МІНІСТЕРСТВО ВНУТРІШНІХ СПРАВ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ВНУТРІШНІХ СПРАВ
КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ ЛЬОТНИЙ КОЛЕДЖ

Циклова комісія авіаційного і радіоелектронного обладнання

ТЕКСТ ЛЕКЦІЇ

з навчальної дисципліни
«Моделювання та методи оптимізації електромеханічних систем»
обов’язкових компонент
освітньо-професійної програми першого (бакалаврського) рівня
вищої освіти

141 Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка (Електромеханіка)

за темою № 5 – Математичне моделювання електричних машин постійного струму

Кременчук 2023

ЗАТВЕРДЖЕНО
Науково-методичною радою
Харківського національного
університету внутрішніх справ
Протокол від 30.08.2023 № 7

СХВАЛЕНО
Методичною радою
Кременчуцького льотного коледжу
Харківського національного
університету внутрішніх справ
Протокол від 28.08.2023 № 1

ПОГОДЖЕНО
Секцією Науково-методичної ради
ХНУВС з технічних дисциплін
Протокол від 29.08.2023 № 7

Розглянуто на засіданні циклової комісії авіаційного і радіоелектронного обладнання, протокол від 28.08.2023 № 1.

Розробник: *старший викладач циклової комісії авіаційного і радіоелектронного обладнання, к.т.н., спеціаліст вищої категорії, викладач-методист Шмельов Ю.М.*

Рецензенти:

1. Доцент кафедри електричних станцій Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут», кандидат технічних наук, доцент Шокарьов Д.А.

2. Старший викладач циклової комісії технічного обслуговування авіаційної техніки, к.т.н., спеціаліст вищої категорії, викладач-методист Владов С.І.

План лекції:

1. Загальні положення та допущення.
2. Математичне моделювання двигунів постійного струму.
3. Моделювання ДПС при регулюванні магнітного потоку.
4. Моделювання генератора постійного струму.
5. Нормування систем диференційних рівнянь.
6. Підготовка даних для моделювання двигуна постійного струму.

Рекомендована література (основна, допоміжна), інформаційні ресурси в Інтернеті

Основна література:

1. Моделювння електромеханічних систем: Підручник / Чорний О.П., Луговой А.В., Родькін Д.Й., Сисюк Г.Ю., Садовой О.В. Кременчук, 2001. 410 с.

Допоміжна література:

1. Чорний О.П., Толочко О.І., Титюк В.К. та інші Математичні моделі та особливості чисельних розрахунків динаміки електроприводів з асинхронними двигунами: монографія. Кременчук: ПП Щербатих О.В, 2016. 302 с.
2. Толочко О.І. Моделювання електромеханічних систем. Математичне моделювання систем асинхронного електроприводу: навчальний посібник. Київ: НТУУ «КПІ», 2016. 150 с.
3. Лозинський А.О., Мороз В.І., Паранчук Я.С. Розв’язування задач електромеханіки в середовищі пакетів MathCAD і MATLAB: Навчальний посібник. Львів: Видавництво Державного університету «Львівська політехніка», 2000. 166 с.
4. Довгань С. М. Дослідження систем електропривода методами математичного моделювання: навчальний посібник. Дніпропетровськ: НГА України, 2001. 137 с.
5. Дерець О. Л. Спеціальні питання математичного опису і моделювання динаміки складних систем». Дніпродзержинськ: ДДТУ, 2011. 104 с.

ТЕКСТ ЛЕКЦІЇ

Пуск ДПС НЗ Схема підключення ДПС НЗ до джерела постійної напруги

U представлена на мал. 28.

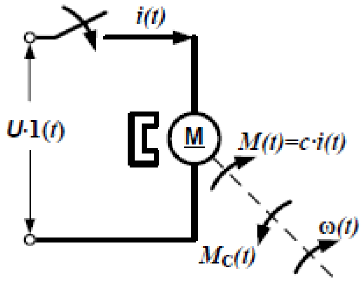

Рис. 28. Схема підключення ДПС НЗ до джерела постійної напруги

Схема заміщення якірного ланцюга ДПС НЗ показана на мал. 29.

