

**МІНІСТЕРСТВО ВНУТРІШНІХ СПРАВ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ВНУТРІШНІХ СПРАВ
КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ ЛЬОТНИЙ КОЛЕДЖ**

Циклова комісія авіаційного і радіоелектронного обладнання

ТЕКСТ ЛЕКЦІЇ

з навчальної дисципліни
«Моделювання та методи оптимізації електромеханічних систем»
обов'язкових компонент
освітньо-професійної програми першого (бакалаврського) рівня
вищої освіти

***141 Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка
(Електромеханіка)***

за темою № 7 – Математичне моделювання синхронних машин

ЗАТВЕРДЖЕНО

Науково-методичною радою
Харківського національного
університету внутрішніх справ
Протокол від 30.08.2023 № 7

СХВАЛЕНО

Методичною радою
Кременчуцького льотного коледжу
Харківського національного
університету внутрішніх справ
Протокол від 28.08.2023 № 1

ПОГОДЖЕНО

Секцією Науково-методичної ради
ХНУВС з технічних дисциплін
Протокол від 29.08.2023 № 7

Розглянуто на засіданні циклової комісії авіаційного і радіоелектронного обладнання, протокол від 28.08.2023 № 1.

Розробник: старший викладач циклової комісії авіаційного і радіоелектронного обладнання, к.т.н., спеціаліст вищої категорії, викладач-методист Шмельов Ю.М.

Рецензенти:

1. Доцент кафедри електричних станцій Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут», кандидат технічних наук, доцент Шокарьов Д.А.
2. Старший викладач циклової комісії технічного обслуговування авіаційної техніки, к.т.н., спеціаліст вищої категорії, викладач-методист Владов С.І.

План лекції:

1. Розрахунок асинхронного моменту синхронного двигуна.
2. Лінеаризована модель синхронного двигуна.
3. Моделювання синхронної машини у 3-фазній системі координат.
4. Моделювання синхронної машини в ортогональній системі координат.

Рекомендована література (основна, допоміжна), інформаційні ресурси в Інтернеті**Основна література:**

1. Моделювання електромеханічних систем: Підручник / Чорний О.П., Луговой А.В., Родькін Д.Й., Сісюк Г.Ю., Садовой О.В. Кременчук, 2001. 410 с.

Допоміжна література:

1. Чорний О.П., Толочко О.І., Титюк В.К. та інші Математичні моделі та особливості чисельних розрахунків динаміки електроприводів з асинхронними двигунами: монографія. Кременчук: ПП Щербатих О.В, 2016. 302 с.
2. Толочко О.І. Моделювання електромеханічних систем. Математичне моделювання систем асинхронного електроприводу: навчальний посібник. Київ: НТУУ «КПІ», 2016. 150 с.
3. Лозинський А.О., Мороз В.І., Паранчук Я.С. Розв'язування задач електромеханіки в середовищі пакетів MathCAD і MATLAB: Навчальний посібник. Львів: Видавництво Державного університету «Львівська політехніка», 2000. 166 с.
4. Довгань С. М. Дослідження систем електропривода методами математичного моделювання: навчальний посібник. Дніпропетровськ: НГА України, 2001. 137 с.
5. Дерещ О. Л. Спеціальні питання математичного опису і моделювання динаміки складних систем». Дніпродзержинськ: ДДТУ, 2011. 104 с.

ТЕКСТ ЛЕКЦІЇ

Розв'язання задачі Коші операторним методом на прикладі RL -ланцюга
Схема комутації RL-ланцюга на джерело постійної напруги представлена на мал. 49.

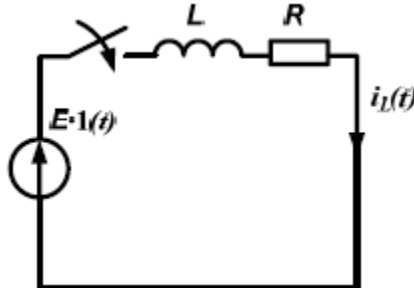


Рис. 49. Схема комутації RL-ланцюга на джерело постійної напруги

Процеси, що протікають в RL-ланцюзі при замиканні ключа, описуються диференціальним рівнянням 1-го порядку по другому закону Кирхгофа:

$$E \cdot 1(t) = i_c(t) \cdot R + L \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

Застосуємо до цього рівняння пряме перетворення Лапласа при нульових початкових умовах:

$$\frac{E}{p} = I(p) \cdot R + L \cdot p \cdot I(p)$$

Запишемо зображення для струму:

$$I(p) = \frac{E}{p \cdot (R + L \cdot p)}$$

Для знаходження оригіналу скористаємося теоремою розкладання.

