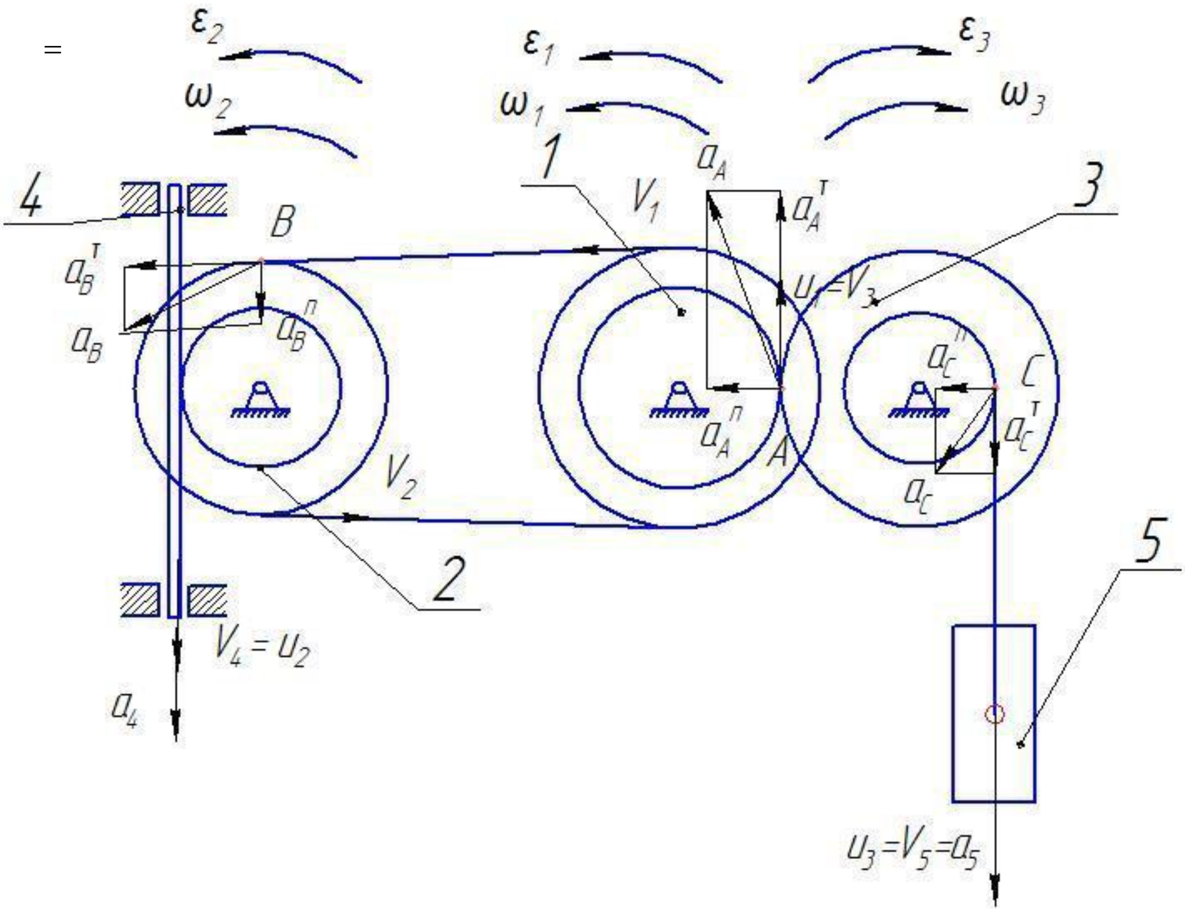
$a_A^n = \omega_1^2 \cdot r_1 = 8,64^2 \cdot 2 = 149,3 см/с^2$ $a_A = \sqrt{}$ [redacted] $= 152,7\ м/с^2$

$a_B^\tau = \varepsilon_1 . R_1 = 16 \cdot 4 = 64 см/с^2$ $\varepsilon_2 = \dfrac{a_B^\tau}{R} = \dfrac{64}{8} = 8c^{-2}$

$a_B^n = \omega_2^2 \cdot R_2 = 4,32^2 \cdot 8 = 149,3 см/с^2$ $a_B = \sqrt{}$ [redacted] $= 162,44 м/с^2$

$a_4 = \varepsilon_2 \cdot r_2 = 48\ м/с^2$.

=



III. Порядок проведення заключної частини заняття.

Здійснити перевірку і оцінювання виконаних завдань. Підвести підсумок практичного заняття звернув увагу на основні помилки при його виконанні.

Тема № 3. Кінематика твердого тіла.

Практичне заняття №7: Кінематика твердого тіла.
Навчальна мета заняття: поглибити і розширити знання здобувачів освіти з кінематики, ознайомити їх із методикою розв'язання задач. Кількість годин - 2

Місце проведення: навчальний кабінет.

Навчальні питання:

3. Визначення рівнянь руху та траєкторії точки.

Література: 1, 2, 3,4 (с. 78-103).

План проведення заняття:

I. Порядок проведення вступу до заняття.

Проведення попереднього контролю теоретичних знань здобувачів освіти.

II. Порядок проведення основної частини заняття: постановка задачі та обговорення методики її розв’язання за участю здобувачів освіти, розв'язування задач.

Приклад 5. На рис. 7 зображено плоский багатоланковий механізм, в якого ведуча ланка $O_1A=r_1=20см$ обертається з постійною кутовою швидкістю $\omega = 5c^{-1}$ і приводить в рух ланки $AD = DB = l_1 = 50см$, $O_2B = r_2 = 40см$, $DE = l_2 = 40см$, $O_3E = r_3 = 25см$, $BM = MD = 25см$. Кути між ланками задані на рисунку.

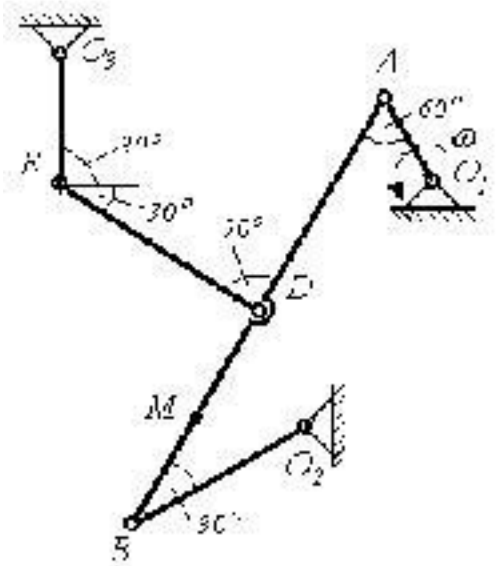


Рисунок 7

При заданому положенні механізму визначити:

1. Швидкості точок *A, B, C, D*, а також точки *M*, за допомогою миттєвого центра швидкостей (МЦШ).

2. Побудувати для заданого положення механізму план швидкостей.

3. Прискорення точок *A, B, M,* а також положення миттєвого центра прискорень (МЦП) для ланки *AB*.

Розв’язання. Знайдемо швидкість точки *A*.

Її модуль зайдемодобутком:

$$V_A = \omega\, O_1A = 5\ 20 = 100\ см/с.$$

Напрямок векторуVAперпендикулярний до кривошипа O_1A, що вкажемо на рис. 8.

Знаходження швидкостей за допомогою плану швидкостей

Побудова плану швидкостей базується на теоретичному положенні, що в плоско-паралельному русі (ППР) швидкість будь-якоїточки тіла є геометричною сумою швидкості полюса і обертовоїшвидкості цієї точки навколо полюса. В механізмі на рис. 7 ланка*AB* здійснює ППР, швидкість точки *A* відома, тому беремо її за полюс. Тоді

$$V_B = V_A + V_{BA} \qquad (5.1)$$

Виконуємо побудову векторів згідно з формулою (5.1) на рис. 8. З довільної точки *O*, яка повинна знаходитись поряд зі схемою механізму, будуємо в масштабі вектор швидкості V_A, який перпендикулярний до кривошипа O_1A і цей вектор називаємо *Oa*. З точки *O* проводимо пряму, яка перпендикулярна до кривошипа O_2B, що відповідає напрямку швидкості V_B. Щоб встановити де закінчується цей вектор з кінця вектору*Oa* точки *a* проводимо пряму, яка є перпендикулярною до ланки *AB* на схемі механізму. Перетин названих прямих дає точку *b*. Вектор *Ob* відповідає вектору швидкості V_B в вибраному масштабі. Відрізок *ab* рівний обертовій швидкості точки *B* навколо полюса *A*. Для того, щоб знайти швидкість точки *D*, яка ділить ланку *AB* навпіл, ділимо відрізок *ab* точкою *d* також навпіл і з'єднуємо точку *O* і *d*. Вектор *Od* відповідає швидкості V_D.

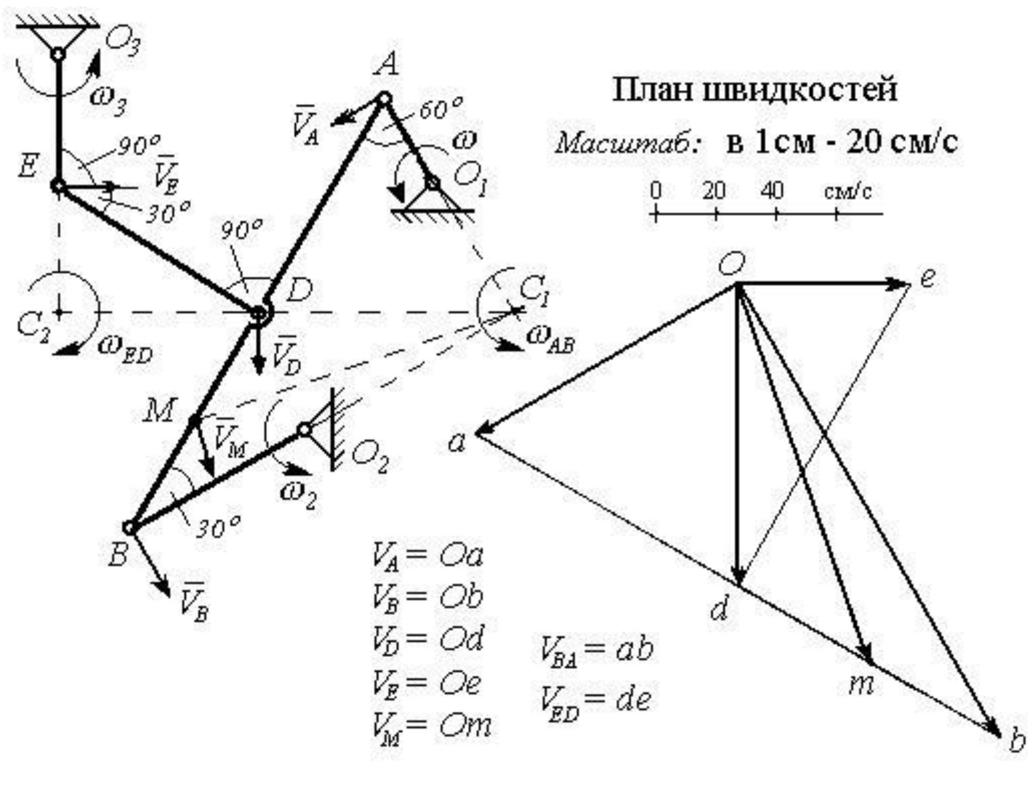


Рисунок 8

Знаходимо швидкість точки *E*. Для цього з точки *O* проводимо пряму перпендикулярну до кривошипа O_3E, а з точки *d* пряму перпендикулярну до ланки *ED*. Перетин цих прямих дає точку *e*. Вектор *O* рівний швидкості V_E, а відрізок *de* є модулем обертової швидкості V_{ED}, тобто обертової швидкості точки *E* навколо полюса *D*.

Для заходження швидкості точки *M*, яка лежить між точками *D*і *B* на схемі механізму, знаходимо точку *m* між точками *d* і *b*. Прицьому повинно зберігатись співвідношення: *DM/MB = dm/mb*. З’єднуємо точки *O* і *m*. Вектор *Om* відповідає швидкості V_M. Виміряємо довжини векторів швидкостей і переведемо їх через масштаб в одиниці швидкості. Результати графічних побудов такі:

$$V_B = Od\ 20 = 8{,}8\ 20 = 176 см/с,$$
$$V_D = Od\ 20 = 5\ 20 = 100 см/с,$$
$$V_E = Oe\ 20 = 2{,}9\ 20 = 58 см/с,$$
$$V_M = Om\ 20 = 6{,}7\ 20 = 134 см/с$$

Кутові швидкості ланок знайдемо відношеннями

$\omega_{AB} = V_{BA}/AB = ab/AB = 10\ 20/100 = 2\ c^{-1}$,

$\omega_2 = V_B/O_2B = 176/40 = 4{,}4 c^{-1}$,

$\omega_{DE} = V_{DE}/ED = de/ED = 5{,}75\ 20/40 = 2{,}875 c^{-1}$, $\omega_3 = V_E/O_3E = 55/25 = 2{,}2\ c^{-1}$

Діаграма, що побудована на векторах швидкостей поряд із схемою механізму на рис.8, є планом швидкостей. Для знаходження швидкості будь-якої точки механізму потрібно знайти відповідну точку на плані швидкостей, а потім з’єднати точку *O* з цією точкою. Перевівши через масштаб довжину вектору в одиниці швидкості, знайдемо швидкість відповідної точки.

Визначення швидкостей за допомогою миттєвого центра швидкостей (МЦШ)

Для ланки *AB*, рис.8, МЦШ знайдемо на перетині перпендикулярів проведених до напрямків руху точок *A* і *B*. Це буде точкаC_1. Навколо точки C_1 ланка *AB* в даний момент виконує обертання зкутовою швидкістю ω_{AB}. Тому запишемо співвідношення:

$$\omega_{AB} = V_A / C_1A = V_B / C_1B = V_D / C_1D = V_M / C_1M \qquad (5.2)$$

З трикутника ABC_1 одержуємо

$$C_1A = AB \sin 30^o = 100\ 0{,}5 = 50 см,$$
$$C_1B = AB \cos 30^o = 100\ 0{,}866 = 86{,}6 см,$$
$$C_1D = AD = 50 см,$$
$$C_1M = ((C_1B)^2 + (BM)^2 - 2\ C_1B\ BM \cos 30^o)^{0,5} =$$
$$= (7500 + 625 - 2\ 86{,}6\ 25\ 0{,}866)^{0,5} = 66{,}14 см\ .$$

Після чого із співвідношення (5.2) знаходимо:

$\omega_{AB} = V_A / C_1A = 100/50 = 2c^{-1}$,

$V_B = \omega_{AB}\ C_1B = 2\ 8{,}66 = 173{,}2 см/с$,

$V_D = \omega_{AB}\ C_1B = 2\ 50 = 100 см/с$,

$V_M = \omega_{AB}\ C_1M = 2\ 66,14 = 132,26 см/с$

$\omega_2 = V_B / O_2B = 173,2/40 = 4,33 с^{-1}$

Знаходимо МЦШ для ланки *ED*. Це буде точка C_2, яка знаходиться на перетині перпендикулярів, що проведені до напрямків руху точок *D* і *E*. Для ланки *ED* записуємо :

$$\omega_{ED} = V_D / C_2D = V_E / C_2E \qquad (5.3)$$

З трикутника EDC_2 знаходимо відрізки

$C_2E = ED \sin 30^o = 40\ 0,5 = 20 см,$

$C_2D = ED \cos 30^o = 40\ 0,866 = 34,36 см,$

потім із співвідношення (5.3) знаходимо :

$\omega_{ED} = V_D / C_2D = 100/34,36 = 2,9 с^{-1}$,

$V_E = \omega_{ED}\ C_2E = 2,9\ 20 = 58 см/с$.

Якщопорівнятирезультатидвохприведенихметодів визначенняшвидкостей, то видно, що значення швидкостей при користуванніМЦШ є більш точними. Неточність плану швидкостей обумовлена похибками графічних побудов. Наприклад, в першому випадку V_B == *176 см/с*, в другому $V_B = 173,2$ *см/с*, що складає *1,6%*.

Визначення прискорень

Знаходимо прискорення точки *A*. Кутова швидкість кривошипа O_1A постійна, $\omega = 5 с^{-1}$, тому повне прискорення точки *A* визначається тільки його нормальною складовою

$$a_A = a_A{}^n = \omega^2\ O_1A = 5^2\ 20 = 500 см/с^2$$

Прискорення точки *B* визначимо через полюс *A*.

$$a_B = a_A + a_{BA} \qquad (5.4)$$

де $a_B = a_B{}^n + a_B{}^\tau$, $a_{BA} = a_{BA}{}^n + a_{BA}{}^\tau$

Тому $$a_B{}^n + a_B{}^\tau = a_A + a_{BA}{}^n + a_{BA}{}^\tau \qquad (5.5)$$

Покажемо вектори, які містяться в формулі (5.5), на рис. 9, де зображена тільки та частина механізму, що має необхідні ланки.

Вектор a_A, нормальні складові $a_B{}^n$, $a_{BA}{}^n$ мають цілком визначений напрямок: до відповідного центра обертання, а дотичні складові $a_B{}^\tau$ і $a_{BA}{}^\tau$ перпендикулярні до своїх нормалей і направлені в довільну сторону.

Визначимо модулі нормальних складових.

$a_B{}^n = \omega_2{}^2\ O_2B = 4,33^2\ 40 = 750 см/с^2,$

$a_{BA}{}^n = \omega_{AB}{}^2\ AB = 2^2\ 100 = 400 см/с^2$

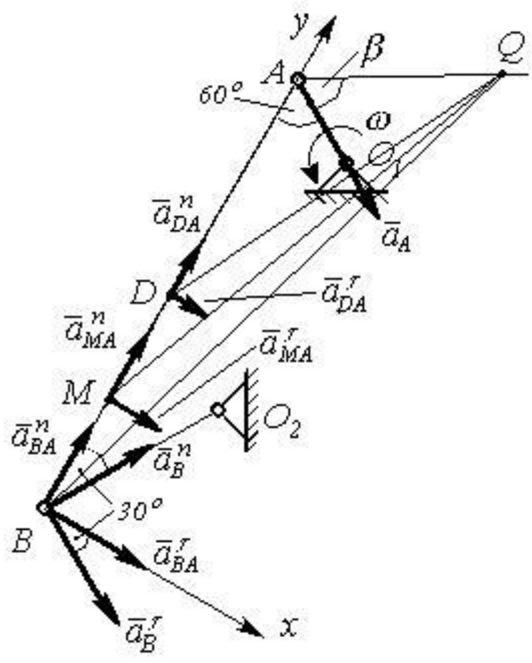


Рисунок 9

Для визначення дотичних складових проектуємо векторне рівняння (5.5) на осі Bx і By, які проводимо на рис.9:

на Bx: $a_B^n cos30^o - a_B^\tau sin30^o = - a_A\ cos60^o + a_{BA}^n$, (5.6)

на By: $a_B^n\ sin30^o + a_B^\tau\ cos30^o = a_A\ sin60^o + a_{BA}^\tau$, (5.7)

З рівняння (5.6) знаходимо a_B^τ

$a_B^\tau = (a_B^n\ cos30^o + a_A\ cos60^o - a_{BA}^n)/sin30^o =$
$=(750\ 0{,}866+500\ 0{,}5-400)/0{,}5=998{,}9 см/с^2$. З

рівняння (5.7) знаходимо a_{BA}^τ

$a_{BA}^\tau = a_B^n\ sin30^o + a_B^\tau\ cos30^o - a_A\ sin60^o =$
$= 750\ 0{,}5 +998{,}9\ 0{,}866 – 500\ 0{,}866 = 807{,}2 см/с^2$.

Прискорення точки B знайдемо теоремою Піфагора

$a_B =((a_B^n)^2+(a_B^\tau)^2)^{0,5} =(750^2+998{,}9^2)^{0,5}= 1249{,}12 см/с^2$.

За відомим a_{BA}^τ обчислимо ε_{AB} – кутове прискорення ланки AB.

$\varepsilon_{AB} = a_{BA}^\tau/AB = 807/100 = 8{,}07 с^{-2}$

Знайдемо прискорення точок D і M. Для цього скористаємось залежністю (5.4), запишемо її для цих точок.

$a_M = a_A + a_{MA}^n + a_{MA}^\tau$, (5.8)

$a_D = a_A + a_{DA}^n + a_{DA}^\tau$ (5.9)

Складові обертових прискорень рівні

$a_{MA}^n = \omega_{AB}^2\ AM = 2^2\ 75 = 150 см/с^2$,

$a_{MA}^{\tau} = \varepsilon_{AB}\, AM = 8{,}07\ 75 = 605{,}25$ см/с^2 ,
$a_{DA}^{n} = \omega_{AB}^{2}\ AD = 2^2\ 50 = 200$ см/с^2 ,
$a_{DA}^{\tau} = \varepsilon_{AB} AD = 8{,}07\ 50 = 403{,}5$ см/с^2

Проектуємо векторні рівняння (5.7) і (5.8) на осі Bx і By, що вказані на рис. 9 і знаходимо величини проекцій.

$a_{Mx} = -\, a_A\ \cos 60^o + a_{MA}^{n} = -500\ 0{,}5+150 = -\ 100$ см/с^2 ,
$a_{My} = a_A \sin 60^o + a_{MA}^{\tau} = 500\ 0{,}866 + 605{,}25 = 1038{,}25$ см/с^2 ,
$a_{Dx} = -\, a_A \cos 60^o + a_{DA}^{n} = -500\ 0{,}5+200 = -\ 50$ см/с^2 ,
$a_{Dy} = a_A \sin 60^o + a_{DA}^{\tau} = 500\ 0{,}866 + 403{,}5 = 836{,}5$ см/с^2.

Модулі прискорень точок D і M знайдемо за теоремою Піфагора

$a_M = ((a_{Mx})^2 + (a_{My})^2)^{0,5} = ((-100)^2 + (1038{,}25)^2)^{0,5} = 1048$ см/с^2 ,
$a_D = ((a_{Dx})^2 + (a_{Dy})^2)^{0,5} = ((-50)^2 + (836{,}5)^2)^{0,5} = 842{,}5$ см/с^2 .