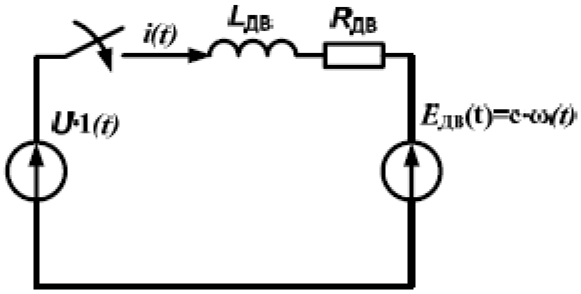

Рис. 29. Схема заміщення якірного ланцюга ДПС НЗ

Запишемо диференціальне рівняння електричної рівноваги якірного ланцюга двигуна (мал. 29):

$$U \cdot 1(t) = R_{\text{дв}} \cdot i(t) + L_{\text{дв}} \cdot \frac{di(t)}{dt} + E_{\text{дв}}(t)$$

Рівняння механічної рівноваги двигуна:

$$M(t) - M_c \cdot 1(t) = J_{\text{дв}} \cdot \frac{dw(t)}{dt}$$

З огляду на, що $E_{\text{дв}}$= c ·ω(t) і M(t) = c · i(t) , а також M_c=0 (пуск на холостому ході), запишемо систему диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} U \cdot 1(t) = R_{\text{дв}} \cdot i(t) + L_{\text{дв}} \cdot \dfrac{di(t)}{dt} + c \cdot w(t) \\ \text{c} \cdot i(t) = J_{\text{дв}} \cdot \dfrac{dw(t)}{dt} \end{cases}$$

СДР в нормальній формі Коші:

$$\begin{cases} \dfrac{di(t)}{dt} = \dfrac{1}{L_{\text{дв}}} \cdot \left[U \cdot 1(t) - R_{\text{дв}} \cdot i(t) - c \cdot w(t\right] \\ \dfrac{dw(t)}{dt} = \dfrac{c}{J_{\text{дв}}} \cdot i(t) \end{cases}$$

СДР в матричному виді:

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} i(t) \\ w(t) \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{R_{дв}}{L_{дв}} & -\frac{c}{L_{дв}} \\ \frac{c}{J_{дв}} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i(t) \\ w(t) \end{bmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{U}{L_{дв}} \\ 0 \end{pmatrix} \cdot 1(t)$$

$A = \begin{pmatrix} \frac{R_{дв}}{L_{дв}} & -\frac{c}{L_{дв}} \\ \frac{c}{J_{дв}} & 0 \end{pmatrix}$ - матриця коефіцієнтів перед змінними стану;

$B = \begin{pmatrix} \frac{U}{L_{дв}} \\ 0 \end{pmatrix}$ - вектор вільних членів СДР;

$x(t) = \begin{bmatrix} i(t) \\ w(t) \end{bmatrix}$ - вектор змінних станів.

Визначимо власні значення матриці A з вираження:

$det(A - \lambda \cdot E) = 0$, де

$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ - одинична матриця.

$$\begin{vmatrix} \frac{R_{дв}}{L_{дв}} - \lambda & -\frac{c}{L_{дв}} \\ \frac{c}{J_{дв}} & -\lambda \end{vmatrix} = \left(\frac{R_{дв}}{L_{дв}} - \lambda\right) \cdot (-\lambda) + \frac{c^2}{J_{дв} \cdot L_{дв}} = 0$$

Характеристичне рівняння:

$$\lambda^2 + \frac{R_{дв}}{L_{дв}} \cdot \lambda + \frac{c^2}{J_{дв} \cdot L_{дв}} = 0$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{R_{дв}}{2 \cdot L_{дв}} \pm \sqrt{\left(\frac{R_{дв}}{2 \cdot L_{дв}}\right)^2 - \frac{c^2}{J_{дв} \cdot L_{дв}}} = -\alpha \pm j\beta$$

