МІНІСТЕРСТВО ВНУТРІШНІХ СПРАВ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ВНУТРІШНІХ СПРАВ
КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ ЛЬОТНИЙ КОЛЕДЖ

Циклова комісія авіаційного і радіоелектронного обладнання

ТЕКСТ ЛЕКЦІЇ

з навчальної дисципліни
«Моделювання та методи оптимізації електромеханічних систем»
обов'язкових компонент
освітньо-професійної програми першого (бакалаврського) рівня вищої освіти

141 Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка (Електромеханіка)

за темою № 6 – Математичне моделювання асинхронних машин

Кременчук 2023

ЗАТВЕРДЖЕНО
Науково-методичною радою
Харківського національного
університету внутрішніх справ
Протокол від 30.08.2023 № 7

СХВАЛЕНО
Методичною радою
Кременчуцького льотного коледжу
Харківського національного
університету внутрішніх справ
Протокол від 28.08.2023 № 1

ПОГОДЖЕНО
Секцією Науково-методичної ради
ХНУВС з технічних дисциплін
Протокол від 29.08.2023 № 7

Розглянуто на засіданні циклової комісії авіаційного і радіоелектронного обладнання, протокол від 28.08.2023 № 1.

Розробник: *старший викладач циклової комісії авіаційного і радіоелектронного обладнання, к.т.н., спеціаліст вищої категорії, викладач-методист Шмельов Ю.М.*

Рецензенти:

1. Доцент кафедри електричних станцій Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут», кандидат технічних наук, доцент Шокарьов Д.А.

2. Старший викладач циклової комісії технічного обслуговування авіаційної техніки, к.т.н., спеціаліст вищої категорії, викладач-методист Владов С.І.

План лекції:

1. Розрахунок параметрів асинхронного двигуна за даними каталогу.
2. Механічна характеристика асинхронного двигуна і її апроксимація видозміненою формулою Клосса.
3. Лінеаризована модель асинхронного двигуна.
4. Моделювання асинхронного двигуна в 3-фазній системі координат.
5. Метод зображуючих векторів.
6. Рівняння АД в ортогональній системі координат.
7. Система відносних одиниць АД. Математична модель АД в осях “ α, β, 0 ”.

Рекомендована література (основна, допоміжна), інформаційні ресурси в Інтернеті

Основна література:

1. Моделювння електромеханічних систем: Підручник / Чорний О.П., Луговой А.В., Родькін Д.Й., Сисюк Г.Ю., Садовой О.В. Кременчук, 2001. 410 с.

Допоміжна література:

1. Чорний О.П., Толочко О.І., Титюк В.К. та інші Математичні моделі та особливості чисельних розрахунків динаміки електроприводів з асинхронними двигунами: монографія. Кременчук: ПП Щербатих О.В, 2016. 302 с.
2. Толочко О.І. Моделювання електромеханічних систем. Математичне моделювання систем асинхронного електроприводу: навчальний посібник. Київ: НТУУ «КПІ», 2016. 150 с.
3. Лозинський А.О., Мороз В.І., Паранчук Я.С. Розв’язування задач електромеханіки в середовищі пакетів MathCAD і MATLAB: Навчальний посібник. Львів: Видавництво Державного університету «Львівська політехніка», 2000. 166 с.
4. Довгань С. М. Дослідження систем електропривода методами математичного моделювання: навчальний посібник. Дніпропетровськ: НГА України, 2001. 137 с.
5. Дерець О. Л. Спеціальні питання математичного опису і моделювання динаміки складних систем». Дніпродзержинськ: ДДТУ, 2011. 104 с.

ТЕКСТ ЛЕКЦІЇ

Перехідні процеси, що відбуваються в регульованому електроприводі постійного струму на базі ДПС НЗ, Пі-регулятора й широтно-імпульсного перетворювача (ШІП), функціональна схема якого представлена на мал. 35.

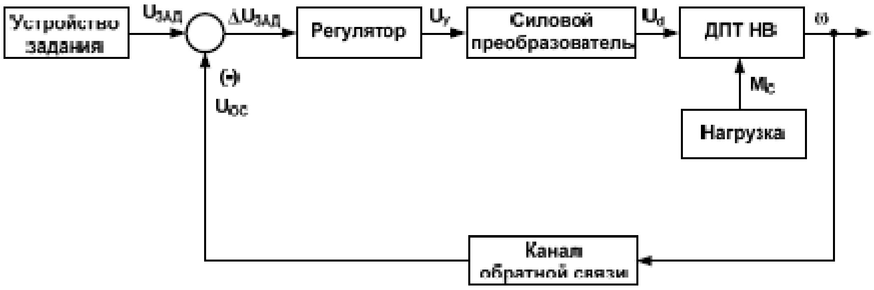

Рис. 35. Функціональна схема регульованого електропривода постійного струму

На схемі прийняті позначення: $U_{ЗАД}$ - напруга задачі, U_{OC} - напруга зворотного зв'язку, ?$U_{ЗАД}$ - помилка регулювання, $U_к$ - напруга керування силовим перетворювачем, ω - швидкість двигуна постійного струму (ДПС), M_C - момент опору механічного навантаження.
Зневажаючи нелінійністю перетворювача й представляючи його в якості звичайної пропорційної ланки, складемо структурну схему замкнутого електропривода: (мал. 36)

3.4.1. Пуск ЕМС на холостому ході

Електромеханічна система з Пі-регулятором і силовим перетворювачем, описаним як пропорційна ланка, при пуску описується системою із трьох диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} T_p \cdot \dfrac{dU_{у.и}(t)}{dt} = U_{ЗАД} - k_{ОС} \cdot k_{ТГ} \cdot \omega(t) \\ \left[\left(U_{ЗАД} - k_{ОС} \cdot k_{ТГ} \cdot \omega(t)\right) \cdot k_p + U_{у.и}(t)\right] \cdot k_{ПР} = L_{дв} \cdot \dfrac{di(t)}{dt} + i(t) \cdot R_{двг} + \omega(t) \cdot c \\ i(t) \cdot c - M_c = J_э \cdot \dfrac{d\omega(t)}{dt} \end{cases}$$