Знайдемо положення миттєвого центра прискорень (МЦП) дляланки AB. За відомими a_{BA}^{n} і a_{BA}^{τ} визначимо кут β, який складаєобертове прискорення a_{BA} з напрямком до полюса обертання т. A.

$tg\beta = a_{BA}^{\tau}/a_{BA}^{n} = \varepsilon_{AB} / \omega_{AB}^{2} = 8{,}07/2^2 = 2{,}0175$,

Звідки $\beta = arctg(2{,}0175) = 63^o 38'$

Навколо центра A повернемо вектор a_A в сторону напрямку векторуa_{BA}^{τ} на кут β і проведемо пряму, на якій відкладемо точку Q,так, щоб довжина відрізка AQ була рівна:

$AQ = a_A/(\varepsilon_{AB}^{2} + \omega_{AB}^{4})^{0,5} = 500/(8{,}07^2 + 2^4)^{0,5} = 55{,}51$см.

Точка Q є миттєвим центром прискорень ланки AB. З'єднаємо точку Q з точками B, M і D. Визначимо віддалі BQ, MQ і DQ длячого скористаємось теоремою косинусів.

$\gamma = 60^o + \beta = 60^o + 63^o 38' = 123^o 38'$, $\cos\gamma = -\ 0{,}5524$.
$BQ = (AQ^2 + AB^2 - 2\ AQ\ AB \cos\gamma)^{0,5} =$
$= (55{,}51^2 + 100^2 + 2\ 55{,}51\ 100\ 0{,}5524)^{0,5} = 138{,}62$
см , $MQ = (AQ^2 + AM^2 - 2\ AQ\ AM \cos\gamma)^{0,5} =$
$= (55{,}51^2 + 75^2 + 2\ 55{,}51\ 75\ 0{,}5524)^{0,5} = 115{,}35$ см ,
$DQ = (AQ^2 + AD^2 - 2\ AQ\ AD \cos\gamma)^{0,5} =$
$= (55{,}51^2 + 50^2 + 2\ 55{,}51\ 50\ 0{,}5524)^{0,5} = 92{,}99$ см

Запишемо співвідношення між прискореннями точок ланки ABчерез МЦП (точку Q).

$a_A/AQ = a_B / BQ = a_M / MQ = a_D / DQ = (\varepsilon_{AB}^{2} + \omega_{AB}^{4})^{0,5} = 9{,}0069$

Звідки a_B= 9,0069 BQ = 9,0069 138,62 = 1248,49$см/с^2$,

a_M= 9,0069 MQ = 9,0069 115,35 = 1038,96 $см/с^2$,

a_D= 9,0069 DQ = 9,0069 91,72 = 837,58 $см/с^2$.

Якщо порівняти величини прискорень знайдених аналітично задопомогою векторних рівнянь і величин одержаних через МЦП, торізниця досить мала. Найбільша абсолютна похибка має величин авектора a_M . Вона складає 0,96%. Похибка в обчисленнях виниклаза рахунок заокруглень в числових операціях.

Графічний метод знаходження прискорень. Цей метод вимагає точних графічних побудов із чітким збереженням масштабу.

Покажемо ланку *AB* на рис. 10. З точки *A* відкладемо вектор a_A . З точки *B* відкладемо послідовно, згідно векторної рівності (5.5), вектор a_A , вектор a_B^n , з кінця якого побудуємо вектор a_{BA}^n. З кінців векторів a_B^n і a_{BA}^n проводимо перпендикуляри на перетині яких міститься кінець векторya_B. З'єднаємо кінці векторів a_A і a_B. Помітимо одержаний відрізок точками a_1 і b_1. Поділимо відрізок a_1b_1 точками m_1 і d_1 у тому ж відношенні, що точки *M* і *D* ділять відрізок *AB*. З'єднавши відповідно точки *M* і m_1, *D* і d_1, одержимо$Mm_1 = a_M$, $Dd_1 = a_D$.

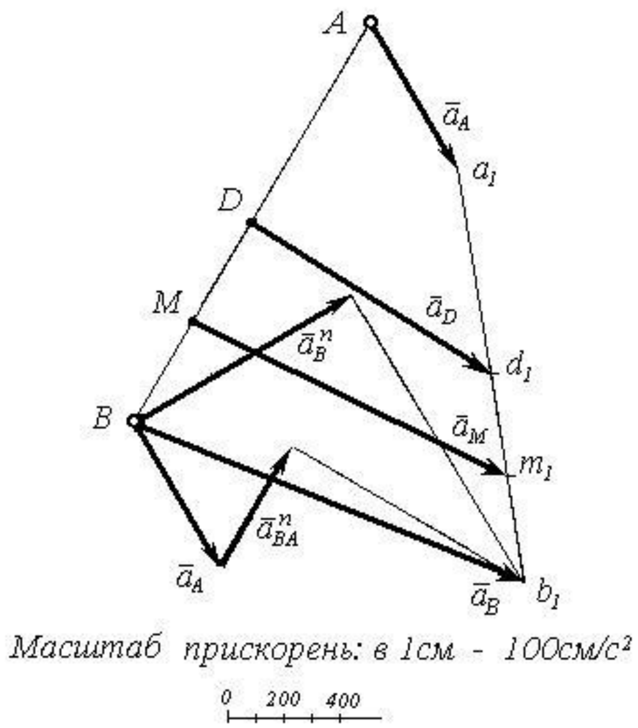


Рисунок 10

Переведемо довжини відрізків через масштаб в одиниці прискорення і одержимо значення a_B , a_M і a_D . Результати графічного розрахунку такі:

$a_B = Bb_1\ 100 = 12,5\ 100 =1250\ см/с^2$,

$a_M = Mm_1\ 100 = 10{,}4\ 100 = 1040$ *см/с* $_2$,

$a_D = Dd_1\ 100 = 8{,}4\ 100 = 840$*см/с*$_2$.

Порівняємо величини прискорень знайдені графічно з тими, що розраховані аналітично і знайдемо похибку. Найбільша абсолютна похибка для a_D– *2,42 см/с*$_2$, що складає *0,29%* від *842,5 см/с*$_2$.

Приведемо остаточні результати розрахунку швидкостей і прискорень виконаного завдання :

$V_A = 100$*см/с* , $a_A = 500$ *см/с*$_2$,
$V_B = 173{,}2$ *см/с* , $a_B = 1249{,}12$ *см/с*$_2$,
$V_D = 100$ *см/с* , $a_D = 842{,}5$ *см/с*$_2$,
$V_M = 132{,}26$ *см/с* , $a_M = 1048$ *см/с*$_2$,
$V_E = 58$ *см/с* .

III. Порядок проведення заключної частини заняття.

Здійснити перевірку і оцінювання виконаних завдань. Підвести підсумок практичного заняття звернув увагу на основні помилки при його виконанні.

Тема № 4. Складний рух.

Практичне заняття №8: Складний рух.
Навчальна мета заняття: поглибити і розширити знання здобувачів освіти з кінематики, ознайомити їх із методикою розв’язання задач. Кількість годин - 2

Місце проведення: навчальний кабінет.

Навчальні питання:

4. Визначення рівнянь руху та траєкторії точки.

Література: 1, 2, 3,4 (с. 110-122).

План проведення заняття:

I. Порядок проведення вступу до заняття.

Проведення попереднього контролю теоретичних знань здобувачів освіти.

II. Порядок проведення основної частини заняття: постановка задачі та обговорення методики її розв’язання за участю здобувачів освіти, розв'язування задач.

Задача 1.

Точка *M* рухається по меридіану сфери, яка обертається навколо вертикальної осі. Сфера і точка *M* показані на рис.11 Радіус сфери $R = 20$*см*. Рівняння обертового руху сфери $\varphi = 5t + 4t^2$, а рух точки по сфері задається залежністю $O_1M = S = =10\pi \sin(1 - e^{-2t})$ *см*. Визначити абсолютну швидкість *V* і абсолютне прискорення *a* точки *M* для моменту часу $t = 0{,}3c$.

Побудувати графіки залежності $V = V(t)$ – швидкості, $a = (t)$ – прискорення точки *M* при її русі по сфері, вибравши достатній для спостереження руху проміжок часу.

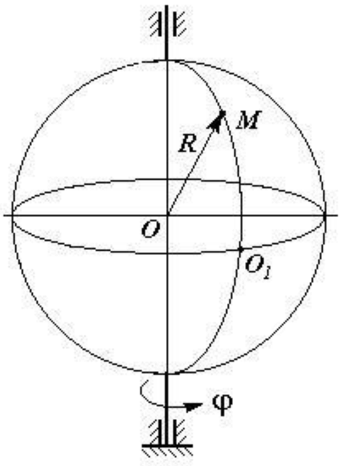


Рисунок 11

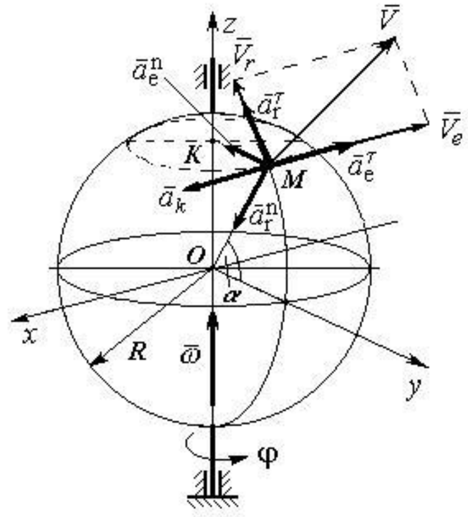


Рисунок 12

<u>Розв’язання.</u> Покажемо на рис. 12 систему координат *xyz*, в якій будемо вести відлік руху і направляти вектори. Вісь *Ox* направляємо перпендикулярно до площини меридіана, де рухається точка,вісь *Oy* - в площині меридіана, а вісь *Oz* їм відповідно. Відносний рух точки *M* відбувається по меридіану і задається віддаллю по дузі радіуса *R* від точки O_1. Переносний рух точки *M* - це рух точки разом із сферою при її обертанні навколо вертикальної осі. В переносному русі точка *M* описує дугу радіусом *KM*.

Визначення абсолютної швидкості. В складному русі абсолютнашвидкість знайдеться геометричною сумою

$$V = V_e + V_r (7.1)$$

На рис. 12 вектор V_e направляємо в сторону обертання сфери, щовідповідає напрямку протилежному до осі *Ox*, а вектор відносної швидкості V_r по дотичній до дуги меридіана в площині *yOz*. В будь-який момент руху вектори V_e і V_r взаємно перпендикулярні. Знайдемо модулі цих векторів.

$$V_r = (O_1M)' = 10\pi e^{-2t} \qquad (7.2)$$
$$V_e = \omega KM,$$

де ω і *KM* потрібно знайти.
$KM = R\cos\alpha$, $\quad \alpha = O_1M / R = =10\pi(1- e^{-2t})/20 = \pi(1- e^{-2t})/2$,
$\omega = (\varphi) = 5t + 4t^2$,
Тоді переносна швидкість рівна

$$V_e = 20\,(5t+4t^2)\cos\alpha \qquad (7.3)$$

Модуль абсолютної швидкості знайдемо за теоремою Піфагора, тому що між V_e і V_r прямий кут.

$$V = ((V_r)^2 + (V_e)^2)^{0,5} \quad (7.4)$$

III. Порядок проведення заключної частини заняття.

Здійснити перевірку і оцінювання виконаних завдань. Підвести підсумок практичного заняття звернув увагу на основні помилки при його виконанні.

Тема № 4. Складний рух.

Практичне заняття №9: Складний рух.

Навчальна мета заняття: поглибити і розширити знання здобувачів освіти з кінематики, ознайомити їх із методикою розв’язання задач. Кількість годин - 2

Місце проведення: навчальний кабінет.

Навчальні питання:

5. Визначення рівнянь руху та траєкторії точки.

Література: 1, 2, 3,4 (с. 110-122).

План проведення заняття:

I. Порядок проведення вступу до заняття.

Проведення попереднього контролю теоретичних знань здобувачів освіти.

II. Порядок проведення основної частини заняття: постановка задачі та обговорення методики її розв’язання за участю здобувачів освіти, розв'язування задач.

Продовження задачі 1.

Визначення абсолютного прискорення. Для знаходження прискорення точки в складному русі використовуємо теорему Коріоліса

$$a = a_e + a_r + a_k \quad (7.5)$$

В нашому випадку переносний і відносний рухи відбуваються по криволінійних траєкторях, тому переносне і відносне прискореннямають складові: $a_e = a_e^n + a_e^\tau$, $a_r = a_r^n + a_r^\tau$, тоді формула (7.5)стає більш розширеною

$$a= a_e^n + a_e^\tau + a_r^n + a_r^\tau + a_k \quad (7.6)$$

На рис. 12вкажемо напрямки векторів, які входять в (7.6). Нормальні складові a_e^n і a_r^n направляємо перпендикулярно до напрямківруху і до центрів дуг. Вектор a_e^n до точки O, а a_r^n до центра K.Вектори дотичних складових a_e^τ іa_r^τ направляємо по дотичних довідповідних траєкторій: a_e^τ проти осі Ox, а a_r^τ в площині yOz перпендикулярно до радіуса OM. Для визначення напрямку вектору прискорення Коріоліса використовуємо його формулу в векторному вигляді $a_k = 2\,\omega \times V_r$, згідно якої вектор a_k направляється перпендикулярно до площини в якій розташовані вектори ω і V_r у відповідності з правогвинтовою системою відліку, тобто паралельно осі *Ox.* Для визначення напрямку вектору a_k можна ще скористатись правилом Жуковського.

Знайдемо модулі вказаних векторів.

$$a_e^n = \omega^2\, KM = (5+8\,t)^2 20\cos\alpha\,, \tag{7.7}$$

$$a_e^\tau = \varepsilon\, KM = (\omega)\, KM = 160\cos\alpha\,, \tag{7.8}$$

$$a_r^n = V_r^2 / R = 20\pi^2 e^{-4\,t}\,, \tag{7.9}$$

$$a_r^\tau = (V_r)' = -40\pi\, e^{-2\,t}\,, \tag{7.10}$$

$$a_k = 2\,\omega V_r \sin\alpha = 40\pi(5+8\,t)\, e^{-2\,t}\sin\alpha \tag{7.11}$$

Знайдемо проекції вектору абсолютного прискорення на координатні осі. Для цього потрібно всі вектори прискорень, які вказані на рисунку 12 спроектувати на певну вісь і взяти суму таких проекцій. Практично це виконується так: формулу (7.6) проектуємо на осі *Ox, Oy* і *Oz*.

$$a_x = a_k - a_e^\tau\,,$$

$$a_y = -\,a_e^n - a_r^n\cos\alpha - a_r^\tau\sin\alpha\,,$$

$$a_z = a_r^\tau\cos\alpha - a_r^n\sin\alpha$$

Модуль вектору абсолютного прискорення буде рівний

$$a = ((a_x)^2 + (a_y)^2 + (a_z)^2)^{0,5} \tag{7.12}$$

Для підрахунку значення *V* і *a* при *t =t = 0,3*с потрібно цезначення часу підставити в відповідні формули. Швидкість визначаємо формулами (7.2), (7.3) і (7.4), а прискорення - (7.7) - (7.12). Якщо нам потрібно провести більш детальний аналіз руху, одержатиграфіки *V(t)* і *a(t),* то вказані формули вводимо в комп'ютер.

Приведемо частину результатів і графіки *V(t)* і *a(t),* одержанихза допомогою програми *EXEL*. Частина числових значень знаходиться в таблиці 7.2, де величини швидкості та прискорень при значенні *t=0,3c* виділені курсивом, а графіки на рис. 13.

Таблиця 7.2

t	*Vr*	*Ve*	*V*	*Aet*	*Aen*	*Art*	*Am*	*Ak*	*Ax*	*Ay*	*Az*	*A*
0	63	100	118	160	100	-126	197	0	-160	-297	-126	1E+05
0,05	57	107	121	158	99	-114	161	91	-67	-242	-136	81651
0,1	51	111	123	154	98	-103	132	167	13,9	-196	-136	56860
0,15	47	114	123	147	95	-93	108	228	81,4	-158	-128	47949
0,2	42	115	122	139	92	-84	88,6	275	136	-128	-117	48492
0,25	38	114	120	130	90	-76	72,5	309	178	-105	-104	53638
0,3	***34***	***112***	***118***	***122***	***87***	***-69***	***59,4***	***532***	***210***	***-87***	***-91***	***60120***
0,35	31	110	114	113	84	-62	48,6	346	233	-74	-78	65985
0,4	28	106	110	104	82	-56	39,8	352	248	-64	-67	70251
0,45	26	103	106	95	79	-51	32,6	352	257	-57	-57	72576
0,5	23	98	101	87	77	-46	26,7	348	261	-52	-48	73006
1	8,5	55	56	34	55	-17	3,61	216	182	-39	-7,1	34748
1,5	3,1	27	27	13	36	-6,3	0,49	106	93,4	-30	-1	9621
2	1,2	12	12	4,7	22	-2,3	0,07	48	43,6	-20	-0,1	2280
2,5	0,4	5,7	5,7	1,8	13	-0,8	0,01	21	19,3	-12	-0	510

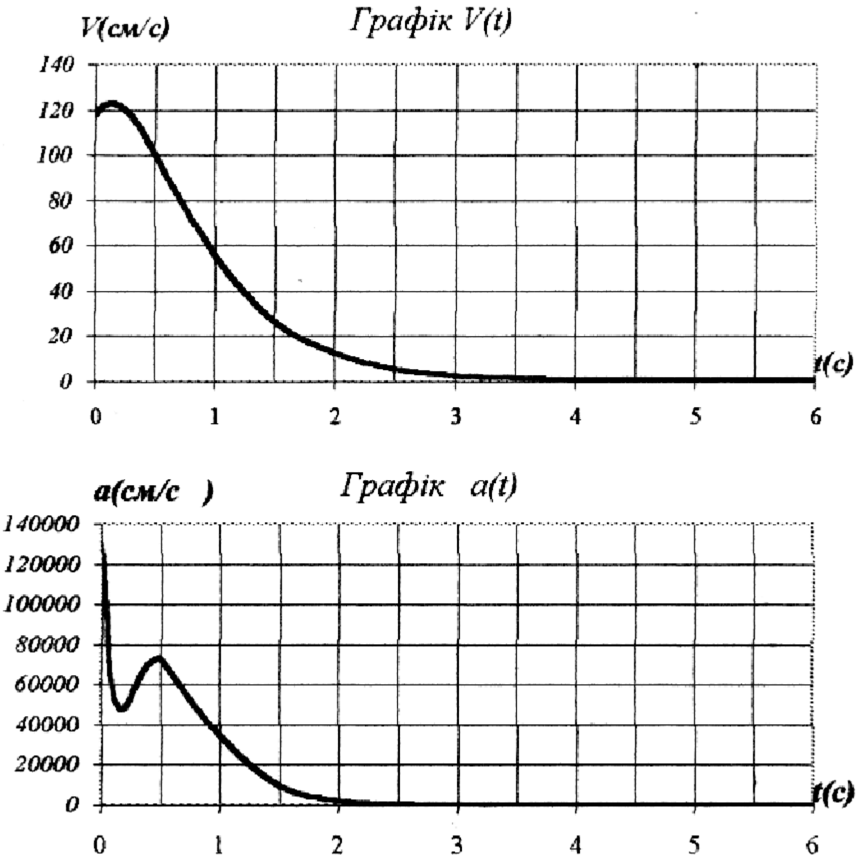


Рисунок 13

Графіки *V(t)* і *a(t)* розміщені один під одним, вісь часу має одну і ту ж шкалу. Це дає можливість детальніше аналізувати рух точки. Так наприклад, з рис.7.8 видно, що з часом абсолютна швидкість і абсолютне прискорення зменшуються і при $t > 3c$ практично стають дуже малими. Це відбувається тому, що точка *М*асимптотично наближається до осі обертання, її радіус у переносному русі (на рис. 13 відстань *КМ*) наближається до нуля, а кут α до 90^o. При потребі можна прослідкувати за зміною з часом положення точки на меридіані, чому рівні та як направлені складові переносного відносного чи абсолютно го прискорень.

III. Порядок проведення заключної частини заняття.

Здійснити перевірку і оцінювання виконаних завдань. Підвести підсумок практичного заняття звернув увагу на основні помилки при його виконанні.

Тема № 7. Розтягання і стискання.

Практичне заняття №10: Розтягання і стискання.
Навчальна мета заняття: поглибити і розширити знання здобувачів освіти з опору матеріалів (прості види деформацій: розтяг-стиск), ознайомити їх із методикою розв’язання задач.
Кількість годин - 2.
Місце проведення: навчальний кабінет коледжу.

Навчальні питання:

1. Визначення поздовжніх сил та абсолютних деформацій стержня.

Література: 6, 7 (с. 21-63; 88 - 121)

План проведення заняття:

І. Порядок проведення вступу до заняття.

Проведення попереднього контролю теоретичних знань здобувачів освіти.

ІІ. Порядок проведення основної частини заняття: постановка задачі та обговорення методики її розв’язання за участю здобувачів освіти, розв'язування задач.

Розтяг-стиск – простий вид деформації, при якому в поперечному перерізі бруса виникає тільки одне внутрішнє зусилля *N* (поздовжня сила).

Правило знаків поздовжньої сили N: якщо подовжня сила діє на розтяг, то її вважають позитивною, якщо на стиск – негативною.

Умова міцності при розтягу-стиску:

$$\sigma_{max} = \frac{N}{F} \leq [\sigma]$$

де σ_{max} - максимальне нормальне напруження, [*Па*];

N - поздовжня сила, [H];
F - площа поперечного перерізу бруса, [$м^2$];
$[\sigma]$ - допускне нормальне напруження при розтягу (стиску), [Па]:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{граничне}}{n}.$$

При розтягу-стиску <u>*граничними напруженнями*</u> є:

для сталей – *межа текучості* ($\sigma_{граничне} = \sigma_T$), тому, що при його перевищенні в брусі з'являються залишкові деформації;

для чавунів – *межа міцності* (тимчасовий опір) ($\sigma_{граничне} = \sigma_B$), тому, що чавун не має межі текучості.