Розглянемо тут й у наступних прикладах для ДПС НЗ випадок комплексно сполучених власних значень матриці A:

$\lambda_{1,2} = -\alpha \pm j\beta$

Визначимо власний вектор матриці A для значення

$\lambda_1 = -\alpha + j\beta$:

$$\begin{cases} \left(-\frac{R_{дв}}{L_{дв}} - \lambda\right) \cdot h1_{\lambda 1} - \frac{c}{L_{дв}} \cdot h2_{\lambda 1} = 0 \\ \frac{c}{J_{дв}} \cdot h1_{\lambda 1} - \lambda_1 \cdot h2_{\lambda 1} = 0 \end{cases}$$

Приймемо для зручності $h1_{\lambda 1} = 1$ знайдемо $h2_{\lambda 1}$ із другого рівняння системи, що вийшла, що є найбільш простим:

$$h2_{\lambda 1} = \frac{c}{J_{дв} \cdot \lambda_1} = \frac{c}{J_{дв} \cdot (-\alpha + j\beta)}$$

Загальне розв’язання однорідної СДР:

$$x_0(t) = \begin{bmatrix} i_0(t) \\ w_0(t) \end{bmatrix} = N_1 \cdot Re\left[\begin{pmatrix} h1_{\lambda 1} \\ h2_{\lambda 1} \end{pmatrix} \cdot e^{\lambda_1 \cdot t}\right] + N_2 \cdot \mathrm{Im}\left[\begin{pmatrix} h1_{\lambda 1} \\ h2_{\lambda 1} \end{pmatrix} \cdot e^{\lambda_1 \cdot t}\right]$$

де N_1, N_2 - постійні інтегрування.

Знайдемо приватне розв’язання неоднорідної СДР при $t > \infty$:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{R_{дв}}{L_{дв}} & -\frac{c}{L_{дв}} \\ \frac{c}{J_{дв}} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_ч \\ \omega_ч \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{U}{L_{дв}} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -\frac{R_{дв}}{L_{дв}} & -\frac{c}{L_{дв}} \\ \frac{c}{J_{дв}} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_ч \\ \omega_ч \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{U}{L_{дв}} \\ 0 \end{pmatrix}$$

Знайдемо розв'язання цієї СЛАР методом Крамера.

$$\Delta = \begin{vmatrix} -\frac{R_{дв}}{L_{дв}} & -\frac{c}{L_{дв}} \\ \frac{c}{J_{дв}} & 0 \end{vmatrix} = \frac{c^2}{J_{дв} \cdot L_{дв}}$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -\frac{U}{L_{дв}} & -\frac{c}{L_{дв}} \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} -\frac{R_{дв}}{L_{дв}} & -\frac{U}{L_{дв}} \\ \frac{c}{J_{дв}} & 0 \end{vmatrix} = \frac{U \cdot c}{J_{дв} \cdot L_{дв}}$$

$$i_ч = \frac{\Delta_1}{\Delta} = 0; \; \omega_ч = \frac{U \cdot c \cdot J_{дв} \cdot L_{дв}}{J_{дв} \cdot L_{дв} \cdot c^2} = \frac{U}{c}$$

Відзначимо, що примушене значення струму якоря дорівнює нулю, тому що двигун запускається на холостому ході, а примушене значення швидкості дорівнює швидкості ідеального холостого ході.

Загальне розв'язання СДР:

$$x(t) = x_ч + x_0(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{U}{c} \end{pmatrix} + N_1 \cdot Re\left[\begin{pmatrix} h1_{\lambda 1} \\ h2_{\lambda 1} \end{pmatrix} \cdot e^{\lambda_1 \cdot t}\right] + N_2 \cdot \mathrm{Im}\left[\begin{pmatrix} h1_{\lambda 1} \\ h2_{\lambda 1} \end{pmatrix} \cdot e^{\lambda_1 \cdot t}\right]$$