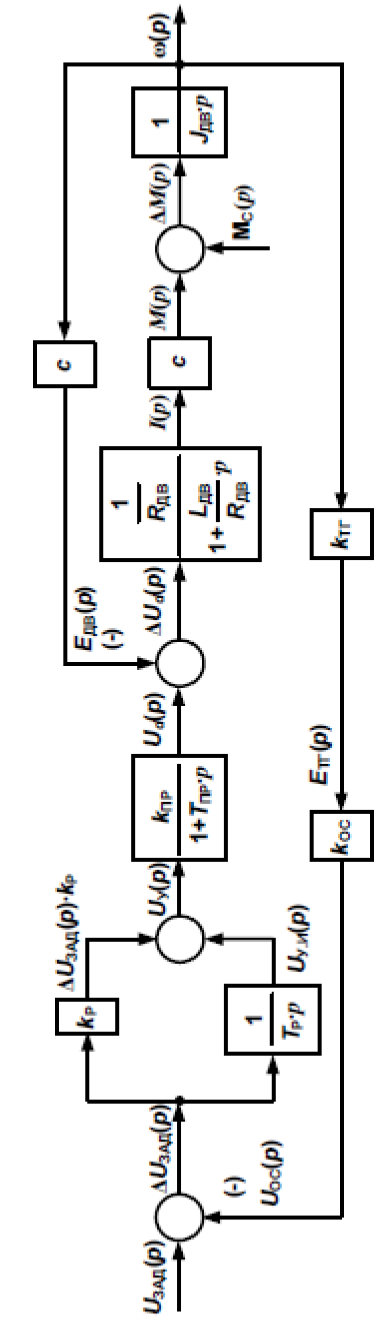

Рис. 36. Структурна схема замкнутого електропривода постійного струму

Запишемо систему в нормальній формі Коші:

$$\begin{cases} \dfrac{di(t)}{dt} = \dfrac{1}{L_{дв}} \cdot \left(\left[\left(U_{ЗАД} - k_{ОС} \cdot k_{ТГ} \cdot \omega(t) \right) \cdot k_{Р} + dU_{У.И}(t) \right] \cdot k_{ПР} - i(t) \cdot R_{двг} - \omega(t) \cdot c \right) \\ \dfrac{d\omega(t)}{dt} = \dfrac{1}{J_{Э}} \cdot \left(i(t) \cdot c - M_c \right) \\ \dfrac{dU_{У.И}(t)}{dt} = \dfrac{1}{T_р} \cdot \left(U_{ЗАД} - k_{ОС} \cdot k_{ТГ} \cdot \omega(t) \right) \end{cases}$$

Представимо систему в матричному виді:

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} i(t) \\ \omega(t) \\ U_{\text{у.и}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_{\text{двг}}}{L_{\text{дв}}} & -\frac{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}} \cdot k_{\text{Р}} \cdot k_{\text{ПР}} + c}{L_{\text{дв}}} & \frac{k_{\text{ПР}}}{L_{\text{дв}}} \\ \frac{c}{J_{\text{э}}} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}}}{T_p} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i(t) \\ \omega(t) \\ U_{\text{у.и}}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{k_{\text{Р}} \cdot k_{\text{ПР}} \cdot U_{\text{ЗАД}}}{L_{\text{дв}}} \\ -\frac{M_c}{J_{\text{э}}} \\ \frac{U_{\text{ЗАД}}}{T_p} \end{bmatrix} \cdot 1(t)$$

Знайдемо власні значення матриці А:

$$\begin{vmatrix} -\frac{R_{\text{двг}}}{L_{\text{дв}}} & -\frac{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}} \cdot k_{\text{Р}} \cdot k_{\text{ПР}} + c}{L_{\text{дв}}} & \frac{k_{\text{ПР}}}{L_{\text{дв}}} \\ \frac{c}{J_{\text{э}}} & -\lambda & 0 \\ 0 & -\frac{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}}}{T_p} & -\lambda \end{vmatrix} = \left(-\frac{R_{\text{двг}}}{L_{\text{дв}}} - \lambda\right) \cdot \lambda^2 - \frac{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}} \cdot k_{\text{ПР}} \cdot c}{T_p \cdot J_{\text{э}} \cdot L_{\text{дв}}} - \lambda \cdot \frac{c}{J_{\text{э}}} \cdot \left(\frac{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}} \cdot k_{\text{Р}} \cdot k_{\text{ПР}} + c}{L_{\text{дв}}}\right) = 0$$

Характеристичне рівняння має третій порядок. Тут і далі при аналізі динаміки замкнутих ЕМС будемо приймати, що перехідні процеси в системі носять коливальний характер, отже, характеристичне рівняння має не менш двох комплексно сполучених корінь:

$\lambda_1 = -\alpha, \lambda_{2,3} = -\alpha \pm j\beta$

Знайдемо власний вектор для значення λ_1=-a :

$$\begin{cases} \left(-\frac{R_{\text{двг}}}{L_{\text{дв}}} - \lambda_1\right) \cdot h1_{\lambda 1} - \left(\frac{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}} \cdot k_{\text{Р}} \cdot k_{\text{ПР}} + c}{L_{\text{дв}}}\right) \cdot h2_{\lambda 1} + \frac{k_{\text{ПР}}}{L_{\text{дв}}} \cdot h3_{\lambda 1} = 0 \\ \frac{c}{J_{\text{э}}} \cdot h1_{\lambda 1} - \lambda_1 \cdot h2_{\lambda 1} = 0 \\ -\frac{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}}}{T_p} \cdot h2_{\lambda 1} - \lambda_1 \cdot h3_{\lambda 1} = 0 \end{cases}$$