Закон Гука для абсолютного подовження Δl:

$$\Delta l = \frac{Nl}{EF},$$

де N - поздовжня сила, [H];
l - довжина ділянки, [$м$];
F - площа поперечного перерізу ділянки, [$м^2$];
E - модуль пружності 1-го роду (модуль Юнга), [$Па$].

Правило перевірки епюри N:

Епюра N перевіряється за розрахунковою схемою. Стрибки на епюрі N повинні бути в тих перерізах, у яких на розрахунковій схемі прикладені зовнішні сили. Зовнішня сила, що розтягує, викликає на *епюрі* N скачок у позитивному напрямку, що стискає - у негативному. Довжина стрибка на епюрі повинна бути чисельно рівною зовнішній силі, яка прикладена в цьому перетині.

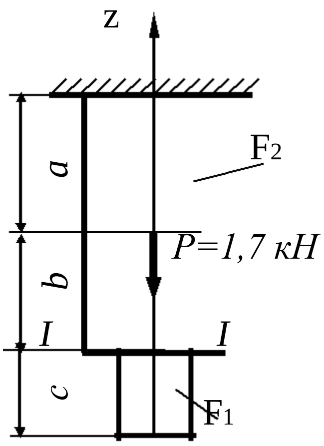
Правило перевірки епюри Δl:

Епюра Δl перевіряється по епюрі N. У жорстко закріпленому перерізі переміщення Δl дорівнює нулю. <u>При русі від жорстко закріпленого перерізу</u> значення на епюрі Δl збільшуються, якщо на епюрі N знак «+», якщо на епюрі N знак «-», то значення на епюрі Δl зменшуються. Якщо на ділянці $N = 0$, то на епюрі Δl значення не міняються.

<u>**Задача 1:**</u>

Сталевий стрижень ($E=2\cdot10^5$ МПа) знаходиться під дією поздовжньої сили Р и власної ваги (γ=77 кН/$м^3$). Знайти переміщення перерізу I-I.

Дано: P = 1,7 k, F_1 = 20 $см^2$, F_2 = 30 $см^2$, a = 2,68 м, b = 2,82 м, c = 1,31 м.



Розв’язання:

1. Тому що сила P і сила ваги поздовжні, то стрижень випробує розтягання. Переміщення перерізу I-I можна представити як суму деформацій ділянок довжиною a і b. Ділянка a буде деформуватися під впливом зовнішніх сил (сили P і ваги частини довжиною b і c), а також під впливом власної ваги. Ділянка b деформується вагою частини довжиною c як зовнішньою силою і силою власної ваги.

2. Знайдемо власну вагу кожної ділянки:

$$Q_a = F_2 \cdot a \cdot \gamma = 0{,}003 \cdot 2{,}68 \cdot 77 = 0{,}619 \text{ кН},$$
$$Q_b = F_2 \cdot b \cdot \gamma = 0{,}003 \cdot 2{,}82 \cdot 77 = 0{,}651 \text{ кН},$$
$$Q_c = F_1 \cdot c \cdot \gamma = 0{,}002 \cdot 1{,}31 \cdot 77 = 0{,}201 \text{ кН}.$$

3. Обчислимо деформації кожної ділянки, скориставшись законом Гука для визначення абсолютного подовження:

$$\Delta l = \frac{Nl}{EF},$$

де N – поздовжня сила, рівна алгебраїчній сумі зовнішніх навантажень, що діють на розглянуту ділянку [Н];

l - довжина ділянки, [$м$];

F - площа поперечного перерізу ділянки, [$м^2$];

Е - модуль пружності 1-го роду (модуль Юнга), [$Па$]. Для сталей $E=2\cdot 10^5$ МПа.

На ділянці довжиною a: $$\Delta l_a = \frac{(P + Q_b + Q_c)a}{EF_2} + \frac{Q_a a}{2EF_2}.$$

На ділянці довжиною b: $$\Delta l_b = \frac{Q_c b}{EF_2} + \frac{Q_b b}{2EF_2}.$$

Тоді переміщення перерізу I-I обчислимо по формулі:

$$\Delta l_l = \Delta l_a + \Delta l_b = \frac{1}{EF}\left[(P+Q_b+Q_c)a + \frac{1}{2}Q_a a + Q_c b + \frac{1}{2}Q_b b\right] =$$

$$= \frac{1}{2\cdot 10^5 \cdot 0,003}\left[\left(1700+651+201+\frac{619}{2}\right)\cdot 10^{-6}\cdot 2,68 + \left(201+\frac{651}{2}\right)\cdot 10^{-6}\cdot 2,82\right] =$$

$= 0,0000153$ *м.*

III. Порядок проведення заключної частини заняття.

Здійснити перевірку і оцінювання виконаних завдань. Підвести підсумок практичного заняття звернув увагу на основні помилки при його виконанні.

Тема № 6. Розтягання і стискання.

Практичне заняття №11: Розтягання і стискання.

Навчальна мета заняття: поглибити і розширити знання здобувачів освіти з опору матеріалів (прості види деформацій: розтяг-стиск), ознайомити їх із методикою розв’язання задач.

Кількість годин - 2.

Місце проведення: навчальний кабінет коледжу.

Навчальні питання:

2. Визначення поздовжніх сил та абсолютних деформацій стержня. Література: 6, 7 (с. 21-63; 88 - 121)

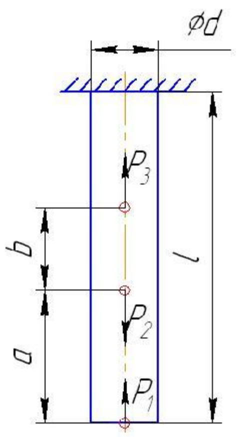
План проведення заняття:

I. Порядок проведення вступу до заняття.

Проведення попереднього контролю теоретичних знань здобувачів освіти.

II. Порядок проведення основної частини заняття: постановка задачі та обговорення методики її розв’язання за участю здобувачів освіти, розв'язування задач.

Задача. Для заданого матеріалу, форми, розмірів і навантаження стержня визначити діаметр стержня і побудувати епюру поздовжніх деформацій стержня.



Матеріал стержня Ст3

Модуль пружності $E=2\cdot10^5$ МПа

Допустимі напруження $[\sigma_+]\approx[\sigma_-]=150$ МПа

$P_1=30$ кН

$P_2=40$ кН

$P_3=20$ кН

a=0,3м b=0,2м l=0,8м

III. Порядок проведення заключної частини заняття.

Здійснити перевірку і оцінювання виконаних завдань. Підвести підсумок практичного заняття звернув увагу на основні помилки при його виконанні.

Тема № 8. Зсув, зминання та кручення.

Практичне заняття №12: Зсув, зминання та кручення.
Навчальна мета заняття: поглибити і розширити знання здобувачів освіти з опору матеріалів (прості види деформацій: кручення), ознайомити їх із методикою розв'язання задач.
Кількість годин - 2

Місце проведення: навчальний кабінет коледжу.

Навчальні питання:

1. Кручення. Побудова епюри крутних моментів.

Література: 6, 7 (с. 78-95; 131 - 153)

План проведення заняття:

I. Порядок проведення вступу до заняття.

Проведення попереднього контролю теоретичних знань здобувачів освіти.

II. Порядок проведення основної частини заняття: постановка задачі та обговорення методики її розв'язання за участю здобувачів освіти, розв'язування задач.

Кручення – простий вид деформації, при якому в поперечному перерізі валу виникає тільки одне внутрішнє зусилля M_{KP} (*крутний момент*).

Крутний момент у поперечному перерізі виникає під дією зовнішнього зусилля *закручувального моменту*.

Правило знаків закручувального моменту:

- $M_{ЗАК}$ – позитивний, якщо при погляді в торець відсіченої частини бруса він спрямований проти годинної стрілки;

- $M_{ЗАК}$ – негативний, якщо при погляді в торець відсіченої частини бруса він спрямований по годинній стрілці.

Умова міцності при крученні:

$$\tau_{max} = \frac{M_{KP}}{W_P} \le [\tau],$$

де τ_{max} - максимальне дотичне напруження, [*Па*];

M_{KP} - крутний момент, [$\cdot H$ м];

$[\tau]$ - допускне дотичне напруження при крученні, [Па];

W_P - полярний момент опору перерізу, [$м^3$].

Повний кут закруту (абсолютна деформація при крученні):

$$\phi = \frac{M_{KP} \cdot l}{G \cdot I_P},$$

де M_{KP} - крутний момент, [$Н \cdot м$];

l - довжина ділянки, [$м$];

G - модуль пружності 2-го роду (модуль зсуву), [$Па$];

I_P - полярний момент інерції перерізу, [$м^4$].

Відносний кут закруту:

$$\theta = \frac{\varphi}{l},$$

де φ - повний кут закруту, [$рад$];

l - довжина ділянки, [$м$].

Умова жорсткості при крученні:

$$\theta max = \frac{M_{KP}}{GI_P} \le [\theta],$$

де θmax - максимальний відносний кут закруту, $\left[\frac{рад}{м}\right]$;

M_{KP} - крутний момент, [$Н \cdot м$];

I_P - полярний момент інерції перерізу, [$м^4$];

G - модуль пружності 2-го роду (модуль зсуву), [$Па$];

$[\theta]$ - допускний відносний кут закруту, $\left[\frac{рад}{м}\right]$.

Стандартний ряд діаметрів, мм:

15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 24, 25, 26, 28, 30, 32, 34, 36, 38, 40, 45, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, 125, 140, 160, 180, 200.

Правило перевірки епюри M_{KP}:

Епюра M_{KP} перевіряється за розрахунковою схемою. Стрибки на епюрі M_{KP} повинні бути в тих перерізах, у яких на розрахунковій схемі прикладені закручувальні моменти. Довжина стрибка на епюрі повинна чисельно дорівнювати закручувальному моменту, прикладеному в цьому перерізі.

Правило перевірки епюри φ:

Епюра φ перевіряється по епюрі M_{KP}. При русі ліворуч праворуч значення на епюрі φ зростають, якщо на епюрі M_{KP} знак «+», якщо на епюрі M_{KP} знак «-», то значення на епюрі φ зменшуються. Якщо на ділянці $M_{KP} = 0$, то φ не змінюється.

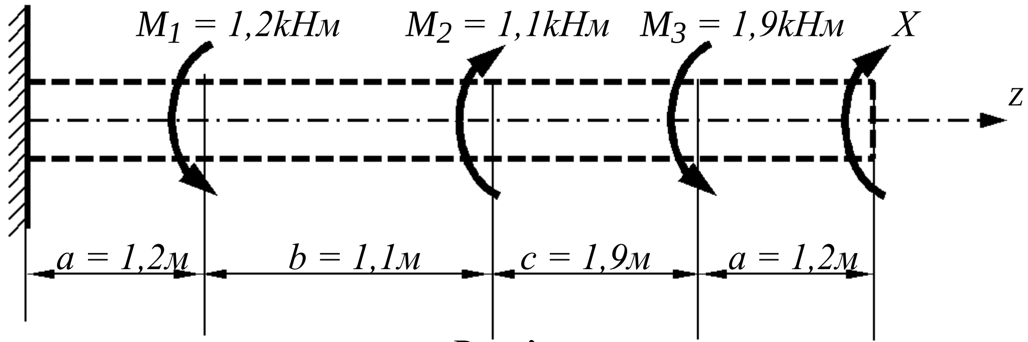
<u>Задача:</u>

До сталевого вала прикладені три відомих закручувальних моменти: M_1, M_2, M_3. Необхідно:

1) установити при якім значенні моменту X кут повороту правого кінцевого перерізу вала дорівнює нулю;

2) для знайденого значення *X* побудувати епюру крутних моментів;
3) при заданому значенні *[τ]* визначити діаметр вала з розрахунку на міцність і округлити його значення до найближчого рівного: 30, 35, 40, 45, 50, 60, 70, 80, 90, 100 мм;
4) побудувати епюру кутів закруту;
5) знайти найбільший відносний кут закруту (на 1 м).

Прийняти: $G = 8 \cdot 10^4$ *МПа*, $[\tau] = 40$ *МПа*,



Розв’язання:

1) Позначимо характерні перерізи (A, B, C, D, E) і пронумеруємо ділянки (I, II, III, IV).
2) Визначимо при якім значенні моменту *X* кут повороту правого кінцевого перерізу вала дорівнює нулю.

Кут закруту на окремій ділянці можна визначити по формулі:

$$\phi = \frac{M_{KP} \cdot l}{G \cdot I_P}.$$

Кут повороту правого кінцевого перетину E вала визначимо як алгебраїчну суму кутів закруту ділянок, розташованих між розглянутим перетином E і нерухомим перетином A. За умовою задачі кут повороту правого кінцевого перетину вала дорівнює нулю. Тоді одержимо:

$$\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4 = 0.$$

З урахуванням формули рівняння прийме вид:

$$\frac{M_{кр1} l_1}{GI_p} + \frac{M_{кр2} l_2}{GI_p} + \frac{M_{кр3} l_3}{GI_p} + \frac{M_{кр4} l_4}{GI_p} = 0.$$

Помножимо дві частини рівняння на GI_p, тоді одержимо

$$M_{кр1} l_1 + M_{кр2} l_2 + M_{кр3} l_3 + M_{кр4} l_4 = 0.$$

Користуючись методом перерізів, запишемо вираження для визначення крутних моментів на кожній ділянці

Ділянка *AB*:

Думкою розсічемо вал на ділянці *AB*. Відкинемо частину з твердим закріпленням, щоб не враховувати опорні реакції, що там виникають. Для вільної частини вала, що залишилася, визначимо крутний момент, який дорівнює сумі закручувальних моментів, прикладених до залишеної частини. Напрямок (знаки) крутних моментів, будемо визначати при погляді в торець відсіченої частини (рис. 5).

$$M_{KP1}=-M_1+M_2-M_3+X$$

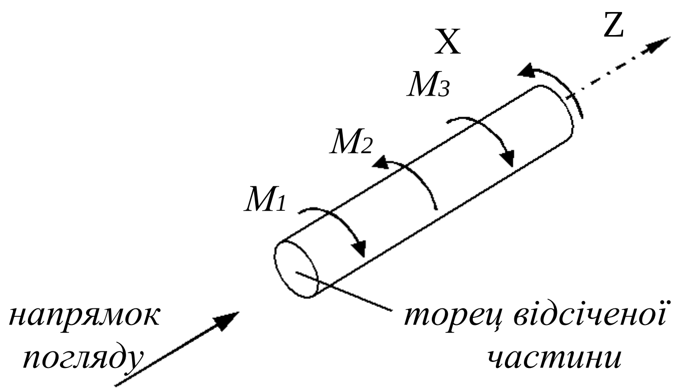


Рис. 5 Визначення крутних моментів методом перерізів

<u>Ділянка *BC*:</u>

Знову скористаємося методом перерізів як на ділянці *AB*.

$$M_{KP2}=+M_2-M_3+X.$$

<u>Ділянка *CD*:</u>

$$M_{KP3}=-M_3+X.$$

<u>Ділянка *DE*:</u>

$$M_{KP4} = + X.$$

Запишемо вираження (4.3) з урахуванням крутних моментів:

$$(X-M_3+M_2-M_1)\cdot l_1+(X-M_3+M_2)\cdot l_2+(X-M_3)\cdot l_3+X\cdot l_4=0,$$
(4.4)

де $l_1=a=1,2$ м; $l_2=b=1,1$ м; $l_3=з=1,9$ м; $l_4=a=1,2$ м.

Вирішимо рівняння (4), підставивши в нього значення закручувальних моментів і довжин ділянок. Одержимо $X=1,276$ *кНм*.

Підставивши $X=1,276$ *кНм* у вираження для визначення крутних моментів, визначимо їх величину по кожній ділянці.

<u>Ділянка AB</u>: $M_{KP1} = -M_1 + M_2 - M_3 + X=-1,2+1,1-1,9+1,276=-0,724$ *кНм.*

<u>Ділянка *BP*</u>:$M_{KP2} = + M_2 - M_3 + X=1,1-1,9+1,276=0,476$ *кНм.*

<u>Ділянка *CD*</u>:$M_{KP3} = - M_3 + X=-1,9+1,276=-0,624$ *кНм.*

<u>Ділянка *DE*</u>:$M_{KP4} = + X =1,276$ *кНм.*

3) За отриманими результатами побудуємо епюру крутних моментів M_{KP} (рис. 6).

Вісь епюри паралельна осі вала. На осі епюри значення M_{KP} дорівнюють нулю. Позитивні значення відкладемо нагору від осі, негативні – вниз. На епюрі необхідно показати знаки і заштрихувати її перпендикулярно осі.

(*Епюру M_{KP} легко перевірити за розрахунковою схемою*. На вільний край вала діє зовнішній закручувальний момент, $X = 1{,}276$ kНм, тому на епюрі в перерізі Е виникає стрибок довжиною $1{,}276$. У перерізі D прикладений зовнішній закручувальний момент, $M_3 = 1{,}9$ kНм, тому на епюрі виникає стрибок довжиною $1{,}276 - (- 0{,}624) = 1{,}9$. У перерізі C прикладений $M_2 = 1{,}1$ *kНм*– на епюрі стрибок довжиною $1{,}1$. У перерізі B прикладений $M_1 = 1{,}2$ *kНм* – на епюрі стрибок довжиною $1{,}2$. Стрибок у перерізі A довжиною $0{,}724$ викликаний дією реактивного моменту, який виникає у жорсткому закріпленні і рівний відповідно $0{,}724$ *kНм*.)

III. Порядок проведення заключної частини заняття.

Здійснити перевірку і оцінювання виконаних завдань. Підвести підсумок практичного заняття звернув увагу на основні помилки при його виконанні.

Тема № 8. Зсув, зминання та кручення.

Практичне заняття №13: Зсув, зминання та кручення.
Навчальна мета заняття: поглибити і розширити знання здобувачів освіти з опору матеріалів (прості види деформацій: кручення), ознайомити їх із методикою розв'язання задач.
Кількість годин - 2
Місце проведення:навчальний кабінет коледжу.

Навчальні питання:

1. Кручення. Побудова епюри крутних моментів.

Література: 6, 7 (с. 78-95; 131 - 153)

План проведення заняття:

I. Порядок проведення вступу до заняття.

Проведення попереднього контролю теоретичних знань здобувачів освіти.

II. Порядок проведення основної частини заняття: постановка задачі та обговорення методики її розв'язання за участю здобувачів освіти, розв'язування задач (продовження задачі).

4) Визначимо діаметр валу з умови міцності при крученні:

$$\tau_{max} = \frac{M_{KP}}{W_P} \le [\tau],$$

де τ_{max} - максимальне дотичне напруження, [*Па*];
M_{KP} - крутний момент, [$\cdot H$ м];
$[\tau]$ - допускне дотичне напруження при крученні, [Па];
W_P - полярний момент опору перерізу, [$м^3$].

Для круглого перерізу $W_P = \frac{\pi d^3}{16} \approx 0{,}2d^3$, де d – діаметр валу, тоді

$$\tau_{max} = \frac{M_{KP}}{0{,}2d^3} \le [\tau].$$

Тоді з умови міцності діаметр поперечного перерізу валу можна визначити по формулі:

$$d \ge \sqrt[3]{\frac{M_{KP}}{0{,}2[\tau]}}.$$

Для визначення діаметра валу підставимо у формулу максимальний (по модулю) крутний момент

$$d \ge \sqrt[3]{\frac{M_{KP4}}{0{,}2[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{1{,}276 \cdot 10^3}{0{,}2 \cdot 40 \cdot 10^6}} = 0{,}054\ м = 54 мм.$$

Отриману величину діаметра необхідно округлити до найближчого більшого значення зі стандартного ряду діаметрів. Тоді приймемо d = 60 *мм.*

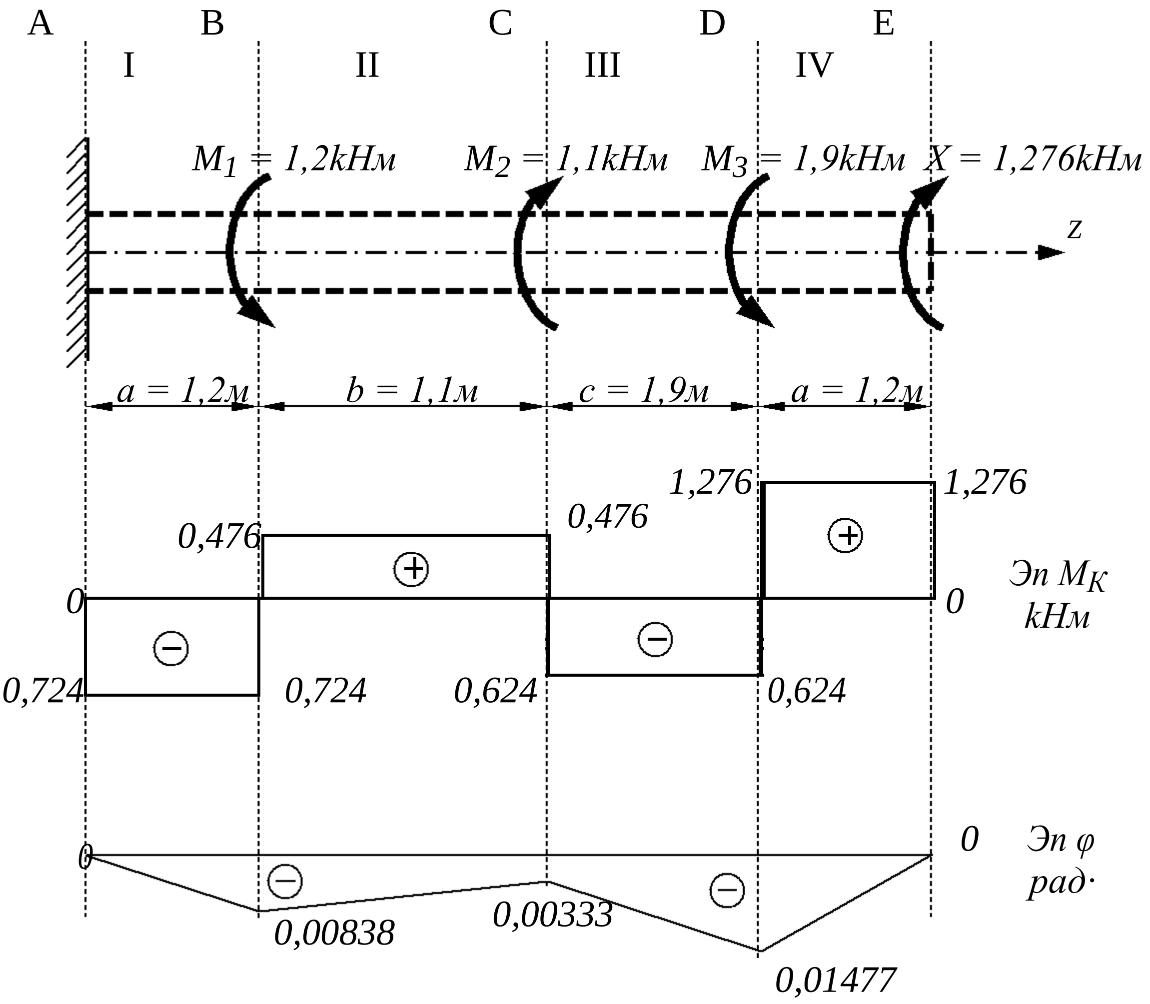


Рис. 6 Побудова епюр крутних моментів і кутів повороту перерізів

5) Визначимо діаметр вала з умови міцності при крученні:

$$\tau_{max} = \frac{M_{KP}}{W_P} \le [\tau],$$

де τ_{max} - максимальне дотичне напруження, [$Па$];

M_{KP} - крутний момент, [$Н \cdot м$];

$[\tau]$ - допускне дотичне напруження при крученні, [Па];

W_P - полярний момент опору перерізу, [$м^3$].

