

**МІНІСТЕРСТВО ВНУТРІШНІХ СПРАВ УКРАЇНИ  
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ВНУТРІШНІХ СПРАВ  
КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ ЛЬОТНИЙ КОЛЕДЖ**

**Циклова комісія природничих дисциплін**

**ТЕКСТ ЛЕКЦІЇ**

навчальної дисципліни «Теоретична механіка та опір матеріалів»  
обов'язкових компонент  
освітньо-професійної програми  
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти

**272 Авіаційний транспорт  
Технічне обслуговування та ремонт повітряних суден і авіадвигунів**

**за темою** – Розтягання і стискання. Механічні характеристики матеріалів.

**Кременчук 2023**

## **ЗАТВЕРДЖЕНО**

Науково-методичною радою  
Харківського національного  
університету внутрішніх справ  
Протокол від 30.08.2023 № 7

## **СХВАЛЕНО**

Методичною радою Кременчуцького  
льотного коледжу Харківського  
національного університету  
внутрішніх справ  
Протокол від 28.08.2023 № 1

## **ПОГОДЖЕНО**

Секцією науково-методичної ради  
ХНУВС з технічних дисциплін  
Протокол від 29.08.2023 № 7

Розглянуто на засіданні циклової комісії природничих дисциплін, протокол від  
28.08.2023 № 1

### **Розробник:**

*Викладач циклової комісії природничих дисциплін, спеціаліст вищої категорії,  
Сіора А.С.*

### **Рецензенти:**

- 1. Доцент кафедри автомобілів та тракторів Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського, кандидат технічних наук, доцент Черниш А.А.*
- 2. Спеціаліст вищої категорії, викладач-методист циклової комісії аеронавігації Кременчуцького льотного коледжу Харківського національного університету внутрішніх справ, кандидат технічних наук, старший науковий співробітник Тягній В.Г.*

### План лекції:

1. Поздовжня сила.
2. Напруження в поперечних перерізах стержня.
3. Деформації і переміщення. Закон Гука.
4. Механічні властивості матеріалу.

### Рекомендована література:

#### Основна

1. Павловський М. А. Теоретична механіка: Підручник.- К.: Техніка, 2002. – 512 с.
2. Федуліна А. І. Теоретична механіка: Навч. посіб.- К.: Вища шк., 2005. – 319 с.
3. Теоретична механіка: Збірник задач / О. С. Апостолук, В. М. Воробйов, Д.І. Ільчишин та ін.; За ред. М. А. Павловського. - К.: Техніка, 2007. – 400 с.
4. Цасюк В. В. Теоретична механіка: Підручник.- Львів: Афіша, 2003. – 402 с.
5. Головіна Н.П. Механіка гіроскопічних систем в авіації: Навчальний посібник. – Кременчук: КЛК НАУ, 2009. – 88с.
6. Гурняк Л.І., Гуцуляк Ю.В., Юзьків Т.Б. Опір матеріалів: Посібник для вивчення курсу при кредитно-модульній системі навчання. – Львів: “Новий світ – 2000”, 2006. – 364 с.
7. Писаренко Г.С. та ін. Опір матеріалів Підручник/Г.С. Писаренко, О. Л. Квітка, Е.С.Уманський. За ред. Г.С. Писаренка – К.: Вища шк., 1993. – 655 с.
8. Корнілов О. А. Короткий курс опору матеріалів: Підручник.- Львів: Магнолія 2006, 2007. – 170 с.

#### Додаткова

9. Токар А. М. Теоретична механіка. Кінематика. Методи і задачі: Навч. посіб.- К.: Либідь, 2001. – 339 с.
10. Токар А. М. Теоретична механіка. Динаміка. Методи і задачі: Навч. посіб.- К.: Либідь, 2006. – 314 с.
11. Головіна Н.П. Механіка гіроскопічних систем в авіації: Навчальний посібник.
12. Опір матеріалів; Лабораторний практикум / В.В. Астанін, М.М. Бордачов, А.П. Зінковський та ін.; За заг. ред. проф. В.В. Астаніна. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2007. – 224 с.
13. Опір матеріалів з основами теорії пружності й пластичності: У 2 ч., 5 кн. – Ч. II, кн. 4. Приклади і задачі: Навч. посібник / В.Г. Піскунов, В.Д. Шевченко, М.М. Рубан та ін.; За ред. В.Г. Піскунова. – К.: Вища шк., 1995. – 303 с.

## Текст лекції

### 1. Поздовжня сила.

**Розтягом** або **стиском** називається такий вид деформації, при якому у довільному поперечному перерізі бруса виникає тільки поздовжня сила. Ці види деформації бруса викликаються навантаженням, рівнодійна якого напрямлена уздовж його осі. Найпростіші випадки такого навантаження осьовою силою  $F$  показані на рис. 1.

При дії розтягуючої сили (рис. 1,а) довжина стержня може бути довільною. Для стискаючої сили на стержень великої довжини і порівняно невеликого поперечного перерізу може викликати явище так званого поздовжнього згину.

У цій главі розглядаються лише стиснуті стержні великої жорсткості, для яких небезпеки поздовжнього згину немає. Для цього необхідно, щоб відношення довжини стержня до найменшого розміру  $d$  його поперечного перерізу було порядку  $\leq (4...5)d$  (рис. 1,б).

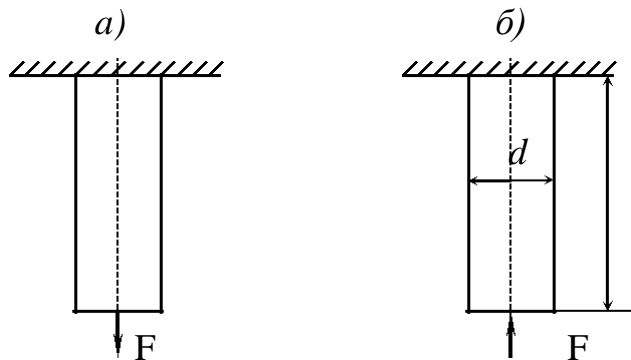


Рис. 1.

Для визначення внутрішніх сил, що виникають при розтягу або стисканні стержня, використаємо метод перерізів і покажемо його застосування на прикладі стержня, навантаженого кількома зосередженими осьовими силами (рис. 2,а). Власної вагою стержня нехтуємо.

Частини стержня сталого перерізу, розташовані між поперечними площинами, в яких прикладені активні або реактивні сили, будемо називати ділянками. Показаний на рис. 2,а стержень складається з трьох ділянок:  $a, b$  і  $c$ .

Вісь стержня суміщаємо з координатною віссю  $Z$  з початком у центрі ваги його лівого кінцевого перерізу. Задавшись напрямом реакції  $R$ , знаходимо її з умови рівноваги сил, прикладених до стержня:

$$\sum Z = 0: \quad -R - F_1 + F_2 + F_3 = 0,$$

звідки

$$R = F_1 - F_2 + F_3.$$

Якщо реакція  $R$  визначиться від'ємною, то її напрям слід буде змінити на протилежний. Бажано вже показати дію реакції замість опори (рис. 2,б).