Приймемо $h1_{\lambda 1}$=1 і знайдемо $h2_{\lambda 1}$ і $h3_{\lambda 1}$ із другого й третього рівнянь системи:

$$h2_{\lambda 1} = \frac{c \cdot h1_{\lambda 1}}{J_{\text{э}} \cdot \lambda_1} = -\frac{c}{J_{\text{э}} \cdot a}$$

$$h3_{\lambda1} = \frac{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}} \cdot h2_{\lambda1}}{T_p \quad \cdot \lambda_1} = -\frac{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}} \cdot c}{T_p \quad \cdot J_э \ \cdot \alpha^2}$$

найдемо власний вектор для одного й комплексно сполучених власних значень λ_2=-α±jβ:

$$\begin{cases} \left(-\frac{R_{\text{двг}}}{L_{\text{дв}}} - \lambda_2\right) \cdot h1_{\lambda2} - \left(\frac{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}} \cdot k_{\text{Р}} \cdot k_{\text{ПР}} + c}{L_{\text{дв}}}\right) \cdot h2_{\lambda2} + \frac{k_{\text{ПР}}}{L_{\text{дв}}} \cdot h3_{\lambda2} = 0 \\ \frac{c}{J_э} \cdot h1_{\lambda2} - \lambda_2 \cdot h2_{\lambda2} = 0 \\ -\frac{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}}}{T_p} \cdot h2_{\lambda2} - \lambda_2 \cdot h3_{\lambda2} = 0 \end{cases}$$

Приймемо $h1_{\lambda2} = 1$ і знайдемо $h2_{\lambda2}$ і $h3_{\lambda2}$ із другого й третього рівнянь системи:

$$h2_{\lambda2} = \frac{c \cdot h1_{\lambda2}}{J_э \ \cdot \lambda_2} = -\frac{c}{J_э \ \cdot (-\alpha + j\beta)} = -\frac{\alpha \cdot c}{J_э \ \cdot (\alpha^2 + \beta^2)} - j\frac{\beta \cdot c}{J_э \ \cdot (\alpha^2 + \beta^2)}$$

$$h3_{\lambda2} = -\frac{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}} \cdot h2_{\lambda2}}{T_p \quad \cdot \lambda_2} = -\frac{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}} \cdot c \cdot (-\alpha - j\beta)}{T_p \quad \cdot J_э \ \cdot (-\alpha + j\beta)(\alpha^2 + \beta^2)}$$

$$= -\frac{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}} \cdot c \cdot (-\alpha - j\beta)^2}{T_p \quad \cdot J_э \ \cdot (\alpha^2 + \beta^2)}$$

Для зведення комплексного числа в ступінь скористаємося формулою Муавра [10]:

$(-\alpha - j\beta)^2 = (\alpha^2 + \beta^2) \cdot (\cos(2\varphi) + j\sin(2\varphi))$,

де$\varphi = arctg\left(\frac{\beta}{\alpha}\right) - \pi$.

Тоді:

$$h3_{\lambda2} = -\frac{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}} \cdot c \cdot (-\alpha - j\beta)^2}{T_p \quad \cdot J_э \ \cdot (\alpha^2 + \beta^2)} = \frac{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}} \cdot c \cdot (\cos(2\varphi) + j\sin(2\varphi))}{T_p \quad \cdot J_э \ \cdot (\alpha^2 + \beta^2)}$$

$$= -\frac{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}} \cdot c \cdot \cos(2\varphi)}{T_p \quad \cdot J_э \ \cdot (\alpha^2 + \beta^2)} - \frac{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}} \cdot c \cdot j\sin(2\varphi)}{T_p \quad \cdot J_э \ \cdot (\alpha^2 + \beta^2)}$$

Загальне розв'язання однорідної СДР:

$$x_0(t) = N_1 \cdot \begin{pmatrix} h1_{\lambda1} \\ h2_{\lambda1} \\ h3_{\lambda1} \end{pmatrix} \cdot e^{\lambda_1 \cdot t} + N_2 \cdot Re\left[\begin{pmatrix} h1_{\lambda1} \\ h2_{\lambda1} \\ h3_{\lambda1} \end{pmatrix} \cdot e^{\lambda_1 \cdot t}\right] + N_3 \cdot \mathrm{Im}\left[\begin{pmatrix} h1_{\lambda1} \\ h2_{\lambda1} \\ h3_{\lambda1} \end{pmatrix} \cdot e^{\lambda_1 \cdot t}\right]$$

Знайдемо приватне розв'язання неоднорідної СДР при t > ∞:

$$\begin{bmatrix} -\frac{R_{\text{двг}}}{L_{\text{дв}}} & -\frac{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}} \cdot k_{\text{Р}} \cdot k_{\text{ПР}} + c}{L_{\text{дв}}} & \frac{k_{\text{ПР}}}{L_{\text{дв}}} \\ \frac{c}{J_э} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}}}{T_p} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{\text{Ч}} \\ \omega_{\text{Ч}} \\ U_{\text{У.Ич}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{k_{\text{Р}} \cdot k_{\text{ПР}} \cdot U_{\text{ЗАД}}}{L_{\text{дв}}} \\ 0 \\ -\frac{U_{\text{ЗАД}}}{T_p} \end{bmatrix}$$