Для круглого перерізу $W_P = \frac{\pi d^3}{16} \approx 0{,}2d^3$, де d – діаметр вала, тоді

$$\tau_{max} = \frac{M_{KP}}{0{,}2d^3} \le [\tau].$$

Тоді з умови міцності діаметр поперечного переріза вала можна визначити по формулі:

$$d \ge \sqrt[3]{\frac{M_{KP}}{0{,}2[\tau]}}.$$

Для визначення діаметра вала підставимо у формулу максимальний (по модулю) крутний момент

$$d \ge \sqrt[3]{\frac{M_{KP4}}{0{,}2[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{1{,}276 \cdot 10^3}{0{,}2 \cdot 40 \cdot 10^6}} = 0{,}054\ м = 54\ мм.$$

Отриману величину діаметра необхідно округлити до найближчого більшого значення зі стандартного ряду діаметрів. Тоді приймемо $d = 60$ *мм.*

6) Визначимо величину повних кутів закруту на кожній ділянці вала:

$$\phi = \frac{M_{KP} \cdot l}{G \cdot I_P},$$

де M_{KP} - крутний момент, [$Н \cdot м$];

l - довжина ділянки, [$м$];

G - модуль пружності 2-го роду (модуль зсуву), [$Па$];

I_P - полярний момент інерції перерізу, [$м^4$]:

Для круглого перетину $I_P = \frac{\pi d^4}{32} \approx 0{,}1d^4$, де d – діаметр вала, то

$$\phi = \frac{M_{KP} \cdot l}{G \cdot 0{,}1d^4}.$$

Ділянка AB:

$$\phi_1 = \frac{M_{KP}^{I} \cdot a}{G \cdot 0{,}1d^4} = \frac{-0{,}724 \cdot 10^3 \cdot 1{,}2}{8 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 0{,}1\left(60 \cdot 10^{-3}\right)^4} = -0{,}00838\ рад.$$

Ділянка *BC*:

$$\phi_2 = \frac{M_{KP}^{II} \cdot b}{G \cdot 0{,}1d^4} = \frac{0{,}476 \cdot 10^3 \cdot 1{,}1}{8 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 0{,}1\left(60 \cdot 10^{-3}\right)^4} = 0{,}00505\ рад.$$

Ділянка *CD*:

$$\phi_3 = \frac{M_{KP}^{III} \cdot c}{G \cdot 0{,}1d^4} = \frac{-0{,}624 \cdot 10^3 \cdot 1{,}9}{8 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 0{,}1\left(60 \cdot 10^{-3}\right)^4} = -0{,}001144\ рад.$$

Ділянка *DE*:

$$\phi_4 = \frac{M_{KP}^{IV} \cdot a}{G \cdot 0{,}1d^4} = \frac{1{,}276 \cdot 10^3 \cdot 1{,}2}{8 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 0{,}1\left(60 \cdot 10^{-3}\right)^4} = 0{,}01477\ рад.$$

7) Визначимо кути повороту характерних перерізів вала:

Переріз *A* - жорстко закріплений, тому він не повертається:

$\varphi_A = 0$.

Між нерухомим перерізом *A* и перерізом *B* розташована перша ділянка, значить кут повороту перетину *B* дорівнює куту закручування ділянки *AB*:

$\varphi_B = \varphi_1 = -0{,}00838$ *рад.*

Між нерухомим перерізом *A* и перерізом *C* розташовані перша і друга ділянки, таким чином кут повороту перерізу *C* дорівнює алгебраїчній сумі кутів закручування ділянок *AB* і *BC* (з урахуванням знака):

$\varphi_C = \varphi_1 + \varphi_2 = -0{,}00838+0{,}00505=-0{,}00333$ *рад.*

Між нерухомим перерізом *A* и перерізом *D* розташовані перша, друга і третя ділянки, таким чином кут повороту перетину *D* дорівнює алгебраїчній сумі кутів закручування ділянок *AB*, *BC* і *CD* (з урахуванням знака):

$\varphi_D = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = -0{,}00838+0{,}00505-0{,}01144=-0{,}01477$ *рад.*

Поворот вільного краю *E* буде дорівнює алгебраїчній сумі кутів закручування всіх ділянок вала:

$\varphi_E = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4 = -0{,}00838+0{,}00505-0{,}01144+0{,}01477 = 0$ *рад*

8) За отриманими результатами побудуємо епюру кутів закруту φ.

Вісь епюри паралельна осі вала. На осі епюри значення φ дорівнюють нулю. Позитивні значення відкладемо нагору від осі, негативні – униз. На епюрі необхідно показати знаки і заштрихувати ее перпендикулярно осі.

(*Епюру φ легко перевірити по епюрі M_{KP}, рухаючи ліворуч праворуч*. На ділянці *AB* на епюрі M_{KP} знак «–», тому значення φ зменшуються (з *0* до *–0,00838*). На ділянці *BC*$M_{KP}>0$, тому значення φ збільшуються (з *–0,00838* до *–0,00333*). На ділянці *CD*$M_{KP}<0$, тому значення φ зменшуються (від *–0,00333* до *–0,01477*) і на ділянці *DE* на епюрі M_{KP} знак «+», тому значення φ ростуть (з *–0,01477* до *0*).

9) Визначимо величину відносного кута закруту:

10)

$$\theta_{max} = \frac{M_{КР}^{max}}{GI_P} \le [\theta],$$

де θ_{max} - максимальний відносний кут закруту, $\left[\frac{рад}{м}\right]$;

$[\theta]$ - допускний відносний кут закруту, $\left[\frac{рад}{м}\right]$, ;

$M_{КР}$ - крутний момент, [$Н\cdot$м];

G - модуль пружності 2-го роду (модуль зсуву), [$Па$];

I_P - полярний момент інерції перерізу, [$м^4$];

Для круглого перерізу $I_P = \frac{\pi d^4}{32} \approx 0{,}1d^4$, де d – діаметр вала, тоді

$$\theta_{max} = \frac{M_{КР}}{G \cdot 0{,}1d^4} \le [\theta],$$

$$\theta_{max} = \frac{M_{КР}^{max}}{G \cdot 0{,}1d^4} = \frac{1{,}276 \cdot 10^3}{8 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}06^4} = 0{,}012\ \frac{рад}{м}.$$

III. Порядок проведення заключної частини заняття.

Здійснити перевірку і оцінювання виконаних завдань. Підвести підсумок практичного заняття звернув увагу на основні помилки при його виконанні.

Тема № 9. Плоске згинання.

Практичне заняття №14: Плоске згинання.

Навчальна мета заняття: поглибити і розширити знання здобувачів освіти з опору матеріалів (прості види деформацій: згинання), ознайомити їх із методикою розв'язання задач.

Кількість годин - 2.

Місце проведення: навчальний кабінет коледжу.

Навчальні питання:

1. Визначення поперечних сил та згинальних моментів.
2. Побудова епюр поперечних сил та згинальних моментів.
3. Визначення розмірів поперечного перерізу балки.

Література: 6, 7(с. 98 - 136; 153 - 188)

План проведення заняття:

I. Порядок проведення вступу до заняття.

Проведення попереднього контролю теоретичних знань здобувачів освіти.

II. Порядок проведення основної частини заняття: постановка задачі та обговорення методики її розв’язання за участю здобувачів освіти, розв'язування задач.

При згинанні відбувається скривлення подовжньої осі бруса.

Чисте згинання (гнуття) – простий вид деформації, при якому в поперечному перерізі бруса виникає тільки одне внутрішнє зусилля – *згинальний момент* (M_X чи M_Y).

Поперечне згинання (гнуття) – вид деформації, при якому в поперечному перерізі бруса виникає два внутрішніх зусилля – *згинальний момент* (M_X чи M_Y) і *поперечна сила* (Q).

Брус, що працює на гнуття називають *балкою*.

Правило знаків згинаючого моменту:

-якщо викликає стиск верхніх волокон балки – позитивний,

-якщо викликає стиск нижніх волокон балки – негативний.

(при позитивному згинальному моменті балка згинається опуклістю вниз, при негативному – опуклістю нагору)

Правило знаків поперечної сили Q:

-якщо прагне повернути елемент по годинній стрілці – позитивна,

-якщо прагне повернути елемент проти вартовий стрілки – негативна.

(аналогічно правилу знаків для τ, тому що Q є результатом дії дотичних напружень τ)

Нормальні напруги в довільній точці поперечного перерізу при гнутті:

$$\sigma = \frac{M_X}{I_X} \cdot y$$

де M_X - згинальний момент, [$Н \cdot м$];

I_X - осьовий момент інерції перетину, [$м^4$];

y - відстань від нейтрального шару до даної точки, [$м$].

Умова міцності при чистому згині:

$$\sigma_{max} = \frac{M_X}{W_X} \leq [\sigma]$$

де σ_{max} - максимальна нормальна напруга, [$Па$];

$[\sigma]$ - нормальна напруга, що допускається, при згині, [Па];

M_X - згинальний момент, [$Н \cdot м$];

W_X - осьовий момент опору перерізу, [$м^3$].

(цією же умовою міцності користаються при поперечному гнутті, тому прийнято вважати поперечне гнуття простим видом деформації)

Формула Журавського:

$$\tau = \frac{Q_Y \cdot S_X^I}{b \cdot I_X}$$

де τ - дотичні напруження в поперечному перерізі балки, [*Па*];

Q_Y - поперечна сила, [*Н*];

I_X - осьовий момент інерції перетину, [$м^4$];

b - ширина поперечного перерізу в розглянутому волокні, [*м*];

S_X^1 - статичний момент частини поперечного перерізу, що відтина розглянутим волокном, [$м^3$].

Теорема Журавського: перша похідна від згинаючого моменту по абсцисі z дорівнює поперечній силі.

$$Q = \frac{dM}{dz}$$

З теореми Журавського випливає, що при позитивній поперечній силі Q, значення на епюрі згинаючого моменту зростають (ліворуч праворуч), якщо Q негативна – убувають, якщо $Q = 0$ – постійні. Зміна згинаючого моменту на ділянці дорівнює площі епюри Q на цій ділянці.

Правило перевірки епюри Q_Y:

Епюра Q_Y перевіряється <u>ліворуч праворуч</u>.

У перетинах де на балці прикладені зосереджені сили P на епюрі Q_Y повинні бути стрибки рівні цим силам. На ділянках де на балці не діє розподілене навантаження q поперечна сила Q_Y постійна. На ділянках де на балці прикладене розподілене навантаження q поперечна сила Q_Y змінюється на величину рівнодіючого розподіленого навантаження.

Правило перевірки епюри M_X:

Епюра M_X перевіряється <u>ліворуч праворуч</u>.

У перетинах де на балці прикладені зосереджені моменти M на епюрі M_X повинні бути стрибки рівні цим моментам. На ділянках де на балці не діє розподілене навантаження q епюра згинаючого моменту M_X обмежена прямими.

На ділянках де на балці прикладене розподілене навантаження q епюра згинаючого моменту M_X обмежена параболами з опуклістю назустріч розподіленому навантаженню.

ІІІ. Порядок проведення заключної частини заняття.

Здійснити перевірку і оцінювання виконаних завдань. Підвести підсумок практичного заняття звернув увагу на основні помилки при його виконанні.

Тема № 9. Плоске згинання.

Практичне заняття №15: Плоске згинання.

Навчальна мета заняття: поглибити і розширити знання здобувачів освіти з опору матеріалів (прості види деформацій: згинання), ознайомити їх із методикою розв’язання задач.

Кількість годин - 2.

Місце проведення:навчальний кабінет коледжу.

Навчальні питання:

1. Визначення поперечних сил та згинальних моментів.

2. Побудова епюр поперечних сил та згинальних моментів.

3. Визначення розмірів поперечного перерізу балки.

Література: 6, 7 (с. 98 - 136; 153 - 188)

План проведення заняття:

I. Порядок проведення вступу до заняття.

Проведення попереднього контролю теоретичних знань здобувачів освіти.

II. Порядок проведення основної частини заняття: постановка задачі та обговорення методики її розв'язання за участю здобувачів освіти, розв'язування задач.

Приклад:

Для заданої балки побудувати епюри внутрішніх зусиль. З умови міцності по нормальних напругах підібрати розміри круглого, прямокутного і двотаврового перетину балки. Порівняти вага двотаврової балки з вагою круглої і прямокутної балки. Для двотаврового перетину провести перевірку міцності по головних напругах і перевірку міцності на зріз.

Прийняти: $[\sigma] = 160\ МПа, h = 2b, \gamma = 77\ \frac{kH}{м^3}$

Розв'язання:

1. Позначимо характерні перетини і пронумеруємо ділянки. Визначимо довжину кожної ділянки окремо.

Покажемо реакції опор. Припустимо, що обидві опорні реакції (R_B і R_D) спрямовані нагору.

2. Визначимо опорні реакції з умови рівноваги:

сума моментів усіх сил щодо точки опори повинна бути дорівнює нулю.

Розподілене навантаження будемо заміняти рівнодіючою зосередженою силою, рівної добутку інтенсивності розподіленого навантаження q на довжину по який вона діє і прикладеної в центрі розподіленого навантаження.

$\Sigma\ M_B = 0$

Тоді

$$R_D = \frac{-2q\cdot\left(1{,}333 - \frac{b}{2}\right) + P\cdot 0{,}666 - M}{1{,}333} = \frac{-2\cdot 11\cdot(1{,}333 - 1) + 28\cdot 0{,}666 - 9}{1{,}333} = 1{,}75\ kH$$

Позитивне значення реакції R_D указує на те, що ми угадали її напрямок (вона в дійсності спрямована нагору).

$\Sigma\ M_D = 0$

$$\Sigma M_D = 2q\cdot\left(\frac{b}{2} + 0{,}666\right) - R_B\cdot 1{,}333 + P\cdot 0{,}666 + M = 0$$

$$\Sigma M_B = 2q\cdot\left(1{,}333 - \frac{b}{2}\right) - P\cdot 0{,}666 + R_D\cdot 1{,}333 + M = 0$$

Тоді

$$R_B = \frac{2q\cdot\left(\frac{b}{2} + 0{,}666\right) + P\cdot 0{,}666 + M}{1{,}333} = \frac{2\cdot 11\cdot(1 + 0{,}666) + 28\cdot 0{,}666 + 9}{1{,}333} = 48{,}25\ kH$$

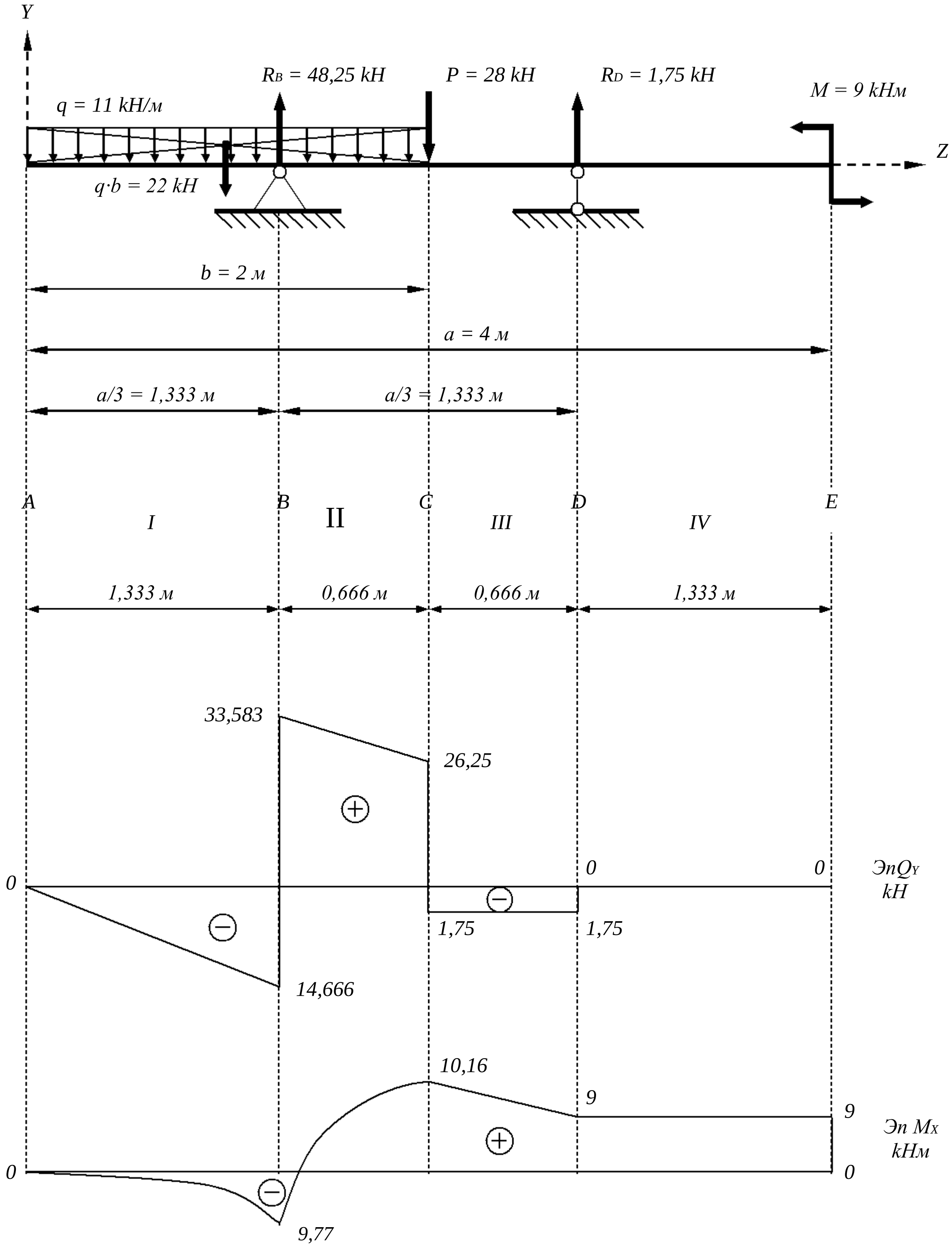
Позитивне значення реакції R_B указує на те, що ми угадали її напрямок (вона в дійсності спрямована нагору).

<u>Перевірка</u>:

З умови рівноваги сума проекцій усіх сил на вертикальну вісь повинна бути дорівнює нулю.

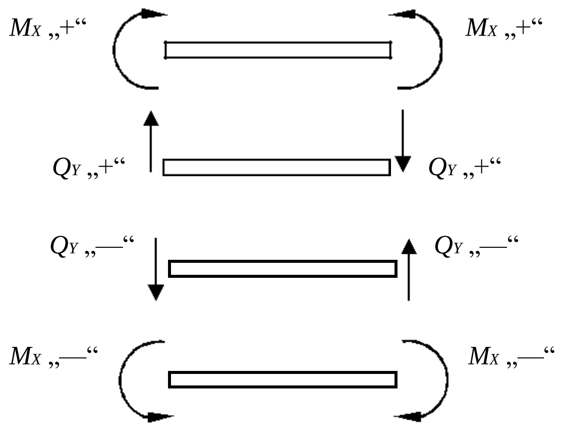
$$\Sigma Y = -b \cdot q + R_B - P + R_D = -2 \cdot 11 + 48{,}25 - 28 + 1{,}75 = 0$$

Умова виконується, тобто опорні реакції визначені вірно.



3. Визначимо внутрішні зусилля (поперечну силу Q_Y і згинальний момент M_X) на кожній ділянці методом перетинів.

Т.к. поперечна сила Q_Y – результат дії дотичних напружень, тому прийнято вважати Q_Y позитивної, якщо вона прагне повернути елемент (відсічену частину) по годинній стрілці, негативної – якщо прагне повернути елемент (відсічену частину) проти вартовий стрілки.



Т.к. епюру згинаючого моменту M_X будують <u>*з боку стиснутого волокна*</u> балки, тому прийнято вважати M_X позитивним, якщо він викликає стиск верхніх волокон балки, негативним – якщо викликає стиск нижніх волокон балки.

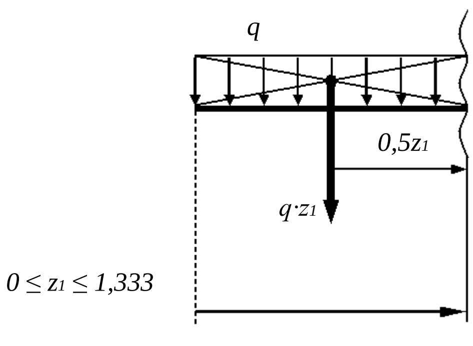
<u>Ділянка *AB*</u>:

Думкою розсічемо балку на ділянці *AB*. Відкинемо більш громіздку (праву) частина балки.

