

**МІНІСТЕРСТВО ВНУТРІШНІХ СПРАВ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ВНУТРІШНІХ СПРАВ
КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ ЛЬОТНИЙ КОЛЕДЖ**

Циклова комісія природничих дисциплін

**МЕТОДИЧНІ МАТЕРІАЛИ
ДО ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ**

**з навчальної дисципліни «Технічна механіка»
обов'язкових компонент
освітньо-професійної програми
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти**

**272 Авіаційний транспорт
Аеронавігація**

Кременчук 2023

ЗАТВЕРДЖЕНО

Науково-методичною радою
Харківського національного
університету внутрішніх справ
Протокол від 30.08.2023 № 7

СХВАЛЕНО

Методичною радою Кременчуцького
льотного коледжу Харківського
національного університету
внутрішніх справ
Протокол від 28.08.2023 № 1

ПОГОДЖЕНО

Секцією науково-методичної ради
ХНУВС з технічних дисциплін
Протокол від 29.08.2023 № 7

Розглянуто на засіданні циклової комісії природничих дисциплін, протокол
від 28.08.2023 № 1

Розробник:

*Викладач циклової комісії природничих дисциплін, спеціаліст вищої категорії,
Сіора А.С.*

Рецензенти:

- 1. Доцент кафедри автомобілів та тракторів Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського, кандидат технічних наук, доцент Черниш А.А.*
- 2. Професор навчального відділу КЛК ХНУВС, кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, спеціаліст вищої категорії, викладач-методист циклової комісії аеронавігації Тягній В.Г.*

1. Розподіл часу навчальної дисципліни за темами (денна форма навчання)

| Номер та назва навчальної теми | Кількість годин, відведених на вивчення навчальної дисципліни | | | | | | Вид контролю |
|--|---|--------|---------------------|-------------------|---------------------|-------------------|--------------|
| | Всього | з них: | | | | | |
| | | лекції | Семінарські заняття | Практичні заняття | Лабораторні заняття | Самостійна робота | |
| Семестр №1 | | | | | | | |
| Тема №1 Основні поняття й аксіоми статички. | 6 | 2 | - | - | - | 4 | |
| Тема №2 Система збіжних сил (СЗС). | 8 | 2 | - | 2 | - | 4 | |
| Тема №3 Моменти сил. Теорія пар сил. | 8 | 4 | - | 2 | - | 2 | |
| Тема №4 Довільна система сил (ДСС). | 10 | 6 | - | 2 | - | 2 | |
| Тема №5 Основні положення опору матеріалів. Метод перерізів. | 4 | 2 | - | - | - | 2 | |
| Тема №6 Теорія напруженого стану в околі точки | 10 | 2 | | 6 | | 2 | |
| Тема №7 Розтягнення і стискання. | 6 | 2 | - | 2 | - | 2 | |
| Тема №8 Кручення. | 8 | 2 | - | 4 | - | 2 | |
| Тема №9 Згинання. | 12 | 2 | - | 6 | - | 4 | |
| Тема №10 Кінематика точки. | 6 | 2 | - | 2 | - | 2 | |
| Тема №11 Кінематика твердого тіла. | 8 | 2 | - | 4 | - | 2 | |
| Тема № 12 Вступ до динаміки. | 4 | 2 | - | - | - | 2 | |
| | | | | | | | Залік |
| Всього за семестр: | 90 | 30 | | 30 | | 30 | |

2. Методичні вказівки до практичних занять

Тема № 2. Система збіжних сил (СЗС).

Практичне заняття Система збіжних сил (СЗС).

Навчальна мета заняття: поглибити і розширити знання здобувачів зі статички, ознайомити їх із методикою розв'язання задач.

Кількість годин - 2.

Місце проведення: навчальний кабінет коледжу.

Навчальні питання:

1. Визначення реакцій в'язів аналітичним способом.

Література: 1, 2, 3,4 (с. 5-20)

План проведення заняття:

I. Порядок проведення вступу до заняття.

Проведення попереднього контролю теоретичних знань здобувачів.

II. Порядок проведення основної частини заняття.

Постановка задачі та обговорення методики її розв'язання за участю здобувачів, розв'язування задач.

Рішення кожної задачі можна умовно розділити на три етапи.

Перший етап. Відкидаємо зовнішні в'язи системи тіл, рівновага якої розглядається, і замінюємо їх дію реакціями. Необхідність цього викликана тим, що положення статyki можна застосовувати тільки відносно вільних від зовнішніх в'язів тіл або систем тіл.

Другий етап. Розділяємо систему тіл на окремі елементи. Це дає нам можливість визначити внутрішні сили (якщо це необхідно).

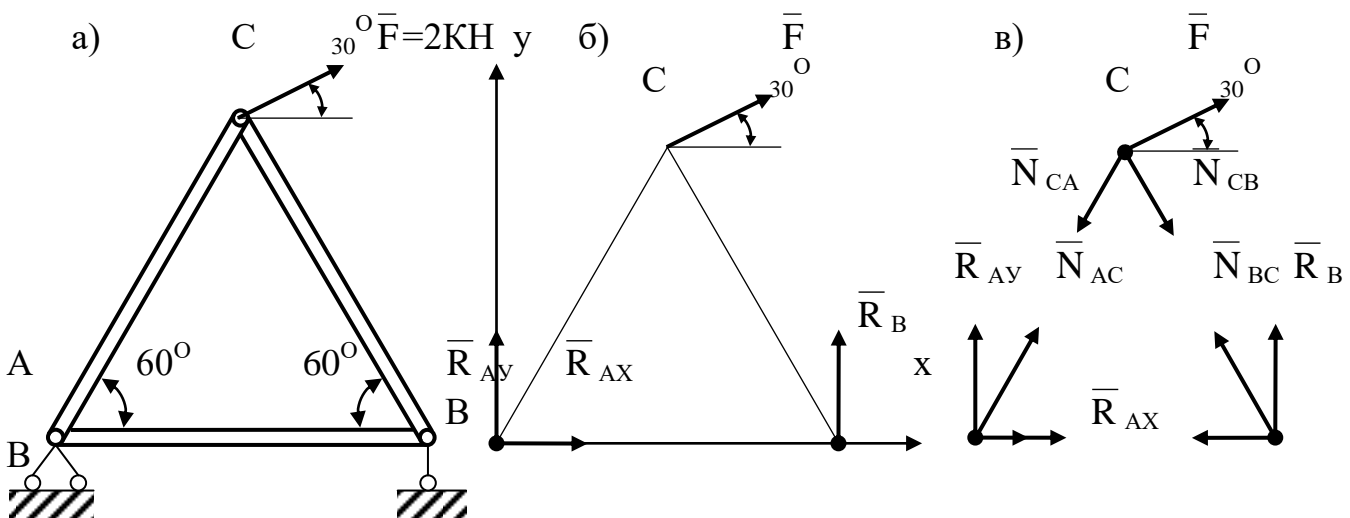
Третій етап. Складаємо умови рівноваги для кожного окремого елемента, з яких знаходимо визначувані нами невідомі величини і напрями сил або реакцій.

У залежності від методу рішення задач умови рівноваги використовуються у геометричній або аналітичній формі.

Приклад. Визначити реакцію опор A і B та зусилля у стержнях конструкції показаної на (рис. 1,а).

Розв'язок. Невідомі реакції і сили будемо визначати аналітичним методом.

Реакція шарнірно - рухомої опори B спрямована за нормаллю до горизонтальної площини. Реакцію шарнірно - нерухомої опори A замінімо двома складовими (\bar{R}_{AX} і \bar{R}_{AY}) (рис. 1,б).



A

B

A \bar{N}_{AB} \bar{N}_{BA}

Рис. 1

Виділивши три вузли A, B і C (рис. 1, в), запишемо для них рівняння рівноваги:

а) вузол А: $\sum F_x = N_{AB} + R_{AX} + N_{AC} \cos 60^\circ = 0$; $\sum F_y = R_{AY} + N_{AC} \sin 60^\circ = 0$; (а)

б) вузол В: $\sum F_x = -N_{BA} - N_{BC} \cos 60^\circ = 0$; $\sum F_y = R_B + N_{BC} \sin 60^\circ = 0$; (б)

в) вузол С: $\sum F_x = -N_{CA} \cos 60^\circ + N_{CB} \cos 60^\circ + F \cos 30^\circ = 0$; (в)
 $\sum F_y = F \sin 30^\circ - N_{CA} \sin 60^\circ - N_{CB} \sin 60^\circ = 0$.

Одержана система шести рівнянь має шість невідомих:

$$N_{AC} = N_{CA}; N_{AB} = N_{BA}; R_{AX}; R_{AY}; R_B; N_{CB} = N_{BC}.$$

Розв'язуємо цю систему. З другого рівняння (в) одержимо

$$N_{CA} = \frac{\sin 30^\circ}{\sin 60^\circ} - N_{CB} = 2 \frac{0.5}{0.866} - N_{CB} = 1.15 - N_{CB}$$

Підставляючи знайдене значення N_{CA} у перше рівняння (в), маємо:

$$-(1.158 - N_{CB}) \cos 60^\circ + N_{CB} \cos 60^\circ + F \cos 30^\circ = 0,$$

звідки $N_{CB} = -1.15 \text{ Н}$ і $N_{CA} = 1.15 + 1.15 = 2.30 \text{ Н}$.

З першого рівняння (б): $N_{BA} = -N_{BC} \cos 60^\circ = 1.5 \times 0.5 = 0.58 \text{ Н}$. Із другого рівняння (б): $R_B = -N_{BC} \sin 60^\circ = 1.15 \times 0.866 = 1 \text{ Н}$.