$I(p) = \frac{P_m(p)}{Q_n(p)}$, що не мають загальних корінь. Полюси цього зображення:

$$p_1 = 0, p_2 = -\frac{R}{L}.$$

Тоді зображення для струму перебуває по формулі:

$$i(t) = \sum_{k=1}^n \frac{P_m(p_k)}{Q'_n(p_k)} \cdot e^{p_k \cdot t}$$

Тут

$$P_m(p) = E$$

$$Q_n(p) = p \cdot R + L \cdot p^2$$

$$Q'_n(p) = R + 2 \cdot L \cdot p$$

З обліком вищевикладеного знайдемо зображення для струму:

$$i(t) = \frac{E}{R + 2 \cdot L \cdot 0} \cdot e^{0 \cdot t} + \frac{E}{R + 2 \cdot L \cdot (-\frac{R}{L})} \cdot e^{-\frac{R}{L} \cdot t} = \frac{E}{R} - \frac{E}{R} \cdot e^{-\frac{R}{L} \cdot t}$$

4.1.2. Розв'язання задачі Коші операторним методом на прикладі RC-ланцюга

Схема комутації RC-ланцюга на джерело постійної напруги представлена на мал. 50.

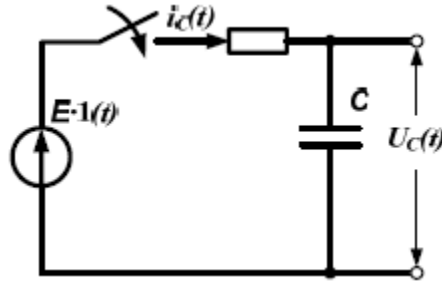


Рис. 50. Схема комутації RC-ланцюга на джерело постійної напруги

Диференціальне рівняння по другому закону Кирхгофа:

$$E \cdot 1(t) = i_c(t) \cdot R + U_c(t)$$

З огляду на, що

$i_c(t) = C \frac{dU_c(t)}{dt}$, це рівняння можна записати в наступному виді:

$$E \cdot 1(t) = RC \cdot \frac{dU_c(t)}{dt} + U_c(t)$$

Застосуємо до цього рівняння перетворення Лапласа при нульових початкових умовах:

$$\frac{E}{p} = RC \cdot p \cdot U_c(p) + U_c(p)$$

Запишемо зображення напруги на конденсаторі:

$$U_c(p) = \frac{E}{p \cdot (RC \cdot p + 1)}$$

Для знаходження оригіналу скористаємося теоремою розкладання.

зображення, Що Вийшло, являє собою відношення багаточленів () ()

$U_c(p) = \frac{P_m(p)}{Q_n(p)}$, що не мають загальних корінь. Полюси цього зображення:

$p_1 = 0, p_2 = -\frac{1}{RC}$. Тоді зображення для струму перебуває по формулі:

$$U_c(t) = \sum_{k=1}^n \frac{P_m(p_k)}{Q'_n(p_k)} \cdot e^{p_k \cdot t}$$

Тут

$$P_m(p) = E$$

$$Q_n(p) = p^2 \cdot RC + p$$

$$Q'_n(p) = 1 + 2 \cdot RC \cdot p$$

З обліком вищевикладеного знайдемо зображення для струму:

$$U_c(t) = \frac{E}{2RC \cdot 0 + 1} \cdot e^{0 \cdot t} + \frac{E}{2RC \cdot \left(-\frac{1}{RC}\right) + 1} \cdot e^{-\frac{1}{RC} \cdot t} = E - E \cdot e^{-\frac{1}{RC} \cdot t}$$

Розв'язання ДР, що описує процес зміни струму при комутації RL-ланцюга на джерело постійної напруги, операторним методом аналогічно отриманому класичним способом.

4.2. Розв'язання задачі Коші на прикладі RLC-фільтра низьких частот другого порядку з нульовими початковими умовами

Схема комутації ФНЧ на джерело постійної напруги представлена на мал. 51.