Скористаємося методом Крамера:

$$\Delta = \begin{vmatrix} -\frac{R_{двг}}{L_{дв}} & -\frac{k_{ОС}\cdot k_{ТГ}\cdot k_{Р}\cdot k_{ПР}+c}{L_{дв}} & \frac{k_{ПР}}{L_{дв}} \\ \frac{c}{J_{Э}} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{k_{ОС}\cdot k_{ТГ}}{T_p} & 0 \end{vmatrix} = -\frac{k_{ОС}\cdot k_{ТГ}\cdot k_{ПР}\cdot c}{T_p \cdot J_{Э}\cdot L_{дв}}$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -\frac{k_{Р}\cdot k_{ПР}\cdot U_{ЗАД}}{L_{дв}} & -\frac{k_{ОС}\cdot k_{ТГ}\cdot k_{Р}\cdot k_{ПР}+c}{L_{дв}} & \frac{k_{ПР}}{L_{дв}} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{U_{ЗАД}}{T_p} & 0 \end{vmatrix} = -\frac{c\cdot k_{ПР}\cdot U_{ЗАД}}{T_p \cdot J_{Э}\cdot L_{дв}}$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} -\frac{R_{двг}}{L_{дв}} & -\frac{k_{Р}\cdot k_{ПР}\cdot U_{ЗАД}}{L_{дв}} & \frac{k_{ПР}}{L_{дв}} \\ \frac{c}{J_{Э}} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{U_{ЗАД}}{T_p} & 0 \end{vmatrix} = -\frac{c\cdot k_{ПР}\cdot U_{ЗАД}}{T_p \cdot J_{Э}\cdot L_{дв}}$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} -\frac{R_{двг}}{L_{дв}} & -\frac{k_{ОС}\cdot k_{ТГ}\cdot k_{Р}\cdot k_{ПР}+c}{L_{дв}} & -\frac{k_{Р}\cdot k_{ПР}\cdot U_{ЗАД}}{L_{дв}} \\ \frac{c}{J_{Э}} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{k_{ОС}\cdot k_{ТГ}}{T_p} & -\frac{U_{ЗАД}}{T_p} \end{vmatrix}$$
$$= \frac{k_{ОС}\cdot k_{ТГ}\cdot k_{Р}\cdot k_{ПР}\cdot U_{ЗАД}}{T_p \cdot J_{Э}\cdot L_{дв}} - \frac{c\cdot U_{ЗАД}\cdot (k_{ОС}\cdot k_{ТГ}\cdot k_{Р}\cdot k_{ПР}+c)}{T_p \cdot J_{Э}\cdot L_{дв}}$$
$$= -\frac{c^2\cdot U_{ЗАД}}{T_p \cdot J_{Э}\cdot L_{дв}}$$

$$i_{ч} = \frac{\Delta_1}{\Delta} = 0, \omega_{ч} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{U_{ЗАД}}{k_{ОС}\cdot k_{ТГ}}, U_{У.И.ч} = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{c\cdot U_{ЗАД}}{k_{ОС}\cdot k_{ТГ}\cdot k_{ПР}}$$

Визначимо постійні інтегрування при нульових початкових умовах (i(0) = 0, ω(0) = 0, $U_{У.И.}(0)=0$):

$$x(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_{ч} \\ \omega_{ч} \\ U_{У.Ич} \end{pmatrix} + N_1 \cdot \begin{pmatrix} h1_{\lambda1} \\ h2_{\lambda1} \\ h3_{\lambda1} \end{pmatrix} + N_2 \cdot Re\left[\begin{pmatrix} h1_{\lambda1} \\ h2_{\lambda1} \\ h3_{\lambda1} \end{pmatrix}\right] + N_3 \cdot \mathrm{Im}\left[\begin{pmatrix} h1_{\lambda1} \\ h2_{\lambda1} \\ h3_{\lambda1} \end{pmatrix}\right]$$

У матричній формі:

$$\begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ h2_{\lambda1} & Re(h2_{\lambda2}) & \mathrm{Im}(h2_{\lambda2}) \\ h3_{\lambda1} & Re(h3_{\lambda2}) & \mathrm{Im}(h3_{\lambda2}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{U_{ЗАД}}{k_{ОС}\cdot k_{ТГ}} \\ -\frac{c\cdot U_{ЗАД}}{k_{ОС}\cdot k_{ТГ}\cdot k_{ПР}} \end{pmatrix}$$

Розв'яжемо цю СЛАР методом Крамера:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ h2_{\lambda1} & Re(h2_{\lambda2}) & \mathrm{Im}(h2_{\lambda2}) \\ h3_{\lambda1} & Re(h3_{\lambda2}) & \mathrm{Im}(h3_{\lambda2}) \end{vmatrix} = Re(h2_{\lambda2}) \cdot Re(h3_{\lambda2}) + h3_{\lambda1} \cdot \mathrm{Im}(h2_{\lambda2}) - Re(h3_{\lambda2}) \cdot \mathrm{Im}(h2_{\lambda2}) - h2_{\lambda1} \cdot \mathrm{Im}(h3_{\lambda2})$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{U_{\text{ЗАД}}}{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}}} & Re(h2_{\lambda2}) & \mathrm{Im}(h2_{\lambda2}) \\ -\frac{c \cdot U_{\text{ЗАД}}}{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}} \cdot k_{\text{ПР}}} & Re(h3_{\lambda2}) & \mathrm{Im}(h3_{\lambda2}) \end{vmatrix} = \frac{c \cdot U_{\text{ЗАД}} \cdot \mathrm{Im}(h2_{\lambda2})}{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}} \cdot k_{\text{ПР}}} + \frac{U_{\text{ЗАД}} \cdot \mathrm{Im}(h3_{\lambda2})}{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}}}$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ h2_{\lambda1} & -\frac{U_{\text{ЗАД}}}{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}}} & \mathrm{Im}(h2_{\lambda2}) \\ h3_{\lambda1} & -\frac{c \cdot U_{\text{ЗАД}}}{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}} \cdot k_{\text{ПР}}} & \mathrm{Im}(h3_{\lambda2}) \end{vmatrix} = -\frac{U_{\text{ЗАД}} \cdot \mathrm{Im}(h3_{\lambda2})}{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}}} + \frac{c \cdot U_{\text{ЗАД}} \cdot \mathrm{Im}(h2_{\lambda2})}{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}} \cdot k_{\text{ПР}}}$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ h2_{\lambda1} & Re(h2_{\lambda2}) & -\frac{U_{\text{ЗАД}}}{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}}} \\ h3_{\lambda1} & Re(h3_{\lambda2}) & -\frac{c \cdot U_{\text{ЗАД}}}{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}} \cdot k_{\text{ПР}}} \end{vmatrix} = \frac{c \cdot U_{\text{ЗАД}} \cdot \mathrm{Re}(h2_{\lambda2})}{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}} \cdot k_{\text{ПР}}} - \frac{U_{\text{ЗАД}} \cdot h3_{\lambda1}}{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}}} + \frac{U_{\text{ЗАД}} \cdot Re(h3_{\lambda2})}{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}}} + \frac{c \cdot U_{\text{ЗАД}} \cdot h2_{\lambda1}}{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}} \cdot k_{\text{ПР}}} = \frac{c \cdot U_{\text{ЗАД}} \cdot \left(h2_{\lambda1} - Re(h2_{\lambda2})\right)}{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}} \cdot k_{\text{ПР}}} + \frac{U_{\text{ЗАД}} \cdot (Re(h3_{\lambda2}) - h3_{\lambda1})}{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}}}$$