Далі, використовуючи відповідним чином рівняння (а), маємо:

$$R_{AY} = -N_{AC} \sin 60^\circ = -2.30 \times 0.866 = -1.99 \text{ Н}; \quad R_{AX} = -N_{AC} \cos 60^\circ - N_{AB} = -2.30 \times 0.5 - 0.58 = -1.73 \text{ Н}.$$

Відповідь: $R_{AX} = -1.73 \text{ Н}; R_{AY} = -1.99 \text{ Н}; R_B = 1 \text{ Н}; N_{AC} = N_{CA} = 2.30 \text{ Н}; N_{BC} = N_{CB} = -1.15 \text{ Н}; N_{AB} = N_{BA} = 0.58 \text{ Н}$. Знаки мінус, одержані при визначенні зусиль і реакцій, говорять про те, що їх напрями будуть протилежні тим, що ми припускали спочатку.

ІІІ. Порядок проведення заключної частини заняття.

Здійснити перевірку і оцінювання виконаних завдань. Підвести підсумок практичного заняття звернув увагу на основні помилки при його виконанні.

Тема № 3. Моменти сил. Теорія пар сил.

Практичне заняття: Моменти сил. Теорія пар сил.

Навчальна мета заняття: поглибити і розширити знання здобувачів із статички, ознайомити їх із методикою розв'язання задач.

Кількість годин - 2.

Місце проведення: навчальний кабінет коледжу.

Навчальні питання:

1. Визначення моментів сил, реакцій в'язів аналітичним способом.

Література: 1, 2, 3,4 (с. 23-56)

План проведення заняття:

I. Порядок проведення вступу до заняття.

Проведення попереднього контролю теоретичних знань здобувачів.

II. Порядок проведення основної частини заняття.

Постановка задачі та обговорення методики її розв'язання за участю здобувачів, розв'язування задач.

Більшість задач статyki зводиться до визначення реакцій зв'язків, зокрема, до визначення реакцій опор різного виду. На практиці найчастіше зустрічаються опори трьох видів: а) шарнірно - рухома опора; б) шарнірно - нерухома; в) нерухоме жорстке затиснення. Перші дві опори ми розглянули раніше.

У випадку жорсткого затиснення виключені будь - які переміщення балки, як лінійні, так і кутові. У цьому випадку на затиснений кінець балки зі сторони опорних площин діє деяка сукупність реакцій (рис. 2, а), яка являє собою довільну плоску систему сил. Використовуючи теорему Пуансо, замінимо цю систему однією силою - реакцією \bar{R}_B , рівною головному векторові, і парою з моментом M_B , рівним головному моменту цих сил відносно точки В (рис. 2 б).

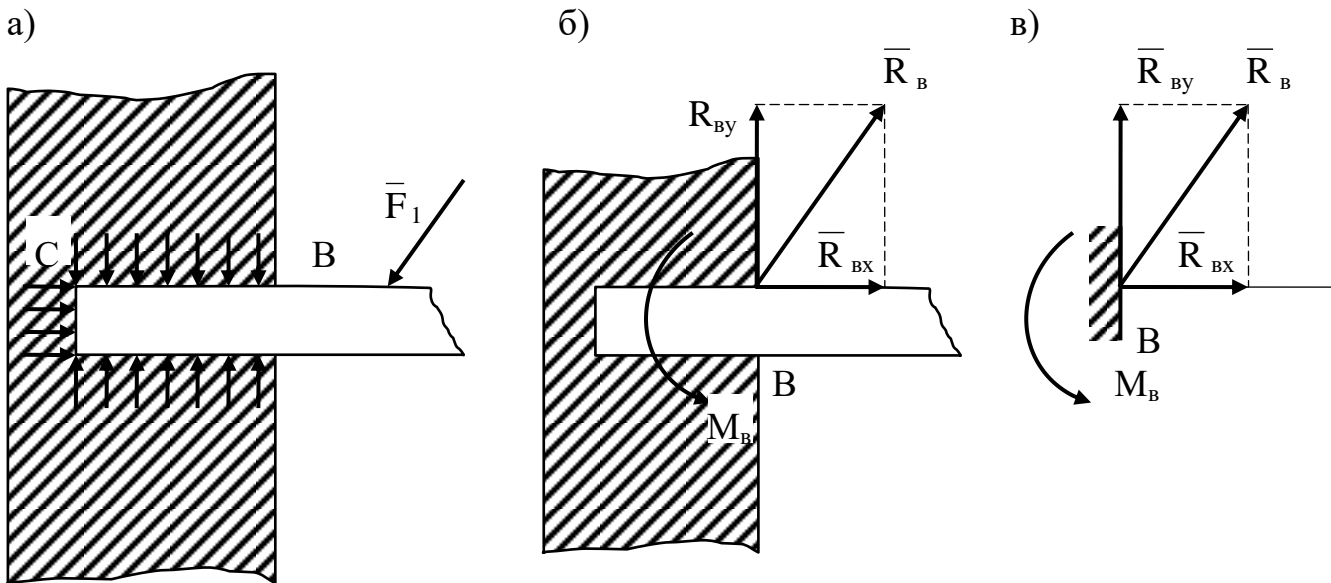


Рис. 2

Ця сукупність сили і пари являє собою реакцію затиснення. Знаходження невідомої по модулю і напрямку реакції \bar{R}_B можна замінити знаходженням її двох складових \bar{R}_{Bx} і \bar{R}_{By} . Таким чином, для знаходження реакції жорсткого затиснення необхідно визначити дві проекції сили \bar{R}_B : \bar{R}_{Bx} і \bar{R}_{By} і момент M_B (рис. 2, б). Умовне позначення жорсткого затиснення показано на рис. 2, в.

Усі аксіоми і положення статyki справедливі для зосереджених сил. На практиці ж часто приходится мати справу з паралельними силами,

розташованими уздовж даної площини за деяким законом. Така система розподілених сил характеризується інтенсивністю q , яка дорівнює силі, що припадає на одиницю довжини навантаженої ділянки. Вимірюється інтенсивність у н'ютонах на метр (Н/м). При рішенні задач статки таку систему сил необхідно попередньо замінити її рівнодіючою.

Якщо навантаження рівномірно розподілене уздовж осі конструкції (рис. 3, а), то у цьому випадку інтенсивність q є величиною сталою, і рівнодіюча \bar{F} такої системи по модулю дорівнює

$$F = ql.$$

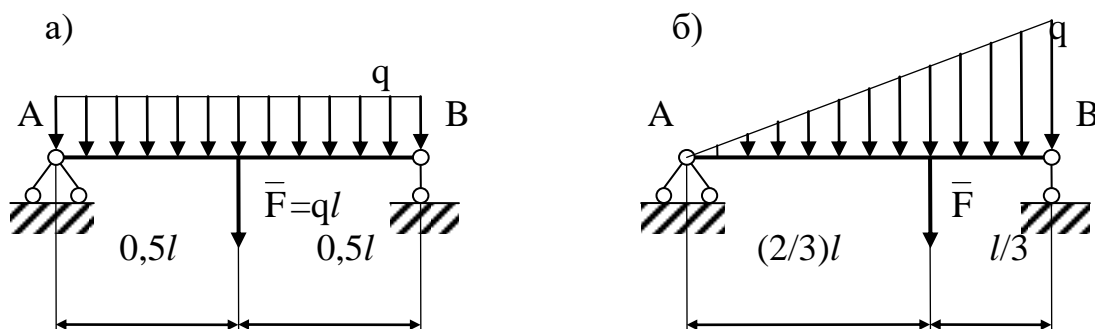


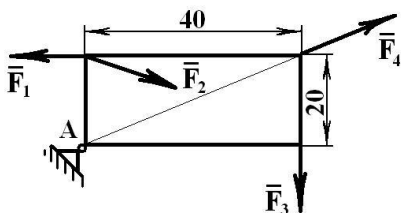
Рис. 3

Напрямок сили \bar{F} співпадає з напрямком сил, утворюючих систему, а точкою її прикладення є середина відрізка, уздовж якого діє дана система сил.

Якщо навантаження розподілене уздовж осі конструкції за лінійним законом (рис. 3, б), то для такої системи сил інтенсивність є величиною змінною, що змінюється від нуля до максимального значення q . Рівнодіюча такої системи сил дорівнює площі її інтенсивності і прикладена у центрі ваги трикутника ABC на відстані $\frac{2}{3}l$ від точки A :

$$F = \frac{1}{2}ql.$$

Завдання 1 Визначити моменти сил відносно точки А



$F_1 = F_3 = 25 \text{ кН}$, $F_2 = F_4 = 25 \text{ кН}$,
сила \bar{F}_2 складає з горизонталлю гострий кут 30°

Завдання 2

Які із наведених нижче пар еквівалентні (Напрямок моменту всіх трьох пар однаковий)?

- а) сила пари 100 кН , плече $0,05 \text{ м}$;
- б) сила пари 20 кН , плече $2,5 \text{ м}$;
- в) сила пари 1000 кН , плече $0,05 \text{ м}$.

Завдання 3

Момент пари сил рівний 100 Нм , плече пари $0,2 \text{ м}$. Визначити значення сил пари. Як зміниться значення сил пари, якщо плече збільшити в два рази при збереженні значення моменту?

Завдання 4

Знайти момент пари сил, еквівалентної системі трьох пар, що лежать в одній площині. Перша пара утворена силами $F_1 = F_1' = 2 \text{ кН}$, з плечем $h_1 = 1,25 \text{ м}$ і діє за годинниковою стрілкою. Друга пара утворена силами $F_2 = F_2' = 3 \text{ кН}$, з плечем $h_2 = 2 \text{ м}$ і діє проти годинникової стрілки. Третя пара утворена силами $F_3 = F_3' = 4,5 \text{ кН}$, з плечем $h_2 = 4,5 \text{ м}$ і діє за годинниковою стрілкою.

III. Порядок проведення заключної частини заняття.

Здійснити перевірку і оцінювання виконаних завдань. Підвести підсумок практичного заняття звернувши увагу на основні помилки при його виконанні.

Тема № 4. Довільна система сил (ДСС).