Знайдемо постійні інтегрування при нульових початкових умовах: $i(0) = 0; \; \omega(0) = 0$.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{U}{c} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} N_1 \cdot Re(h1_{\lambda 1}) & N_2 \cdot \mathrm{Im}(h1_{\lambda 1}) \\ N_1 \cdot Re(h2_{\lambda 1}) & N_2 \cdot \mathrm{Im}(h2_{\lambda 1}) \end{pmatrix}$$

З огляду на те, що $h1_{\lambda 1} = 1$ і $Re(h1_{\lambda 1}) = 1, \mathrm{Im}(h1_{\lambda 1}) = 0$:

$$\begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ Re(h2_{\lambda 1}) & \mathrm{Im}(h2_{\lambda 1}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{U}{c} \end{pmatrix}$$

Розв'яжемо цю СЛАР методом Крамера:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ Re(h2_{\lambda 1}) & \mathrm{Im}(h2_{\lambda 1}) \end{vmatrix} = \mathrm{Im}(h2_{\lambda 1})$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{U}{c} & \mathrm{Im}(h2_{\lambda 1}) \end{vmatrix} = 0$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ Re(h2_{\lambda 1}) & -\frac{U}{c} \end{vmatrix} = -\frac{U}{c}$$

$$N_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = 0;\ N_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = -\frac{U}{c \cdot \mathrm{Im}(h2_{\lambda 1})}$$

Відзначимо, що при роботі ДПС НЗ на холостому ході перша постійна інтегрування дорівнює нулю.

Запишемо залежності, що вийшли, струму й швидкості від часу. Для цього виразимо аналітичні вираження для складових цих залежностей.

$$h2_{\lambda 1} = \frac{c}{J_{\text{дв}} \cdot \lambda_1} = \frac{c}{J_{\text{дв}} \cdot (-\alpha + j\beta)} = \frac{c}{J_{\text{дв}}} \cdot \frac{(-\alpha - j\beta)}{(-\alpha + j\beta) \cdot (-\alpha - j\beta)}$$
$$= \frac{c \cdot (-\alpha - j\beta)}{J_{\text{дв}} \cdot (\alpha^2 + \beta^2)} = -\frac{\alpha \cdot c}{J_{\text{дв}} \cdot (\alpha^2 + \beta^2)} - \frac{\beta \cdot c}{J_{\text{дв}} \cdot (\alpha^2 + \beta^2)}$$

$$N_2 = -\frac{U}{c \cdot \mathrm{Im}(h2_{\lambda 1})} = -\frac{U}{c \cdot \left(-\frac{c \cdot \beta}{J_{\text{дв}} \cdot (\alpha^2 + \beta^2)}\right)} = \frac{U \cdot J_{\text{дв}} \cdot (\alpha^2 + \beta^2)}{c^2 \cdot \beta}$$

$$h1_{\lambda 1} \cdot e^{\lambda_1 \cdot t} = 1 \cdot e^{(-\alpha + j\beta) \cdot t} = e^{-\alpha \cdot t} \cdot e^{j\beta t} = e^{-\alpha \cdot t} \cdot \cos(\beta t) + j \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \sin(\beta t)$$

$$Re\left(h1_{\lambda 1} \cdot e^{\lambda_1 t}\right) = e^{-\alpha \cdot t} \cdot \cos(\beta t);\ Im\left(h1_{\lambda 1} \cdot e^{\lambda_1 t}\right) = e^{-\alpha \cdot t} \cdot \sin(\beta t)$$

$$h2_{\lambda 1} \cdot e^{\lambda_1 \cdot t} = -\frac{\alpha \cdot c \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot e^{j\beta t}}{J_{\text{дв}} \cdot (\alpha^2 + \beta^2)} - j\frac{\beta \cdot c \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot e^{j\beta t}}{J_{\text{дв}} \cdot (\alpha^2 + \beta^2)}$$
$$= -\frac{\alpha \cdot c \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \cos(\beta t)}{J_{\text{дв}} \cdot (\alpha^2 + \beta^2)} - j\frac{\alpha \cdot c \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \sin(\beta t)}{J_{\text{дв}} \cdot (\alpha^2 + \beta^2)}$$
$$- j\frac{\beta \cdot c \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \cos(\beta t)}{J_{\text{дв}} \cdot (\alpha^2 + \beta^2)} + \frac{\beta \cdot c \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \sin(\beta t)}{J_{\text{дв}} \cdot (\alpha^2 + \beta^2)}$$
$$= \frac{\beta \cdot c \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \sin(\beta t) - \alpha \cdot c \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \cos(\beta t)}{J_{\text{дв}} \cdot (\alpha^2 + \beta^2)}$$
$$- j\left(\frac{\alpha \cdot c \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \sin(\beta t) + \beta \cdot c \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \cos(\beta t)}{J_{\text{дв}} \cdot (\alpha^2 + \beta^2)}\right)$$