$$C_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}, C_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}, C_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta}$$

Через громіздкість отриманих виражень будемо позначати тут постійні інтегрування як N_1, N_2 й N_3.

Запишемо тимчасові залежності, що вийшли:

$$i(t) = i_{\text{ч}} + N_1 \cdot h1_{\lambda1} \cdot e^{\lambda_1 t} + N_2 \cdot Re\left(h1_{\lambda2} \cdot e^{\lambda_1 t}\right) + N_3 \cdot Im\left(h1_{\lambda2} \cdot e^{\lambda_1 t}\right) = N_1 \cdot e^{-\alpha \cdot t} + N_2 \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \cos(\beta t) + N_3 \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \sin(\beta t)$$

$$\omega(t) = \omega_{ч} + N_1 \cdot h2_{\lambda 1} \cdot e^{\lambda_1 t} + N_2 \cdot Re\left(h2_{\lambda 2} \cdot e^{\lambda_1 t}\right) + N_3 \cdot Im\left(h2_{\lambda 2} \cdot e^{\lambda_1 t}\right)$$
$$= \frac{U_{ЗАД}}{k_{ОС} \cdot k_{ТГ}} - N_1 \cdot \frac{c}{J_{Э} \cdot a} \cdot e^{-\alpha \cdot t} + N_2$$
$$\cdot \left(\frac{\beta \cdot c \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \sin(\beta t) - \alpha \cdot c \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \cos(\beta t)}{J_{Э} \cdot (\alpha^2 + \beta^2)}\right) - N_3$$
$$\cdot \left(\frac{\alpha \cdot c \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \sin(\beta t) + \beta \cdot c \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \cos(\beta t)}{J_{Э} \cdot (\alpha^2 + \beta^2)}\right)$$

$$U_{У.И}(t) = U_{У.Ич} + N_1 \cdot h3_{\lambda 1} \cdot e^{\lambda_1 t} + N_2 \cdot Re\left(h3_{\lambda 2} \cdot e^{\lambda_1 t}\right) + N_3 \cdot Im\left(h3_{\lambda 2} \cdot e^{\lambda_1 t}\right)$$
$$= \frac{c \cdot U_{ЗАД}}{k_{ОС} \cdot k_{ТГ} \cdot k_{ПР}} - N_1 \cdot \frac{k_{ОС} \cdot k_{ТГ} \cdot c}{T_p \quad \cdot J_{Э} \quad \cdot a^2} \cdot e^{-\alpha \cdot t} + N_2$$
$$\cdot \left(\frac{k_{ОС} \cdot k_{ТГ} \cdot c \cdot \sin(2\varphi) \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \sin(\beta t) - k_{ОС} \cdot k_{ТГ} \cdot c \cdot \cos(2\varphi) \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \cos(\beta t)}{T_p \quad \cdot J_{Э} \quad \cdot (\alpha^2 + \beta^2)}\right)$$
$$- N_3$$
$$\cdot \left(\frac{k_{ОС} \cdot k_{ТГ} \cdot c \cdot \sin(2\varphi) \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \cos(\beta t) - k_{ОС} \cdot k_{ТГ} \cdot c \cdot \cos(2\varphi) \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \sin(\beta t)}{T_p \quad \cdot J_{Э} \quad \cdot (\alpha^2 + \beta^2)}\right)$$

Графіки перехідних процесів у замкнутому електроприводі постійного струму на базі двигуна 2ПФ200LУХЛ4 представлені на мал. 37.