Практичне заняття: Довільна система сил (ДСС).

Навчальна мета заняття: поглибити і розширити знання здобувачів із статyki, ознайомити їх із методикою розв'язання задач.

Кількість годин - 2.

Місце проведення: навчальний кабінет коледжу.

Навчальні питання:

1. Визначення моментів сил, реакцій зв'язів аналітичним способом для довільної системи сил.

Література: 1, 2, 3, 4 (с. 23-56)

План проведення заняття:

I. Порядок проведення вступу до заняття.

Проведення попереднього контролю теоретичних знань здобувачів.

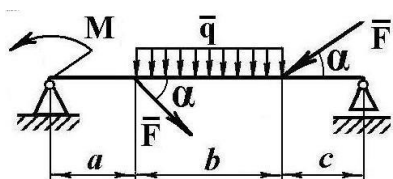
II. Порядок проведення основної частини заняття.

Постановка задачі та обговорення методики її розв'язання за участю здобувачів, розв'язування задач.

Більшість задач статyki зводиться до визначення реакцій зв'язків, зокрема, до визначення реакцій опор різного виду. На практиці найчастіше зустрічаються опори трьох видів: а) шарнірно - рухома опора; б) шарнірно - нерухома; в) нерухоме жорстке затиснення.

Завдання

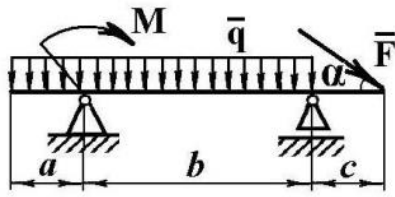
Для заданої схеми балки і заданого навантаження визначити реакції зв'язів



$$F = 5 \text{ кН}; \quad M = 2 \text{ кНм}; \quad q = 1 \text{ кН/м}; \quad \alpha = 30^\circ; \\ a = 1 \text{ м}; \quad b = 2 \text{ м}; \quad c = 3 \text{ м}$$

Завдання 1

Для заданої схеми балки і заданого навантаження визначити реакції в'язів



$$F = 5 \text{ кН}; \quad M = 2 \text{ кНм}; \quad q = 1 \text{ кН/м}; \quad \alpha = 30^\circ;$$

$$a = 1 \text{ м}; \quad b = 2 \text{ м}; \quad c = 3 \text{ м}$$

III. Порядок проведення заключної частини заняття.

Здійснити перевірку і оцінювання виконаних завдань. Підвести підсумок практичного заняття звернувши увагу на основні помилки при його виконанні.

Тема № 4. Довільна система сил (ДСС).

Практичне заняття: Довільна система сил (ДСС).

Навчальна мета заняття: поглибити і розширити знання здобувачів із статyki, ознайомити їх із методикою розв'язання задач.

Кількість годин - 2.

Місце проведення: навчальний кабінет коледжу.

Навчальні питання:

1. Визначення моментів сил, реакцій в'язів аналітичним способом для довільної системи сил.

Література: 1, 2, 3, 4 (с. 23-56)

План проведення заняття:

I. Порядок проведення вступу до заняття.

Проведення попереднього контролю теоретичних знань здобувачів.

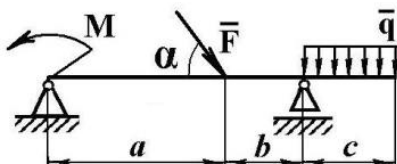
II. Порядок проведення основної частини заняття.

Постановка задачі та обговорення методики її розв'язання за участю здобувачів, розв'язування задач.

Більшість задач статyki зводиться до визначення реакцій зв'язків, зокрема, до визначення реакцій опор різного виду. На практиці найчастіше зустрічаються опори трьох видів: а) шарнірно - рухома опора; б) шарнірно - нерухома; в) нерухоме жорстке затиснення.

Завдання 1

Для заданої схеми балки і заданого навантаження визначити реакції в'язів



$$F = 5 \text{ кН}; \quad M = 2 \text{ кНм}; \quad q = 1 \text{ кН/м}; \quad \alpha = 30^\circ; \quad a = 1 \text{ м}; \quad b = 2 \text{ м}; \quad c = 3 \text{ м}$$

III. Порядок проведення заключної частини заняття.

Здійснити перевірку і оцінювання виконаних завдань. Підвести підсумок практичного заняття звернувши увагу на основні помилки при його виконанні.

Тема № 6. Теорія напруженого стану в околі точки.

Практичне заняття: Теорія напруженого стану в околі точки.

Навчальна мета заняття: поглибити і розширити знання здобувачів з опору матеріалів (види напружень), ознайомити їх із методикою розв'язання задач.

Кількість годин - 2

Місце проведення: навчальний кабінет.

Навчальні питання:

1. Кручення. Побудова епюри крутних моментів.

Література: 1, 2, 3 (с. 121 - 150)

План проведення заняття:

I. Порядок проведення вступу до заняття.

Проведення попереднього контролю теоретичних знань здобувачів.

II. Порядок проведення основної частини заняття: постановка задачі та обговорення методики її розв'язання за участю здобувачів, розв'язування задач.

Напружений стан матеріалу в точці – це сукупність нормальних і дотичних напружень діючих по всіх площадках, що проходять через дану точку тіла.

Види напруженого стану:

- 1) *просторове* (тривісне) – через дану точку тіла не проходять площадки вільні від напружень (загальний випадок);
- 2) *плоске* (двовісне) – через дану точку тіла проходить тільки одна площадка вільна від напружень;
- 3) *лінійне* (одновісне) – через дану точку тіла проходить двох перпендикулярних площадок вільних від напружень.

Правило знаків нормальних напружень σ : якщо нормальне напруження діє на розтяг, то воно - позитивне, якщо діє на стиск – негативне.

Правило знаків дотичного напруження τ : якщо вектор дотичного напруження прагне повернути елемент тіла по годинній стрілці, то воно - позитивно, якщо проти годинної стрілки – негативно.

Головні напруження – максимальні і мінімальні нормальні (σ_{max} і σ_{min}) напруження.

Головні площадки – площадки, по яких діють головні напруження σ_{max} і σ_{min} (а дотичні напруження τ дорівнюють нулю).

Площини зсуву – площадки, по яких діють екстремальні дотичні (τ_{max} і τ_{min}) напруження (а нормальні напруження σ рівні між собою).

Правило знаків кута нахилу головних площадок α_0 :

- якщо головна площадка повернена щодо заданої проти годинної стрілки, то кут α_0 позитивний;
- якщо головна площадка повернена щодо заданої по годинній стрілці, то кут α_0 негативний.

Закон парності дотичних напружень: дотичні напруження τ , що діють по взаємно перпендикулярних площадках, рівні по абсолютній величині (модулю) і протилежні за знаком (напрямком):

$$\tau_x = -\tau_y.$$

Коло Мору – діаграма напружень для графічного дослідження плоского напруженого стану.

Задача 2:

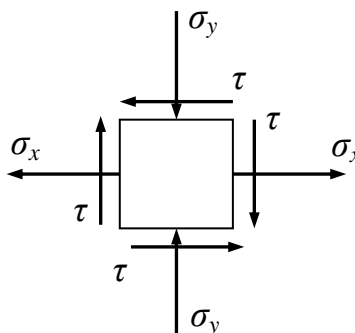
Сталевий кубик знаходиться під дією сил, що створюють плоский напружений стан (одне з трьох головних напружень дорівнює нулю).

Потрібно знайти:

- 1) головні напруження і напрямки головних площадок;
- 2) максимальні дотичні напруження, рівні найбільшій напіввісності головних напружень;
- 3) відносні деформації $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$;
- 4) відносну зміну обсягу;
- 5) повну питому потенційну енергію пружної деформації.

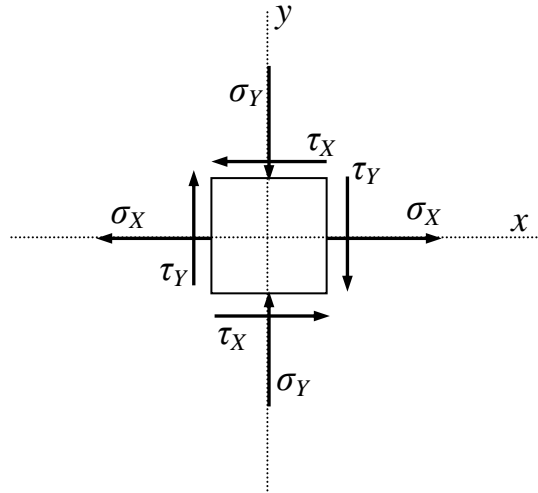
Прийняти: $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$; $\mu = 0,25$

Дано: $\sigma_x = 70 \text{ МПа}$, $\sigma_y = 50 \text{ МПа}$, $\tau = 40 \text{ МПа}$



Рішення:

- 1) Привласнимо напруженням індекси відповідно до координатних осей X і Y .
- 2) Визначимо знаки напружень:



$\sigma_X = +70 \text{ МПа}$ (розтягує елемент тіла);

$\sigma_Y = -50 \text{ МПа}$ (стискає елемент тіла);

$\tau_X = -40 \text{ МПа}$ (прагне повернути елемент тіла проти годинної стрілки);

$\tau_Y = +40 \text{ МПа}$ (прагне повернути елемент тіла по годинній стрілці).