Для що залишилася (лівої) частини балки складемо два рівняння рівноваги:

a) поперечна сила дорівнює алгебраїчній сумі проекцій на вертикальну вісь зовнішніх сил прикладених до залишеної частини;

b) згинальний момент дорівнює алгебраїчній сумі моментів зовнішніх



сил (прикладених до залишеної частини) щодо центра ваги перетину.

q – прагне повернути частину балки, що залишилася, щодо перетину проти вартовий стрілки

$$Q_Y = -(q \cdot z_1) = -11 \cdot z_1$$

q – викликає стиск нижніх волокон

$$M_X = -\left(q \cdot z_1 \cdot \frac{z_1}{2}\right) = -\frac{qz_1^2}{2} = -5{,}5 \cdot z_1^2$$

при $z_1 = 0$ (у перетині A):

$$Q_Y = -11 \cdot 0 = 0$$

$$M_X = -5{,}5 \cdot 0 = 0$$

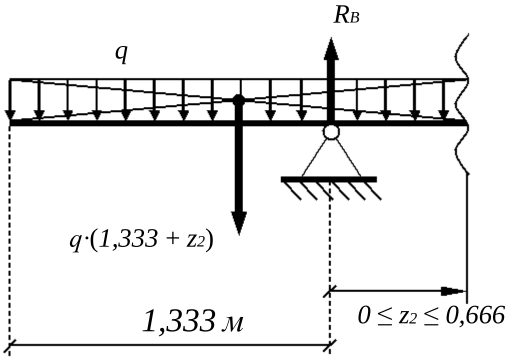
при $z_1 = 1{,}333$ *м* (у перетині B):

$$Q_Y = -\,11 \cdot 1{,}333 = -\,14{,}66\ kH$$

$$M_X = -\,5{,}5 \cdot 1{,}333^2 = -\,9{,}77\ kHм$$

<u>Ділянка</u> <u>*BP*</u>:

Думкою розсічемо балку на ділянці *BP*. Відкинемо більш громіздку (праву) частина балки.



q – прагне повернути частину балки, що залишилася, проти вартовий стрілки щодо перетину

R_B – прагне повернути частину балки, що залишилася, щодо перетину по годинній стрілці

$$Q_Y = -\,q \cdot \left(1{,}333 + z_2\right) + R_B = -\,11 \cdot \left(1{,}333 + z_2\right) + 48{,}25 = 33{,}58 - 11 \cdot z_2$$

q – викликає стиск нижніх волокон

R_B – викликає стиск верхніх волокон

$$M_X = -\frac{q \cdot \left(1{,}333 + z_2\right)^2}{2} + R_B \cdot z_2 = -\,5{,}5 \cdot \left(1{,}333 + z_2\right)^2 + 48{,}25 z_2$$

при $z_2 = 0$ (у перетині B):

$$Q_Y = 33{,}58 - 11 \cdot 0 = 33{,}58\ kH$$

$$M_X = -\,5{,}5 \cdot \left(1{,}333 + 0\right)^2 + 48{,}25 \cdot 0 = -\,9{,}77\ kHм$$

- стиснуті нижні волокна

при $z_2 = 0{,}666$ *м* (у перетині 3):

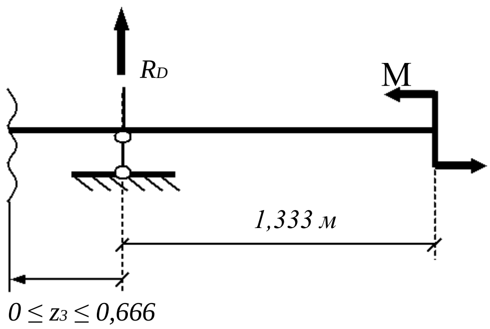
$$Q_Y = 33{,}58 - 11 \cdot 0{,}666 = 26{,}25\ kH$$

$$M_X = -5{,}5 \cdot (1{,}333 + 0{,}666)^2 + 48{,}25 \cdot 0{,}666 = 10{,}16\ kHм$$

- стиснуті верхні волокна Ділянка *CD*:

Думкою розсічемо балку на ділянці *CD*. Відкинемо більш громіздку (ліву) частина балки.

R_D – прагне повернути частину балки, що залишилася, щодо перетину



проти годинникової стрілки

$$Q_Y = -R_D = -1{,}75\ kH \quad (\textit{не зависит от } z_3)$$

R_D – викликає стиск верхніх волокон

M – викликає стиск верхніх волокон

$$M_X = +(R_D \cdot z_3) + M = 1{,}75 \cdot z_3 + 9$$

при $z_3 = 0$ (у перетині D):

$$M_X = 1{,}75 \cdot 0 + 9 = 9\ kHм$$

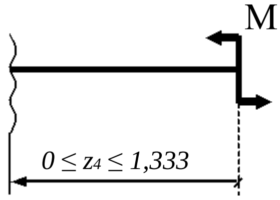
- стиснуті верхні волокна

при $z_3 = 0{,}666\ м$ (у перетині C):

$$M_X = 1{,}75 \cdot 0{,}666 + 9 = 10{,}16\ kHм$$

- стиснуті верхні волокна Ділянка *DE*:

Думкою розсічемо балку на ділянці *DE*. Відкинемо більш громіздку (ліву) частина балки.



$$Q_Y = 0 \qquad (\textit{не зависит от } z_4)$$

M – викликає стиск верхніх волокон

$$M_X = +M = 9\ kНм \qquad (\textit{не зависит от } z_4)$$

4. За отриманими результатами побудуємо епюри внутрішніх зусиль (поперечної сили Q_Y і згинаючого моменту M_X)

Осі епюр рівнобіжні балці. Позитивні значення відкладемо нагору від осей, негативні – униз (епюра згинаючого моменту M_X повинна бути побудована *з боку стиснутих волокон балки*).

Поперечна сила Q_Y на всіх ділянках описується лінійними залежностями, тому епюра Q_Y на всіх ділянках обмежується відрізками прямих.

На *I* і *II-м* ділянках у вираження для визначення згинаючого моменту M_X координата z входить у другому ступені, тому епюра M_X на цих ділянках обмежується параболами. Опуклість парабол буде назустріч розподіленому навантаженню q (у даній задачі – нагору). На *III* і *IV-м* ділянках згинальний момент M_X описується лінійними залежностями, тому епюра M_X на цих ділянках обмежується відрізками прямих.

На епюрах необхідно показати знаки і штрихування перпендикулярно осі.

(*Епюру Q_Y легко перевірити за розрахунковою схемою рухаючи ліворуч праворуч*. На ділянці *I* довжиною *1,333 м*до балки прикладене розподілене навантаження q спрямована вниз, тому значення на епюрі убувають на величину рівнодіючої $1{,}333 \cdot q = 14{,}666\ k$. У перетині B діє реакція R_B спрямована нагору, тому на епюрі скачок нагору довжиною *48,25* (з *–14,666* у *+33,583*). На ділянці *II* довжиною *0,666м* до балки прикладене розподілене навантаження q спрямована вниз, тому значення Q_Y убувають на величину рівнодіючої $0{,}666 \cdot q = 7{,}333\ k$ (з *+33,583* у *+26,25*). У перетині *3* діє зосереджена сила P спрямована вниз, тому на епюрі скачок униз довжиною *28* (з *+26,25* у *–1,75*). На ділянках *III* і *IV* не діє розподілених навантажень, тому Q_Y на цих ділянках постійна. Скачок нагору на *1,75* у перетині D викликаний реакцією R_D.

Епюру M_Xлегко перевірити рухаючи ліворуч праворуч. На ділянках *I* і *III*на епюрі Q_Y знак «мінус», тому значення на епюрі M_X на цих ділянках убувають. На ділянці *II* на епюрі Q_Y знак «плюс», тому значення на епюрі M_X зростають. На ділянці *VI* на епюрі $Q_Y = 0$, тому значення на епюрі M_X постійні. Скачок униз на *9* у перетині E викликаний зосередженим моментом $M = 9\ kНм$. Зміна згинаючого моменту M_X на кожній ділянці дорівнює площі епюри Q_Y на цій ділянці.)

5. Знайдемо небезпечний переріз балки.

Небезпечним буде перетин балки де виникає найбільший по модулі згинальний момент (саме там найбільш ймовірний руйнування балки).

Як видно з епюри M_X найбільше по модулі значення згинаючого моменту $\left|M_X\right|^{max} = 10{,}16\ kНм$ в перетині C.

6. Підберемо розміри поперечного перерізу балки з умови міцності:

$$\sigma_{max} = \frac{|M_X|^{max}}{W_X} \le [\sigma]$$

де σ_{max} - максимальна нормальна напруга, [$Па$];

$[\sigma]$ - нормальна напруга, що допускається, при вигині, [Па];

M_X - згинальний момент, [$Н \cdot м$];

W_X - осьовий момент опору перетину, [$м^3$].

Осьовий момент опору поперечного перерізу балки з умови міцності:

$$W_X \ge \frac{|M_X^{max}|}{[\sigma]}$$

$$W_X \ge \frac{10{,}16 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 63{,}5 \cdot 10^{-6}\ м^3 = 63{,}5\ см^3$$

Якщо необхідно виготовити балку круглого поперечного перерізу, можна виразити осьовий момент опору поперечного перерізу через діаметр:

$$W_X = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0{,}1 d^3$$

тоді діаметр поперечного перерізу балки:

$$d = \sqrt[3]{\frac{W_X}{0{,}1}}$$

$$d \ge \sqrt[3]{\frac{63{,}5}{0{,}1}} = 8{,}59\ см$$

Якщо необхідно виготовити балку прямокутного поперечного перерізу, можна виразити осьовий момент опору через ширину b і висоту h:

$$W_X = \frac{bh^2}{6}$$

якщо $h = 2b$, тоді $W_X = \frac{b(2b)^2}{6} = \frac{2}{3} b^3$

тоді ширина поперечного перерізу балки:

$$b = \sqrt[3]{\frac{3}{2} W_X}$$

$$b \ge \sqrt[3]{\frac{3}{2} 63{,}5} = 4{,}57\ см$$

висота поперечного перерізу балки з умови $h = 2b \geq 2 \cdot 4{,}57 = 9{,}14$ *див*

Якщо потрібно підібрати для балки <u>двотавровий перетин</u> (чи інший прокатний профіль), необхідно скористатися таблицями сортаменту:

виберемо із сортаменту двотавр у який момент опору W_X приймає найближче більше значення до розрахункового ($63{,}5$ *див*^{3}).

I *№14*: $W_X = 81{,}7$ *див*^{3}
h = 14 див b = 7,3 див s = 0,49 див t = 0,75 див $I_X = 572$ *див*^{4}
$S_X^I = 46{,}8$ *див*^{3} *– статичний момент напівперетину Вага 1 м = 137 Н = 13,7 кг*

ІІІ. Порядок проведення заключної частини заняття.

Здійснити перевірку і оцінювання виконаних завдань. Підвести підсумок практичного заняття звернув увагу на основні помилки при його виконанні.

Тема № 9. Плоске згинання.

Практичне заняття №16: Плоске згинання.
Навчальна мета заняття: поглибити і розширити знання здобувачів освіти з опору матеріалів (прості види деформацій: згинання), ознайомити їх із методикою розв’язання задач.
Кількість годин - 2.
Місце проведення: навчальний кабінет коледжу.

Навчальні питання:

1. Визначення поперечних сил та згинальних моментів.
2. Побудова епюр поперечних сил та згинальних моментів.
3. Визначення розмірів поперечного перерізу балки.

Література: 6, 7 (с. 98 - 136; 153 - 188)

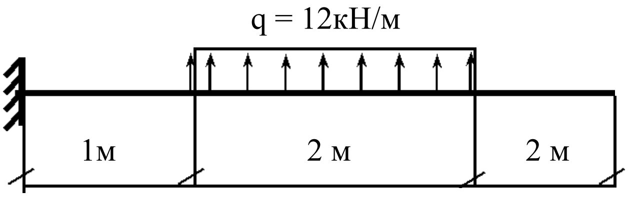
План проведення заняття:

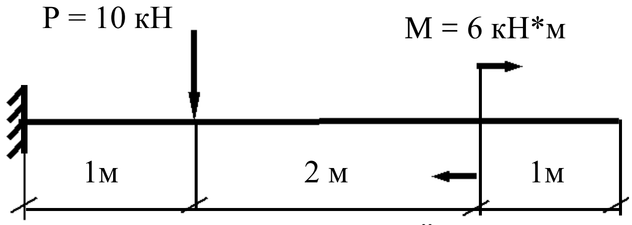
І. Порядок проведення вступу до заняття.

Проведення попереднього контролю теоретичних знань здобувачів освіти.

ІІ. Порядок проведення основної частини заняття: постановка задачі та обговорення методики її розв’язання за участю здобувачів освіти, розв'язування задач.

Задача. Для заданої схеми балки підібрати двотавровий переріз.





ІІ. Порядок проведення заключної частини заняття.

Здійснити перевірку і оцінювання виконаних завдань. Підвести підсумок практичного заняття звернув увагу на основні помилки при його виконанні.

Тема № 9. Плоске згинання.

Практичне заняття №17: Плоске згинання.

Навчальна мета заняття: поглибити і розширити знання здобувачів освіти з опору матеріалів (прості види деформацій: згинання), ознайомити їх із методикою розв'язання задач.

Кількість годин - 2.

Місце проведення: навчальний кабінет коледжу.

Навчальні питання:

1. Визначення поперечних сил та згинальних моментів.
2. Побудова епюр поперечних сил та згинальних моментів.
3. Визначення розмірів поперечного перерізу балки.

Література: 6, 7 (с. 98 - 136; 153 - 188)

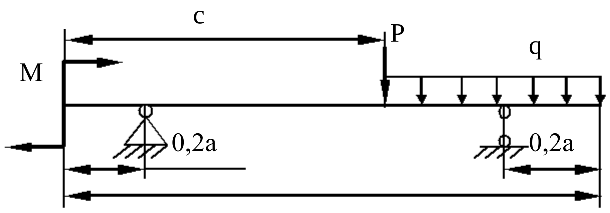
План проведення заняття:

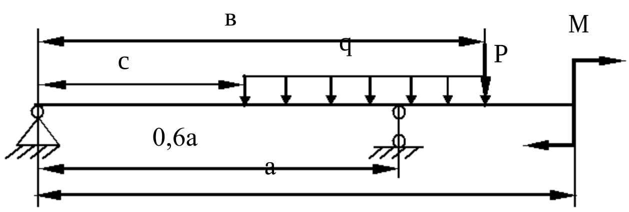
І. Порядок проведення вступу до заняття.

Проведення попереднього контролю теоретичних знань здобувачів освіти.

ІІ. Порядок проведення основної частини заняття: постановка задачі та обговорення методики її розв'язання за участю здобувачів освіти, розв'язування задач.

Задача. Для заданої схеми балки підібрати двотавровий переріз.





P=10 кН; M=4 кНм; q=6 кН/м; a=4 м; в=3 м; c=2 м.

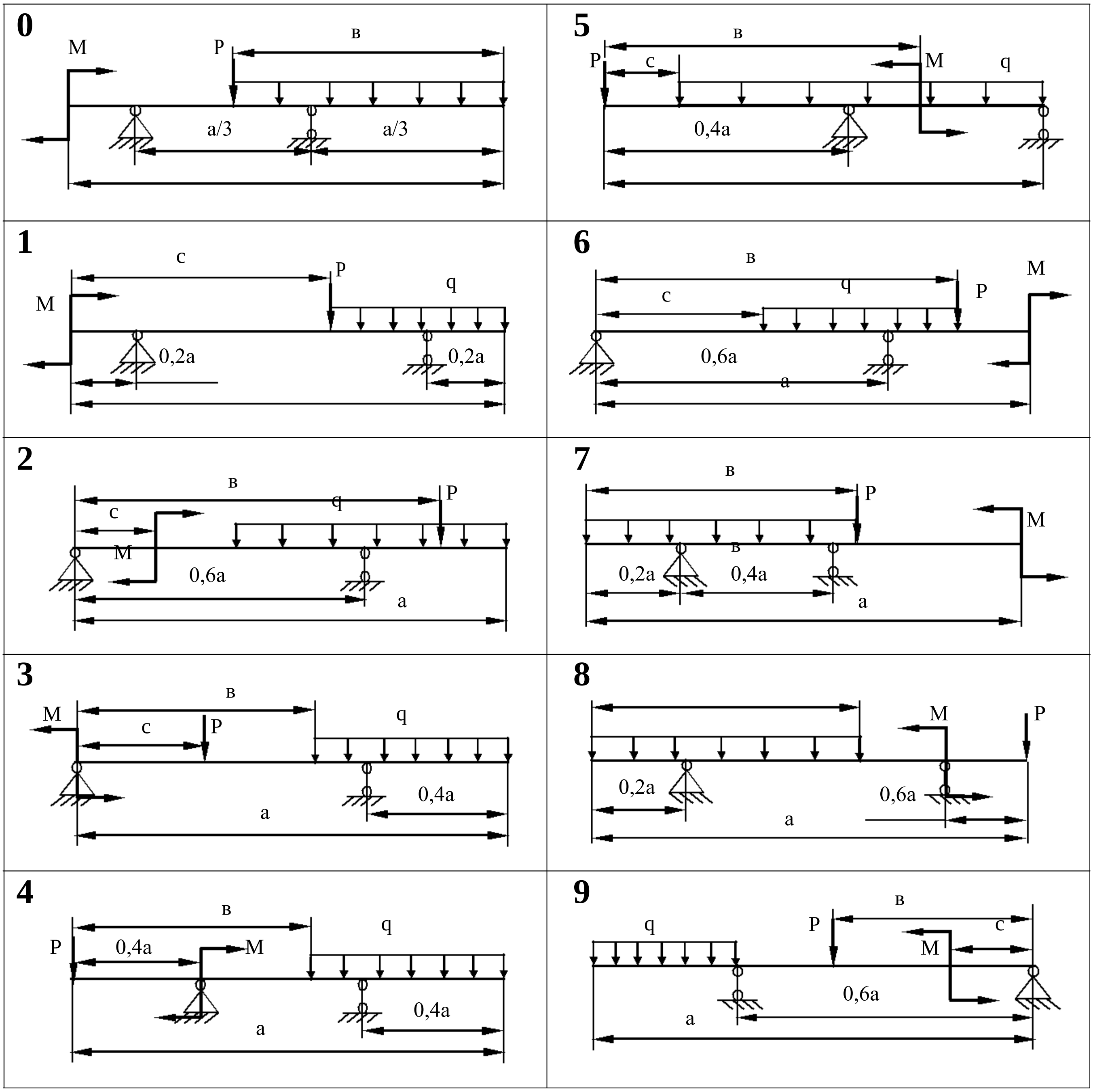
ІІІ. Порядок проведення заключної частини заняття.

Здійснити перевірку і оцінювання виконаних завдань. Підвести підсумок практичного заняття звернув увагу на основні помилки при його виконанні.

Індивідуальне завдання №3.

Задача 3.

Для заданої балки побудувати епюри поперечних сил і згинальних моментів. Виходячи з умов міцності за нормальними напруженнями, підібрати розміри поперечного перерізу для двотавра, кола, прямокутника (прийнявши $h = 2b$) і порівняти їх вагу по відношенню до ваги двотавра. Провести перевірку міцності по головним напруженням для двотаврового перетину. Прийняти: $[\sigma] = 160$ МПа; $\gamma = 77$ кН/м^3.



	0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
P, кН	28	26	24	22	20	22	24	26	28	20
M, кНм	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
q, кН/м	11	10	13	12	15	14	12	10	11	10
a, м	4,0	4,2	4,4	4,6	4,8	5,0	4,8	4,4	4,2	4,0
b, м	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9
c, м	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	1,7	1,5	1,3	1,2	1,1

Тема № 10. Складний опір.

Практичне заняття №18: Складний опір.
Навчальна мета заняття: поглибити і розширити знання здобувачів освіти з опору матеріалів (прості види деформацій: згинання), ознайомити їх із методикою розв’язання задач.
Кількість годин - 2.
Місце проведення: навчальний кабінет коледжу.

Навчальні питання:

1. Побудова епюр.
2. Визначення небезпечного перерізу.
3. Визначення розмірів поперечного перерізу балки.

Література: 6, 7 (с. 98 - 136; 153 - 188)

План проведення заняття:

I. Порядок проведення вступу до заняття.

Проведення попереднього контролю теоретичних знань здобувачів освіти.

II. Порядок проведення основної частини заняття: постановка задачі та обговорення методики її розв’язання за участю здобувачів освіти, розв'язування задач.

Складний опір (*складні деформації*) – види деформацій, за яких у розрахунках на міцність необхідно враховувати більше одного внутрішнього зусилля.

До складного опору відносять косе гнуття, гнуття із крученням, кручення з розтягом (стиском), поздовжньо-поперечне гнуття, позацентровий розтяг (стиск) тощо.

Косе гнуття – вид складної деформації, за якого площина дії згинального моменту не проходить ні через жодну з головних центральних осей інерції поперечного перерізу стрижня.

Максимальні нормальні напруженняσ_{max} підчас косого гнуття виникають у точках поперечного перерізу найбільш віддалених від нульової лінії.

Нульова (*нейтральна*) *лінія* – пряма в поперечному перерізі, на якій нормальні напруги дорівнюють нулю ($\sigma = 0$).

Підчас косого гнуття нульова лінія проходить через центр маси поперечного перерізу і не співпадає з його головними осями.

Формула для визначення положення нульової лінії:

$$tg\,\beta = -\frac{M_Y}{M_X}\cdot\frac{I_X}{I_Y},$$

де M_X, M_Y – гнучі моменти у вертикальній і горизонтальній площині, [$H \cdot м$];

I_X, I_Y – осьові моменти інерції перерізу, [$м^4$];

β –кут повороту нульової лінії відносно осі X.

Правило знаків кутаβ:

- $\beta > 0$, якщо нульова лінія проходить через I – III квадрант,
- $\beta < 0$, якщо нульова лінія проходить через II – IV квадрант.

Нормальні напруження в довільній точці поперечного перерізу підчас косого згинання (гнуття):

$$\sigma = -\frac{M_X}{I_X}y - \frac{M_Y}{I_Y}x,$$

де M_X, M_Y – згинальні моменти у вертикальній і горизонтальній площині, [$H \cdot м$];

I_X, I_Y – осьові моменти інерції перерізу,

[$м^4$]; x, y – координати точки, [$м$].