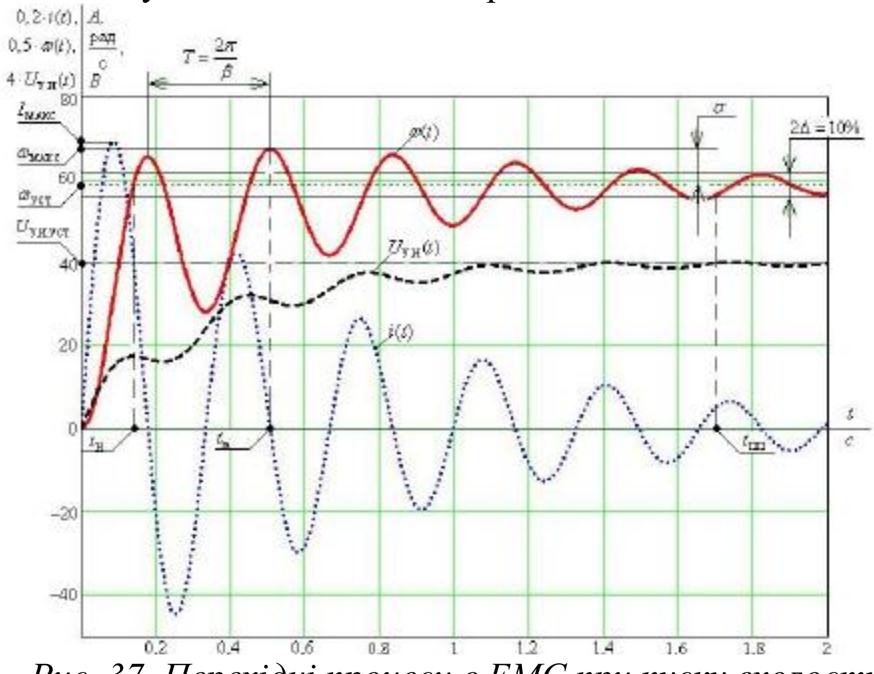

Рис. 37. Перехідні процеси в ЕМС при пуску вхолосту

Із графіків видно, що перехідні процеси Дуже неякісні, з більШІМ перерегулюванням, що порозумівається відсутністю настроювання регулятора. Цей недолік легко усувається шляхом оптимізації параметрів Пі-регулятора. При цьому поліпшуються перерегулювання й час перехідного процесу, що є основними показниками якості процесів.

3.4.2. Зупинка електромеханічної системи, що працювала на холостому ході

Запишемо СДР, що описує процеси при зупинці ЕМС:

$$\begin{cases} T_p \cdot \dfrac{dU_{\text{у.и}}(t)}{dt} = -k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}} \cdot \omega(t) \\ \left[\left(-k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}} \cdot \omega(t)\right) \cdot k_p + U_{\text{у.и}}(t)\right] \cdot k_{\text{ПР}} = L_{\text{дв}} \cdot \dfrac{di(t)}{dt} + i(t) \cdot R_{\text{двг}} + \omega(t) \cdot c \\ i(t) \cdot c - M_c = J_{\text{э}} \cdot \dfrac{d\omega(t)}{dt} \end{cases}$$

Запишемо систему в нормальній формі Коші:

$$\begin{cases} \dfrac{di(t)}{dt} = \dfrac{1}{L_{\text{дв}}} \cdot \left([(-k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}} \cdot \omega(t)) \cdot k_{\text{Р}} + dU_{\text{у.и}}(t)] \cdot k_{\text{ПР}} - i(t) \cdot R_{\text{двг}} - \omega(t) \cdot c\right) \\ \dfrac{d\omega(t)}{dt} = \dfrac{1}{J_{\text{э}}} \cdot (i(t) \cdot c - M_c) \\ \dfrac{dU_{\text{у.и}}(t)}{dt} = \dfrac{1}{T_p} \cdot (-k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}} \cdot \omega(t)) \end{cases}$$

Представимо систему в матричному виді:

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} i(t) \\ \omega(t) \\ U_{\text{у.и}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dfrac{R_{\text{двг}}}{L_{\text{дв}}} & -\dfrac{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}} \cdot k_{\text{Р}} \cdot k_{\text{ПР}} + c}{L_{\text{дв}}} & \dfrac{k_{\text{ПР}}}{L_{\text{дв}}} \\ \dfrac{c}{J_{\text{э}}} & 0 & 0 \\ 0 & -\dfrac{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}}}{T_p} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i(t) \\ \omega(t) \\ U_{\text{у.и}}(t) \end{bmatrix}$$

Знайдемо власні значення матриці A з рівняння
det(A − λ · E) = 0:

$$\begin{vmatrix} -\dfrac{R_{\text{двг}}}{L_{\text{дв}}} & -\dfrac{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}} \cdot k_{\text{Р}} \cdot k_{\text{ПР}} + c}{L_{\text{дв}}} & \dfrac{k_{\text{ПР}}}{L_{\text{дв}}} \\ \dfrac{c}{J_{\text{э}}} & -\lambda & 0 \\ 0 & -\dfrac{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}}}{T_p} & -\lambda \end{vmatrix}$$
$$= \left(-\frac{R_{\text{двг}}}{L_{\text{дв}}} - \lambda\right) \cdot \lambda^2 - \frac{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}} \cdot k_{\text{ПР}} \cdot c}{T_p \cdot J_{\text{э}} \cdot L_{\text{дв}}} - \lambda \cdot \frac{c}{J_{\text{э}}} \cdot \left(\frac{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}} \cdot k_{\text{Р}} \cdot k_{\text{ПР}} + c}{L_{\text{дв}}}\right) = 0$$

Припустимо, що корінь характеристичного рівняння й власні вектора матриці A такі ж, як і при пуску ЕМС:

$\lambda_1 = -\alpha, \lambda_{2,3} = -\alpha \pm j\beta.$

$h1_{\lambda 1} = h2_{\lambda 2} = 1$

$$h2_{\lambda 1} = -\frac{c}{J_{\text{э}} \cdot a}$$

$$h3_{\lambda 1} = -\frac{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}} \cdot c}{T_p \cdot J_{\text{э}} \cdot a^2}$$

$$h2_{\lambda 2} = -\frac{\alpha \cdot c}{J_Э \cdot (\alpha^2 + \beta^2)} - j\frac{\beta \cdot c}{J_Э \cdot (\alpha^2 + \beta^2)}$$

$$h3_{\lambda 2} = -\frac{k_{ОС} \cdot k_{ТГ} \cdot c \cdot \cos(2\varphi)}{T_p \cdot J_Э \cdot (\alpha^2 + \beta^2)} - j\frac{k_{ОС} \cdot k_{ТГ} \cdot c \cdot j\sin(2\varphi)}{T_p \cdot J_Э \cdot (\alpha^2 + \beta^2)}$$