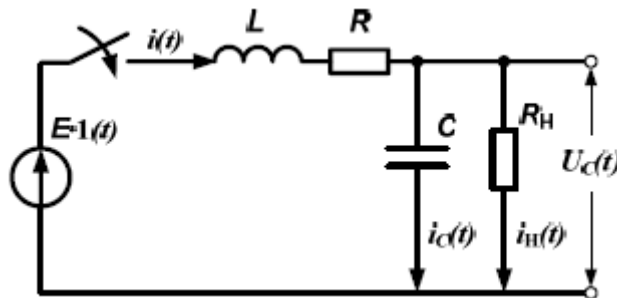


Рис. 51. Схема комутації ФНЧ на джерело постійної напруги

Диференціальне рівняння по другому закону Кирхгофа:

$$E \cdot 1(t) = i(t) \cdot R + L \cdot \frac{di(t)}{dt} + U_c(t)$$

Диференціальне рівняння по першому закону Кирхгофа:

$$i(t) = i_c(t) + i_n(t)$$

З огляду на, що $i_c(t) = C \frac{dU_c(t)}{dt}$, $i_n(t) = i(t) = C \frac{U_c(t)}{R_n}$ дана СДР запишеться у вигляді:

$$\begin{cases} E \cdot 1(t) = 1(t) \cdot R + L \cdot \frac{di(t)}{dt} + U_c(t) \\ i(t) = C \frac{dU_c(t)}{dt} + \frac{U_c(t)}{R_n} \end{cases}$$

СДР в нормальній формі Коші:

$$\begin{cases} \frac{di(t)}{dt} = \frac{1}{L} \cdot [E \cdot 1(t) - i(t) \cdot R - U_c(t)] \\ \frac{dU_c(t)}{dt} = \frac{1}{C} \cdot \left(i(t) - \frac{U_c(t)}{R_n} \right) \end{cases}$$

У матричному виді:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i(t) \\ U_c(t) \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{R_n \cdot C} \end{pmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i(t) \\ U_c(t) \end{bmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{E}{L} \\ 0 \end{pmatrix} \cdot 1(t)$$

Застосуємо до СДР пряме перетворення Лапласа при нульових початкових умовах:

$$p \begin{bmatrix} I(p) \\ U_c(p) \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{R_H \cdot C} \end{pmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I(p) \\ U_c(p) \end{bmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{E}{L \cdot p} \\ 0 \end{pmatrix}$$

Перенесемо доданки з невідомими в ліву частину отриманої СЛАР:

$$\begin{pmatrix} p + \frac{R}{L} & \frac{1}{L} \\ -\frac{1}{C} & p + \frac{1}{R_H \cdot C} \end{pmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I(p) \\ U_c(p) \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{E}{L \cdot p} \\ 0 \end{pmatrix}$$

Знайдемо зображення струму й напруги шляхом розв'язання СЛАР методом Крамера:

$$\Delta(p) = \begin{vmatrix} p + \frac{R}{L} & \frac{1}{L} \\ -\frac{1}{C} & p + \frac{1}{R_H \cdot C} \end{vmatrix} = \left(p + \frac{R}{L}\right) \cdot \left(p + \frac{1}{R_H \cdot C}\right) + \frac{1}{L \cdot C}$$

$$\Delta_1(p) = \begin{vmatrix} \frac{E}{L \cdot p} & \frac{1}{L} \\ 0 & p + \frac{1}{R_H \cdot C} \end{vmatrix} = \frac{E}{L \cdot p} \cdot \left(p + \frac{1}{R_H \cdot C}\right)$$

$$\Delta_2(p) = \begin{vmatrix} p + \frac{R}{L} & \frac{E}{L \cdot p} \\ -\frac{1}{C} & 0 \end{vmatrix} = \frac{E}{L \cdot C \cdot p}$$