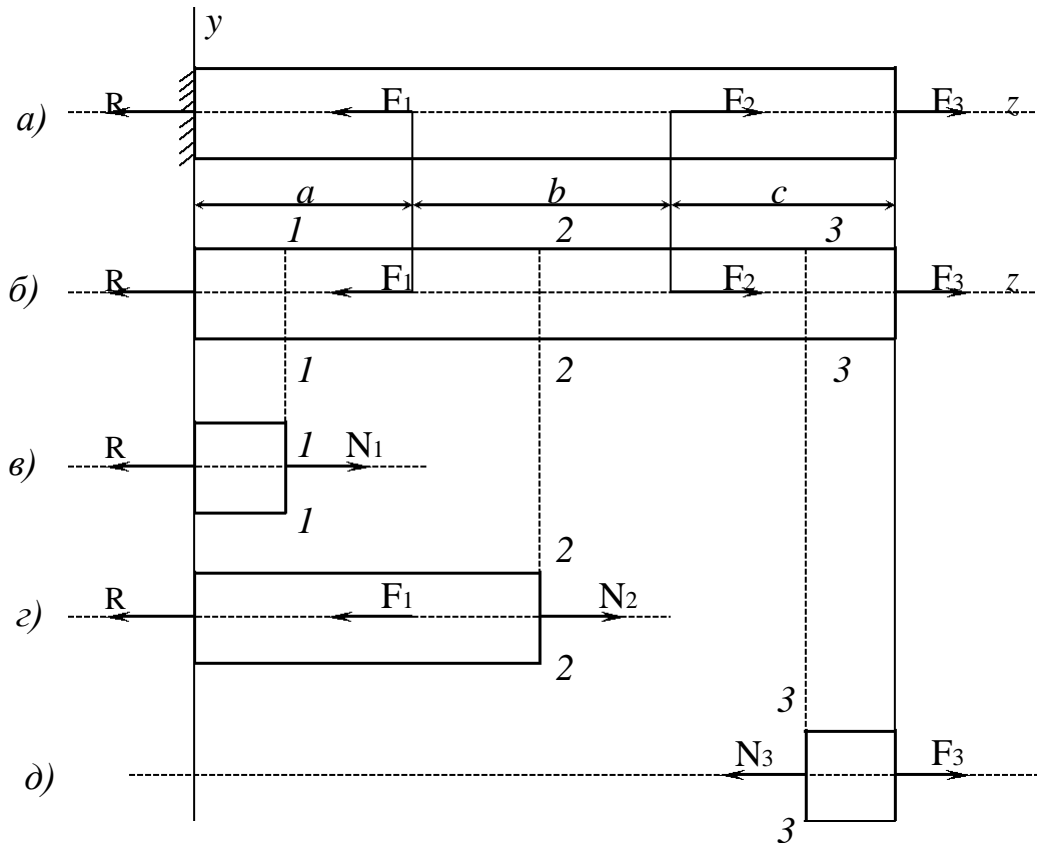


Рис. 2

Для визначення внутрішніх сил у довільному перерізі 1-1 ділянки  $a$  стержня розрізаємо його уявно у цьому ж перерізі і відкидаємо одну з частин стержня, як правило більш навантажену (у даному випадку праву). Дію відкинутої частини стержня на ліву частину, що залишається, треба замінити внутрішньою силою. Остання називається, як нам уже відомо, поздовжньою силою і позначається  $N$ . Поздовжня сила є рівнодієюною системи сил, що замінює у даному поперечному перерізі дію відкинутої частини стержня на ту, що залишилась, і напрямлена уздовж осі стержня.

Оскільки напрям поздовжньої сили не завжди відомий, то зручно завжди поздовжню силу в проведеному перерізі показувати розтягуючою, тобто напрямленою від розглядуваного перерізу. Одержавши від'ємне значення поздовжньої сили, будемо знати, що у цьому перерізі діє стискаюча поздовжня сила.

З умови рівноваги сил, прикладених до зоставленої частини стержня, знаходимо (рис.2,в):

$$\sum Z = 0; \quad -R + N_1 = 0, \quad \text{і} \quad N_1 = R.$$

Так як переріз 1-1 довільний на ділянці  $a$  то можна зробити висновок, що у всіх перерізах ділянки  $a$  поздовжня сила  $N_a$  буде мати одну і ту ж величину, а саме:  $N_a = N_1 = R = \text{const}$ .

Проведемо тепер довільний переріз 2-2 на ділянці  $b$ . Зоставимо ліву частину стержня і все зробимо так, як і раніше (рис.2,г):

$$\sum Z=0; \quad -R-F_1+N_2=0, \quad N_2=F_1+R; \quad N_b=N_2=const.$$

Аналогічно визначається поздовжня сила у поперечних перерізах ділянки *c* (рис.2,д):

$$\sum Z=0; \quad N_3+F_3=0, \quad N_3=F_3; \quad N_b=N_2=const.$$

Таким чином, поздовжня сила *N* у довільному поперечному перерізі стержня чисельно дорівнює алгебраїчній сумі проекції на вісь стержня всіх зовнішніх сил, розташованих з одного боку перерізу. Сили розтягу, тобто напрямлені від перерізу, вважаються при цьому додатними, а сили стиску, напрямлені до перерізу, - від'ємними.

Для наочного зображення розподілу внутрішніх сил, у нашому випадку поздовжніх сил, будують їх епюри, тобто графіки, на яких величина обчислених зусиль відкладається в певному масштабі у вигляді відрізків, перпендикулярних до осі стержня.

## 2. Напруження в поперечних перерізах стержня.

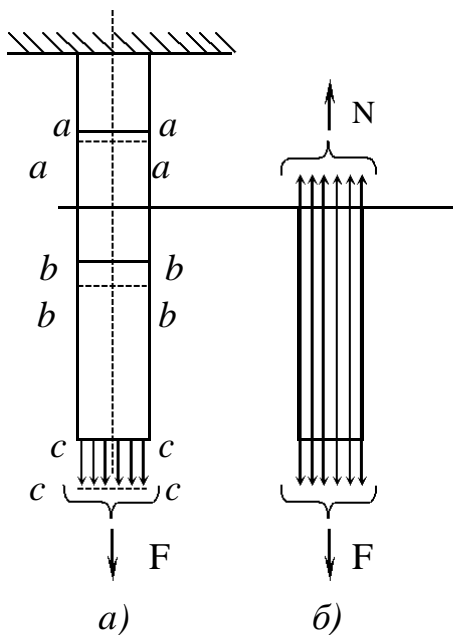


Рис. 3.

Розглянемо прямий брус сталого поперечного перерізу і нанесемо на його бокову поверхню до навантаження ряд поперечних ліній *a - a, b - b, c - c* (рис.3,а). Досліди

показують, що після навантаження ці лінії залишаються прямими, але зміщеними паралельно самим собі (*a<sub>1</sub> - a<sub>1</sub>, b<sub>1</sub> - b<sub>1</sub>, c<sub>1</sub> - c<sub>1</sub>*). Уявимо, що брус складається з окремих тонких поздовжніх призматичних елементів площею *dA* (рис.3,б).

