

**МІНІСТЕРСТВО ВНУТРІШНІХ СПРАВ УКРАЇНИ  
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ВНУТРІШНІХ СПРАВ  
КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ ЛЬОТНИЙ КОЛЕДЖ**

**Циклова комісія природничих дисциплін**

**ТЕКСТ ЛЕКЦІЇ**

навчальної дисципліни «Теоретична механіка та опір матеріалів»  
обов'язкових компонент  
освітньо-професійної програми  
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти

**272 Авіаційний транспорт  
Технічне обслуговування та ремонт повітряних суден і авіадвигунів**

**за темою – Опір матеріалів повторно-змінних напружень**

**Кременчук 2023**

## **ЗАТВЕРДЖЕНО**

Науково-методичною радою  
Харківського національного  
університету внутрішніх справ  
Протокол від 30.08.2023 № 7

## **СХВАЛЕНО**

Методичною радою Кременчуцького  
льотного коледжу Харківського  
національного університету  
внутрішніх справ  
Протокол від 28.08.2023 № 1

## **ПОГОДЖЕНО**

Секцією науково-методичної ради  
ХНУВС з технічних дисциплін  
Протокол від 29.08.2023 № 7

Розглянуто на засіданні циклової комісії природничих дисциплін, протокол від  
28.08.2023 № 1

### **Розробник:**

*Викладач циклової комісії природничих дисциплін, спеціаліст вищої категорії,  
Сіора А.С.*

### **Рецензенти:**

- 1. Доцент кафедри автомобілів та тракторів Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського, кандидат технічних наук, доцент Черниш А.А.*
- 2. Спеціаліст вищої категорії, викладач-методист циклової комісії аеронавігації Кременчуцького льотного коледжу Харківського національного університету внутрішніх справ, кандидат технічних наук, старший науковий співробітник Тягній В.Г.*

### План лекції:

1. Фізична природа руйнування матеріалів при змінних напруженнях.
2. Типи циклів напружень. Границі витривалості і криві витривалості.
3. Фактори, які впливають на границю витривалості.
4. Способи підвищення втомної міцності.
5. Розрахунки на міцність при повторно-змінних напруженнях.

### Рекомендована література:

#### Основна

1. Павловський М. А. Теоретична механіка: Підручник.- К.: Техніка, 2002. – 512 с.
2. Федуліна А. І. Теоретична механіка: Навч. посіб.- К.: Вища шк., 2005. – 319 с.
3. Теоретична механіка: Збірник задач / О. С. Апостолук, В. М. Воробйов, Д.І. Ільчишин та ін.; За ред. М. А. Павловського. - К.: Техніка, 2007. – 400 с.
4. Цасюк В. В. Теоретична механіка: Підручник.- Львів: Афіша, 2003. – 402 с.
5. Головіна Н.П. Механіка гіроскопічних систем в авіації: Навчальний посібник. – Кременчук: КЛК НАУ, 2009. – 88с.
6. Гурняк Л.І., Гуцуляк Ю.В., Юзьків Т.Б. Опір матеріалів: Посібник для вивчення курсу при кредитно-модульній системі навчання. – Львів: “Новий світ – 2000”, 2006. – 364 с.
7. Писаренко Г.С. та ін. Опір матеріалів Підручник/Г.С. Писаренко, О. Л. Квітка, Е.С.Уманський. За ред. Г.С. Писаренка – К.: Вища шк., 1993. – 655 с.
8. Корнілов О. А. Короткий курс опору матеріалів: Підручник.- Львів: Магнолія 2006, 2007. – 170 с.

#### Додаткова

9. Токар А. М. Теоретична механіка. Кінематика. Методи і задачі: Навч. посіб.- К.: Либідь, 2001. – 339 с.
10. Токар А. М. Теоретична механіка. Динаміка. Методи і задачі: Навч. посіб.- К.: Либідь, 2006. – 314 с.
11. Головіна Н.П. Механіка гіроскопічних систем в авіації: Навчальний посібник.
12. Опір матеріалів; Лабораторний практикум / В.В. Астанін, М.М. Бордачов, А.П. Зінковський та ін.; За заг. ред. проф. В.В. Астаніна. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2007. – 224 с.
13. Опір матеріалів з основами теорії пружності й пластичності: У 2 ч., 5 кн. – Ч. II, кн. 4. Приклади і задачі: Навч. посібник / В.Г. Піскунов, В.Д. Шевченко, М.М. Рубан та ін.; За ред. В.Г. Піскунова. – К.: Вища шк., 1995. – 303 с.