$$\begin{aligned} I(p) &= \frac{\Delta_1(p)}{\Delta(p)} = \frac{E \cdot \left(p + \frac{1}{R_H \cdot C}\right)}{L \cdot p \cdot \left[\left(p + \frac{R}{L}\right) \cdot \left(p + \frac{1}{R_H \cdot C}\right) + \frac{1}{L \cdot C}\right]} \\ &= \frac{E}{L \cdot \left[\left(p + \frac{R}{L}\right) \cdot \left(p + \frac{1}{R_H \cdot C}\right) + \frac{1}{L \cdot C}\right]} \\ &\quad + \frac{E}{L \cdot p \cdot R_H \cdot C \cdot \left[\left(p + \frac{R}{L}\right) \cdot \left(p + \frac{1}{R_H \cdot C}\right) + \frac{1}{L \cdot C}\right]} \\ U_c(p) &= \frac{\Delta_2(p)}{\Delta(p)} = \frac{E}{L \cdot C \cdot p \cdot \left[\left(p + \frac{R}{L}\right) \cdot \left(p + \frac{1}{R_H \cdot C}\right) + \frac{1}{L \cdot C}\right]} \end{aligned}$$

Застосувати до даного зображення зворотнє перетворення Лапласа важко. Знайдемо спочатку оригінал для деякого зображення $F(p)$, що містить тільки характеристичний поліном, а потім скористаємося теоремами, наведеними в пункті 1.4.2.

$$F(p) = \frac{E}{\left[\left(p + \frac{R}{L} \right) \cdot \left(p + \frac{1}{R_H \cdot C} \right) + \frac{1}{L \cdot C} \right]}$$

Знайдемо полюси цієї функції, дорівнявши знаменник до нуля:

$$\left(p + \frac{R}{L} \right) \cdot \left(p + \frac{1}{R_H \cdot C} \right) + \frac{1}{L \cdot C} = p^2 + \left(\frac{1}{R_H \cdot C} + \frac{R}{L} \right) \cdot p + \left(\frac{R}{R_H \cdot L \cdot C} \right) + \frac{1}{L \cdot C} = 0$$

Припустимо випадок комплексно сполучених корінь:

$$p_{1,2} = -\frac{\left(\frac{1}{R_H \cdot C} + \frac{R}{L} \right)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\left(\frac{1}{R_H \cdot C} + \frac{R}{L} \right)}{2} \right)^2 - \left(\frac{R}{R_H \cdot L \cdot C} \right) - \frac{1}{L \cdot C}} = -\alpha \pm j\beta$$

Тому що зображення $() ()$

$F(p) = \frac{P_m(p)}{Q_n(p)}$, то його оригінал перебуває по теоремі розкладання як:

$$f(t) = \sum_{k=1} \frac{P_m(p_k)}{Q'_n(p_k)} \cdot e^{p_k \cdot t}$$

То

$$P_m(p) = E$$

$$Q_n(p) = p^2 + \left(\frac{1}{R_H \cdot C} + \frac{R}{L} \right) \cdot p + \left(\frac{R}{R_H \cdot L \cdot C} \right) + \frac{1}{L \cdot C}$$

$$Q'_n(p) = 2 \cdot p \left(\frac{R}{R_H \cdot L \cdot C} \right) + \frac{1}{L \cdot C}$$

$$U_c(p) = \frac{E}{p \cdot L \cdot C \left[\left(p + \frac{R}{L} \right) \cdot \left(p + \frac{1}{R_H \cdot C} \right) + \frac{1}{L \cdot C} \right]} = \frac{F(p)}{p \cdot L \cdot C}$$

Розв'язання задачі Коші для ФНЧ операторним методом повністю збігається з розв'язанням, отриманим класичним методом.

4.3. Аналіз динаміки двигуна постійного струму незалежного збудження на холостому ході із застосуванням перетворення Лапласа з нульовими й ненульовими початковими умовами

4.3.1. Пуск двигуна постійного струму на холостому ході

При пуску на холостому ході ДПС НЗ описується наступної СДР:

$$\begin{cases} U \cdot 1(t) = R_{дв} \cdot i(t) + L_{дв} \cdot \frac{di(t)}{dt} + c \cdot w(t) \\ c \cdot i(t) = J_{дв} \cdot \frac{dw(t)}{dt} \end{cases}$$

СДР в нормальній формі Коші:

$$\begin{cases} \frac{di(t)}{dt} = \frac{1}{L_{дв}} \cdot [U \cdot 1(t) - R_{дв} \cdot i(t) - c \cdot w(t)] \\ \frac{dw(t)}{dt} = \frac{c}{J_{дв}} \cdot i(t) \end{cases}$$