Оскільки всі поверхневі поздовжні елементи (їх ще називають волокнами) подовжуються однаково, то можна припустити, що і всі внутрішні волокна також подовжуються однаково. Тоді всякий поперечний переріз бруса переміщується паралельно своєму початковому положенню, тобто переріз, плоский до деформації, залишається плоским і після деформації. Отже, при осьовому розтяганні

(стисканні) стержня виконується гіпотеза Бернуллі. Так як однаковим подовженням відповідають однакові напруження (закон Гука), то в усіх точках перерізу стержня нормальні напруження будуть сталими. Тоді при  $\sigma = const$ , зв'язок між *N* і  $\sigma$  набуде вигляду:

$$N = \sigma \int_A dA = \sigma A, \quad (1)$$

звідки

$$\sigma = N/A \quad (2)$$

Отже, у поперечних перерізах стержня при осьовому розтягу або стиску виникають рівномірно розподілені нормальні напруження, які дорівнюють  $\sigma$  відношенню поздовжньої сили до площі поперечного перерізу. Нормальні напруження приймаються додатними при розтяганні, а при стисканні від'ємними.

Доведення про рівномірний розподіл нормальних напружень по поперечному перерізі проводилося при припущенні, що зовнішня сила, прикладена до торця стержня, розподілена рівномірно. Формула (2.2) буде дійсною і в інших випадках навантаження стержнів (наприклад, зосередженою або кількома зосередженими силами), якщо ми візьмемо до уваги принцип Сен-Венана.

Для наочного зображення характеру мінливості нормальних напружень у різних перерізах по довжині бруса будують епюру нормальних напружень  $\sigma$ , тобто графік, віссю якого є вісь бруса, а ординатами є значення інтенсивності нормального напруження в усіх перерізах.

Наведемо приклад будування епюру поздовжніх сил  $N$  та нормальних напружень для стержня, показаного на рис.4,а.

Визначаємо реакцію опори так, як про це йшла мова вище:  $\sum Z = 0$ ;  $-R - F_1 + F_2 + F_3 = 0$ ,  $R = F_3 + F_2 - F_1 = 10 + 20 - 40 = -10 \text{ кН}$ . Змінивши напрям  $R$  на протилежний, маємо стержень зі всіма відомими зовнішніми силами, що діють на нього (рис.4,б).

Будуємо епюру поздовжніх сил, використовуючи метод перерізів.

Переріз 1-1 на ділянці  $a$  (рис. 4,б). Зоставляємо ліву (більш простішу) частину стержня (рис.2.4,в), замінюємо дію відкинutoї частини на неї додатною, тобто напрямленою від перерізу внутрішньою поздовжньою силою  $N_1$ . Складаємо рівняння рівноваги:  $\sum Z = 0$ ;  $R + N_1 = 0$ , звідки  $N_1 = -R = -10 \text{ кН}$ . Знак "мінус" говорить про те, що маємо деформацію стиску. Переріз 1-1 на ділянці  $a$  був довільним, тому в будь-якому перерізі цієї ділянки будуть такі ж саме поздовжні сили, як і в 1-1, тобто  $N = N_1 = -10 \text{ кН}$ .

Проведемо довільний переріз 2-2 на ділянці  $b$  (рис. 4,б). Зоставимо ліву частину стержня (рис.4,г). Далі поступаємо аналогічно попередньому:  $\sum Z = 0$ ;  $R - F_1 + N_2 = 0$ ,  $N_2 = F_1 - R = 40 - 10 = 30 \text{ кН}$ ;  $N_2 = N = 30 \text{ кН}$ , тобто в кожному перерізі ділянки  $b$  буде розтягання силою  $30 \text{ кН}$ .

Переріз 3-3 (рис.4,б). Зоставляємо праву частину стержня (рис.4,д), а далі аналогічно попереднім рішенням:  $\sum Z = 0$ ;  $-N_3 + F_3 = 0$ ,  $N_3 = F_3 = 10 \text{ кН}$ .

Для побудови епюри поздовжніх сил  $N$  під рисунком проводимо вісь або базу епюри, паралельну осі стержня і штриховими лініями обмежуємо його ділянки (границями ділянок є точки прикладання сил і місця зміни розмірів поперечного перерізу). Одержані величини поздовжніх сил у довільному масштабі відкладаємо перпендикулярно осі епюри, причому додатні значення  $N$  (розтяг) відкладаються уверх, а від'ємні (стиск) – вниз від осі. Епюра штрихується тонкими лініями, перпендикулярними до осі (рис.4,е). Штрихова лінія на епюрі у вибраному масштабі (ордината графіка) дає значення поздовжньої сили у відповідному поперечному перерізі стержня. У точках

прикладання зосереджених сил на епюрі  $N$  утворюються стрибкоподібні зміни, причому величина “стрибка” дорівнює модулю прикладеної в перерізі стержня зовнішньої зосередженої сили.