### Текст лекції

## 1. Фізична природа руйнування матеріалів при змінних напруженнях.

У багатьох деталях машин в процесі їх експлуатації напруження періодично змінюються.

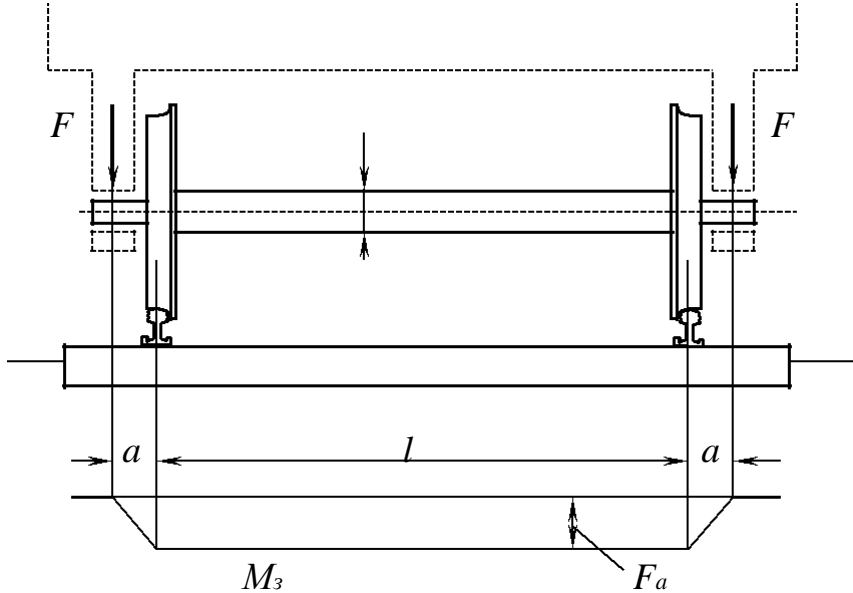


Рис. 8.1

На рис.8.2 показана кривими в координатах час-напруження. Час  $t$ , протягом якого напруження після безперервної зміни повторює своє найбільше значення, є періодом (рис.8.2,а). Послідовність значень напружень за один період

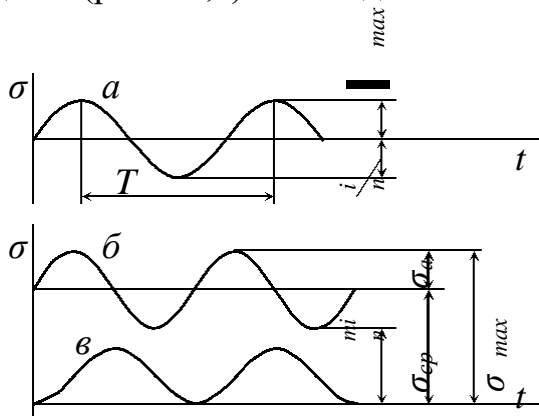


Рис. 8.2.

називається циклом напружень. З практики відомо, що при напруженнях, які циклічно змінюються, в конструкціях може виникнути процес руйнування, що називається втомним руйнуванням. Суть втомного руйнування полягає в утворенні мікротріщин, які при певних умовах розвиваються в макротріщину. Остання поступово розростається, і процес закінчується руйнуванням конструкції. У зв'язку з тим, що поблизу гострих країв тріщини виникає тривісний напружений стан зі значними розтягуючими напруженнями, втомне руйнування деталей, виготовлених навіть з пластичних матеріалів, має крихкий характер.

Поверхня втомного руйнування має своєрідний вигляд, відмінний від вигляду поверхні руйнування при монотонному руйнуванні. На поверхні

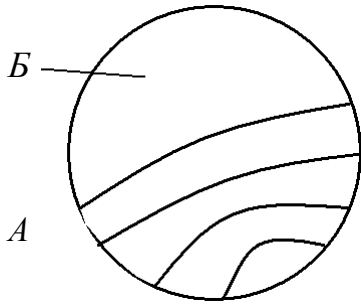


Рис. 8.3.

втомного перелому звичайно видно дві характерні зони. На рис.8.3 показані зони руйнування вала при згині з крученням.

Зона А відповідає початковій стадії розвитку тріщини, яка, зародившись в деякому мікрооб'ємі біля зовнішнього контуру, повільно розвивалась у макротріщину. Зі збільшенням тріщини відбувається ослаблення поперечного перерізу і тріщина росте швидше, а її краї притираються між собою. Перелом цієї частини має вигляд гладкої поверхні.