- 3) Визначимо аналітично величину головних напружень при плоскому напруженому стані (σ_{max} і σ_{min}):

$$\sigma_{max/min} = \frac{\sigma_X + \sigma_Y}{2} \pm \frac{\sqrt{(\sigma_X - \sigma_Y)^2 + 4\tau_X^2}}{2},$$

$$\sigma_{max/min} = \frac{70 - 50}{2} \pm \frac{\sqrt{(70 - (-50))^2 + 4 \cdot (-40)^2}}{2} = 10 \pm 72,1 \text{ МПа},$$

$$\sigma_{max} = 10 + 72,1 = 82,1 \text{ МПа},$$

$$\sigma_{min} = 10 - 72,1 = -62,1 \text{ МПа}.$$

Перевірка:

$$\begin{aligned} \sigma_{max} + \sigma_{min} &= \sigma_X + \sigma_Y \\ -62,1 + 82,1 &= 70 - 50 \\ 20 &= 20 \end{aligned}$$

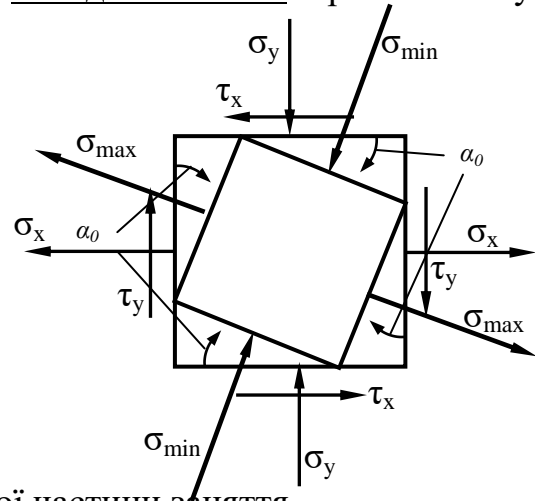
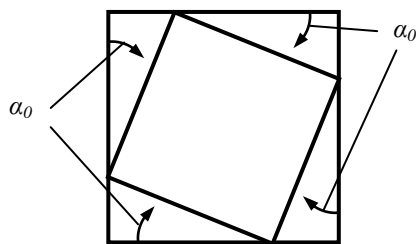
- 4) Визначимо аналітично кут нахилу головних площадок ($-45^\circ \leq \alpha_0 \leq +45^\circ$)

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2\tau_X}{\sigma_X - \sigma_Y},$$

$$\alpha_0 = \frac{\arctg\left(\frac{2\tau_X}{\sigma_X - \sigma_Y}\right)}{2},$$

$$\alpha_0 = \frac{\arctg\left(\frac{2 \cdot (-40)}{70 - (-50)}\right)}{2} = \frac{\arctg(-0,667)}{2} = -\frac{33^\circ 42'}{2} = -16^\circ 51'.$$

Одержали негативне значення α_0 . Для того щоб отримати головну площадку, необхідно задану площадку повернути за годинниковою стрілкою на кут α_0 .



III. Порядок проведення заключної частини заняття.

Здійснити перевірку і оцінювання виконаних завдань. Підвести підсумок практичного заняття звернувши увагу на основні помилки при його виконанні.

Тема № 6. Теорія напруженого стану в околі точки.

Практичне заняття: Теорія напруженого стану в околі точки.

Навчальна мета заняття: поглибити і розширити знання здобувачів з опору матеріалів (види напружень), ознайомити їх із методикою розв'язання задач.

Кількість годин - 2

Місце проведення: навчальний кабінет.

Навчальні питання:

2. Кручення. Побудова епюри крутних моментів.

Література: 1, 2, 3 (с. 121 - 150)

План проведення заняття:

I. Порядок проведення вступу до заняття.

Проведення попереднього контролю теоретичних знань здобувачів.

II. Порядок проведення основної частини заняття: постановка задачі та

обговорення методики її розв'язання за участю здобувачів, розв'язування задач.

- 5) Визначимо величину екстремальних дотичних напружень $\tau_{\max \min}$ через головні напруження $\sigma_{\max \min}$:

$$\tau_{\max \min} = \pm \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2},$$

$$\tau_{\max \min} = \pm \frac{82,1 - (-62,1)}{2} = \pm 72,1 \text{ МПа},$$

$$\tau_{\max} = +72,1 \text{ МПа},$$

$$\tau_{\min} = -72,1 \text{ МПа}.$$

Перевірка:

$$\tau_{\max \min} = \pm \frac{\sqrt{(\sigma_X - \sigma_Y)^2 + 4\tau_X^2}}{2},$$

$$\tau_{\max \min} = \pm \frac{\sqrt{(70 - (-50))^2 + 4 \cdot (-40)^2}}{2} = \pm 72,1 \text{ МПа}.$$

- 6) Визначимо відносні лінійні деформації уздовж ребер елемента тіла через напруження з узагальненого закону Гука:

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x - \mu(\sigma_y + \sigma_z)}{E},$$

$$\varepsilon_y = \frac{\sigma_y - \mu(\sigma_x + \sigma_z)}{E},$$

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_z - \mu(\sigma_x + \sigma_y)}{E}.$$

де μ - коефіцієнт Пуассона;

E - модуль Юнга, [МПа].

$$\varepsilon_x = \frac{70 - 0,25(-50 + 0)}{2 \cdot 10^5} = 41,25 \cdot 10^{-5},$$

$$\varepsilon_y = \frac{-50 - 0,25(70 + 0)}{2 \cdot 10^5} = -33,75 \cdot 10^{-5},$$

$$\varepsilon_z = \frac{0 - 0,25(70 + (-50))}{2 \cdot 10^5} = -1 \cdot 10^{-5}.$$

Знаки ε говорять про те, що в напрямку σ_x відбулося подовження ребер елемента тіла, а в напрямку σ_y і σ_z відбулося укорочення ребер елемента тіла.

Можна помітити, що хоча напруги по гранях елемента тіла діяли тільки в двох напрямках ($\sigma_z = 0$), деформації елемента відбулися по всіх трьох напрямках.

- 7) Визначимо відносну зміну обсягу елемента тіла

$$\Theta = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = 41,25 \cdot 10^{-5} - 33,75 \cdot 10^{-5} - 1 \cdot 10^{-5} = -6,5 \cdot 10^{-5}.$$

- 8) Визначимо повну питому потенційну енергію пружної деформації:

$$u = \frac{\sigma_x \varepsilon_x + \sigma_y \varepsilon_y + \sigma_z \varepsilon_z}{2},$$

$$u = \frac{70 \cdot 41,25 \cdot 10^{-5} + (-50)(-33,75) \cdot 10^{-5} + 0}{2} = 4575 \cdot 10^{-5} \frac{\text{МДж}}{\text{м}^3} \approx 0,046 \frac{\text{Дж}}{\text{см}^3}.$$

III. Порядок проведення заключної частини заняття.

Здійснити перевірку і оцінювання виконаних завдань. Підвести підсумок практичного заняття звернувши увагу на основні помилки при його виконанні.

Тема № 6. Теорія напруженого стану в околі точки.

Практичне заняття №: Теорія напруженого стану в околі точки.

Навчальна мета заняття: поглибити і розширити знання здобувачів з опору матеріалів (види напружень), ознайомити їх із методикою розв'язання задач.

Кількість годин - 2

Місце проведення: навчальний кабінет.

Навчальні питання:

3. Кручення. Побудова епюри крутних моментів.

Література: 1, 2, 3 (с. 121 - 150)

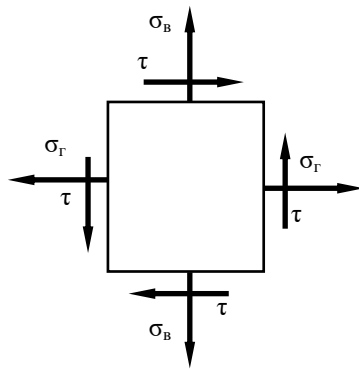
План проведення заняття:

I. Порядок проведення вступу до заняття.

Проведення попереднього контролю теоретичних знань здобувачів.

II. Порядок проведення основної частини заняття: постановка задачі та обговорення методики її розв'язання за участю здобувачів, розв'язування задач.

Для елемента тіла: визначити аналітично і графічно величину і напрям головних напружень; графічно визначити напрям площинок зсуву і τ_{\max} , τ_{\min} .
Прийняти: $E = 2 \times 10^5$ МПа, $\mu = 0,25$, $\sigma_{\Gamma} = \sigma_x = 70$ МПа, $\sigma_{\text{в}} = \sigma_y = 30$ МПа, $\tau = 50$ МПа.



III. Порядок проведення заключної частини заняття.

Здійснити перевірку і оцінювання виконаних завдань. Підвести підсумок практичного заняття звернувши увагу на основні помилки при його виконанні.

Тема № 7. Розтягання і стискання.

Практичне заняття: Розтягання і стискання.

Навчальна мета заняття: поглибити і розширити знання здобувачів з опору матеріалів (прості види деформацій: розтяг-стиск), ознайомити їх із методикою розв'язання задач.

Кількість годин - 2.

Місце проведення: навчальний кабінет коледжу.

Навчальні питання:

4. Визначення поздовжніх сил та абсолютних деформацій стержня.

Література: 6, 7 (с. 21-63; 88 - 121)

План проведення заняття:

I. Порядок проведення вступу до заняття.

Проведення попереднього контролю теоретичних знань здобувачів.

II. Порядок проведення основної частини заняття.

Постановка задачі та обговорення методики її розв'язання за участю здобувачів, розв'язування задач.

Розтяг-стиск – простий вид деформації, при якому в поперечному перерізі бруса виникає тільки одне внутрішнє зусилля N (поздовжня сила).

Правило знаків поздовжньої сили N : якщо подовжня сила діє на розтяг, то її вважають позитивною, якщо на стиск – негативною.

Умова міцності при розтягу-стиску:

$$\sigma_{max} = \frac{N}{F} \leq [\sigma]$$

де σ_{max} - максимальне нормальне напруження, [Па];

N - поздовжня сила, [Н];

F - площа поперечного перерізу бруса, [м²];

$[\sigma]$ - допускане нормальне напруження при розтягу (стиску), [Па];

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{граничне}}{n}.$$

При розтягу-стиску граничними напруженнями є:

для сталей – межа текучості ($\sigma_{\text{граничне}} = \sigma_T$), тому, що при його перевищенні в брусі з'являються залишкові деформації;

для чавунів – межа міцності (тимчасовий опір) ($\sigma_{\text{граничне}} = \sigma_B$), тому, що чавун не має межі текучості.