Умова міцності підчас косого гнуття:

$$\sigma_{max} = \frac{|M_X|}{W_X} + \frac{|M_Y|}{W_Y} \le [\sigma],$$

де M_X, M_Y – згинальні моменти у вертикальній і горизонтальній площині, [$H \cdot м$];

W_X, W_Y – осьові моменти опору перерізу, [$м^3$];

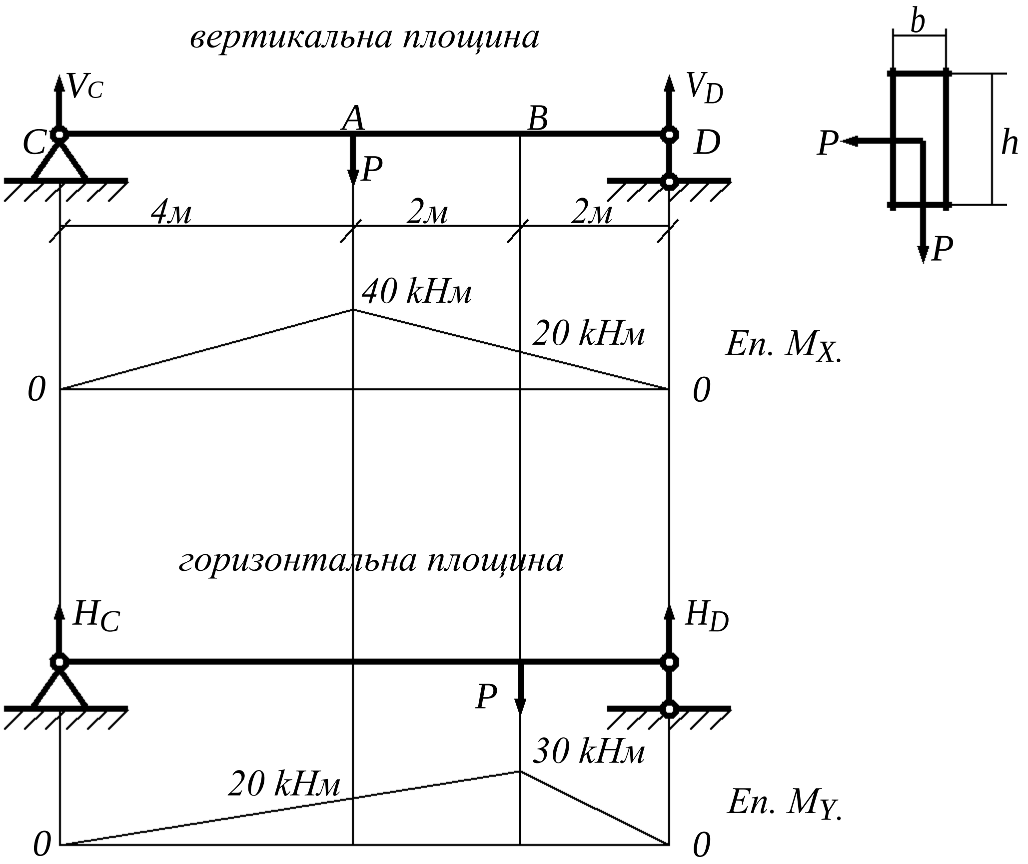
σ_{max} – максимальна нормальна напруга, [$Па$]; [σ] – допускна нормальна напруга, [$Па$].

<u>Приклад</u> <u>1</u>. Дерев'яна балка прямокутного поперечного перерізу навантажена вертикальною силою $P = 20\ kH$ у точці A і горизонтальною силою Р $= 20\ kH$ у точці B.

Потрібно:

1) встановити положення небезпечного перерізу;
2) підібрати розміри поперечного перерізу;

3) визначити положення нейтральної лінії в небезпечному перерізі та побудувати для цього перерізу епюру нормальних напружень в аксонометрії.
Взяти $[\sigma] = 8\ МПа;\ h/b = 3$.



<u>Розв'язання</u>

1) Побудуємо епюри згинальних моментів:
а) вертикальна площина
Визначимо реакції опор:

$$\sum M_C = -4P + 8V_D = 0, \qquad V_D = \frac{4P}{8} = \frac{P}{2} = 10kH\ ,$$

$$\sum M_D = 4P - 8V_C = 0, \qquad V_C = \frac{4P}{8} = \frac{P}{2} = 10kH\ .$$

Перевірка:

$$\sum y = V_C - P + V_D = 10 - 20 + 10 = 0.$$

Ділянка *CA*: $(0 \le z \le 4)$ $\qquad M_X = V_C \cdot z,$

$\qquad$ при $z = 0$ $\qquad M_X = 0,$

$\qquad$ при $z = 4$ $\qquad M_X = 10 \cdot 4 = 40\ kHм.$

Ділянка DA: $(0 \le z \le 4)$ $M_X = V_D \cdot z,$

при $z = 0$ $M_X = 0,$

при $z = 4$ $M_X = 10 \cdot 4 = 40$ *kНм.*

b) горизонтальна площина:

Визначимо реакції опор:

$$\sum M_C = -6P + 8H_D = 0, \qquad H_D = \frac{6P}{8} = 15kH,$$

$$\sum M_D = 2P - 8H_C = 0, \qquad H_C = \frac{2P}{8} = 5kH.$$

Перевірка:

$$\sum x = H_C - P + H_D = 5 - 20 + 15 = 0.$$

Ділянка CB: $(0 \le z \le 6)$ $M_Y = H_C \cdot z,$

при $z = 0$ $M_Y = 0,$

при $z = 6$ $M_Y = 5 \cdot 6 = 30$ *kНм.*

Ділянка DB: $(0 \le z \le 2)$ $M_Y = H_D \cdot z,$

при $z = 0$ $M_Y = 0,$

при $z = 2$ $M_Y = 15 \cdot 2 = 30$ *kНм.*

Відомо, що для прямокутного перерізу осьові моменти опору дорівнюють:

$$W_X = \frac{h^2 b}{6}, \qquad W_Y = \frac{hb^2}{6}.$$

Якщо $\frac{h}{b} = 3$, тоді

$$W_X = \frac{3}{2} b^3, \qquad W_Y = \frac{1}{2} b^3.$$

Умова міцності:

$$\sigma_{max} = \frac{|M_X|}{W_X} + \frac{|M_Y|}{W_Y} \le [\sigma]$$

$$\sigma = \frac{2|M_X|}{3b^3} + \frac{2|M_Y|}{b^3} = \frac{2|M_X| + 6|M_Y|_{max}}{3b^3}$$

Переріз A: $M_X = 40$ *kНм*, $M_Y = 20$ *kНм*

$$\sigma_A = \frac{2 \cdot 40kНм + 6 \cdot 20kНм}{3b^3} = \frac{200kНм}{3b^3}.$$

Переріз B: $M_X = 20$ *kНм*, $M_Y = 30$ *kНм*

$$\sigma_B = \frac{2 \cdot 20kH\text{м} + 6 \cdot 30kH\text{м}}{3b^3} = \frac{220kH\text{м}}{3b^3}.$$

Небезпечний переріз *B* ($M_X = 20\ kH\text{м},\ M_Y = 30\ kH\text{м}$), тому що $\sigma^B > \sigma^A$.

2) Визначимо розміри поперечного перерізу з умови міцності:

$$\sigma_{max} \le [\sigma]$$

$$\sigma^B = \frac{220\ kH\text{м}}{3b^3} \le 8\ M\Pi a$$

$$b \ge \sqrt[3]{\frac{220 \cdot 10^3\ H\text{м}}{3 \cdot 8 \cdot 10^6\ \Pi a}} = 0{,}209\ \text{м}$$

$$h = 3b \ge 3 \cdot 0{,}209 = 0{,}627\ \text{м}.$$

3) Моменти інерції прямокутного поперечного перерізу:

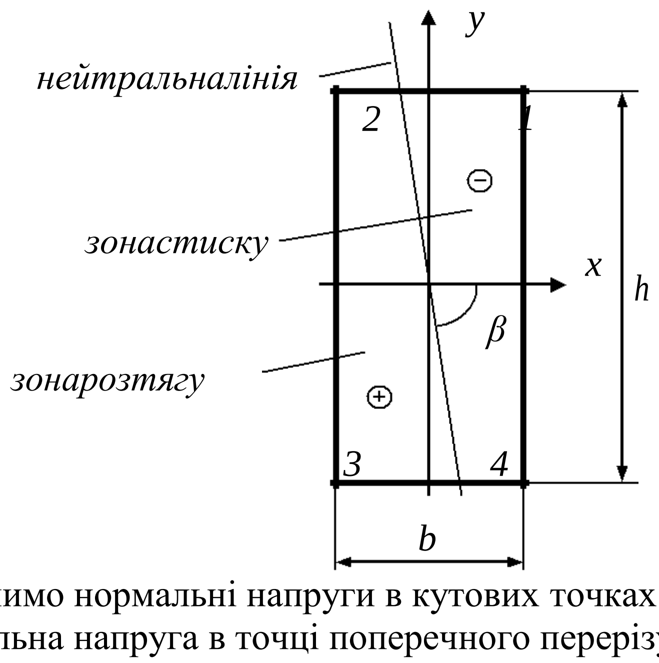
$$I_X = \frac{h^3 b}{12} = \frac{0{,}627^3 \cdot 0{,}209}{12} = 4{,}29 \cdot 10^{-3}\ \text{м}^4,$$

$$I_Y = \frac{hb^3}{12} = \frac{0{,}627 \cdot 0{,}209^3}{12} = 0{,}48 \cdot 10^{-3}\ \text{м}^4.$$

Визначимо положення нейтральної лінії в небезпечному перерізі *B*:

$$tg\beta = -\frac{M_Y}{M_X} \cdot \frac{I_X}{I_Y} = -\frac{30}{20} \cdot \frac{4{,}29 \cdot 10^{-3}}{0{,}48 \cdot 10^{-3}} = -13{,}5$$

$$\beta = -85^\circ 46'$$



Визначимо нормальні напруги в кутових точках перерізу.
Нормальна напруга в точці поперечного перерізу з координатами *(x; y)*:

$$\sigma = -\frac{M_X}{I_X}y - \frac{M_Y}{I_Y}x.$$

Кутові точки небезпечного перерізу *B*:

т.*1* $\left(+\frac{b}{2};+\frac{h}{2}\right)$;

$$\sigma_1 = -\frac{20\cdot 10^3}{4{,}29\cdot 10^{-3}}\cdot\frac{0{,}627}{2} - \frac{30\cdot 10^3}{0{,}48\cdot 10^{-3}}\cdot\frac{0{,}209}{2} = -8\cdot 10^6\,Па;$$

т.*2* $\left(-\frac{b}{2};+\frac{h}{2}\right)$;

$$\sigma_2 = -\frac{20\cdot 10^3}{4{,}29\cdot 10^{-3}}\cdot\frac{0{,}627}{2} - \frac{30\cdot 10^3}{0{,}48\cdot 10^{-3}}\cdot\frac{-0{,}209}{2} = 5{,}1\cdot 10^6\,Па;$$

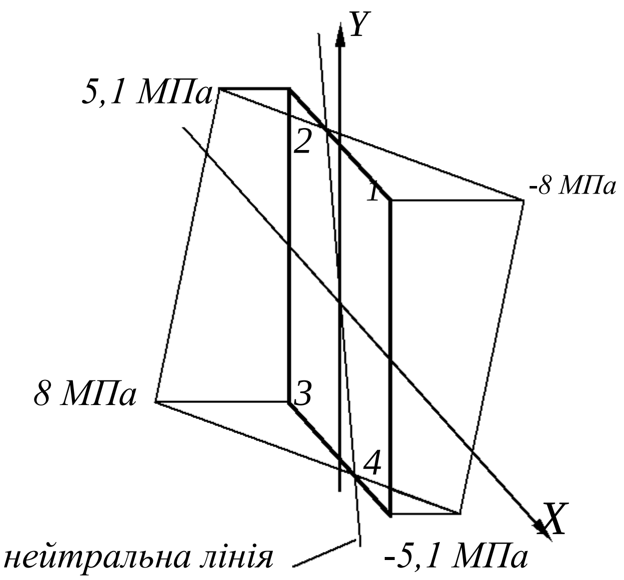
т.*3* $\left(-\frac{b}{2};-\frac{h}{2}\right)$;

$$\sigma_3 = -\frac{20\cdot 10^3}{4{,}29\cdot 10^{-3}}\cdot\frac{-0{,}627}{2} - \frac{30\cdot 10^3}{0{,}48\cdot 10^{-3}}\cdot\frac{-0{,}209}{2} = 8\cdot 10^6\,Па;$$

т.*4* $\left(+\frac{b}{2};-\frac{h}{2}\right)$;

$$\sigma_4 = -\frac{20\cdot 10^3}{4{,}29\cdot 10^{-3}}\cdot\frac{-0{,}627}{2} - \frac{30\cdot 10^3}{0{,}48\cdot 10^{-3}}\cdot\frac{0{,}209}{2} = -5{,}1\cdot 10^6\,Па.$$

Епюра нормальних напружень



Приклад розв’язано.

III. Порядок проведення заключної частини заняття.

Здійснити перевірку і оцінювання виконаних завдань. Підвести підсумок практичного заняття звернув увагу на основні помилки при його виконанні.

Тема № 10. Складний опір.

Практичне заняття №19: Складний опір.
Навчальна мета заняття: поглибити і розширити знання здобувачів освіти з опору матеріалів (прості види деформацій: згинання), ознайомити їх із методикою розв'язання задач.
Кількість годин - 2.
Місце проведення: навчальний кабінет коледжу.

Навчальні питання:

1. Побудова епюр.
2. Визначення небезпечного перерізу.
3. Визначення розмірів поперечного перерізу балки.

Література: 6, 7 (с. 98 - 136; 153 - 188)

План проведення заняття:

I. Порядок проведення вступу до заняття.

Проведення попереднього контролю теоретичних знань здобувачів освіти.

II. Порядок проведення основної частини заняття: постановка задачі та обговорення методики її розв'язання за участю здобувачів освіти, розв'язування задач.

Гнуття (згинання) із крученням – вид складної деформації, за якого в розрахунку на міцність необхідно враховувати два внутрішніх зусилля: гнучий момент та крутний момент.

Умова міцності підчас гнуття з крученням:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{ЗВ}}{W_X} \le [\sigma],$$

де $M_{ЗВ}$ – зведений момент, [$Н{\cdot}м$];
W_X – осьовий момент опору перерізу, [$м^3$];
σ_{max} – максимальна нормальна напруга, [$Па$];
$[\sigma]$ – допускна нормальна напруга, [$Па$].

Момент зведений ($M_{ЗВ}$) розраховують із застосуванням теорій (гіпотез) міцності. Для валів із пластичних матеріалів розрахунок $M_{ЗВ}$ виконують на основі третьої або четвертої теорії міцності:

$$M_{ЗВ}^{III} = \sqrt{M_{КР}^2 + \Sigma M_{ГН}^2}\ ,$$

$$M_{ЗВ}^{IV} = \sqrt{0,75 \cdot M_{КР}^2 + \Sigma M_{ГН}^2}\ ,$$

де $M_{КР}$ – крутний момент, [*Н·м*];
$\Sigma M_{ГН}$ – сумарний (повний) гнучий момент, [*Н·м*].

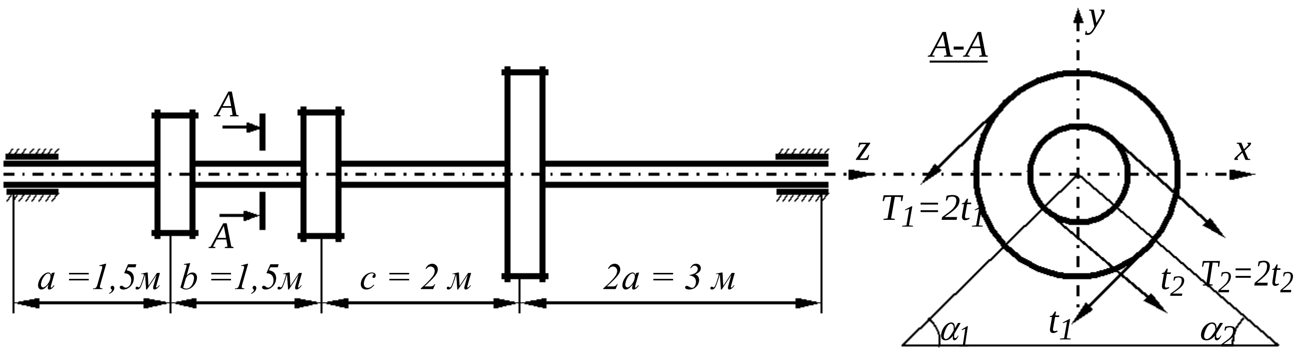
$$\Sigma M_{ГН} = \sqrt{M_X^2 + M_Y^2}\ ,$$

де M_X – гнучий момент у вертикальній площині, [*Н·м*];
M_Y – гнучий момент у горизонтальній площині, [*Н·м*].

<u>Приклад</u> <u>2</u>. Шків діаметром $D_1 = 0,8$ *м* і кутом нахилу гілок ременя $\alpha_1 = 30^\circ$, робить $n = 600$ обертів за хвилину і передає потужність $N = 150$ *кВт*. Два інших шківи мають однаковий діаметр $D_2 = 0,6$ *м* і однакові кути нахилу гілок ременя $\alpha_2 = 60^\circ$, кожний з них передає потужність $0,5 \cdot N$.

Потрібно підібрати діаметр вала за третьою теорією міцності.

Взяти $[\sigma] = 70$ *МПа*, $T = 2t$.



<u>Розв’язання</u>

1) Визначимо закручувальні (зовнішні) моменти, прикладені до шківів:

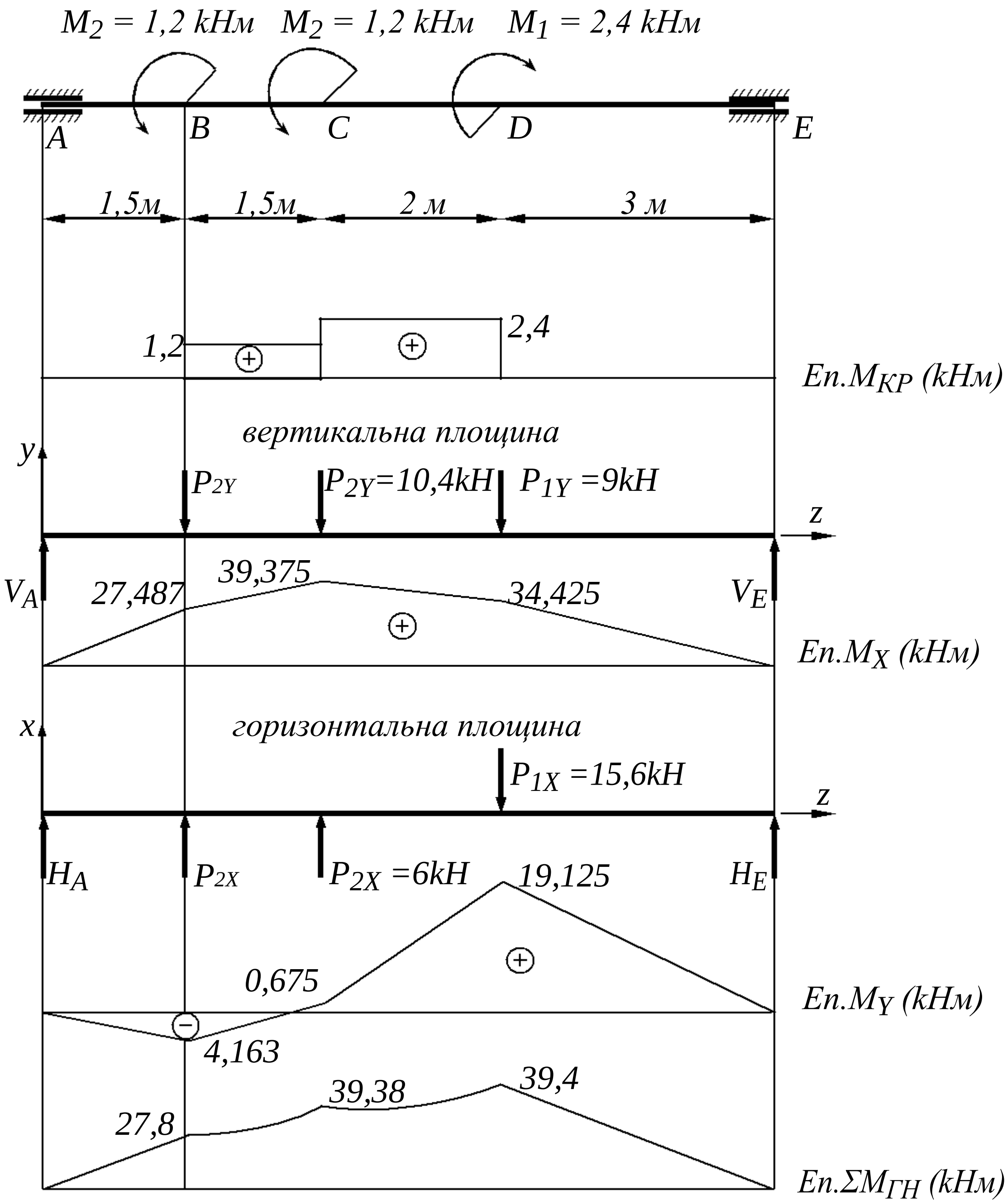
$$M = \frac{N}{\omega}\ ,$$

де N – потужність, $\left[Вт = \frac{Н \cdot м}{с} \right]$;
ω – кутова швидкість обертання, $\left[\frac{рад}{с} \right]$:

$$\omega = \frac{2\pi \cdot n}{60} = \frac{\pi n}{30} = \frac{3,14 \cdot 600}{30} = 62,8\ \frac{рад}{с}\ ,$$

де n – число обертів за хвилину.

$$M_1 = \frac{150}{62,8} = 2,4\ kHм, \qquad M_2 = \frac{M_1}{2} = \frac{2,4}{2} = 1,2\ kHм.$$



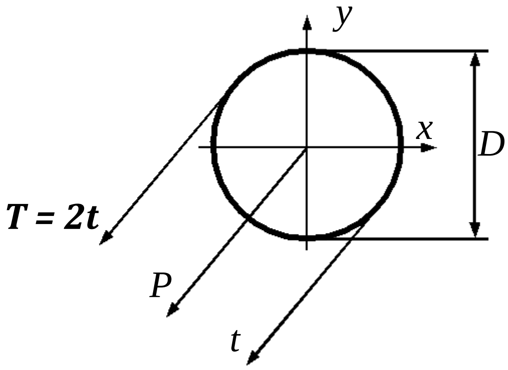
2) Побудуємо епюру крутних моментів M_{KP}:

Ділянка *AB*: $M_{KP} = 0;$

Ділянка *BC*: $M_{KP} = M_2 = 1,2\ kHм;$

Ділянка *CD*: $M_{KP} = M_2 + M_2 = 2,4\ kHм;$

Ділянка DE: $M_{KP} = M_2 + M_2 - M_1 = 0$. Визначимо окружні зусилля прикладені до шківів (натяг ременів) через закручувальні моменти:



$$\left|M\right| = T\frac{D}{2} - t\,\frac{D}{2} = \frac{D}{2}\left(T - t\right),$$

де T, t – натяг гілок ременя, $[H]$;

якщо $T = 2t$, тоді $M = \frac{D}{2} \cdot t$, або $t = \frac{2M}{D}$.