Заключна стадія руйнування відбувається раптово. Зона перелому Б, що відповідає остаточному руйнуванню, має кристалічний характер, властивий крихким руйнуванням.

Втомні руйнування виникають внаслідок неодномірного розподілу деформацій і напружень в окремих мікрооб'ємах. Ці неоднорідності сприяють ослабленню зв'язків між атомами при дії напружень, що циклічно змінюються за часом.

Якщо напруження і деформації циклічно змінюються, то поблизу лінії ковзання, зв'язаних з пластичними деформаціями, відбувається ослаблення зв'язків між атомами у кристалічній ґратці, що знижує опір деформації і сприяє виникненню мікротріщин. При досить великих змінних напруженнях і досить великій кількості циклів мікротріщин, що з'явилися в областях ослаблення кристалічної ґратки, розвиваються в макротріщини і відбувається втомне руйнування. Досліди показують, що розвиткові мікротріщини в макротріщину сприяють внутрішні дефекти структури, а також зовнішні концентратори напружень.

Таким чином, для того, щоб при повторно-змінних напруженнях із мікротріщини утворилась макротріщина, потрібна достатня величина напружень і значна кількість циклів, яка іноді досягає мільйонів циклів. Втомна міцність матеріалів вивчається експериментально за допомогою спеціальних випробувань відповідних зразків. Найбільшу величину змінного напруження, яка не приводить до втомного руйнування зразка, називають границею втоми або границею витривалості.

## 2. Типи циклів напружень. Границі витривалості і криві витривалості.

На рис.8.2 показані графічно деякі випадки циклічної зміни напружень. Крива а зображає симетричний цикл, крива б – довільний асиметричний цикл, крива в – віднульовий (пульсуючий) цикл.

Позначимо найбільші напруження циклу  $\sigma_{\max}$ , а найменші -  $\sigma_{\min}$ . Тоді середнє значення цього напруження

$$\sigma_m = (\sigma_{\max} + \sigma_{\min})/2. \quad (8.1)$$

Найбільше відхилення від середнього значення напруження називається амплітудою циклу  $\sigma_a$ , що дорівнює

$$\sigma_a = (\sigma_{\max} - \sigma_{\min})/2. \quad (8.2)$$

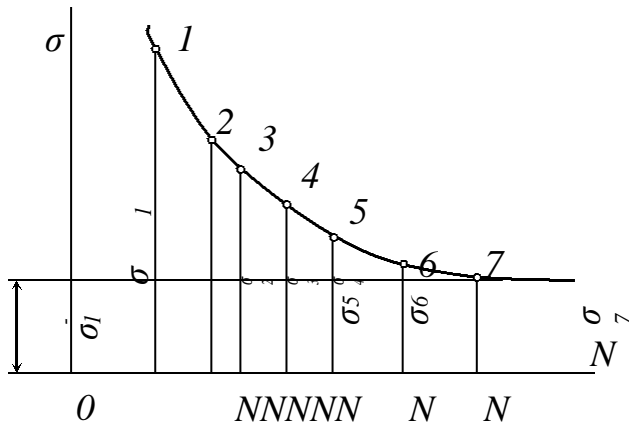


Рис. 84.

Цикли напружень характеризуються двома величинами  $\sigma_{\max}$  і  $\sigma_{\min}$  або  $\sigma_m$  і  $\sigma_a$ . Легко помітити, що ці величини зв'язані між собою рівностями

$$\sigma_{\max} = \sigma_m + \sigma_a; \quad \sigma_{\min} = \sigma_m - \sigma_a. \quad (8.3)$$

Крім того, для характеристики циклу користуються коефіцієнтом асиметрії циклу  $r$

$$r = \sigma_{\min} / \sigma_{\max}. \quad (8.4)$$

Цикл напружень називається симетричним, якщо  $\sigma_{\min} = -\sigma_{\max}$  (див.рис.8.2,а). У цьому випадку коефіцієнт асиметрії  $r = -1$ . Цикли, для яких  $r \neq -1$ , називаються асиметричними (див.рис.8.2,б). Окремим видом асиметричного циклу є віднульовий (пульсуючий) цикл, для якого  $\sigma_{\min} = 0$  (або  $\sigma_{\max} = 0$ ). Коефіцієнт асиметрії такого циклу напруження  $r = 0$  (див.рис.8.2,в).