Закон Гука для абсолютного подовження Δl :

$$\Delta l = \frac{Nl}{EF},$$

де N – поздовжня сила, [Н];

l – довжина ділянки, [м];

F – площа поперечного перерізу ділянки, [м²];

E – модуль пружності 1-го роду (модуль Юнга), [Па].

Правило перевірки епюри N :

Епюра N перевіряється за розрахунковою схемою. Стрибки на епюрі N повинні бути в тих перерізах, у яких на розрахунковій схемі прикладені зовнішні сили. Зовнішня сила, що розтягує, викликає на епюрі N скачок у позитивному напрямку, що стискає – у негативному. Довжина стрибка на епюрі повинна бути чисельно рівною зовнішній силі, яка прикладена в цьому перетині.

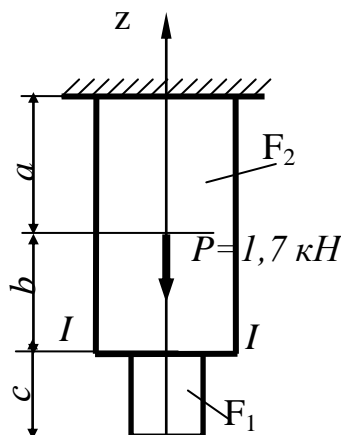
Правило перевірки епюри Δl :

Епюра Δl перевіряється по епюрі N . У жорстко закріпленому перерізі переміщення Δl дорівнює нулю. При русі від жорстко закріпленого перерізу значення на епюрі Δl збільшуються, якщо на епюрі N знак «+», якщо на епюрі N знак «-», то значення на епюрі Δl зменшуються. Якщо на ділянці $N = 0$, то на епюрі Δl значення не міняються.

Задача.

Сталевий стрижень ($E=2 \cdot 10^5$ МПа) знаходиться під дією поздовжньої сили P і власної ваги ($\gamma=77$ кН/м³). Знайти переміщення перерізу I-I.

Дано: $P = 1,7$ к, $F_1 = 20$ см², $F_2 = 30$ см², $a = 2,68$ м, $b = 2,82$ м, $c = 1,31$ м.



Розв'язання:

- 2) Тому що сила P і сила ваги поздовжні, то стрижень випробує розтягання. Переміщення перерізу I-I можна представити як суму деформацій ділянок

довжиною a і b . Ділянка a буде деформуватися під впливом зовнішніх сил (сили P і ваги частини довжиною b і c), а також під впливом власної ваги. Ділянка b деформується вагою частини довжиною c як зовнішньою силою і силою власної ваги.

3) Знайдемо власну вагу кожної ділянки:

$$Q_a = F_2 \cdot a \cdot \gamma = 0,003 \cdot 2,68 \cdot 77 = 0,619 \text{ кН},$$

$$Q_b = F_2 \cdot b \cdot \gamma = 0,003 \cdot 2,82 \cdot 77 = 0,651 \text{ кН},$$

$$Q_c = F_1 \cdot c \cdot \gamma = 0,002 \cdot 1,31 \cdot 77 = 0,201 \text{ кН}.$$

4) Обчислимо деформації кожної ділянки, скориставшись законом Гука для визначення абсолютного подовження:

$$\Delta l = \frac{Nl}{EF},$$

де N – поздовжня сила, рівна алгебраїчній сумі зовнішніх навантажень, що діють на розглянуту ділянку [Н];

l – довжина ділянки, [м];

F – площа поперечного перерізу ділянки, [м²];

E – модуль пружності 1-го роду (модуль Юнга), [Па]. Для сталей $E=2 \cdot 10^5$ МПа.

На ділянці довжиною a :
$$\Delta l_a = \frac{(P + Q_b + Q_c)a}{EF_2} + \frac{Q_a a}{2EF_2}.$$

На ділянці довжиною b :
$$\Delta l_b = \frac{Q_c b}{EF_2} + \frac{Q_b b}{2EF_2}.$$

Тоді переміщення перерізу I-I обчислимо по формулі:

$$\begin{aligned} \Delta l_I &= \Delta l_a + \Delta l_b = \frac{l}{EF_2} \left[(P + Q_b + Q_c)a + \frac{1}{2} Q_a a + Q_c b + \frac{1}{2} Q_b b \right] = \\ &= \frac{1}{2 \cdot 10^5 \cdot 0,003} \left[\left(1700 + 651 + 201 + \frac{619}{2} \right) \cdot 10^{-6} \cdot 2,68 + \left(201 + \frac{651}{2} \right) \cdot 10^{-6} \cdot 2,82 \right] = \\ &= 0,0000153 \text{ м}. \end{aligned}$$

Розтяг-стиск – простий вид деформації, при якому в поперечному перерізі бруса виникає тільки одне внутрішнє зусилля N (поздовжня сила).

Правило знаків поздовжньої сили N : якщо подовжня сила діє на розтяг, то її вважають позитивною, якщо на стиск – негативною.

Умова міцності при розтягу-стиску:

$$\sigma_{max} = \frac{N}{F} \leq [\sigma]$$

де σ_{max} – максимальне нормальне напруження, [Па];

N – поздовжня сила, [Н];

F – площа поперечного перерізу бруса, [м²];

$[\sigma]$ - допускане нормальне напруження при розтягу (стиску), [Па]:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{\text{граничне}}}{n}.$$

При розтягу-стиску граничними напруженнями є:

для сталей – *межа текучості* ($\sigma_{\text{граничне}} = \sigma_T$), тому, що при його перевищенні в брусі з'являються залишкові деформації;

для чавунів – *межа міцності* (тимчасовий опір) ($\sigma_{\text{граничне}} = \sigma_B$), тому, що чавун не має межі текучості.

Закон Гука для абсолютного подовження Δl :

$$\Delta l = \frac{Nl}{EF},$$

де N - поздовжня сила, [Н];

l - довжина ділянки, [м];

F - площа поперечного перерізу ділянки, [м²];

E - модуль пружності 1-го роду (модуль Юнга), [Па].

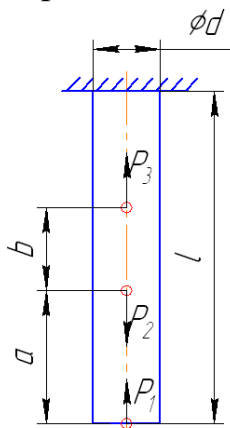
Правило перевірки епюри N :

Епюра N перевіряється за розрахунковою схемою. Стрибки на епюрі N повинні бути в тих перерізах, у яких на розрахунковій схемі прикладені зовнішні сили. Зовнішня сила, що розтягує, викликає на епюрі N скачок у позитивному напрямку, що стискає - у негативному. Довжина стрибка на епюрі повинна бути чисельно рівною зовнішній силі, яка прикладена в цьому перетині.

Правило перевірки епюри Δl :

Епюра Δl перевіряється по епюрі N . У жорстко закріпленому перерізі переміщення Δl дорівнює нулю. При русі від жорстко закріпленого перерізу значення на епюрі Δl збільшуються, якщо на епюрі N знак «+», якщо на епюрі N знак «-», то значення на епюрі Δl зменшуються. Якщо на ділянці $N = 0$, то на епюрі Δl значення не міняються.

Задача. Для заданого матеріалу, форми, розмірів і навантаження стержня визначити діаметр стержня і побудувати епюру поздовжніх деформацій стержня.



Матеріал стержня Ст3

Модуль пружності $E=2 \cdot 10^5$ МПа

Допустимі напруження $[\sigma_+] \approx [\sigma_-] = 150$ МПа

$P_1=30$ кН

$P_2=40$ кН

$P_3=20$ кН

$a=0,3$ м

$b=0,2$ м

$l=0,8$ м

III. Порядок проведення заключної частини заняття.

Здійснити перевірку і оцінювання виконаних завдань. Підвести підсумок практичного заняття звернувши увагу на основні помилки при його виконанні.

Тема № 8. Кручення.

Практичне заняття: Кручення.

Навчальна мета заняття: поглибити і розширити знання здобувачів з опору матеріалів (прості види деформацій: кручення), ознайомити їх із методикою розв'язання задач.

Кількість годин - 2.

Місце проведення: навчальний кабінет коледжу.

Навчальні питання:

1. Кручення. Побудова епюри крутних моментів.

Література: 6, 7 (с. 21-63; 88 - 121)

План проведення заняття:

I. Порядок проведення вступу до заняття

Проведення попереднього контролю теоретичних знань здобувачів.

II. Порядок проведення основної частини заняття.

Постановка задачі та обговорення методики її розв'язання за участю здобувачів, розв'язування задач.

Кручення – простий вид деформації, при якому в поперечному перерізі вала виникає тільки одне внутрішнє зусилля M_{KP} (*крутний момент*).

Крутний момент у поперечному перерізі виникає під дією зовнішнього зусилля *закручувального моменту*.

Правило знаків закручувального моменту:

- $M_{ЗАК}$ – позитивний, якщо при погляді в торець відсіченої частини бруса він спрямований проти годинної стрілки;
- $M_{ЗАК}$ – негативний, якщо при погляді в торець відсіченої частини бруса він спрямований по годинній стрілці.

Умова міцності при крученні:

$$\tau_{max} = \frac{M_{KP}}{W_P} \leq [\tau],$$

де τ_{max} – максимальне дотичне напруження, [Па];

M_{KP} – крутний момент, [$\cdot H$ м];

$[\tau]$ – допускне дотичне напруження при крученні, [Па];

W_P – полярний момент опору перерізу, [m^3].