СДР в матричному виді:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i(t) \\ w(t) \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{R_{дв}}{L_{дв}} & -\frac{c}{L_{дв}} \\ \frac{c}{J_{дв}} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i(t) \\ w(t) \end{bmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{U}{L_{дв}} \\ 0 \end{pmatrix} \cdot 1(t)$$

Застосовуючи до цієї СДР пряме перетворення Лапласа, одержуємо СЛАР наступного виду:

$$p \begin{bmatrix} i(t) \\ w(t) \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{R_{дв}}{L_{дв}} & -\frac{c}{L_{дв}} \\ \frac{c}{J_{дв}} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I(p) \\ U_c(p) \end{bmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{U}{L_{дв} \cdot p} \\ 0 \end{pmatrix} \cdot 1(t)$$

Перенесемо доданки з невідомими в ліву частину СЛАР:

$$\begin{pmatrix} p + \frac{R_{дв}}{L_{дв}} & \frac{c}{L_{дв}} \\ -\frac{c}{J_{дв}} & p \end{pmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I(p) \\ U_c(p) \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{U}{L_{дв} \cdot p} \\ 0 \end{pmatrix}$$

Знайдемо зображення струму й швидкості методом Крамера:

$$\Delta(p) = \begin{vmatrix} p + \frac{R_{дв}}{L_{дв}} & \frac{c}{L_{дв}} \\ -\frac{c}{J_{дв}} & p \end{vmatrix} = p^2 + \frac{R_{дв}}{L_{дв}} \cdot p + \frac{c^2}{J_{дв} \cdot L_{дв}}$$

$$\Delta_1(p) = \begin{vmatrix} \frac{U}{L_{дв} \cdot p} & \frac{c}{L_{дв}} \\ 0 & p \end{vmatrix} = \frac{U}{L_{дв}}$$

$$\Delta_2(p) = \begin{vmatrix} p + \frac{R_{дв}}{L_{дв}} & \frac{U}{L_{дв} \cdot p} \\ -\frac{c}{J_{дв}} & 0 \end{vmatrix} = \frac{U \cdot c}{L_{дв} \cdot J_{дв} \cdot p}$$

$$I(p) = \frac{\Delta_1(p)}{\Delta(p)} = \frac{U}{L_{дв} \cdot (p^2 + \frac{R_{дв}}{L_{дв}} \cdot p + \frac{c^2}{J_{дв} \cdot L_{дв}})}$$

$$\omega(p) = \frac{\Delta_2(p)}{\Delta(p)} = \frac{U \cdot c}{L_{дв} \cdot J_{дв} \cdot p \cdot (p^2 + \frac{R_{дв}}{L_{дв}} \cdot p + \frac{c^2}{J_{дв} \cdot L_{дв}})}$$

Як й у випадку із ФНЧ 2-го порядку знайдемо оригінал зображення $F(p)$, що включає в себе характеристичний поліном. Як це зображення можна виділити наступне:

$$F(p) = \frac{U}{p^2 + \frac{R_{дв}}{L_{дв}} \cdot p + \frac{c^2}{J_{дв} \cdot L_{дв}}}$$

Припустимо випадок комплексно сполучених корінь характеристичного полінома:

$$p_{1,2} = -\frac{R_{дв}}{2L_{дв}} \pm \sqrt{\left(\frac{R_{дв}}{2L_{дв}}\right)^2 - \frac{c^2}{J_{дв} \cdot L_{дв}}} = -\alpha \pm j\beta$$

Знайдемо оригінал $f(t)$ по теоремі розкладання як:

$$f(t) = \sum_{k=1}^n \frac{P_m(p_k)}{Q'_n(p_k)} \cdot e^{p_k \cdot t}$$

То

$$P_m(p) = U$$

$$Q_n(p) = p^2 + \frac{R_{дв}}{L_{дв}} \cdot p + \frac{c^2}{J_{дв} \cdot L_{дв}}$$

$$Q'_n(p) = 2 \cdot p + \frac{R_{дв}}{L_{дв}}$$

$$U_c(p) = \frac{E}{p \cdot L \cdot C \left[\left(p + \frac{R}{L} \right) \cdot \left(p + \frac{1}{R_H \cdot C} \right) + \frac{1}{L \cdot C} \right]} = \frac{F(p)}{p \cdot L \cdot C}$$

Розв'язання задачі Коші при пуску ДПС НЗ вхолосту операторним методом аналогічно рішенню того ж задачі класичним методом.