Опір матеріалів повторно-змінним напруженням досліджується шляхом випробувань на спеціальних випробувальних машинах. Найбільш поширені випробування на згин з симетричним циклом зміни напружень. Для таких випробувань з досліджуваного матеріалу виготовляється кілька однакових зразків круглого перерізу з полірованою поверхнею і діаметром 8-10мм. Зразок закріплюється в патроні шпинделя машини і обертається з великим числом обертів (3000-6000 об/хв). Кожен оберт відповідає одному циклу напруження.

Перший зразок навантажується так, щоб його руйнування настало після порівняно невеликого числа циклів  $N_1$  і при найбільшому значенні напруження  $\sigma_1$ . Для другого зразка навантаження знижується, тому його руйнування настає при напруженні  $\sigma_2$ , меншому, ніж у першому випадку, але після більшого числа циклів навантаження  $N_2$ . поступове зниження напружень для послідовних зразків приводить до ще більших чисел циклів, при яких вони руйнуються. В результаті на якомусь рівні напружень ми дійдемо того, що зразок не руйнується навіть після прикладення до нього дуже великого числа циклів. За отриманими даними будується крива витривалості (крива Велера), з якої встановлюється границя витривалості так, як це показано на рис.8.4, де приведена крива витривалості для маловуглецевої сталі.

Найбільше циклічне напруження  $\sigma_r$  (індекс  $r$  – коефіцієнт асиметрії циклу, який є характеристикою циклу), при дії якого зразок не руйнується після дуже великого числа циклів, є границею витривалості для цього типу циклів. Для

незагартованої сталі досить визначити неруйнівне напруження при числі циклів  $N_0=10^7$ , тоді при цьому напруженні не буде руйнування й при довільному числі циклів  $N>N_0$ .

Для кольорових металів і сплавів крива витривалості поступово наближається до осі абсцис. Тому для цих металів визначають умовну границю витривалості, під якою розуміють таке найбільше напруження  $\sigma_r$ , яке витримують зразки без руйнування при наперед заданому числі циклів  $N_0$ . Число  $N_0$  називається базою визначення границі витривалості. Для вказаних матеріалів за базу приймають  $N_0=5 \cdot 10^7 \dots 10^8$ .

Зауважимо, що границі витривалості залежать від коефіцієнта асиметрії циклів. Найнижчі границі витривалості одержуються для симетричних циклів, причому границя витривалості при згині  $\sigma_{-1}$  вища від границі витривалості  $\sigma_{-1}^0$  при розтягу-стиску і від границі витривалості  $\tau_{-1}^t$  при крученні.

### 3. Фактори, які впливають на границю витривалості.

Досліди показали, що на границю витривалості істотно впливають такі фактори: концентрація напружень, розміри поперечних перерізів деталей, стан поверхні, характер технологічної обробки та ін.

Розглянемо їх більш досконально.

Вплив концентрації напружень. Різкі зміни форми деталей, отвори, виточки, надрізи і т.п. значно знижують границю витривалості в порівнянні з границею витривалості для гладких циліндричних зразків.

Це зниження враховується так званим ефективним коефіцієнтом концентрації напружень, який визначається експериментально. Для цього беруть дві серії однакових зразків (по 10 зразків у кожній), але перші без концентрації напружень, а другі – з концентрацією, і визначають границі витривалості при симетричному циклі для зразків без концентрації напружень  $\sigma_{-1}$  і для зразків з концентрацією напружень  $\sigma_{-1K}$ . Відношення

$$K_\sigma = \frac{\sigma}{\sigma_{-1K}} \quad (8.5)$$

визначає ефективний коефіцієнт концентрації нормальних напружень.

Теоретично визначені коефіцієнти концентрації напружень  $\alpha_\sigma$  відрізняються від ефективних, так як перші враховують тільки форму деталі, а другі – ще й її матеріал.

Аналогічно для дотичних напружень

$$K_\tau = \frac{\tau}{\tau_{-1K}} \quad (8.5')$$

Значення  $K_\sigma$  і  $K_\tau$  приводяться у справочниках, а також у даному посібнику (див. додатки).