$$Re\left(h2_{\lambda 1} \cdot e^{\lambda_1 t}\right) = \frac{\beta \cdot c \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \sin(\beta t) - \alpha \cdot c \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \cos(\beta t)}{J_{\text{дв}} \cdot (\alpha^2 + \beta^2)}$$

$$Im\left(h2_{\lambda 1} \cdot e^{\lambda_1 t}\right) = \frac{-\alpha \cdot c \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \sin(\beta t) - \beta \cdot c \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \cos(\beta t)}{J_{\text{дв}} \cdot (\alpha^2 + \beta^2)}$$

$$i(t) = i_{\text{ч}} + i_0(t) = N_2 \cdot Im\left(h1_{\lambda 1} \cdot e^{\lambda_1 t}\right) = \frac{U \cdot J_{\text{дв}} \cdot (\alpha^2 + \beta^2)}{c^2 \cdot \beta} \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \sin(\beta \cdot t)$$

$$\omega(t) = \omega_{\text{ч}} + \omega_0(t) = \frac{U}{c} + N_2 \cdot Im\left(h1_{\lambda 1} \cdot e^{\lambda_1 t}\right)$$
$$= \frac{U}{c} - \frac{U \cdot J_{\text{дв}} \cdot (\alpha^2 + \beta^2)}{c^2 \cdot \beta} \cdot \left(\frac{\alpha \cdot c \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \sin(\beta t) + \beta \cdot c \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \cos(\beta t)}{J_{\text{дв}} \cdot (\alpha^2 + \beta^2)}\right)$$
$$= \frac{U}{c} - \frac{U \cdot \alpha \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \sin(\beta t)}{c \cdot \beta} - \frac{U \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \cos(\beta t)}{c}$$

Проілюструємо динаміку на конкретному двигуні типу 2ПФ200LУХЛ4 з наступними параметрами [12]:

- номінальна потужність: $P_{\text{Н}}$=15 квт;
- номінальна напруга: $U_{\text{Н}}$=220 В;
- номінальне значення швидкості обертання двигуна:
n =750 об./мин,
- максимальне значення швидкості обертання двигуна:
n =2500 об./мин
- ККД: η= 82,5%;
- опір обмотки якоря при температурі 150С:
$R_{\text{ОЯ}}$ = 0,125Ом;
- опір обмотки додаткових полюсів при температурі 150С: $R_{\text{Дп}}$ = 0,08Ом;
- індуктивність двигуна: $L_{\text{ДВ}}$ = 0,046 Гн;
- момент інерції двигуна: J = 0,3 кг ·м.

Графіки i(t) і ω(t) при пуску даного ДПС НЗ на холостому ході представлені на мал. 30.