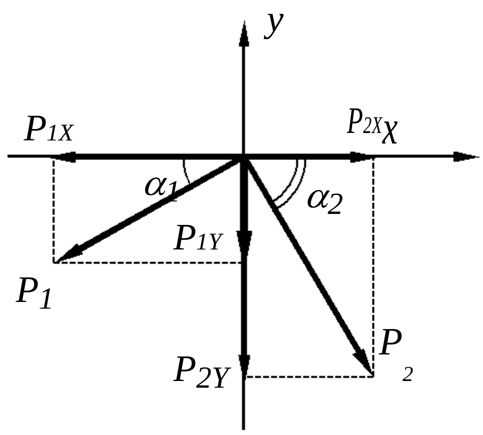
$$t_1 = \frac{2M_1}{D_1} = \frac{2 \cdot 2{,}4}{0{,}8} = 6\ kH, \qquad T_1 = 2t_1 = 2 \cdot 6 = 12\ kH,$$

$$t_2 = \frac{2M_2}{D_2} = \frac{2 \cdot 1{,}2}{0{,}6} = 4\ kH, \qquad T_2 = 2t_2 = 2 \cdot 4 = 8\ kH.$$

3) Визначимо тиск, що передається шківами на вал:

$$P = T + t$$

$$P_1 = T_1 + t_1 = 12 + 6 = 18\ kH, \qquad P_2 = T_2 + t_2 = 8 + 4 = 12\ kH.$$



4) Визначимо проекції сил P_1 та P_2 на вертикальну та горизонтальну площини:
Вертикальна площина zy:

$$P_{1Y} = P_1 \sin\alpha_1 = 18 \cdot \sin 30^o = 9\ kH,$$

$$P_{2Y} = P_2 \sin\alpha_2 = 12 \cdot \sin 60^o = 10{,}4\ kH.$$

Горизонтальна площина *zx*:

$$P_{1X} = P_1 cos\alpha_1 = 18 \cdot cos\ 30^o = 15,6\ kH,$$
$$P_{2X} = P_2 cos\alpha_2 = 12 \cdot cos\ 60^o = 6\ kH.$$

5) Побудуємо епюри гнучих моментів: а) вертикальна площина

Визначимо реакції опор:

$$\Sigma M_E = -V_A \cdot 8 + P_{2Y} \cdot 6,5 + P_{2Y} \cdot 5 + P_{1Y} \cdot 3 = 0,$$

$$V_A = \frac{P_{2Y} \cdot 6,5 + P_{2Y} \cdot 5 + P_{1Y} \cdot 3}{8} = \frac{10,4 \cdot 6,5 + 10,4 \cdot 5 + 9 \cdot 3}{8} = 18,325\ kH,$$

$$\Sigma M_A = -P_{2Y} \cdot 1,5 - P_{2Y} \cdot 3 - P_{1Y} \cdot 5 + V_E \cdot 8 = 0,$$

$$V_E = \frac{P_{2Y} \cdot 1,5 + P_{2Y} \cdot 3 + P_{1Y} \cdot 5}{8} = \frac{10,4 \cdot 1,5 + 10,4 \cdot 3 + 9 \cdot 5}{8} = 11,475\ kH.$$

Перевірка:

$$\Sigma\ y = V_A - P_{2Y} - P_{2Y} - P_{1Y} + V_E = 18,325 - 10,4 - 10,4 - 9 + 11,475 = 0.$$

Ділянка *AB*: $(0 \le z \le 1,5)$ $M_X = V_A \cdot z,$

при $z = 0$ $M_X = 0,$

при $z = 1,5$ $M_X = 18,325 \cdot 1,5 = 27,487\ kHм.$

Ділянка *BC*: $(0 \le z \le 1,5)$ $M_X = V_A (a + z) - P_{2Y} \cdot z,$

при $z = 0$ $M_X = 18,325 \cdot 1,5 - 0 = 27,487\ kHм,$

при $z = 1,5$ $M_X = 18,325 \cdot 3 - 10,4 \cdot 1,5 = 39,375$ *kHм.*

Ділянка *DC*: $(2 \ge z \ge 0)$ $M_X = V_E (2a + z) - P_{1Y} \cdot z,$

при $z = 2$ $M_X = 11,475 \cdot 5 - 9 \cdot 2 = 39,375\ kHм,$

при $z = 0$ $M_X = 11,475 \cdot 3 - 0 = 34,425\ kHм.$

Ділянка *ED*: $(3 \ge z \ge 0)$ $M_X = V_E \cdot z,$

при $z = 3$ $M_X = 11,475 \cdot 3 = 34,425\ kHм,$

при $z = 0$ $M_X = 0.$

b) горизонтальна площина

Визначимо реакції опор:

$$H_A = \frac{-P_{2X} \cdot 6,5 - P_{2X} \cdot 5 + P_{1X} \cdot 3}{8} = \frac{-6 \cdot 6,5 - 6 \cdot 5 + 15,6 \cdot 3}{8} = -2,775\ kH,$$

$$H_E = \frac{-P_{2X} \cdot 1,5 - P_{2X} \cdot 3 + P_{1X} \cdot 5}{8} = \frac{-6 \cdot 1,5 - 6 \cdot 3 + 15,6 \cdot 5}{8} = 6,375\ kH.$$

Перевірка:

$$\Sigma x = H_A + P_{2X} + P_{2X} - P_{1X} + H_E = -2,775 + 6 + 6 - 15,6 + 6,375 = 0.$$

Ділянка AB: $(0 \le z \le 1{,}5)$ $M_Y = H_A \cdot z,$

при $z = 0$ $M_Y = 0,$

при $z = 1{,}5$ $M_Y = -2{,}775 \cdot 1{,}5 = -4{,}163$ *kНм.*

Ділянка BC: $(0 \le z \le 1{,}5)$ $M_Y = H_A\,(a + z) + P_{2X} \cdot z,$

при $z = 0$ $M_Y = -2{,}775 \cdot 1{,}5 + 0 = -4{,}163$ *kНм,*

при $z = 1{,}5$ $M_Y = -2{,}775 \cdot 3 + 6 \cdot 1{,}5 = 0{,}675$ *kНм.*

Ділянка DC: $(2 \ge z \ge 0)$ $M_Y = H_E\,(2a + z) - P_{1X} \cdot z,$

при $z = 2$ $M_Y = 6{,}375 \cdot 5 - 15{,}6 \cdot 2 = 0{,}675$ *kНм,*

при $z = 0$ $M_Y = 6{,}375 \cdot 3 - 0 = 19{,}125$ *kНм.*

Ділянка ED: $(3 \ge z \ge 0)$ $M_Y = H_E \cdot z,$

при $z = 3$ $M_Y = 6{,}375 \cdot 3 = 19{,}125$ *kНм,*

при $z = 0$ $M_Y = 0.$

6) Визначимо сумарний (повний) гнучий момент $\Sigma M_{ГН}$ в окремих перерізах:

$$\Sigma M_{ГН} = \sqrt{M_X^2 + M_Y^2},$$

$$\Sigma M_{ГН}^A = 0,$$
$$\Sigma M_{ГН}^B = \sqrt{27{,}487^2 + 4{,}163^2} = 27{,}8 \text{ kНм},$$
$$\Sigma M_{ГН}^C = \sqrt{39{,}375^2 + 0{,}675^2} = 39{,}38 \text{ kНм},$$
$$\Sigma M_{ГН}^D = \sqrt{34{,}425^2 + 19{,}125^2} = 39{,}4 \text{ kНм},$$
$$\Sigma M_{ГН}^E = 0.$$

7) Небезпечний переріз D: $M_{КР}^D = 2{,}4$ kНм, $\Sigma M_{ГН}^D = 39{,}4$ kНм.

8) Визначимо момент зведений для небезпечного перерізу за третьою теорією міцності:

$$M_{ЗВ}^{III} = \sqrt{M_{КР}^2 + \Sigma M_{ГН}^2},$$
$$M_{ЗВ}^{III} = \sqrt{2{,}4^2 + 39{,}4^2} = 39{,}5 \text{ kНм}.$$

9) Визначимо діаметр вала d з умови міцності:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{ЗВ}}{W_X} \le [\sigma],$$

де $M_{ЗВ}$ – зведений момент, [*Н·м*];

σ_{max} – максимальне нормальне напруження, [*Па*];

$[\sigma]$ – допускне нормальне напруження, $[Па]$;
W_X – осьовий момент опору перерізу, $[м^3]$.

Відомо, що для круглого перерізу осьовий момент опору дорівнює:

$$W_X = 0,1 \cdot d^3,$$

де d – діаметр круга, $[м]$.

Тоді

$$d = \sqrt[3]{\frac{W_x}{0,1}} \geq \sqrt[3]{\frac{M_{зв}^{III}}{0,1\,[\sigma]}} \quad \sqrt[3]{\frac{39,5 \cdot 10^3}{0,1 \cdot 70 \cdot 10^6}} = 0,178\ м = 178\ мм\ .$$

Беремо $d = 180\ мм$

Приклад розв’язано.

III. Порядок проведення заключної частини заняття.

Здійснити перевірку і оцінювання виконаних завдань. Підвести підсумок практичного заняття звернув увагу на основні помилки при його виконанні.

Тема № 10. Складний опір.

Практичне заняття №20: Складний опір.

Навчальна мета заняття: поглибити і розширити знання здобувачів освіти з опору матеріалів (прості види деформацій: згинання), ознайомити їх із методикою розв’язання задач.

Кількість годин - 2.

Місце проведення: навчальний кабінет коледжу.

Навчальні питання:

1. Побудова епюр.
2. Визначення небезпечного перерізу.
3. Визначення розмірів поперечного перерізу балки.

Література: 6, 7 (с. 98 - 136; 153 - 188)

План проведення заняття:

I. Порядок проведення вступу до заняття.

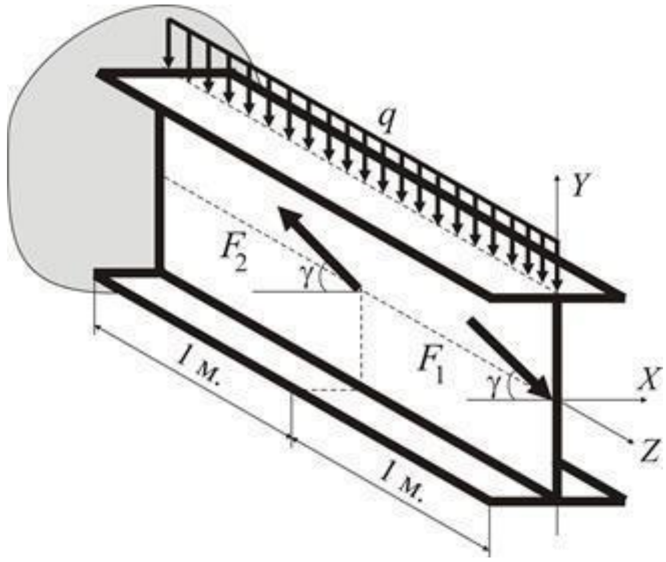
Проведення попереднього контролю теоретичних знань здобувачів освіти.

II. Порядок проведення основної частини заняття: постановка задачі та обговорення методики її розв’язання за участю здобувачів освіти, розв'язування задач.

Приклад 1

Визначити номер двометрової консольної балки (рис. 4) з умови міцності, якщо

$[\sigma] = 160\ МПа$, $\gamma = 30^0$, $F_1 = 10\ kH$, $F_2 = 25\ kH$, $q = 10\ kH/м$.



Двотаврова балка знаходиться в умовах складного (просторового) згинання, бо згідно зі схемою навантаження можна визначити дві силові площини, які перетинають поздовжню вісь двотавру. Одна з цих площин співпадає з головною центральною площиною (YOZ), інша нахилена до горизонту під кутом $\gamma = 30^0$.

Розкладемо зусилля F_1, F_2 по головним осям перерізу, та зведемо складне згинання до двох плоских згинань в площинах (YOZ) (рис. 5а) та (XOZ).

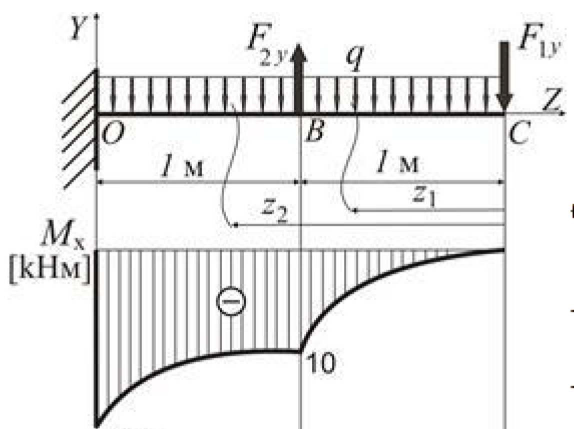
$$F_{1y} = F_1 \sin\gamma = 5 \text{kH};$$

$$F_{1x} = F_1 \cos\gamma = 8{,}67 \text{ kH};$$

$$F_{2y} = F_2 \sin\gamma = 12{,}5 \text{kH};$$

$$F_{2x} = F_2 \cos\gamma = 21{,}65 \text{kH}.$$

У кожній площині збудуємо епюри згинальних моментів. Дією поперечних зусиль будемо нехтувати.

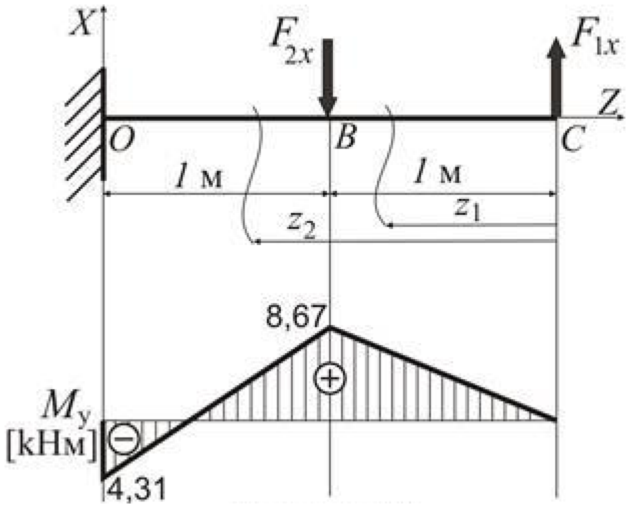


$$0 \le z_1 \le 1$$

$$M_x(z_1) = -F_{1y} z_1 - q\frac{z_1^2}{2};$$

$$M_x(0) = 0;$$

$$M_x(1) = -10 \text{ kHм}.$$



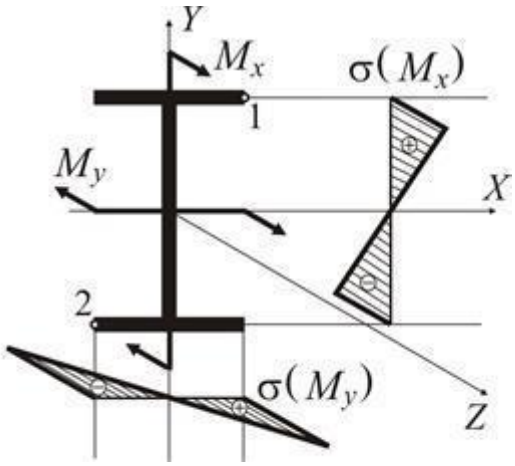
$1 \le z_2 \le 2$

$M_y(z_2) = F_{1x} z_2 - F_{2x}(z_2 - 1);$

$M_y(1) = 8{,}67$ kНм;

$M_y(2) = -4{,}31$ kНм.

Найбільший за модулем згинальний момент $M_x = 17{,}5$ kНм досягається в перерізі *O*, тому першу спробу добору двотавру зробимо саме для цього перерізу. Проаналізуємо напружений стан перерізу. З розподілу згинальних моментів у перерізі *O* визначимо знаки нормальних напружень у різних квадрантах перерізу



Зважаючи на правила знаків для згинальних моментів, можна констатувати, що у площині (YOZ) в зону стискання потрапляють нижні волокна перерізу (волокна з від'ємною координатою *y*). У площині (XOZ) стислими є ліві волокна, або волокна з від'ємною координатою *x* (рис. 6). При лінійному розподілі нормальних напружень вздовж координат перерізу маємо дві найбільш напружені точки 1 та 2, для яких складемо умову міцності.

Оскільки $\sigma_{max} = \sigma_1 = |\sigma_2|$, то

$$\sigma_{max} = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} \le [\sigma]$$

Аналізуючи співвідношення $\dfrac{W_x}{W_y} = c$ для двотаврів, можна дістати висновку, що середнє значення коефіцієнта $c \approx 8$, тому

$$W_x \geq \frac{M_x + 8M_y}{[\sigma]}.$$

Для перерізу *O* теоретично необхідний момент опору дорівнює:

$$W_x(O) \geq \frac{(17{,}5 + 8 \cdot 4{,}31) \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 325 \cdot 10^{-6}\ \text{м}^3 = 325\ \text{см}^3.$$

Для перерізу *B* теоретично необхідний момент опору дорівнює:

$$W_x(B) \geq \frac{(10 + 8 \cdot 8{,}67) \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 496 \cdot 10^{-6}\ \text{м}^3 = 496\ \text{см}^3.$$

В якості моменту опору двотавру, що відповідає умові міцності в обох перерізах необхідно обирати більший з двох можливих:

$$W_x \geq \max\{W_x(O); W_x(B)\} = 496\ \text{см}^3.$$

З таблиць сортаменту добираємо найближчий більший двотавр №30а, який має наступні характеристики:

$$I_x = 7780\ см^4;\quad I_y = 436\ см^4;\quad W_x = 518\ см^3;\quad W_y = 60{,}1\ см^3.$$

Тоді у перерізі *B* максимальні напруження в точках 3,4 становлять:

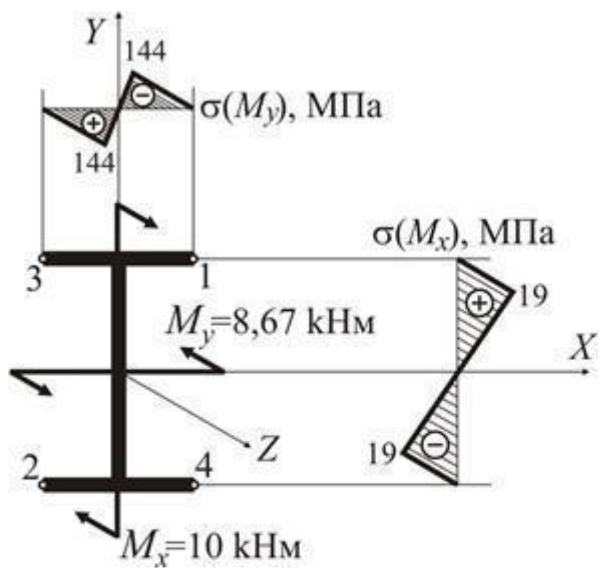
$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} = \frac{10 \cdot 10^3}{518 \cdot 10^{-6}} + \frac{8{,}67 \cdot 10^3}{60{,}1 \cdot 10^{-6}} = 19 + 144 = 163\ \text{МПа}.$$

Перенавантаження складає:

$$\eta = \frac{\sigma_{\max} - [\sigma]}{[\sigma]} 100\% = \frac{163 - 160}{160} 100\% \approx 1{,}9\%,$$

що цілком допустимо.

Розподіл напружень в поперечному перерізі має вигляд:



Визначаючи переміщення f та кути повороту θ перерізів при косому та просторовому згинанні, також виходимо з принципу незалежності дії сил. Обчислюємо ці величини в кожній з головних площин (YOZ) та (XOZ), а результати сумуємо геометрично.

Таким чином, повний прогин і кут повороту визначаються формулами:

$$f = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}$$

$$\theta = \sqrt{\theta_x^2 + \theta_y^2}. \quad (16)$$

Як приклад, обчислимо прогин вільного кінця консолі, навантаженою силою (рис.2а). Ці переміщення можна знайти багатьма способами (метод початкових параметрів, інтеграл Максвелла – Мора, спосіб Верещагіна і т.п.), які дають однакове рішення для прогину f [1]:

$$f = \frac{F\ell^3}{3EI_x}.$$

Як і раніше розкладемо силу F по головним осям. Тоді в площині (YOZ) маємо

$$f_y = \frac{F_y\ell^3}{3EI_x},$$

відповідно у площині (XOZ)

$$f_x = \frac{F_x\ell^3}{3EI_y}.$$

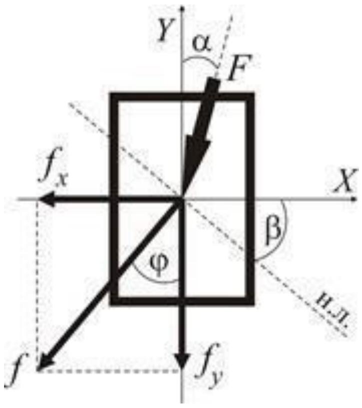
Утворимо співвідношення

$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{f_x}{f_y} = \frac{F_x\ell^3}{3EI_y}\frac{3EI_x}{F_y\ell^3} = \frac{I_x}{I_y}\frac{F\sin\alpha}{F\cos\alpha} = \frac{I_x}{I_y}\mathrm{tg}\,\alpha.$$

Порівнюючи його з (8), достаємо висновку:

$$\mathrm{tg}\varphi = |\mathrm{tg}\beta|.$$

Якщо зважити, що кути β та φ відлічуються від взаємно ортогональних напрямків (осей X та Y відповідно), маємо $\angle\varphi = \angle\beta$



тобто напрямок повного прогину у випадку косого та просторового згинання завжди ортогональний до нейтральної лінії перерізу. Тому для визначення цього напрямку необхідно попередньо знайти положення нейтральної лінії для будь-якого за формою перерізу.