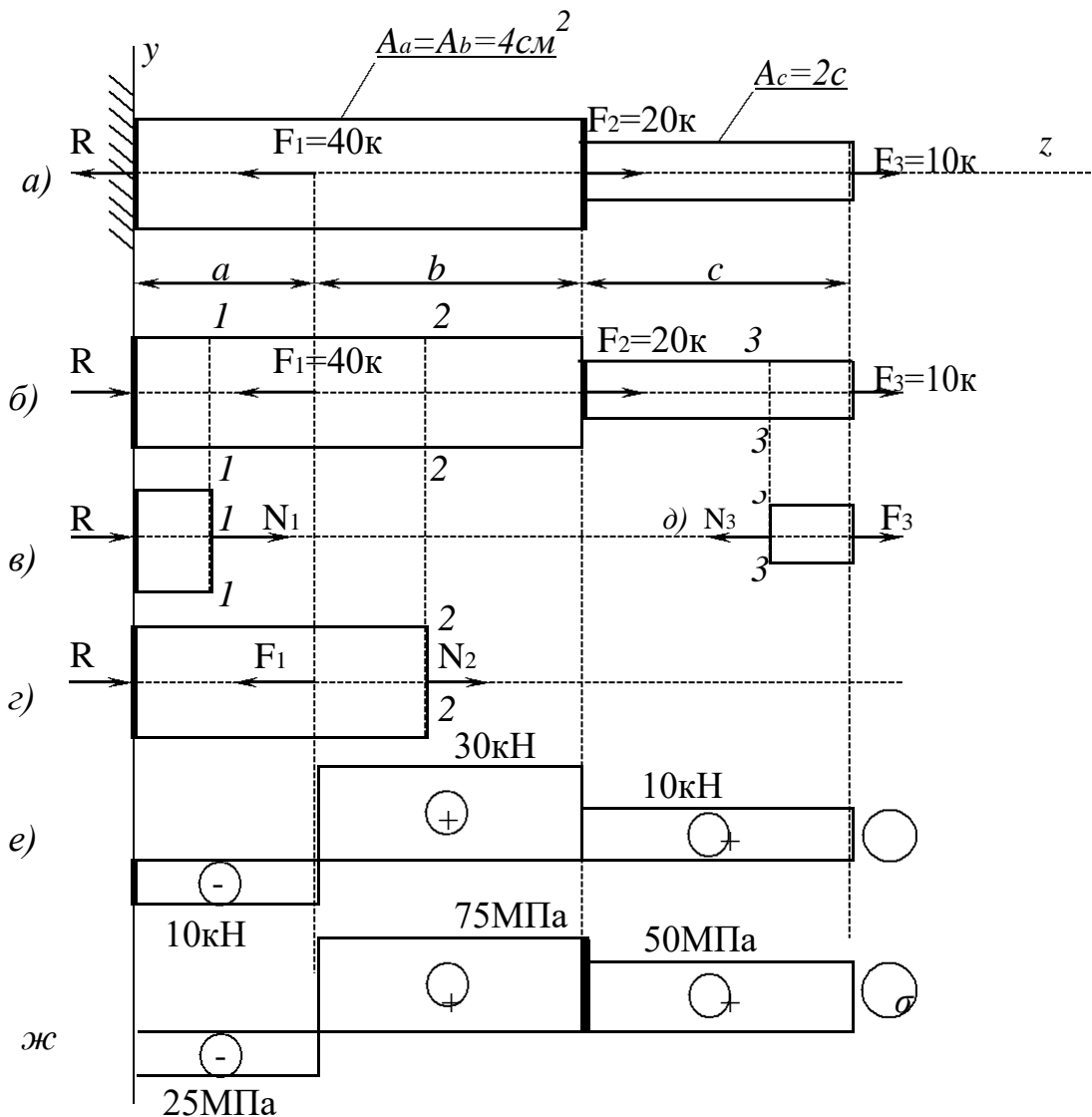


Рис. 4.

Для побудови епюри  $\sigma$  визначимо нормальне напруження на ділянках стержня, використовуючи формулу (2). Тоді на ділянці  $a$  нормальне напруження буде:  $\sigma_a = N_a/A_a = -10 \cdot 10^3 / 4 \cdot 10^2 = -25 \text{ МПа}$ , на ділянці  $b$  –  $\sigma_b = N_b/A_b = 30 \cdot 10^3 / 4 \cdot 10^2 = 75 \text{ МПа}$ , на ділянці  $c$  –  $\sigma_c = N_c/A_c = 10 \cdot 10^3 / 2 \cdot 10^2 = 50 \text{ МПа}$ . Правила побудови епюри  $\sigma$  ті ж, що й для епюри  $N$ , включаючи і правило знаків. У межах кожної ділянки напруження сталі, тому епюра  $\sigma$  на кожній ділянці – пряма, паралельна осі (рис.2.4, ж).

Для наочності на епюрах  $N$  і  $\sigma$  знаками  $+$  і  $-$  відмічають додатні і від'ємні значення ділянок епюр.

Для розрахунків на міцність головне значення мають найбільші напруження. Такі перерізи називають небезпечними.

### 3. Деформації і переміщення. Закон Гука.

Уявимо собі стержень сталого поперечного перерізу  $A$  довжиною  $l$ , жорстко затиснутого одним кінцем і навантажений на другім кінці розтягуючою силою  $F$  (рис.5). Під дією цієї сили стержень подовжується на деяку величину  $\Delta l$ , яку назвемо абсолютним подовженням. У випадку стиску стержня ця величина буде називатися абсолютним його скороченням.

Дослідом легко показати, що при розтяганні стержня відбувається зменшення поперечних його розмірів, а при стисканні – навпаки, збільшення. Величина, на яку змінюється поперечний розмір стержня, буде називатися абсолютною поперечною деформацією стержня:  $\Delta d = d - d_1$ .

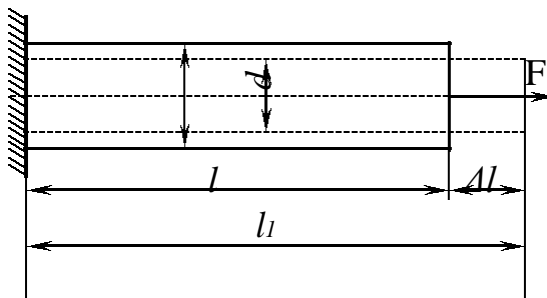


Рис. 5.

Абсолютні деформації, очевидно залежать від початкових розмірів стержня. Тому більш зручною мірою деформації є відносні деформації: відносна поздовжня деформація

$$\varepsilon = \Delta l / l \quad (3)$$

і відносна поперечна деформація

$$\varepsilon = \Delta d / d \quad (3)$$

Абсолютна величина відношення відносної поперечної деформації до відносної поздовжньої деформації називається коефіцієнтом Пуассона

$$\nu = \left| \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right| \quad (5)$$

Коефіцієнт Пуассона – безрозмірна величина, стала для даного матеріалу, визначається дослідним шляхом і є фізико-механичною характеристикою матеріалу. Значення коефіцієнта Пуассона для різних матеріалів знаходиться в межах від 0 до 0,5. Найменше значення коефіцієнта Пуассона у пробки ( $\nu = 0$ ); найбільше - у каучука ( $\nu \approx 0,5$ ). Для більшості металів  $\nu = 0,23 \dots 0,35$ .

Напруження і деформації при розтязі і стискові пов'язані між собою залежністю що називається законом Гука (за ім'ям англійського фізика, який вперше експериментально встановив цей закон).

Закон Гука справедливий лише у певних межах навантаження і формулюється так: нормальне напруження прямо пропорційне відносному подовженню або скороченню:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (6)$$

Коефіцієнт пропорційності  $E$  характеризує жорсткість матеріалу, тобто його здатність чинити опір пружним деформаціям розтягання або стискання, і називається модулем поздовжньої пружності або модулем пружності першого роду. З формули (6) легко встановити, що модуль пружності  $E$  має розмірність напруження тобто  $[E] = [\sigma] / [\varepsilon] = \text{Па}$

Якщо у формулу закону Гука підставити (2) і (3) то одержимо:

$$\Delta l = Nl / (EA) \quad (7)$$

Добуток  $EA$  називається жорсткістю перерізу при розтязі і стискові; він характеризує одночасно фізико-механічні властивості матеріалу і геометричні розміри поперечного перерізу стержня.

Ця формула читається так: абсолютне подовження чи скорочення прямо пропорційне поздовжній силі, довжині і обернено пропорційне жорсткості перерізу стержня.

Відношення  $EA/l$  називається жорсткістю стержня (або ділянки) при розтязі чи стискові.

Наведені вище формули закону Гука можна використовувати для стержнів або їх ділянок сталого поперечного перерізу, виготовлених з одного матеріалу і при постійній поздовжній силі.

Для стержнів що мають декілька ділянок з різних матеріалів, з різними поперечними перерізами і з різними поздовжніми силами, зміна довжини всього стержня дорівнює алгебраїчній сумі подовжень і скорочень окремих ділянок:

$$\Delta l = \sum(\Delta l_i) \quad (8)$$

Поговоримо тепер про переміщення поперечних перерізів стержня.