Повний кут закруту (абсолютна деформація при крученні):

$$\phi = \frac{M_{KP} \cdot l}{G \cdot I_P},$$

де M_{KP} – крутний момент, [$\cdot H$ м];

l – довжина ділянки, [м];

G – модуль пружності 2-го роду (модуль зсуву), [Па];

I_P - полярний момент інерції перерізу, $[м^4]$.

Відносний кут закруту:

$$\theta = \frac{\varphi}{l},$$

де φ - повний кут закруту, $[рад]$;

l - довжина ділянки, $[м]$.

Умова жорсткості при крученні:

$$\theta_{max} = \frac{M_{KP}}{GI_P} \leq [\theta],$$

де θ_{max} - максимальний відносний кут закруту, $\left[\frac{рад}{м}\right]$;

M_{KP} - крутний момент, $[Н м]$;

I_P - полярний момент інерції перерізу, $[м^4]$;

G - модуль пружності 2-го роду (модуль зсуву), $[Па]$;

$[\theta]$ - допускний відносний кут закруту, $\left[\frac{рад}{м}\right]$.

Стандартний ряд діаметрів, мм:

15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 24, 25, 26, 28, 30, 32, 34,
36, 38, 40, 45, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, 125, 140,
160, 180, 200.

Правило перевірки епюри M_{KP} :

Епюра M_{KP} перевіряється за розрахунковою схемою. Стрибки на епюрі M_{KP} повинні бути в тих перерізах, у яких на розрахунковій схемі прикладені закручувальні моменти. Довжина стрибка на епюрі повинна чисельно дорівнювати закручувальному моменту, прикладеному в цьому перерізі.

Правило перевірки епюри φ :

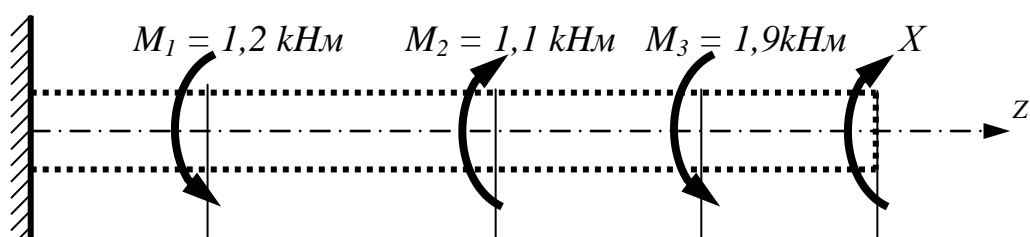
Епюра φ перевіряється по епюрі M_{KP} . При русі ліворуч праворуч значення на епюрі φ зростають, якщо на епюрі M_{KP} знак «+», якщо на епюрі M_{KP} знак «-», то значення на епюрі φ зменшуються. Якщо на ділянці $M_{KP} = 0$, то φ не змінюється.

Задача 1:

До сталевого вала прикладені три відомих закручувальних моменти: M_1 , M_2 , M_3 . Необхідно:

- 1) установити при якому значенні моменту X кут повороту правого кінцевого перерізу вала дорівнює нулю;
- 2) для знайденого значення X побудувати епюру крутних моментів;
- 3) при заданому значенні $[\tau]$ визначити діаметр вала з розрахунку на міцність і округлити його значення до найближчого рівного: 30, 35, 40, 45, 50, 60, 70, 80, 90, 100 мм;
- 4) побудувати епюру кутів закруту;
- 5) знайти найбільший відносний кут закруту (на 1 м).

Прийняти: $G = 8 \cdot 10^4$ МПа, $[\tau] = 40$ МПа,



Розв'язання:

- 1) Позначимо характерні перерізи (А, В, С, D, Е) і пронумеруємо ділянки (I, II, III, IV).
- 2) Визначимо при яким значенні моменту X кут повороту правого кінцевого перерізу вала дорівнює нулю.

Кут закруту на окремій ділянці можна визначити по формулі:

$$\phi = \frac{M_{KP} \cdot l}{G \cdot I_P} .)$$

Кут повороту правого кінцевого перетину Е вала визначимо як алгебраїчну суму кутів закруту ділянок, розташованих між розглянутим перетином Е и нерухомим перетином А. За умовою задачі кут повороту правого кінцевого перетину вала дорівнює нулю. Тоді одержимо:

$$\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4 = 0 .$$

З урахуванням формули рівняння прийме вид:

$$\frac{M_{kp1}l_1}{GI_P} + \frac{M_{kp2}l_2}{GI_P} + \frac{M_{kp3}l_3}{GI_P} + \frac{M_{kp4}l_4}{GI_P} = 0 .$$

Помножимо дві частини рівняння на GI_P , тоді одержимо

$$M_{kp1}l_1 + M_{kp2}l_2 + M_{kp3}l_3 + M_{kp4}l_4 = 0 .$$

Користуючись методом перерізів, запишемо вираження для визначення крутних моментів на кожній ділянці

Ділянка АВ:

Думкою розсічемо вал на ділянці АВ. Відкинемо частину з твердим закріпленням, щоб не враховувати опорні реакції, що там виникають. Для вільної частини вала, що залишилася, визначимо крутний момент, який дорівнює сумі закручувальних моментів, прикладених до залишеної частини. Напрямок (знаки) крутних моментів, будемо визначати при погляді в торець відсіченої частини (рис. 5).

$$M_{KP1} = -M_1 + M_2 - M_3 + X$$

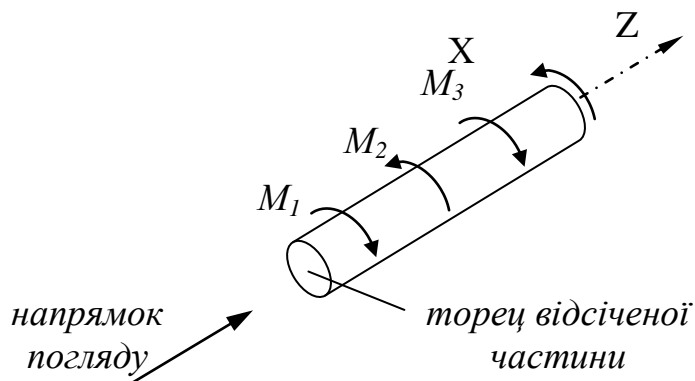


Рис. 5 Визначення крутних моментів методом перерізів

Ділянка BC:

Знову скористаємося методом перерізів як на ділянці AB.

$$M_{KP2} = + M_2 - M_3 + X.$$

Ділянка CD:

$$M_{KP3} = - M_3 + X.$$

Ділянка DE:

$$M_{KP4} = + X.$$

Запишемо вираження (4.3) з урахуванням крутних моментів:

$$(X - M_3 + M_2 - M_1) \cdot l_1 + (X - M_3 + M_2) \cdot l_2 + (X - M_3) \cdot l_3 + X \cdot l_4 = 0, \quad (4.4)$$

де $l_1 = a = 1,2$ м; $l_2 = b = 1,1$ м; $l_3 = z = 1,9$ м; $l_4 = a = 1,2$ м.Вирішимо рівняння (4), підставивши в нього значення закручувальних моментів і довжин ділянок. Одержимо $X = 1,276$ кНм.Підставивши $X = 1,276$ кНм у вираження для визначення крутних моментів, визначимо їх величину по кожній ділянці.Ділянка АВ: $M_{KP1} = - M_1 + M_2 - M_3 + X = -1,2 + 1,1 - 1,9 + 1,276 = -0,724$ кНм.Ділянка ВР: $M_{KP2} = + M_2 - M_3 + X = 1,1 - 1,9 + 1,276 = 0,476$ кНм.Ділянка CD: $M_{KP3} = - M_3 + X = -1,9 + 1,276 = -0,624$ кНм.Ділянка DE: $M_{KP4} = + X = 1,276$ кНм.3) За отриманими результатами побудуємо епюру крутних моментів M_{KP} (рис. 6).Вісь епюри паралельна осі вала. На осі епюри значення M_{KP} дорівнюють нулю. Позитивні значення відкладемо нагору від осі, негативні – вниз. На епюрі необхідно показати знаки і заштрихувати її перпендикулярно осі.

(Епюру M_{KP} легко перевірити за розрахунковою схемою. На вільний край вала діє зовнішній закручувальний момент, $X = 1,276$ кНм, тому на епюрі в перерізі Е виникає стрибок довжиною 1,276. У перерізі D прикладений зовнішній закручувальний момент, $M_3 = 1,9$ кНм, тому на епюрі виникає стрибок довжиною $1,276 - (-0,624) = 1,9$. У перерізі C прикладений $M_2 = 1,1$ кНм – на епюрі стрибок довжиною 1,1. У перерізі В прикладений $M_1 = 1,2$ кНм – на епюрі стрибок довжиною 1,2. Стрибок у перерізі А довжиною 0,724 викликаний дією реактивного моменту, який виникає у жорсткому закріпленні і рівний відповідно 0,724 кНм.)

4) Визначимо діаметр вала з умови міцності при крученні:

$$\tau_{max} = \frac{M_{KP}}{W_P} \leq [\tau],$$

де τ_{max} - максимальне дотичне напруження, [Па]; M_{KP} - крутний момент, [\cdot Н м];[τ] - допускане дотичне напруження при крученні, [Па]; W_P - полярний момент опору перерізу, [м^3].

Для круглого перерізу $W_P = \frac{\pi d^3}{16} \approx 0,2d^3$, де d – діаметр вала, тоді

$$\tau_{max} = \frac{M_{KP}}{0,2d^3} \leq [\tau].$$

Тоді з умови міцності діаметр поперечного переріза вала можна визначити по формулі:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{M_{KP}}{0,2[\tau]}}.$$

Для визначення діаметра вала підставимо у формулу максимальний (по модулю) крутний момент

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{M_{KP4}}{0,2[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{1,276 \cdot 10^3}{0,2 \cdot 40 \cdot 10^6}} = 0,054 \text{ м} = 54 \text{ мм}.$$

Отриману величину діаметра необхідно округлити до найближчого більшого значення зі стандартного ряду діаметрів. Тоді приймемо $d = 60 \text{ мм}$.