Де φ=arctg$\left(\frac{\beta}{\alpha}\right) - \pi$

Загальне розв’язання однорідної СДР:

$$x_0(t) = N_1 \cdot \begin{pmatrix} h1_{\lambda 1} \\ h2_{\lambda 1} \\ h3_{\lambda 1} \end{pmatrix} \cdot e^{\lambda_1 \cdot t} + N_2 \cdot Re\left[\begin{pmatrix} h1_{\lambda 1} \\ h2_{\lambda 1} \\ h3_{\lambda 1} \end{pmatrix} \cdot e^{\lambda_1 \cdot t}\right] + N_3 \cdot \mathrm{Im}\left[\begin{pmatrix} h1_{\lambda 1} \\ h2_{\lambda 1} \\ h3_{\lambda 1} \end{pmatrix} \cdot e^{\lambda_1 \cdot t}\right]$$

Знайдемо приватне розв’язання неоднорідної СДР при t > ∞ :

$$\begin{bmatrix} -\frac{R_{двг}}{L_{дв}} & -\frac{k_{ОС} \cdot k_{ТГ} \cdot k_Р \cdot k_{ПР} + c}{L_{дв}} & \frac{k_{ПР}}{L_{дв}} \\ \frac{c}{J_Э} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{k_{ОС} \cdot k_{ТГ}}{T_p} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_ч \\ \omega_ч \\ U_{У.Ич} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Як й у випадку зупинкаа ДПС НЗ, при векторі вільних членів, рівному нулю B ·1(t) = 0, частка розв’язання неоднорідної СДР дорівнює нулю:

$i_ч$=0, $\omega_ч$=0, $U_{У.И.ч}$=0

Визначимо постійні інтегрування при ненульових початкових умовах $i(0) = 0, \omega(0) = \frac{U_{ЗАД}}{k_{ОС} \cdot k_{ТГ}}, U_{У.И}(0) = \frac{c \cdot U_{ЗАД}}{k_{ОС} \cdot k_{ТГ} \cdot k_{ПР}}$

(див. приватне розв’язання неоднорідної СДР при пуску ЕМС):

$$x(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{U_{ЗАД}}{k_{ОС} \cdot k_{ТГ}} \\ \frac{c \cdot U_{ЗАД}}{k_{ОС} \cdot k_{ТГ} \cdot k_{ПР}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_ч \\ \omega_ч \\ U_{У.Ич} \end{pmatrix} + N_1 \cdot \begin{pmatrix} h1_{\lambda 1} \\ h2_{\lambda 1} \\ h3_{\lambda 1} \end{pmatrix} + N_2 \cdot Re\left[\begin{pmatrix} h1_{\lambda 1} \\ h2_{\lambda 1} \\ h3_{\lambda 1} \end{pmatrix}\right] + N_3 \cdot \mathrm{Im}\left[\begin{pmatrix} h1_{\lambda 1} \\ h2_{\lambda 1} \\ h3_{\lambda 1} \end{pmatrix}\right]$$

У матричній формі:

$$\begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ h2_{\lambda 1} & Re(h2_{\lambda 2}) & \mathrm{Im}(h2_{\lambda 2}) \\ h3_{\lambda 1} & Re(h3_{\lambda 2}) & \mathrm{Im}(h3_{\lambda 2}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{U_{ЗАД}}{k_{ОС} \cdot k_{ТГ}} \\ \frac{c \cdot U_{ЗАД}}{k_{ОС} \cdot k_{ТГ} \cdot k_{ПР}} \end{pmatrix}$$

Розв’яжемо цю систему методом Крамера:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ h2_{\lambda 1} & Re(h2_{\lambda 2}) & \operatorname{Im}(h2_{\lambda 2}) \\ h3_{\lambda 1} & Re(h3_{\lambda 2}) & \operatorname{Im}(h3_{\lambda 2}) \end{vmatrix} = Re(h2_{\lambda 2}) \cdot Re(h3_{\lambda 2}) + h3_{\lambda 1} \cdot \operatorname{Im}(h2_{\lambda 2}) - Re(h3_{\lambda 2}) \cdot \operatorname{Im}(h2_{\lambda 2}) - h2_{\lambda 1} \cdot \operatorname{Im}(h3_{\lambda 2})$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \dfrac{U_{\text{ЗАД}}}{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}}} & Re(h2_{\lambda 2}) & \operatorname{Im}(h2_{\lambda 2}) \\ \dfrac{c \cdot U_{\text{ЗАД}}}{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}} \cdot k_{\text{ПР}}} & Re(h3_{\lambda 2}) & \operatorname{Im}(h3_{\lambda 2}) \end{vmatrix} = \frac{c \cdot U_{\text{ЗАД}} \cdot \operatorname{Im}(h2_{\lambda 2})}{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}} \cdot k_{\text{ПР}}} - \frac{U_{\text{ЗАД}} \cdot \operatorname{Im}(h3_{\lambda 2})}{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}}}$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ h2_{\lambda 1} & \dfrac{U_{\text{ЗАД}}}{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}}} & \operatorname{Im}(h2_{\lambda 2}) \\ h3_{\lambda 1} & \dfrac{c \cdot U_{\text{ЗАД}}}{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}} \cdot k_{\text{ПР}}} & \operatorname{Im}(h3_{\lambda 2}) \end{vmatrix} = \frac{U_{\text{ЗАД}} \cdot \operatorname{Im}(h3_{\lambda 2})}{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}}} - \frac{c \cdot U_{\text{ЗАД}} \cdot \operatorname{Im}(h2_{\lambda 2})}{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}} \cdot k_{\text{ПР}}}$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ h2_{\lambda 1} & Re(h2_{\lambda 2}) & \dfrac{U_{\text{ЗАД}}}{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}}} \\ h3_{\lambda 1} & Re(h3_{\lambda 2}) & \dfrac{c \cdot U_{\text{ЗАД}}}{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}} \cdot k_{\text{ПР}}} \end{vmatrix} = \frac{c \cdot U_{\text{ЗАД}} \cdot \operatorname{Re}(h2_{\lambda 2})}{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}} \cdot k_{\text{ПР}}} + \frac{U_{\text{ЗАД}} \cdot h3_{\lambda 1}}{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}}} - \frac{U_{\text{ЗАД}} \cdot Re(h3_{\lambda 2})}{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}}} - \frac{c \cdot U_{\text{ЗАД}} \cdot h2_{\lambda 1}}{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}} \cdot k_{\text{ПР}}} = \frac{c \cdot U_{\text{ЗАД}} \cdot (Re(h2_{\lambda 2}) - h2_{\lambda 1})}{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}} \cdot k_{\text{ПР}}} + \frac{U_{\text{ЗАД}} \cdot \left(h3_{\lambda 1} - Re(h3_{\lambda 2})\right)}{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}}}$$