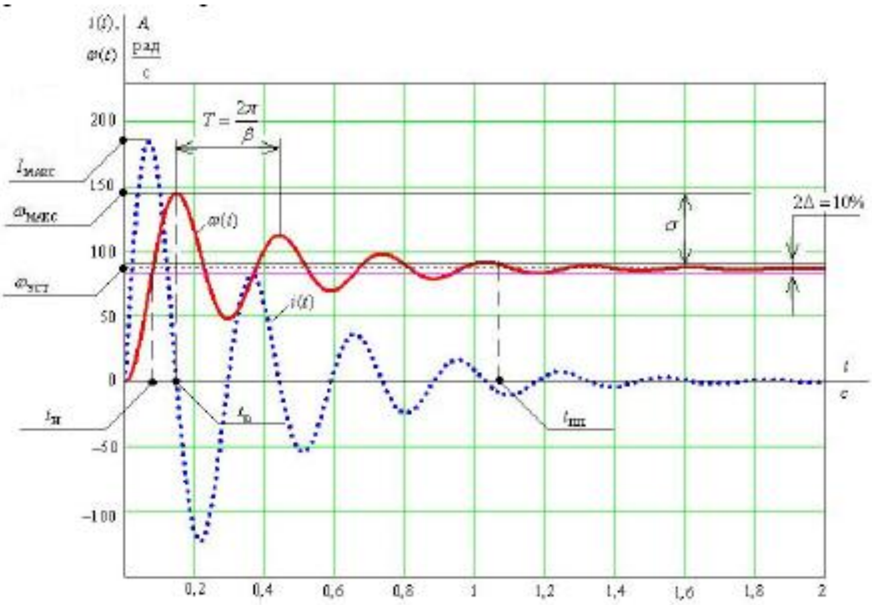

Рис. 30. Пуск ДПС на холостому ході

3.3.2. Зупинка ДПС НЗ, що працювали на холостому ході

Для зупинки ДПС НЗ відключаємо його від мережі й закорочуєм виводи якірної обмотки двигуна. Цей спосіб зупинки називається динамічним гальмуванням. Дана модель дозволить оцінити динамічні показники якості перехідного процесу при такому способі зупинки, зокрема величину кидка струму.

Запишемо диференціальне рівняння електричної рівноваги якірного ланцюга двигуна:

$$R_{дв} \cdot i(t) + L_{дв} \cdot \frac{di(t)}{dt} + E_{дв}(t) = 0$$

Рівняння механічної рівноваги двигуна:

$$M(t) - M_c \cdot 1(t) = J_{дв} \cdot \frac{d\omega(t)}{dt}$$

З огляду на те, що $E_{дв}$(t) = c ·ω(t) і M(t) = c · i(t) , а також M_c=0 (зупинка на холостому ході), запишемо систему диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} R_{дв} \cdot i(t) + L_{дв} \cdot \dfrac{di(t)}{dt} + c \cdot \omega(t) = 0 \\ c \cdot i(t) = J_{дв} \cdot \dfrac{d\omega(t)}{dt} \end{cases}$$

СДР в нормальній формі Коші:

$$\begin{cases} \dfrac{di(t)}{dt} = \dfrac{1}{L_{дв}} \cdot \left[-R_{дв} \cdot i(t) - c \cdot \omega(t)\right] \\ \dfrac{d\omega(t)}{dt} = \dfrac{c}{J_{дв}} \cdot i(t) \end{cases}$$

СДР в матричному виді:

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} i(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} -\dfrac{R_{дв}}{L_{дв}} & -\dfrac{c}{L_{дв}} \\ \dfrac{c}{J_{дв}} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix}$$

Корінь характеристичного рівняння, а значить і власні вектора матриці A , залежать тільки від внутрішніх параметрів ЕМС і не залежать від змін початкових умов і зовнішніх впливів.

Зовнішніми впливами в ДПС є вхідна напруга й момент опору навантаження. Тому записуємо власні значення й власні вектора матриці A з попереднього пункту:

$$\lambda_{1,2} = -\frac{R_{дв}}{2 \cdot L_{дв}} \pm \sqrt{\left(\frac{R_{дв}}{2 \cdot L_{дв}}\right)^2 - \frac{c^2}{J_{дв} \cdot L_{дв}}} = -\alpha \pm j\beta$$

$$h1_{\lambda 1} = 1, h2_{\lambda 1} = -\frac{\alpha \cdot c}{J_{дв} \cdot (\alpha^2 + \beta^2)} - j\frac{\beta \cdot c}{J_{дв} \cdot (\alpha^2 + \beta^2)}$$