III. Порядок проведення заключної частини заняття.

Здійснити перевірку і оцінювання виконаних завдань. Підвести підсумок практичного заняття звернув увагу на основні помилки при його виконанні.

Тема № 8. Кручення.

Практичне заняття: Кручення.

Навчальна мета заняття: поглибити і розширити знання здобувачів з опору матеріалів (прості види деформацій: кручення), ознайомити їх із методикою розв'язання задач.

Кількість годин - 2.

Місце проведення: навчальний кабінет коледжу.

Навчальні питання:

2. Кручення. Побудова епюри крутних моментів.

Література: 6, 7 (с. 21-63; 88 - 121)

План проведення заняття:

I. Порядок проведення вступу до заняття

Проведення попереднього контролю теоретичних знань здобувачів.

II. Порядок проведення основної частини заняття.

Постановка задачі та обговорення методики її розв'язання за участю здобувачів, розв'язування задач.

Продовжити розв'язання задачі на визначення крутних моментів.

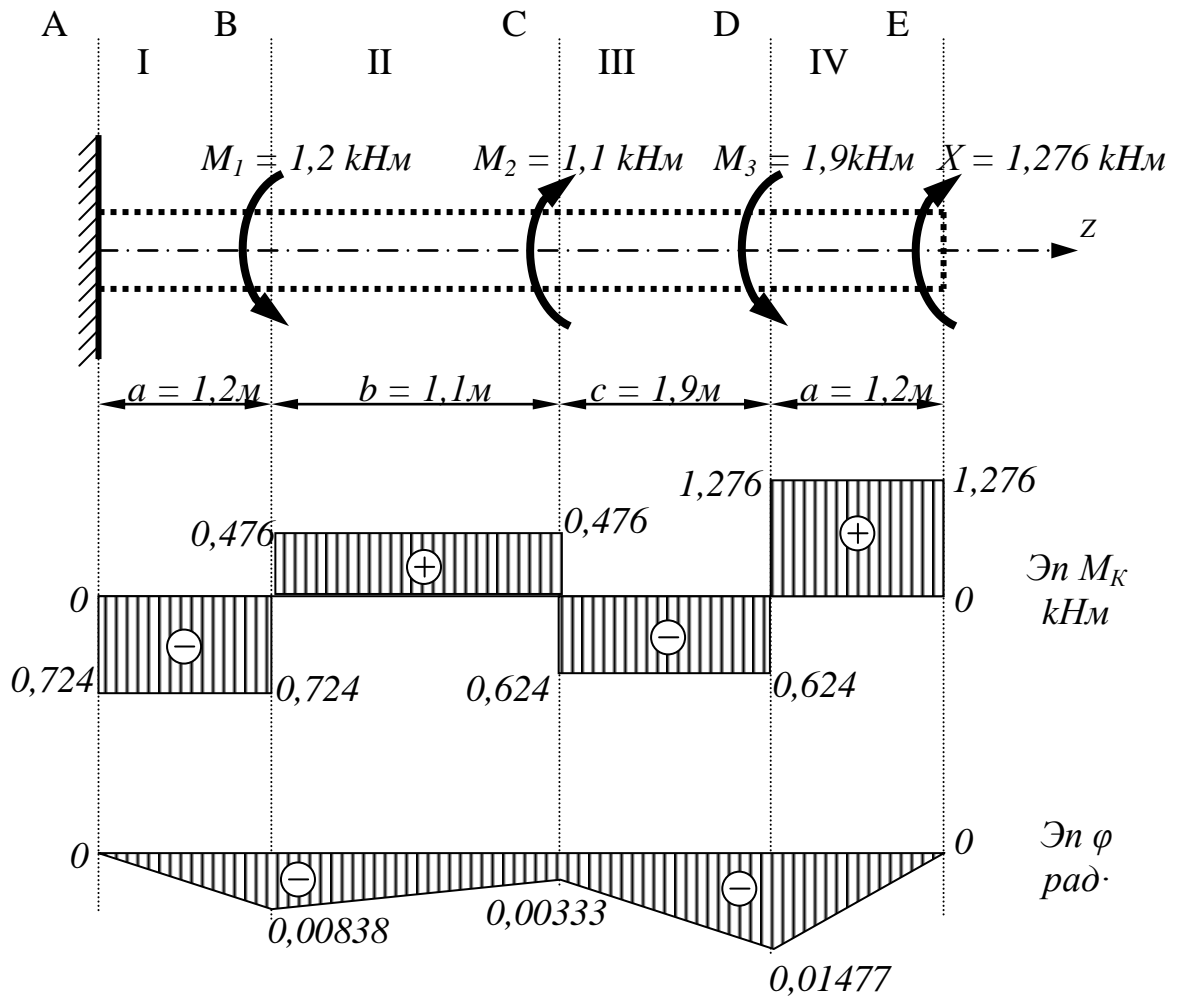


Рис. 6 Побудова епюр крутних моментів і кутів повороту перерізів
5) Визначимо діаметр вала з умови міцності при крученні:

$$\tau_{max} = \frac{M_{KP}}{W_P} \leq [\tau],$$

де τ_{max} - максимальне дотичне напруження, $[\text{Па}]$;

M_{KP} - крутний момент, $[\text{Н м}]$;

$[\tau]$ - допускане дотичне напруження при крученні, $[\text{Па}]$;

W_P - полярний момент опору перерізу, $[\text{м}^3]$.

Для круглого перерізу $W_P = \frac{\pi d^3}{16} \approx 0,2d^3$, де d - діаметр вала, тоді

$$\tau_{max} = \frac{M_{KP}}{0,2d^3} \leq [\tau].$$

Тоді з умови міцності діаметр поперечного переріза вала можна визначити по формулі:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{M_{KP}}{0,2[\tau]}}.$$

Для визначення діаметра вала підставимо у формулу максимальний (по модулю) крутний момент

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{M_{KP4}}{0,2[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{1,276 \cdot 10^3}{0,2 \cdot 40 \cdot 10^6}} = 0,054 \text{ м} = 54 \text{ мм}.$$

Отриману величину діаметра необхідно округлити до найближчого більшого значення зі стандартного ряду діаметрів. Тоді прийmemo $d = 60 \text{ мм}$.

б) Визначимо величину повних кутів закруту на кожній ділянці вала:

$$\phi = \frac{M_{KP} \cdot l}{G \cdot I_P},$$

де M_{KP} - крутний момент, [Н м];

l - довжина ділянки, [м];

G - модуль пружності 2-го роду (модуль зсуву), [Па];

I_P - полярний момент інерції перерізу, [м^4]:

Для круглого перетину $I_P = \frac{\pi d^4}{32} \approx 0,1 d^4$, де d - діаметр вала, то

$$\phi = \frac{M_{KP} \cdot l}{G \cdot 0,1 d^4}.$$

Ділянка AB:

$$\phi_1 = \frac{M_{KP}^I \cdot a}{G \cdot 0,1 d^4} = \frac{-0,724 \cdot 10^3 \cdot 1,2}{8 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 0,1 (60 \cdot 10^{-3})^4} = -0,00838 \text{ рад}.$$

Ділянка BC:

$$\phi_2 = \frac{M_{KP}^{II} \cdot b}{G \cdot 0,1 d^4} = \frac{0,476 \cdot 10^3 \cdot 1,1}{8 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 0,1 (60 \cdot 10^{-3})^4} = 0,00505 \text{ рад}.$$

Ділянка CD:

$$\phi_3 = \frac{M_{KP}^{III} \cdot c}{G \cdot 0,1 d^4} = \frac{-0,624 \cdot 10^3 \cdot 1,9}{8 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 0,1 (60 \cdot 10^{-3})^4} = -0,001144 \text{ рад}.$$

Ділянка DE:

$$\phi_4 = \frac{M_{KP}^{IV} \cdot a}{G \cdot 0,1 d^4} = \frac{1,276 \cdot 10^3 \cdot 1,2}{8 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 0,1 (60 \cdot 10^{-3})^4} = 0,01477 \text{ рад}.$$

7) Визначимо кути повороту характерних перерізів вала:

Переріз A - жорстко закріплений, тому він не повертається:

$$\phi_A = 0.$$

Між нерухомим перерізом A и перерізом B розташована перша ділянка, значить кут повороту перетину B дорівнює куту закручування ділянки AB :

$$\varphi_B = \varphi_I = -0,00838 \text{ рад.}$$

Між нерухомим перерізом A и перерізом C розташовані перша і друга ділянки, таким чином кут повороту перерізу C дорівнює алгебраїчній сумі кутів закручування ділянок AB і BC (з урахуванням знака):

$$\varphi_C = \varphi_I + \varphi_2 = -0,00838 + 0,00505 = -0,00333 \text{ рад.}$$

Між нерухомим перерізом A и перерізом D розташовані перша, друга і третя ділянки, таким чином кут повороту перетину D дорівнює алгебраїчній сумі кутів закручування ділянок AB , BC і CD (з урахуванням знака):

$$\varphi_D = \varphi_I + \varphi_2 + \varphi_3 = -0,00838 + 0,00505 - 0,01144 = -0,01477 \text{ рад.}$$

Поворот вільного краю E буде дорівнює алгебраїчній сумі кутів закручування всіх ділянок вала:

$$\varphi_E = \varphi_I + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4 = -0,00838 + 0,00505 - 0,01144 + 0,01477 = 0 \text{ рад}$$

8) За отриманими результатами побудуємо епюру кутів закруту φ .

Вісь епюри паралельна осі вала. На осі епюри значення φ дорівнюють нулю. Позитивні значення відкладемо нагору від осі, негативні – униз. На епюрі необхідно показати знаки і заштрихувати її перпендикулярно осі.