$$N_1 = \frac{\Delta_1}{\Lambda}, N_2 = \frac{\Delta_2}{\Lambda}, N_3 = \frac{\Delta_3}{\Lambda}$$

Через громіздкість отриманих виражень також будемо позначати постійні інтегрування як N_1, N_2 й N_3.

Запишемо тимчасові залежності, що вийшли:

$$i(t) = i_{\text{ч}} + N_1 \cdot h1_{\lambda 1} \cdot e^{\lambda_1 t} + N_2 \cdot Re\left(h1_{\lambda 2} \cdot e^{\lambda_1 t}\right) + N_3 \cdot Im\left(h1_{\lambda 2} \cdot e^{\lambda_1 t}\right) = N_1 \cdot e^{-\alpha \cdot t} + N_2 \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \cos(\beta t) + N_3 \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \sin(\beta t)$$

$$\omega(t) = \omega_{\text{ч}} + N_1 \cdot h2_{\lambda 1} \cdot e^{\lambda_1 t} + N_2 \cdot Re\left(h2_{\lambda 2} \cdot e^{\lambda_1 t}\right) + N_3 \cdot Im\left(h2_{\lambda 2} \cdot e^{\lambda_1 t}\right) = N_1 \cdot \frac{c}{J_{\text{э}} \cdot a} \cdot e^{-\alpha \cdot t} + N_2 \cdot \left(\frac{\beta \cdot c \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \sin(\beta t) - \alpha \cdot c \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \cos(\beta t)}{J_{\text{э}} \cdot (\alpha^2 + \beta^2)}\right) - N_3 \cdot \left(\frac{\alpha \cdot c \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \sin(\beta t) + \beta \cdot c \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \cos(\beta t)}{J_{\text{э}} \cdot (\alpha^2 + \beta^2)}\right)$$

$$U_{\text{у.и}}(t) = U_{\text{у.Ич}} + N_1 \cdot h3_{\lambda 1} \cdot e^{\lambda_1 t} + N_2 \cdot Re\left(h3_{\lambda 2} \cdot e^{\lambda_1 t}\right) + N_3 \cdot Im\left(h3_{\lambda 2} \cdot e^{\lambda_1 t}\right)$$
$$= N_1 \cdot \frac{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}} \cdot c}{T_p \quad \cdot J_\text{э} \ \cdot \alpha^2} \cdot e^{-\alpha \cdot t} + N_2$$
$$\cdot \left(\frac{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}} \cdot c \cdot \sin(2\varphi) \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \sin(\beta t) - k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}} \cdot c \cdot \cos(2\varphi) \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \cos(\beta t)}{T_p \quad \cdot J_\text{э} \ \cdot (\alpha^2 + \beta^2)}\right)$$
$$- N_3$$
$$\cdot \left(\frac{k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}} \cdot c \cdot \sin(2\varphi) \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \cos(\beta t) + k_{\text{ОС}} \cdot k_{\text{ТГ}} \cdot c \cdot \cos(2\varphi) \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \sin(\beta t)}{T_p \quad \cdot J_\text{э} \ \cdot (\alpha^2 + \beta^2)}\right)$$

Графіки перехідних процесів при зупинці ЕМС, що працювала на холостому ході, представлені на мал. 38.

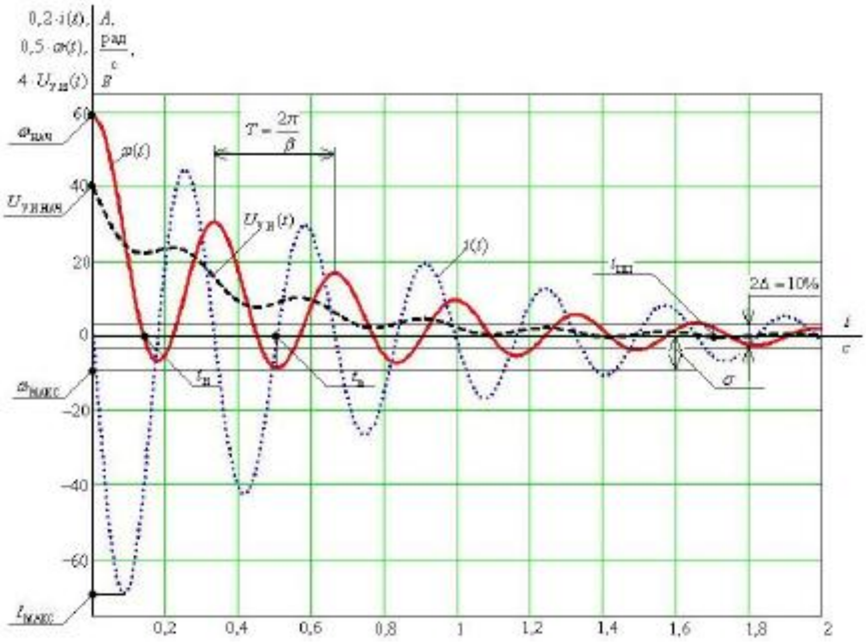

Рис. 38. Перехідні процеси при зупинкае ЕМС