$$Re\left(h1_{\lambda 1} \cdot e^{\lambda_1 t}\right) = e^{-\alpha \cdot t} \cdot \cos(\beta t)\,; Im\left(h1_{\lambda 1} \cdot e^{\lambda_1 t}\right) = e^{-\alpha \cdot t} \cdot \sin(\beta t)$$

$$Re\left(h2_{\lambda 1} \cdot e^{\lambda_1 t}\right) = \frac{\beta \cdot c \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \sin(\beta t) - \alpha \cdot c \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \cos(\beta t)}{J_{дв} \cdot (\alpha^2 + \beta^2)}$$

$$Im\left(h2_{\lambda 1} \cdot e^{\lambda_1 t}\right) = \frac{-\alpha \cdot c \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \sin(\beta t) - \beta \cdot c \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \cos(\beta t)}{J_{дв} \cdot (\alpha^2 + \beta^2)}$$

Загальне розв'язання однорідної СДР:

$$x_0(t) = \begin{bmatrix} i_0(t) \\ \omega_0(t) \end{bmatrix} = N_1 \cdot Re\left[\begin{pmatrix} h1_{\lambda 1} \\ h2_{\lambda 1} \end{pmatrix} \cdot e^{\lambda_1 \cdot t}\right] + N_2 \cdot \mathrm{Im}\left[\begin{pmatrix} h1_{\lambda 1} \\ h2_{\lambda 1} \end{pmatrix} \cdot e^{\lambda_1 \cdot t}\right]$$

де N_1, N_2 - постійні інтегрування.

Знайдемо приватне розв'язання неоднорідної СДР при t > ? :

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\dfrac{R_{\text{дв}}}{L_{\text{дв}}} & -\dfrac{c}{L_{\text{дв}}} \\ \dfrac{c}{J_{\text{дв}}} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_{\text{ч}} \\ \omega_{\text{ч}} \end{pmatrix}$$

Знайдемо розв'язання цієї СЛАР методом Крамера.

$$\Delta = \begin{vmatrix} -\dfrac{R_{\text{дв}}}{L_{\text{дв}}} & -\dfrac{c}{L_{\text{дв}}} \\ \dfrac{c}{J_{\text{дв}}} & 0 \end{vmatrix} = \frac{c^2}{J_{\text{дв}} \cdot L_{\text{дв}}}$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 0 & -\dfrac{c}{L_{\text{дв}}} \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} -\dfrac{R_{\text{дв}}}{L_{\text{дв}}} & 0 \\ \dfrac{c}{J_{\text{дв}}} & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$i_{\text{ч}} = \frac{\Delta_1}{\Lambda} = 0; \; \omega_{\text{ч}} = 0$$

Примушені складові токи й швидкості ДПС при зупинці дорівнюють нулю.

Загальне розв'язання СДР:

$$x(t) = x_{\text{ч}} + x_0(t) = N_1 \cdot Re\left[\begin{pmatrix} h1_{\lambda 1} \\ h2_{\lambda 1} \end{pmatrix} \cdot e^{\lambda_1 \cdot t}\right] + N_2 \cdot \mathrm{Im}\left[\begin{pmatrix} h1_{\lambda 1} \\ h2_{\lambda 1} \end{pmatrix} \cdot e^{\lambda_1 \cdot t}\right]$$

Знайдемо постійні інтегрування при ненульових початкових умовах: i(0)=0; ω(0)=$\frac{U}{c}$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ \dfrac{U}{c} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N_1 \cdot Re(h1_{\lambda 1}) & N_2 \cdot \mathrm{Im}(h1_{\lambda 1}) \\ N_1 \cdot Re(h2_{\lambda 1}) & N_2 \cdot \mathrm{Im}(h2_{\lambda 1}) \end{pmatrix}$$

З огляду на те, що $h1_{\lambda 1} = 1$ й $Re(h1_{\lambda 1}) = 1$, $\mathrm{Im}(h1_{\lambda 1}) = 0$:

$$\begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ Re(h2_{\lambda 1}) & \mathrm{Im}(h2_{\lambda 1}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \dfrac{U}{c} \end{pmatrix}$$