Переміщенням поперечного перерізу називається зміна початкового положення перерізу від деформації стержня. Переміщення може бути лінійним із-за зміни відстані або кутовим при повороті перерізу.

При центральному розтязі (стискові) на основі гіпотези плоских перерізів поперечні перерізи після деформації стержня займають нові положення, паралельні своїм початковим положенням, переміщуючись уздовж осі за рахунок подовження (скорочення). У цьому випадку кутові переміщення всіх поперечних перерізів дорівнюють нулю. Крім того, переміщення досліджуваного перерізу також залежить від того, відносно якого перерізу визначається переміщення, оскільки величина переміщення являє собою зміну відстані між двома перерізами. Звичайно за переріз, відносно якого вираховуються лінійні (поздовжні) переміщення стержня, приймають переріз, співпадаючий з жорстким затисненням (переміщення якого дорівнює нулю).

Переміщення визначається за формулою аналогічною (7):

$$\Delta = Nl/EA \quad (9)$$

де  $l$  – відстань між досліджуваними перерізами.

Якщо між двома досліджуваними перерізами стержень має ступінчасту зміну поперечних перерізів або навантажений кількома зовнішніми силами, то досліджувана ділянка стержня ділиться на ділянки, в межах яких постійні як внутрішня поздовжня сила  $N_i$ , так і площа поперечного перерізу  $A_i$ .

Переміщення вираховується як алгебраїчна сума подовжень кожної окремої ділянки:

$$\Delta = \sum(N_i l_i / EA_i) \quad (10)$$

Результати розрахунків зображають у вигляді епюри поздовжніх переміщень перерізів стержня. Процес побудови епюри переміщень покажемо на прикладі.

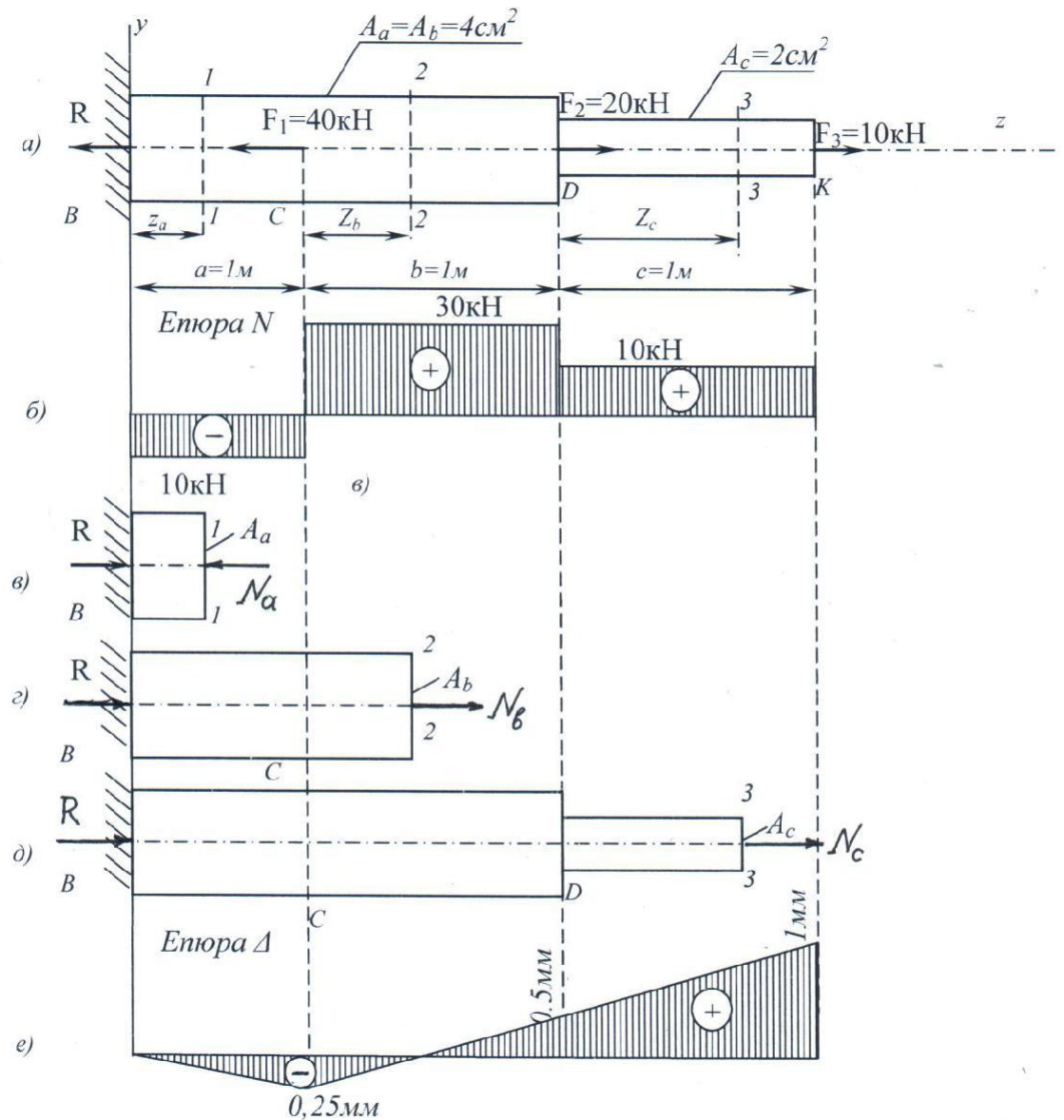


Рис.6

Використаємо стержень, що зображений на рис.4, а, для якого вже побудовані епюри повздовжніх сил  $N$  і нормальних напружень  $\sigma$  (рис.4, е, ж). У готовому вигляді перенесемо це на рис. 6 і побудуємо тут же епюру переміщень.

Так як лівий переріз В стержня співпадає з жорстким затисненням опорою, то він не має переміщення. Тому відносно нього будемо вираховувати переміщення решти перерізів стержня.

Спочатку розглянемо ділянку  $a$  (BC). У довільному перерізі 1-1 його переміщення визначиться скороченням довжини  $z_a$  від повздовжньої сили  $N_a$ , що діє на цій ділянці (рис.6, в):

$$\Delta_{1-1} = N_a z_a / (EA_a)$$

З цього виразу встановлюємо, що закон, за яким міняються переміщення перерізів ділянки  $a$ , буде пряма лінія (перемінна  $z_a$  у першій степені). При  $z_a = 0$ ,  $\Delta_B = 0$ ; при  $z_a = a$ ,  $\Delta_a = N_a \cdot a / (EA_a) = -10 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^3 / (2 \cdot 10^5 \cdot 4 \cdot 10^2) = -0,25$  мм (тут

модуль повздовжньої пружності прийнятий  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа). Отже,  $c-B = \Delta a = -0,25$  мм.