Вплив абсолютних розмірів поперечних перерізів деталі. Експериментальні дослідження показують, що чим більші абсолютні розміри поперечного перерізу деталі, тим менша границя витривалості. Відношення границі витривалості деталі діаметром  $d$  до границі витривалості лабораторного

зразка діаметром  $d_3=6\ldots 10\text{мм}$  називають коефіцієнтом впливу абсолютних розмірів поперечного перерізу; для нормальних напружень

$$K_d = \left[ \left( \frac{\sigma_{-1}}{\sigma} \right)^d \right] \quad (8.6)$$

Аналогічно для дотичних напружень

$$K_\tau = \left[ \left( \frac{\tau_{-1}}{\tau} \right)^d \right] \quad (8.6')$$

Вплив якості поверхні. Експериментальними дослідженнями встановлено, що втомна міцність деталей значною мірою залежить від стану поверхні, мікрогеометрії і механічних властивостей поверхневих шарів матеріалу. Для оцінки впливу обробки поверхні на величину границі витривалості вводиться коефіцієнт  $K_F$ , який називається коефіцієнтом впливу стану поверхні. Він дорівнює відношенню границі витривалості при симетричному циклі навантаження зразка з певною обробкою поверхні  $(\sigma_{-1})_n$  до границі витривалості полірованого зразка  $\sigma_{-1}$ :

$$K_F = \frac{(\sigma_{-1})_n}{\sigma_{-1}}. \quad (8.7)$$

Значення вказаних вище коефіцієнтів приводяться у довідниках, а також у даному посібнику (див. додатки).

#### 4. Способи підвищення втомної міцності.

При дії повторно-змінних напружень міцність можна підвищити, якщо надати деталі досить плавної форми, яка не викликає концентрації напружень або зменшує її. Крім конструктивних заходів, для підвищення втомної міцності застосовують відповідну обробку поверхневих шарів деталей. Обробка поверхні може бути механічною – шліфування, обкатка роликми, обдування дробом і термохімічною – цементація, азотування, гартування струмами високої частоти, протикорозійні заходи.

Механічна обробка поверхні деталі підвищує втомну міцність лише в тому випадку, коли вона усуває концентратори напружень типу різнорідних шоршкостей та рисок і створює у поверхневому шарі деталі залишкові напруження стиску. Обкатавши поверхню деталі загартованими сталевими роликми, можна одержати зміцнений шар, що сягає в глибину на кілька міліметрів. Границі витривалості гладких сталевих зразків після обкатки роликми зростають на 20...30%.

Після обкатки роликми галтелей ступінчастих валів зі сталі 45 спостерігалось підвищення втомної міцності до 44%.

Деталі малих розмірів піддають обдуванню дробом. Суть цього процесу полягає в тому, що деталь у готовому вигляді після механічної і термічної обробки піддається чисельним ударам дробинок, що рухаються з великою



швидкістю. Глибина наклепаного шару в цьому випадку менша, ніж після обкатки роликками. Границі витривалості деталей з конструкційних і пружних сталей вдавалося цим методом підвищити на 20...40%.

## 5. Розрахунки на міцність при повторно-змінних напруженнях.

Найбільш поширеним є перевірний розрахунок на втомну міцність запроектованої або наявної деталі. Внаслідок цього розрахунку визначається коефіцієнт запасу міцності деталі  $n$  відносно до втомного руйнування.

Найпростіше цей коефіцієнт визначається для симетричних циклів осьового розтягу та стиску, згину або кручення.

З врахуванням спільного впливу приведених раніше факторів границя витривалості реальної деталі менша границі витривалості лабораторного зразка. Він обчислюється за формулою

$$\left( \sigma_{-1K_d} \right) = \frac{\sigma_{-1} K_d K_F}{K_\sigma}. \quad (8.8)$$

Знаючи максимальне напруження симетричного циклу, при якому повинна працювати дана деталь, можна знайти запас втомної міцності:

$$n_\sigma = \frac{\left( \sigma_{-1K_d} \right)}{\sigma_{\max}}. \quad (8.9)$$

Аналогічно визначається коефіцієнт запасу міцності і при крученні:

$$n_\tau = \frac{\left( \tau_{-1K_d} \right)}{\tau_{\max}}. \quad (8.10)$$

При складному напруженні сталі коефіцієнт запасу втомної міцності обчислюється за такою формулою:

$$n = \frac{n_\sigma n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 + n_\tau^2}}. \quad (8.11)$$

Для розрахунків при несиметричних циклах напружень будують діаграми різних типів. Найбільш поширеними з них є:

- 1) діаграма граничних напружень цикла в координатах  $\sigma_{\max}$ - $\sigma_m$ ;
- 2) діаграма граничних амплітуд цикла в координатах  $\sigma_a$ - $\sigma_m$ .