Розв'яжемо цю СЛАР методом Крамера:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ Re(h2_{\lambda 1}) & \mathrm{Im}(h2_{\lambda 1}) \end{vmatrix} = \mathrm{Im}(h2_{\lambda 1}) = -\frac{\beta \cdot c}{J_{\text{дв}} \cdot (\alpha^2 + \beta^2)}$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ \dfrac{U}{c} & \mathrm{Im}(h2_{\lambda 1}) \end{vmatrix} = 0$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ Re(h2_{\lambda 1}) & \frac{U}{c} \end{vmatrix} = \frac{U}{c}$$

$$N_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = 0;\ N_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{U}{c \cdot \mathrm{Im}(h2_{\lambda 1})} = -\frac{U \cdot J_{\text{дв}} \cdot (\alpha^2 + \beta^2)}{c^2 \cdot \beta}$$

Запишемо залежності струму й швидкості ДПС від часу:

$$i(t) = i_{\text{ч}} + i_0(t) = N_2 \cdot \mathrm{Im}(h1_{\lambda 1}) = -\frac{U \cdot J_{\text{дв}} \cdot (\alpha^2 + \beta^2)}{c^2 \cdot \beta} \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \sin(\beta t)$$

$$\omega(t) = \omega_{\text{ч}} + \omega_0(t) = N_2 \cdot \mathrm{Im}(h1_{\lambda 1})$$
$$= \frac{U \cdot J_{\text{дв}} \cdot (\alpha^2 + \beta^2)}{c^2 \cdot \beta}$$
$$\cdot \left(\frac{\alpha \cdot c \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \sin(\beta t) + \beta \cdot c \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \cos(\beta t)}{J_{\text{дв}} \cdot (\alpha^2 + \beta^2)} \right)$$
$$= \frac{U \cdot \alpha \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \sin(\beta t)}{c \cdot \beta} + \frac{U \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \cos(\beta t)}{c}$$

Графіки перехідних процесів при зупинці ДПС НЗ, що працювали на холостому ході, представлені на мал. 31.

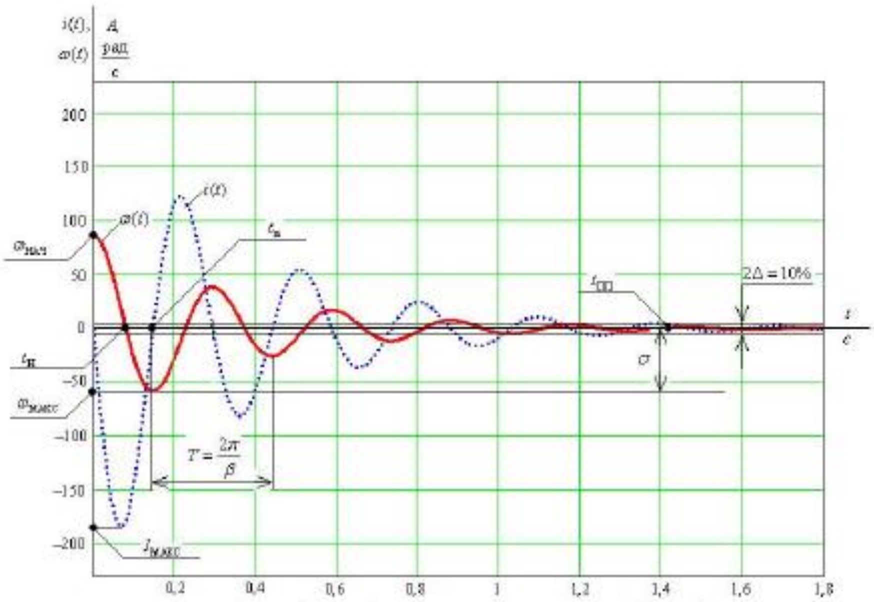

Рис. 31. Зупинка ДПС на холостому ході

Величина кидка струму не перевищує дворазового номінального у зв'язку з тим, що двигун гальмується самовибігом без зовнішнього моменту навантаження.