Ділянка b. Переміщення довільного перерізу 2-2 цієї ділянки (рис.2.8,  $z$ ):

$$\Delta_{2-2} = \Delta_{C-B} + N_b z_b / (EA_b), z_b \in [0; b]. \quad c-B = -0,25 \text{ мм; при } z_b$$

Закон зміни переміщень також лінійний. При  $z_b = 0$ ,  $\Delta_{D-B} = \Delta_{C-B} + 30 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^3 / (1 \cdot 10^5 \cdot 4 \cdot 10^2) = -0,25 + 0,75 = 0,5$  мм.

Ділянка c. Переміщення довільного перерізу 3-3 (рис. 6,  $z$ ) дорівнює переміщенню перерізу D плюс переміщення частини ділянки c- $z_c$ :

$$\Delta_{3-3} = \Delta_{D-B} + N_c z_c / (EA_c), z_c \in [0; c].$$

І на цій ділянці переміщення змінюється за лінійним законом: при  $z_c = 0$ ,  $\Delta_{D-B} = 0,5$  мм; при  $z_c = c$ ,  $\Delta_{C-B} = 0,5 + 10 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^3 / (1 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^2) = 0,5 + 0,5 = 1$  мм.

За одержаними даними будуюмо епюру переміщень перерізів стержня відносно його затиснутого кінця B (рис. 6 е).

лінійними елементами, які виходять з однієї точки.

#### 4. Механічні властивості матеріалу.

Для вивчення механічних властивостей матеріалів їх випробовують під навантаженням. Найбільш поширене випробування матеріалу на розтяг на так званих розривних машинах.

Для цього з матеріалу виробляють зразки згідно з існуючими стандартами. Зразок із сталі, а також з інших металів повинен мати форму колового циліндра, або призми прямокутного поперечного перерізу. Кінці зразків (голівки) виготовляють такими, щоб він міг бути закріплений у затискачах розривної машини. З метою забезпечення однорідності деформації зразка переходи між робочою частиною і голівками повинні бути плавними (рис.7, а, б,).

На робочій частині зразка перед випробуванням визначається його розрахункова довжина, в межах якої розподіл нормальних напружень при розтязі можна вважати рівномірним. Для того щоб можна було порівнювати між собою результати випробувань різних зразків, вони повинні бути геометрично подібними. Для циліндричних зразків це буде при однаковому відношенні розрахункової довжини зразка  $l_0$  до його діаметра  $d$ . Для стандартних так званих довгих зразків має бути  $l_0 = 10d$ , для коротких —  $l_0 = 5d$ . У випадку призматичних зразків будуть також  $l_0 = 10d'$  або  $l_0 = 5d'$ , причому  $d'$  означає тут умовний діаметр, обчислений для площі  $A$  поперечного перерізу призматичного зразка, яка приймається рівною площі круга діаметром  $d'$ . При цьому одержимо  $l_0 = 10 \sqrt{4A/\pi} = 11,3 \sqrt{A}$ , або  $l_0 = 5,66 \sqrt{A}$  відповідно для довгого або короткого зразка.

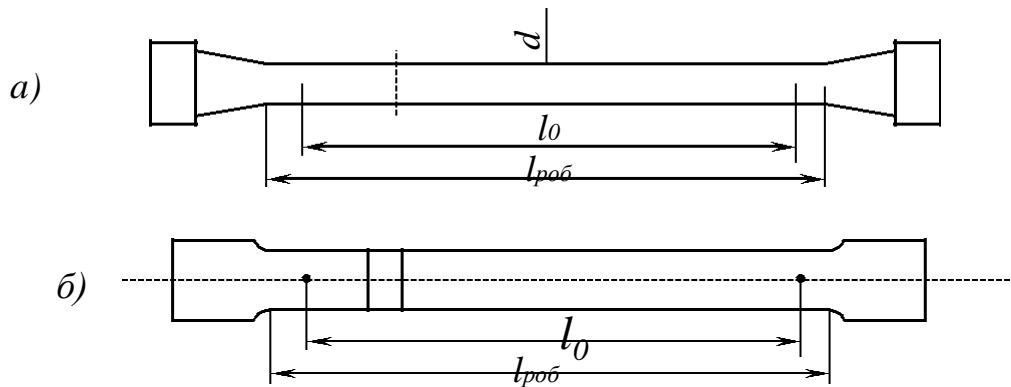


Рис. 7.

Коли зразок піддати дії осової розтягуючої сили, він деформується: довжина зразка збільшується при одночасному зменшенні розмірів поперечного перерізу.

Графік залежності між розтягуючою силою  $F$  і подовженням  $\Delta l$  називається діаграмою розтягу зразка. Залежно від властивостей матеріалу одержуємо різні діаграми розтягу для зразків неоднакових матеріалів. Для геометрично підібраних зразків з однакових матеріалів діаграми розтягу подібні між собою і характеризують властивості матеріалу зразка.

Розглянемо типову діаграму розтягу зразка, виготовленого з м'якої (маловуглецевої) сталі типу Ст3 (рис. 8). Зазначимо на цій діаграмі ряд характерних точок. До точки А, якій відповідає значення сили  $F_{pr}$ , існує лінійна залежність між силою і подовженням зразка, до цієї точки справедливий закон Гука.

До точки В, якій відповідає значення сили  $F_e$  (індекс е від elastic (англ.) – пружний), відбувається лише пружні деформації, а за цією точкою деформації вже будуть складатися з пружних і пластичних (залишкових).

При певному значенні сили  $F_y$  (індекс у від yield (англ.) – текучість), що відповідає точці С ділянки CD діаграми розтягу, подовження зразка зростають при сталій величині навантаження, матеріал неначе ‘тече’: на діаграмі розтягу з'являється горизонтальна ділянка, яку називають площинкою текучості.

Одночасно з появою текучості матеріалу, яка дає початок значним пластичним деформаціям зразка, можна спостерігати на його поверхні (при умові дуже старанної поліровки) сітку тонких ліній, що утворюють з віссю стержня кути близькі до  $45^\circ$  (рис.8, б). Ці лінії називають лініями Людерса-Чернова. Близькість ліній Людерса-Чернова до напрямку максимальних дотичних напружень при розтягу пояснюється тим, що вони є слідами зсувів частин матеріалу, викликаних саме максимальним дотичним напруженням і великими пластичними деформаціями матеріалу.