Розглянемо діаграму першого типу (рис.8.5). За експериментальними даними будується крива CAPBD. Точка Р відповідає віднульовому циклу, у якого максимальне напруження у два рази більше від середнього. Точка D лежить одночасно на бісектрисі OD і характеризує значення напруження (границі міцності) для сталого навантаження, у якого  $\sigma_{\max} = \sigma_m$ .

Так як для пластичних матеріалів небезпечним напруженням також є границя текучості  $\sigma_y$ , то на діаграмі наноситься горизонтальна лінія KL, ордината якої дорівнює  $\sigma_y$ . Отже, діаграма граничних напружень остаточно має вигляд CAPKL.



Обчислимо тепер коефіцієнт міцності деталі при дії змінних напружень  $\sigma_{\max}$  і  $\sigma_m$  (точка R діаграми, рис.8.6).

Уявимо, що при збільшенні навантаження на деталь відношення  $\sigma_{\max}/\sigma_m = \text{const}$ . Таке навантаження називається простим. У цьому випадку граничною точкою, яка буде відповідати руйнуванню, є точка S. Коефіцієнт запасу міцності дорівнює відношенню відрізків SS' до RR':

$$n = \frac{SS'}{RR'} = \frac{(\sigma_{Rk})_d}{\sigma_{\max}} \quad (8.17)$$

Величину  $(\sigma_{Rk})_d$  (ординату точки S) знайдемо в результаті сумісного рішення рівнянь лінії EN і лінії OS. Рівняння лінії OS має вигляд

$$\sigma_{\max}' = \frac{\sigma_{\max} \sigma_m'}{\sigma_m} \quad (8.18)$$

(штрихами позначені поточні координати).

Порівнюючи праві частини формул (8.16) і (8.18), одержуємо

$$(\sigma_{-1} - \psi_{\sigma} \sigma_m') \left( \frac{K_{\sigma}}{K_d K_F} \right) + \sigma_m' = \frac{\sigma_{\max} \sigma_m'}{\sigma_m},$$

звідки

$$\sigma_m' = \frac{\sigma_{-1}}{\left( \frac{K_{\sigma}}{K_d K_F} - \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_m} + \frac{K_{\sigma}}{K_d K_F} \right)}.$$

Підставимо значення  $\sigma_m'$  у формулу (8.16) або (8.18), знайдемо ординати точки S:

$$(\sigma_{Rk})_d = \frac{\sigma_{-1} \sigma_{\max}}{\left[ \frac{\sigma_{\max}}{\sigma} \frac{K_{\sigma}}{K_d K_F} + \psi_{\sigma} \sigma_m \right]}. \quad (8.19)$$

Отже, на основі формули (8.17) одержуємо наступну остаточну формулу для визначення коефіцієнта запасу втомної міцності:

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\left[ \frac{\sigma_{\max}}{\sigma} \frac{K_{\sigma}}{K_d K_F} + \psi_{\sigma} \sigma_m \right]}. \quad (8.20)$$

Аналогічно, при крученні

$$n_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\left[ \frac{\tau_{\max}}{\tau} \frac{K_{\tau}}{K_d K_F} + \psi_{\tau} \tau_m \right]}. \quad (8.21)$$

При складному напруженому стані, виникаючому, наприклад, при згині з крученням, коефіцієнт запасу міцності обчислюють за формулою

$$n = \frac{n_{\sigma} n_{\tau}}{\sqrt{n_{\sigma}^2 + n_{\tau}^2}}. \quad (8.22)$$

Крім коефіцієнта запасу втомної міцності необхідно обчислити коефіцієнт запасу з опору пластичним деформаціям, так як точка S може опинитися вище лінії ML. Коефіцієнт запасу міцності з опору пластичним деформаціям вираховуються за формулами

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_y}{\sigma_{\max}} = \frac{\sigma_y}{(\sigma_a + \sigma_m)}; \quad (8.23)$$

$$n_{\tau} = \frac{\tau_y}{\tau_{\max}} = \frac{\tau_y}{(\tau_a + \tau_m)}. \quad (8.24)$$

Розрахунковим (дійсним) буде менший із коефіцієнтів запасу, вирахованих за формулами (8.20) або (8.23), а при крученні за формулами (8.21) або (8.24). У випадку розрахунку на згин з крученням у формулу (8.22) слід підставляти менші із значень  $n_{\sigma}$  і  $n_{\tau}$ , обчислені так, як про це говорилося вище.