III. Порядок проведення заключної частини заняття.

Здійснити перевірку і оцінювання виконаних завдань. Підвести підсумок практичного заняття звернув увагу на основні помилки при його виконанні.

Тема № 10. Складний опір.

Практичне заняття №21: Складний опір.
Навчальна мета заняття: поглибити і розширити знання здобувачів освіти з опору матеріалів (прості види деформацій: згинання), ознайомити їх із методикою розв'язання задач.
Кількість годин - 2.
Місце проведення: навчальний кабінет коледжу.

Навчальні питання:

1. Побудова епюр.
2. Визначення небезпечного перерізу.
3. Визначення розмірів поперечного перерізу балки.

Література: 6, 7 (с. 98 - 136; 153 - 188)

План проведення заняття:

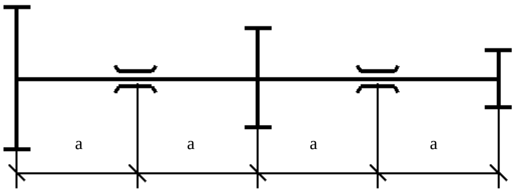
I. Порядок проведення вступу до заняття.

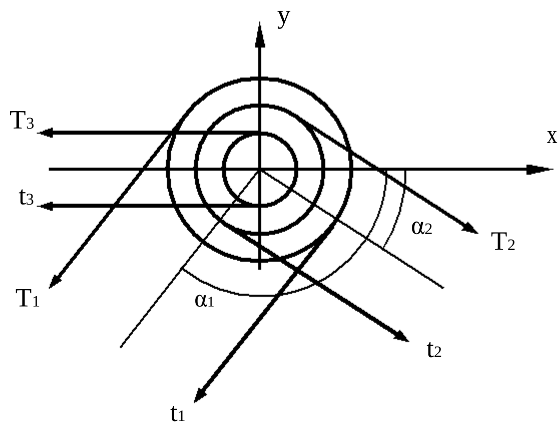
Проведення попереднього контролю теоретичних знань здобувачів освіти.

II. Порядок проведення основної частини заняття: постановка задачі та обговорення методики її розв'язання за участю здобувачів освіти, розв'язування задач.

Визначити діаметр сталевого валу трансмісії, що обертається з постійною кутовою швидкістю і передає потужність через два ведених шківа.

Прийняти:Т = 2t, $Д_1$ = 0,8 м,$Д_2$ = 0,6 м,$Д_3$ = 0,4 м, [σ] = 120 МПа, а = 1 м W_2=20 kВт; W_2=50 kВт; α_1=60 град; α_2=210 град; ω=10 рад/с.





III. Порядок проведення заключної частини заняття.

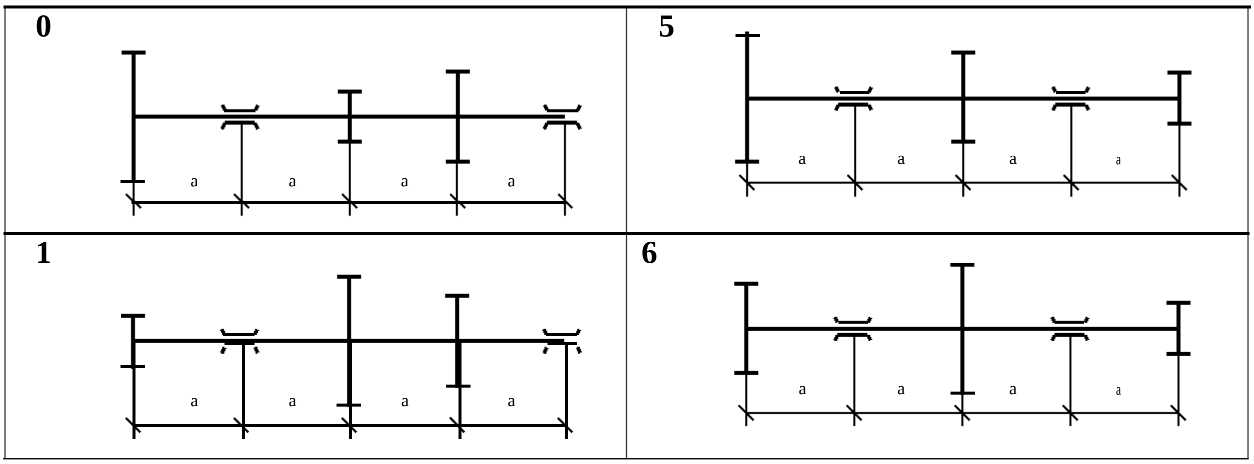
Здійснити перевірку і оцінювання виконаних завдань. Підвести підсумок практичного заняття звернув увагу на основні помилки при його виконанні.

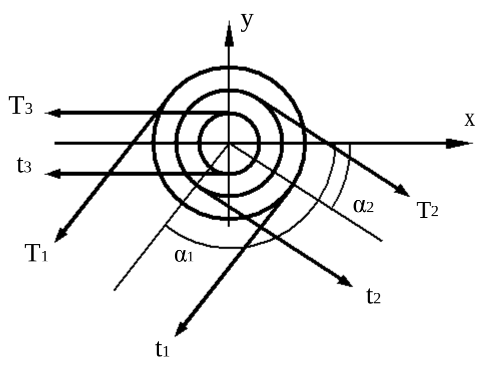
Індивідуальне завдання №4.

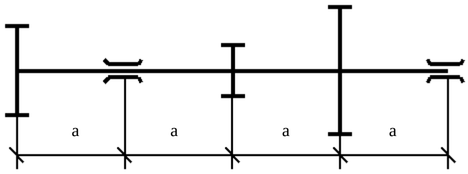
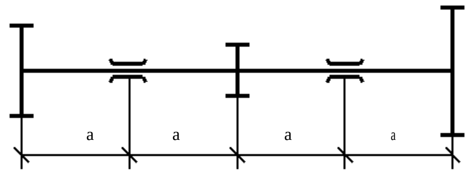
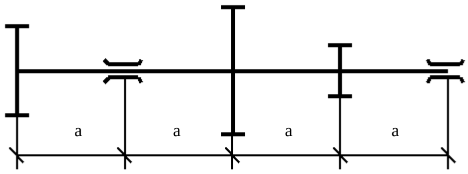
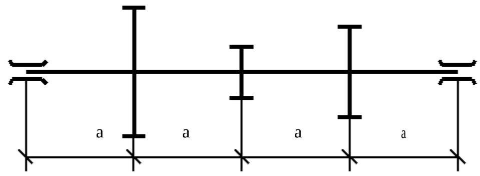
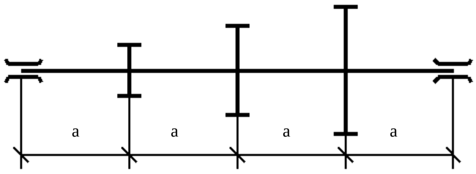
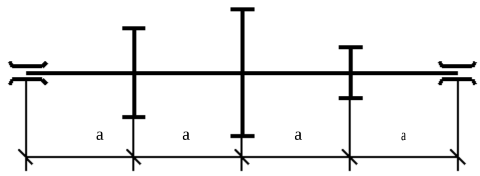
Задача №4. Визначити діаметр сталевого валу трансмісії, що обертається з постійною кутовою швидкістю і передає потужність через два ведених шківа.

Прийняти: $T = 2t$, $Д_1 = 0{,}8$ м, $Д_2 = 0{,}6$ м, $Д_3 = 0{,}4$ м, $[\sigma] = 120$ МПа, $a = 1$ м

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
W_1, kВт	—	10	10	—	30	30	—	50	50	—
W_2, kВт	10	—	20	30	—	50	40	—	70	80
W_3, kВт	30	30	—	50	50	—	20	30	—	30
α_1, град	30	45	60	120	150	120	60	30	45	60
α_2, град	150	210	120	45	240	240	210	160	120	210
ω, рад/с	10	12	14	11	13	10	11	12	13	14





2 	**7** 
3 	**8** 
4 	**9** 

Тема № 13. Динамічна дія навантажень.

Практичне заняття №22: Динамічна дія навантажень.
Навчальна мета заняття: поглибити і розширити знання здобувачів освіти з опору матеріалів (прості види деформацій: згинання), ознайомити їх із методикою розв’язання задач.
Кількість годин - 2.
Місце проведення: навчальний кабінет коледжу.

Навчальні питання:

1. Визначення максимальних нормальних динамічних балки.

Література: 6, 7 (с. 156-177; 213 - 246)

План проведення заняття:

I. Порядок проведення вступу до заняття.

Проведення попереднього контролю теоретичних знань здобувачів освіти.

II. Порядок проведення основної частини заняття: постановка задачі та обговорення методики її розв’язання за участю здобувачів освіти, розв'язування задач.

Статичні навантаження – навантаження, при дії яких на систему можна знехтувати виникаючими силами інерції.

Динамічні навантаження – навантаження, при дії яких на систему не можна знехтувати виникаючими силами інерції. Динамічні навантаження можуть бути ударного і неударного типу.

Ударне навантаження – динамічне навантаження, що виникає, коли швидкість тіла, яке рухається, миттєво падає до нуля.

Неударні динамічні навантаження можуть випробувати деталі, що рухаються поступально з прискоренням, або будь-які деталі, що обертаються.

Задачі з динамічним навантаженням можна розв’язувати, використовуючи принцип Даламбера, або закон збереження енергії.

Принцип Даламбера: під час динамічного навантаження <u>в кожний момент часу</u> деталь знаходиться в стані рівноваги під дією зовнішніх сил та сил інерції. Принципом Даламбера можна користатися в тих випадках, коли є можливість визначити сили інерції з умови задачі.

Підчас ударного навантаження визначання сил інерції обтяжливе, тому для розв’язання подібних задач використовують закон збереження енергії (знаходять $k_Д$).

Коефіцієнт динамічності ($k_Д$) – коефіцієнт, що показує, в скільки разів динамічні напруги і деформації (під час падіння) перевищують статичні:

$$k_Д = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta_{CT}}} \qquad \text{або} \qquad k_Д = 1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{g \cdot \Delta_{CT}}},$$

де h - висота падіння, [*м*];

v - швидкість падіння тіла, яке завдає удару, [*м/с*];

g - прискорення вільного падіння, [$м/с^2$];

${}_{CT}$ - статичний прогин, [*м*].

<u>Приклад</u> <u>5</u>. На двотаврову балку *№ 24а* ($I_X = 3800\ см^4$; $W_X = 317\ см^4$), що вільно лежить на двох опорах, з висоти $h = 45\ см$ падає вантаж $P = 7\ kH$.

Потрібно:

1) знайти найбільші нормальні напруження в балці;

2) розв’язати аналогічну задачу за умови, що права опора замінена пружиною з піддатливістю $d = 22 \cdot 10^{-3}\ м/kH$.

3) Взяти$E = 2 \cdot 10^5\ МПа$.

<u>Розв’язання</u>

1) Спочатку визначимо найбільші нормальні напруги в балці σ_{CT}^{max} у випадку, коли сила P діє статично. Для цього побудуємо епюру гнучих моментів M_P, попередньо визначивши реакції опор.

$$\sigma_{CT}^{max} = \frac{M_P^{max}}{W_X} = \frac{12 \cdot 10^3}{317 \cdot 10^{-6}} = 37{,}8 \cdot 10^6\ Па = 37{,}8\ МПа,$$

де M_P^{max} - максимальне значення гнучого (згинального) моменту, [*Нм*];

W_X - осьовий момент опору перерізу балки, [$м^3$].

2) Визначимо прогин балки ${}_{CT}$ під статичною силою P, перемноживши методом Симпсона епюру M_P, на одиничну епюру гнучих моментів $\overline{M}_1$. Для побудови епюри $\overline{M}_1$ потрібно прикласти до системи одиничну силу в місце падіння вантажу.

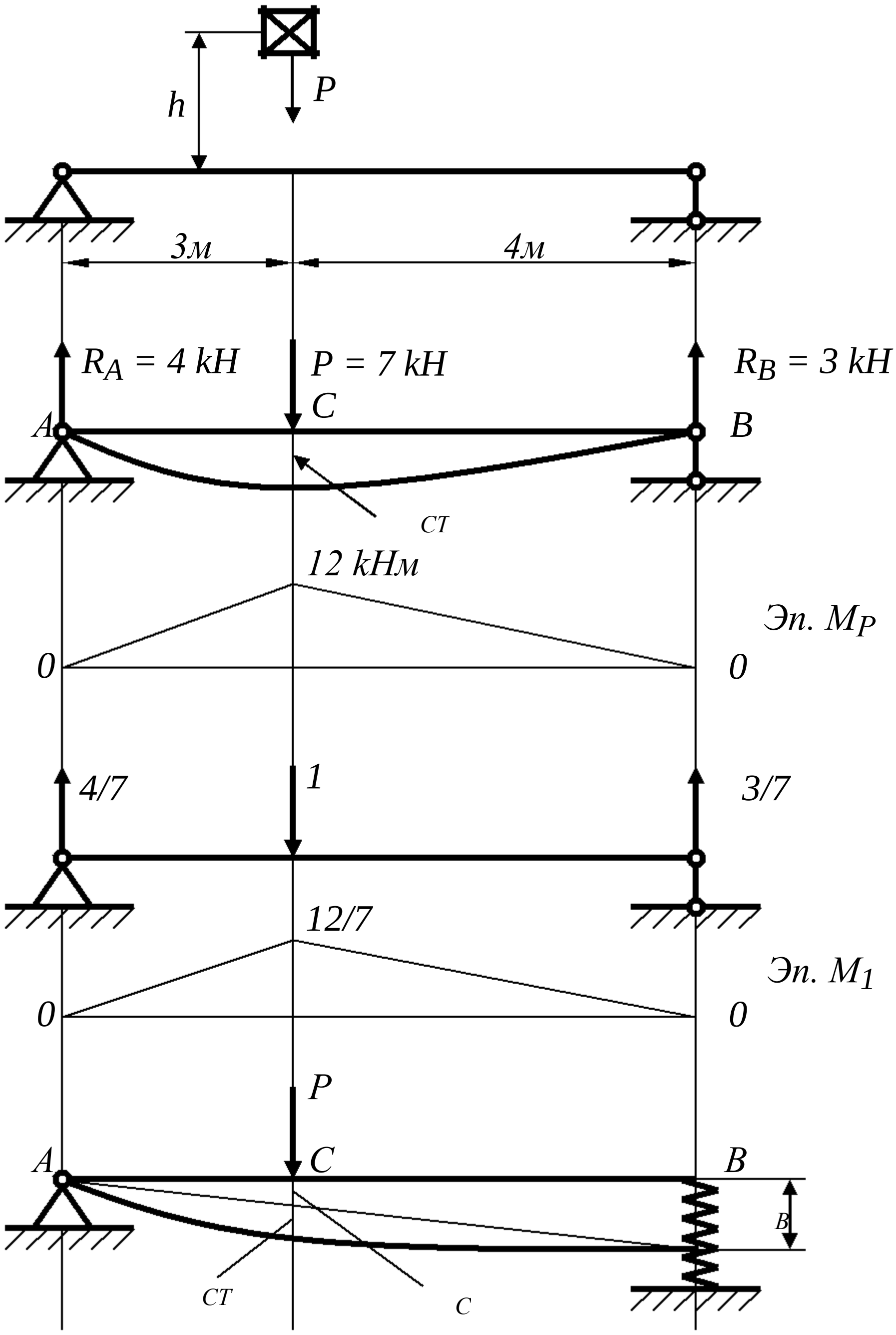
$$\Delta_{CT} = \frac{1}{EI_X} M_P \times \overline{M}_1 =$$

$$= \frac{1}{EI_X}\left[\frac{3}{6}\left(0 + 4 \cdot 6 \cdot \frac{6}{7} + 12 \cdot \frac{12}{7}\right) + \frac{4}{6}\left(12 \cdot \frac{12}{7} + 4 \cdot 6 \cdot \frac{6}{7} + 0\right)\right] =$$

$$= \frac{48\ kH \cdot м^3}{EI_X} = \frac{48 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{11} \cdot 3800 \cdot 10^{-8}} = 0{,}0063\ м = 0{,}63\ см.$$

3) Визначимо коефіцієнт динамічності:

$$k_Д = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta_{СТ}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 45}{0{,}63}} = 13.$$



4) Визначимо найбільші динамічні напруги:

$$\sigma^{max}_Д = \sigma^{max}_{CT} \cdot k_Д = 37{,}8 \cdot 13 = 491\ МПа.$$

Висновок: умова міцності не виконується, оскільки найбільші нормальні напруги $\sigma^{ma}_{x Д}$ значно перевищують допускні для сталі [σ] = *160 МПа*.

5) Якщо на опорі *В* поставлена пружина, тоді під дією статичної сили *Р* на балку точка *В* матиме переміщення Δ_B :

$$\Delta_B = R_B \cdot d = 3 \cdot 22 \cdot 10^{-3} = 0{,}066\ м = 6{,}6\ см\ ,$$

де R_B - реакція опори *В*, [*kН*];

d - піддатливість пружини, $\left[\dfrac{м}{kH} \right]$.

Внаслідок осаду пружини точка *С* матиме переміщення Δ_C, яке можна визначити з подібності трикутників: переміщення Δ_C відноситься до переміщення Δ_B , як довжина ділянки *АС* до довжини всієї балки *АВ*.

$$\frac{\Delta_C}{\Delta_B} = \frac{3\ м}{7\ м}$$

$$\Delta_C = \frac{3 \cdot \Delta_B}{7} = \frac{3 \cdot 6{,}6}{7} = 2{,}8\ см\ .$$

Повне переміщення точки *С* під силою *Р* можна визначити як суму переміщення Δ_C внаслідок осідання пружини та переміщення $\Delta_{СТ}$ внаслідок деформування балки. Тоді коефіцієнт динамічності дорівнюватиме:

$$k_Д = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta_{СТ} + \Delta_C}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 45}{0{,}63 + 2{,}8}} = 6{,}22\ .$$

Визначимо найбільші динамічні напруги:

$$\sigma^{max}_Д = \sigma^{max}_{СТ} \cdot k_Д = 37{,}8 \cdot 6{,}22 = 235\ МПа\ .$$

Висновок: умова міцності знову не виконується, оскільки найбільші нормальні напруги $\sigma^{max}_Д$ перевищують допускні для сталі [σ] = *160 МПа*.

Порівнюючи результати, отримані в першому і другому випадках $\frac{491}{235} = 2{,}1$, виявимо, що пружина зм'якшує удар, зменшуючи напруги в *2,1* раза.

Приклад розв'язано.

III. Порядок проведення заключної частини заняття.

Здійснити перевірку і оцінювання виконаних завдань. Підвести підсумок практичного заняття звернув увагу на основні помилки при його виконанні.

3. Рекомендована література(основна, допоміжна), інформаційні ресурси в інтернеті

Основна

1. Павловський М. А. Теоретична механіка: Підручник.- К.: Техніка, 2002. – 512 с.
2. Федуліна А. І. Теоретична механіка: Навч. посіб.- К.: Вища шк., 2005. – 319 с.
3. Теоретична механіка: Збірник задач / О. С. Апостолюк, В. М. Воробйов, Д.І. Ільчишинв та ін.; За ред. М. А. Павловського. - К.: Техніка, 2007. – 400 с.
4. Цасюк В. В. Теоретична механіка: Підручник.- Львів: Афіша, 2003. – 402 с.
5. Головіна Н.П. Механіка гіроскопічних систем в авіації: Навчальний посібник. – Кременчук: КЛК НАУ, 2009. – 88с.
6. Гурняк Л.І., Гуцуляк Ю.В., Юзьків Т.Б. Опір матеріалів: Посібник для вивчення курсу при кредитно-модульній системі навчання. – Львів: "Новий світ – 2000", 2006. – 364 с.
7. Писаренко Г.С. та ін. Опір матеріалів ПідручникГ.С. Писаренко, О. Л. Квітка, Е.С.Уманський. За ред. Г.С. Писаренка – К.: Вища шк., 1993. – 655 с.
8. Корнілов О. А. Короткий курс опору матеріалів: Підручник.- Львів: Магнолія 2006, 2007. – 170 с.

Допоміжна

9. Токар А. М. Теоретична механіка. Кінематика. Методи і задачі: Навч. посіб.- К.: Либідь, 2001. – 339 с.
10. Токар А. М. Теоретична механіка. Динаміка. Методи і задачі: Навч. посіб.- К.: Либідь, 2006. – 314 с.
11. Головіна Н.П. Механіка гіроскопічних систем в авіації: Навчальний посібник.
12. Опір матеріалів; Лабораторний практикум / В.В. Астанін, М.М. Бордачов, А.П. Зіньковський та ін.; За заг. ред. проф. В.В. Астаніна. – К.: Книжкове вд-во НАУ, 2007. – 224 с.
13. Опір матеріалів з основами теорії пружності й пластичності: У 2 ч., 5 кн. – Ч. ІІ, кн. 4. Приклади і задачі: Навч. посібник / В.Г. Піскунов, В.Д. Шевченко, М.М. Рубан та ін.; За ред. В.Г. Піскунова. – К.: Вища шк., 1995. – 303 с.