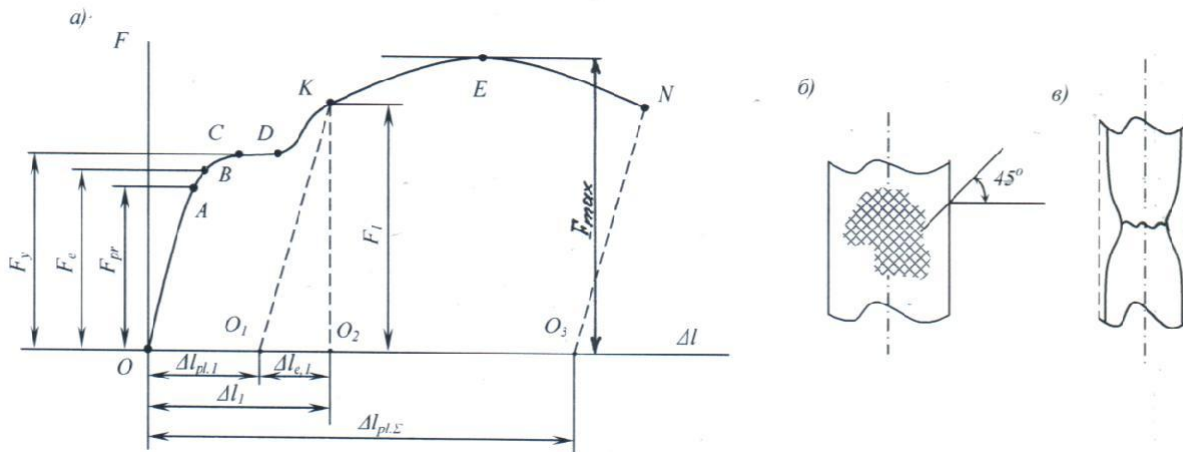


Рис.8

Після деякої пластичної деформації зразка, одержаної при сталій величині сили, настає так зване зміщення матеріалу, і для дальшого розтягу зразка треба збільшити величину розтягуючої сили. Прямої пропорційності між розтягуючою силою і подовженням зразка вже немає, діаграма стає криволінійною і досягає найвищої точки, якій відповідає максимальне значення сили  $F_{\max}$ .

Одночасно з поздовжніми деформаціями відбуваються поперечні деформації зразка. Спочатку як поздовжні, так і поперечні деформації розподіляються рівномірно по всій довжині зразка, і тому можна вважати, що напружений стан матеріалу є однорідним. Коли ж сила  $F$  досягає значення  $F_{\max}$ , то деформації зразка зосереджуються в одному місці, в якому починає утворюватися так звана шийка (рис.8, в). Напружений стан матеріалу у шийці стає неоднорідним і дуже складним.

Після досягнення силою величини  $F_{\max}$  подальше подовження зразка відбувається в основному за рахунок деформації шийки, а оскільки площа поперечного перерізу зменшується, зменшується також і сила, потрібна для дальшого розтягу зразка. Нарешті, настає його розрив у найвужчому місці шийки.

Відзначимо ще одну характерну особливість поведінки зразка при його розвантаженні після виникнення певних залишкових деформацій. Нехай, наприклад, сила досягає якоїсь величини  $F_1$  (рис.8, а). Цій величині сили відповідає подовження зразка  $\Delta l_1$ . Це подовження складається з пружної і залишкової частин, причому при розвантаженні зразка пружна частина його деформації повинна зникнути. Виявляється, що пружні деформації зразка при його розвантаженні зникають за майже прямолінійним законом, якій на діаграмі розтягу зображається прямою, паралельно прямій  $OA$ . Ця пряма відсікає на осі  $\Delta l$  відрізок  $0O_1$ , який становить пластичну (залишкову)  $\Delta l_{pl.1}$  деформацію зразка;  $0_10_2$  є його пружною деформацією  $\Delta l_{l.1}$ .

Оскільки в момент розриву зразка його пружне подовження також зникає, очевидно, за законом прямої, на діаграмі розтягу можна одержати залишкове подовження  $\Delta l_{pl.\Sigma}$  при розриві зразка у вигляді відрізка  $0O_3$ , що відсікається на осі  $\Delta l$  прямою  $NO_3$ , паралельною  $OA$ .

Для того щоб можна було порівняти результати випробувань зразків різних розмірів, виготовлених з однакових матеріалів, діаграму розтягу перебудовують і зображають в іншій системі координат: по осі ординат відкладають значення нормальних напружень у поперечних перерізах зразка

$\sigma = F / A_0$  де  $A_0$  початкова площа перерізу зразка, а по осі абсцис відкладають відносне подовження зразка  $\varepsilon = \Delta l / l_0$ , де  $l_0$  початкова розрахункова довжина зразка.

Цю діаграму називають умовно діаграмою розтягу (або діаграмою умовних напружень), тому що напруження і відносні подовження вираховуються відповідно по відношенню до початкової площі перерізу і початкової довжини зразка. Діаграма, побудована з врахуванням зменшення площі поперечного перерізу зразка, називається дійсною діаграмою напружень при розтягу (на рис.9 вона показана пунктирною лінією).

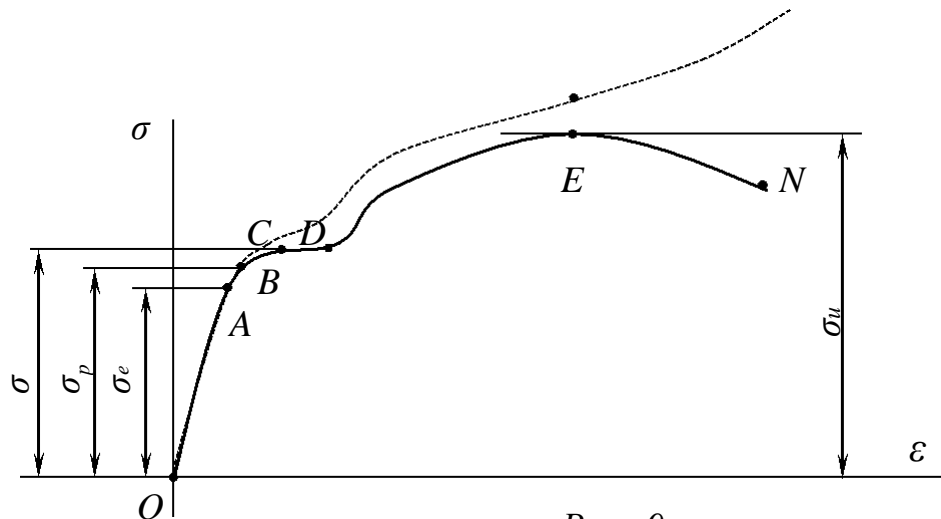


Рис. 9.

Різниця між дійсними і умовними напруженнями  $\sigma$  стає значною лише після утворення шийки. До моменту утворення шийки користуються при розв'язанні технічних задач даними, одержаними з умовної діаграми напружень.

Зазначимо на цій діаграмі характерні значення напружень, що відповідають характерним значенням розтягуючої сили, вказаним раніше на діаграмі розтягу.

Найбільше напруження, до якого зберігається лінійна залежність між напруженнями і деформаціями, називається границею пропорційності матеріалу і позначається через  $\sigma_{pr}$ .

Наступне характерне значення напруження на діаграмі – це границя пружності, що позначається через  $\sigma_e$ . До цієї величини напруження зразок при розтягу зазнає лише пружних подовжень, які зникають після розвантаження зразка. В техніці границя пружності визначається як напруження, при якому залишкові деформації вперше досягають деякої величини, що характеризується певним допуском, який встановлюється технічними умовами (наприклад: 0.001; 0.002; 0.005; 0.03%). Відповідна границя пружності позначається буквою  $\sigma$  з індексом допуску, наприклад  $\sigma_{0.001}$ .

Площини текучості діаграми напружень відповідає напруження, що називається границею текучості матеріалу і позначається через  $\sigma_y$ .

Різко виражену площину текучості мають лише м'які сталі, залізо, деякі бронзи. Для більшості матеріалів діаграма розтягу не має площинки текучості. Для таких матеріалів визначають умовну границю текучості, за яку вважають напруження, що викликає залишкову деформацію певної величини відповідно до прийнятого допуску. Коли допуск окремо не застережений, він вважається рівним 0.2%. Умовна границя текучості позначається відповідним індексом, наприклад  $\sigma_{0.2}$ .

Найвищій точці умовної діаграми напружень при розтягу відповідає напруження, що називається границею міцності або тимчасовим опором і позначається через  $\sigma_u$  (індекс u від ultimate (англ.) – граничний).

Після утворення шийки не можна будувати умовну діаграму напружень, оскільки неврахування зміни площі поперечного перерізу зразка приводить до уявного зменшення напружень  $\sigma$ , в той час коли насправді вони зростають аж до моменту розриву. Зростання напружень після утворення шийки можна показати лише на дійсних діаграмах напружень при розтягу.

Границі пропорційності, пружності, текучості, міцності або тимчасовий опір називаються механічними характеристиками міцності матеріалу.

Крім характеристик міцності, при випробуваннях на розтяг одержують ще механічні характеристики пластичності матеріалу, а саме:

- відносне залишкове подовження зразка при розриві  $\delta_r$  (індекс r від rest (англ.) - залишок):

$$\delta_r = (l_1 - l_0)100\% / l_0,$$

де  $l_0$  – початкова розрахункова довжина зразка;  $l_1$  – розрахункова довжина зразка після розриву (вимірюється після стиковки двох частин розірваного зразка);

- відносне залишкове звуження при розриві

$$\Psi_r = (A_0 - A_1)100\% / A_0,$$

де  $A_0$  – початкова площа поперечного перерізу зразка;  $A_1$  – площа поперечного перерізу у найбільш тонкому місці шийки після розриву.

Випробування маловуглецевої сталі на розтяг вказує на те, що пластичні деформації, які одержує зразок перед руйнуванням, набагато перевищують його пружні деформації. Матеріали, руйнування яких відбувається після великих залишкових (пластичних) деформацій, називаються пластичними. Матеріали, пластичні деформації яких перед руйнуванням не перевищують пружних деформацій, називаються крихкими. Коли ж пластичні деформації при руйнуванні незначно перевищують пружні деформації, тоді матеріали називають напівкрихкими.

Така характеристика матеріалів є до певної міри умовною, тому що властивості матеріалу можуть змінюватися залежно від способу навантаження, температури та інших факторів.

Другим найбільш поширеним способом випробування матеріалів поряд з випробуванням на розтяг є випробування на стиск.

Випробування на стиск застосовується в першу чергу для визначення механічних характеристик крихких і напівкрихких матеріалів.

Для випробування на стиск беруть зразки у формі кубиків або невисоких циліндрів висотою  $h \leq 3d$ , так як при більш довгих зразках може відбутися їх згин.

Застосування дуже коротких зразків також небажано, тому що виникаючі на торцях зразка сили тертя протидіють його розширенню, внаслідок чого зразок набуває бочкоподібної форми (рис. 10,а).

Сили тертя на опорних поверхнях зразка впливають не лише на характер його руйнування, але призводять до збільшення руйнівного навантаження, а тим самим до неправильної оцінки міцності матеріалу.

Тертя на торцях зразка можна зменшити різними способами, наприклад змазуванням його опорних поверхонь або застосуванням тонких металевих, зокрема свинцевих, прокладок. При цьому деформації зразка стають більш однорідними по його висоті: наприклад чавунний зразок зберігає свою циліндричну форму до самого руйнування. Зменшення сил тертя на торцях бетонних і цементних зразків призводить до того, що такі зразки руйнуються внаслідок утворення поздовжніх тріщин, паралельних напрямку дії сили (рис. 10, в), в той час як без заходів по зменшенню тертя руйнування тих же зразків відбувається зовсім інакше (рис. 10, б).

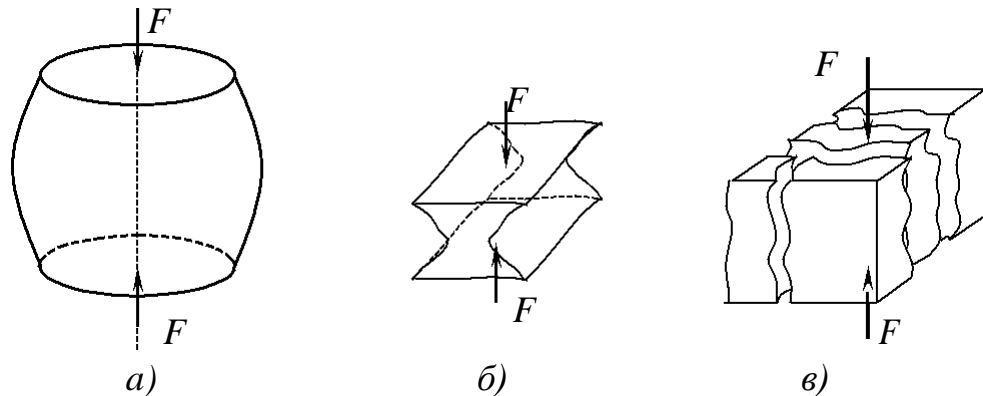


Рис. 10.

Діаграма стиску крихкого матеріалу аналогічна діаграмі розтягу. Руйнування відбувається при незначних деформаціях. Випробування дають можливість встановити границю міцності і відносну залишкову деформацію при руйнуванні.

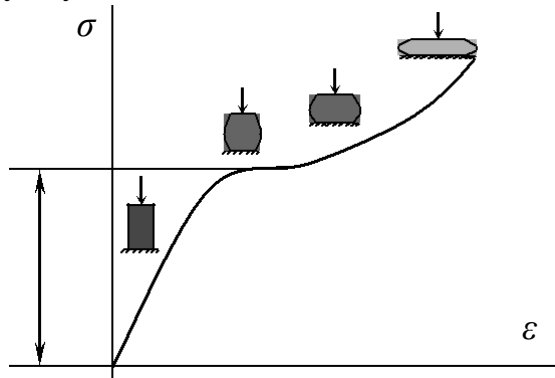


Рис. 11.

Характерною ознакою всіх крихких матеріалів є значно вища границя міцності матеріалу при стиску  $\sigma_{u.c.}$ , порівняно з границею міцності при розтягу  $\sigma_{u.p.}$

Типова діаграма стиску пластичного матеріалу (маловуглецева сталь) показана на рис. 8. Спочатку діаграма має

вигляд, аналогічний діаграмі розтягу. Далі крива йде круто у верх із-за збільшення площі перерізу зразка і зміцнення матеріалу. Руйнування при цьому не відбувається. Зразок просто сплющується, і випробування приходить припиняти. Внаслідок випробувань визначається границя текучості при стиску. Для пластичних матеріалів границі текучості при розтягу і стиску практично однакові, але площинка текучості при стиску виявлена значно менше, ніж при розтягу.