(Епюру φ легко перевірити по епюрі M_{KP} , рухаючи ліворуч праворуч. На ділянці AB на епюрі M_{KP} знак «-», тому значення φ зменшуються (з 0 до -0,00838). На ділянці BC $M_{KP} > 0$, тому значення φ збільшуються (з -0,00838 до -0,00333). На ділянці CD $M_{KP} < 0$, тому значення φ зменшуються (від -0,00333 до -0,01477) і на ділянці DE на епюрі M_{KP} знак «+», тому значення φ ростуть (з -0,01477 до 0).

9) Визначимо величину відносного кута закруту:

$$\theta_{max} = \frac{M_{KP}^{max}}{GI_P} \leq [\theta],$$

де θ_{max} - максимальний відносний кут закруту, $\left[\frac{\text{рад}}{\text{м}} \right]$;

$[\theta]$ - допускний відносний кут закруту, $\left[\frac{\text{рад}}{\text{м}} \right]$, ;

M_{KP} - крутний момент, $[\text{Н м}]$;

G - модуль пружності 2-го роду (модуль зсуву), $[\text{Па}]$;

I_P - полярний момент інерції перерізу, $[\text{м}^4]$;

Для круглого перерізу $I_P = \frac{\pi d^4}{32} \approx 0,1d^4$, де d – діаметр вала, тоді

$$\theta_{max} = \frac{M_{KP}}{G \cdot 0,1d^4} \leq [\theta],$$

$$\theta_{max} = \frac{M_{KP}^{max}}{G \cdot 0,1d^4} = \frac{1,276 \cdot 10^3}{8 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 0,1 \cdot 0,06^4} = 0,012 \frac{\text{рад}}{\text{м}}.$$

III. Порядок проведення заключної частини заняття.

Здійснити перевірку і оцінювання виконаних завдань. Підвести підсумок практичного заняття звернувши увагу на основні помилки при його виконанні.

Тема № 9. Згинання.

Практичне заняття: Згинання.

Навчальна мета заняття: поглибити і розширити знання здобувачів з опору матеріалів (прості види деформацій: згинання), ознайомити їх із методикою розв'язання задач.

Кількість годин - 4.

Місце проведення: навчальний кабінет коледжу.

Навчальні питання:

1. Визначення поперечних сил та згинальних моментів.
3. Побудова епюр поперечних сил та згинальних моментів.
4. Визначення розмірів поперечного перерізу балки.

Література: 6, 7 (с. 122 - 168)

План проведення заняття:

I. Порядок проведення вступу до заняття

Проведення попереднього контролю теоретичних знань здобувачів.

II. Порядок проведення основної частини заняття.

Постановка задачі та обговорення методики її розв'язання за участю здобувачів, розв'язування задач.

При згинанні відбувається скривлення подовжньої осі бруса.

Чисте згинання (гнуття) – простий вид деформації, при якому в поперечному перерізі бруса виникає тільки одне внутрішнє зусилля – *згинальний момент* (M_x чи M_y).

Поперечне згинання (гнуття) – вид деформації, при якому в поперечному перерізі бруса виникає два внутрішніх зусилля – *згинальний момент* (M_x чи M_y) і *поперечна сила* (Q).

Брус, що працює на гнуття називають *балкою*.

Правило знаків згинаючого моменту:

-якщо викликає стиск верхніх волокон балки – позитивний,

-якщо викликає стиск нижніх волокон балки – негативний.

(при позитивному згинальному моменті балка згинається опуклістю вниз, при негативному – опуклістю нагору)

Правило знаків поперечної сили Q :

-якщо прагне повернути елемент по годинній стрілці – позитивна,

-якщо прагне повернути елемент проти вартовий стрілки – негативна.

(аналогічно правилу знаків для τ , тому що Q є результатом дії дотичних напружень τ)

Нормальні напруги в довільній точці поперечного перерізу при гнутті:

$$\sigma = - \frac{M_x}{I_x} \cdot y$$

де M_x - згинальний момент, [$H \cdot m$];

I_x - осьовий момент інерції перетину, [m^4];

y - відстань від нейтрального шару до даної точки, [m].

Умова міцності при чистому згині:

$$\sigma_{max} = \frac{M_x}{W_x} \leq [\sigma]$$

де σ_{max} - максимальна нормальна напруга, [Па];

[σ] - нормальна напруга, що допускається, при згині, [Па];

M_x - згинальний момент, [Н·м];

W_x - осьовий момент опору перерізу, [м³].

(цією же умовою міцності користаються при поперечному гнутті, тому прийнято вважати поперечне гнуття простим видом деформації)

Формула Журавського:

$$\tau = \frac{Q_y \cdot S_x^I}{b \cdot I_x}$$

де τ - дотичні напруження в поперечному перерізі балки, [Па];

Q_y - поперечна сила, [Н];

I_x - осьовий момент інерції перетину, [м⁴];

b - ширина поперечного перерізу в розглянутому волокні, [м];

S_x^I - статичний момент частини поперечного перерізу, що відтина розглянутим волокном, [м³].

Теорема Журавського: перша похідна від згинаючого моменту по абсцисі z дорівнює поперечній силі.

$$Q = \frac{dM}{dz}$$

З теореми Журавського випливає, що при позитивній поперечній силі Q , значення на епюрі згинаючого моменту зростають (ліворуч праворуч), якщо Q негативна – убивають, якщо $Q = 0$ – постійні. Зміна згинаючого моменту на ділянці дорівнює площі епюри Q на цій ділянці.

Правило перевірки епюри Q_y :

Епюра Q_y перевіряється ліворуч праворуч.

У перетинах де на балці прикладені зосереджені сили P на епюрі Q_y повинні бути стрибки рівні цим силам. На ділянках де на балці не діє розподілене навантаження q поперечна сила Q_y постійна. На ділянках де на балці прикладене розподілене навантаження q поперечна сила Q_y змінюється на величину рівнодіючого розподіленого навантаження.

Правило перевірки епюри M_x :

Епюра M_x перевіряється ліворуч праворуч.

У перетинах де на балці прикладені зосереджені моменти M на епюрі M_x повинні бути стрибки рівні цим моментам. На ділянках де на балці не діє розподілене навантаження q епюра згинаючого моменту M_x обмежена прямими.

На ділянках де на балці прикладене розподілене навантаження q епюра згинаючого моменту M_x обмежена параболою з опуклістю назустріч розподіленому навантаженню.

Приклад:

Для заданої балки побудувати епюри внутрішніх зусиль. З умови міцності по нормальних напругах підібрати розміри круглого, прямокутного і двотаврового перетину балки. Порівняти вага двотаврової балки з вагою круглої і прямокутної балки. Для двотаврового перетину провести перевірку міцності по головних напругах і перевірку міцності на зріз.

$$\text{Прийняти: } [\sigma] = 160 \text{ МПа, } h = 2b, \gamma = 77 \frac{\text{кН}}{\text{м}^3}$$

Розв'язання:

1. Позначимо характерні перетини і пронумеруємо ділянки. Визначимо довжину кожної ділянки окремо.

Покажемо реакції опор. Припустимо, що обидві опорні реакції (R_B і R_D) спрямовані нагору.

2. Визначимо опорні реакції з умови рівноваги:

сума моментів усіх сил щодо точки опори повинна бути дорівнює нулю.

Розподілене навантаження будемо замінювати рівнодіючою зосередженою силою, рівної добутку інтенсивності розподіленого навантаження q на довжину по якій вона діє і прикладеної в центрі розподіленого навантаження.

$$\Sigma M_B = 0$$

Тоді

$$R_D = \frac{-2q \cdot \left(1,333 - \frac{b}{2}\right) + P \cdot 0,666 - M}{1,333} = \frac{-2 \cdot 11 \cdot (1,333 - 1) + 28 \cdot 0,666 - 9}{1,333} = 1,75 \text{ кН}$$

Позитивне значення реакції R_D указує на те, що ми угадали її напрям (вона в дійсності спрямована нагору).

$$\Sigma M_D = 0$$

$$\Sigma M_D = 2q \cdot \left(\frac{b}{2} + 0,666\right) - R_B \cdot 1,333 + P \cdot 0,666 + M = 0$$

$$\Sigma M_B = 2q \cdot \left(1,333 - \frac{b}{2}\right) - P \cdot 0,666 + R_D \cdot 1,333 + M = 0$$

Тоді

$$R_B = \frac{2q \cdot \left(\frac{b}{2} + 0,666\right) + P \cdot 0,666 + M}{1,333} = \frac{2 \cdot 11 \cdot (1 + 0,666) + 28 \cdot 0,666 + 9}{1,333} = 48,25 \text{ кН}$$

Позитивне значення реакції R_B указує на те, що ми угадали її напрям (вона в дійсності спрямована нагору).

Перевірка:

З умови рівноваги сума проекцій усіх сил на вертикальну вісь повинна бути дорівнює нулю.

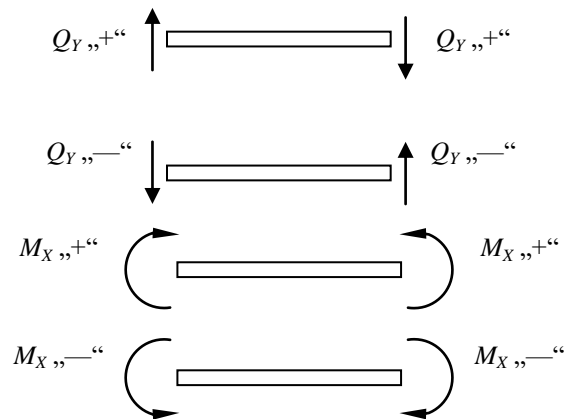
$$\Sigma Y = -b \cdot q + R_B - P + R_D = -2 \cdot 11 + 48,25 - 28 + 1,75 = 0$$

Умова виконується, тобто опорні реакції визначені вірно.

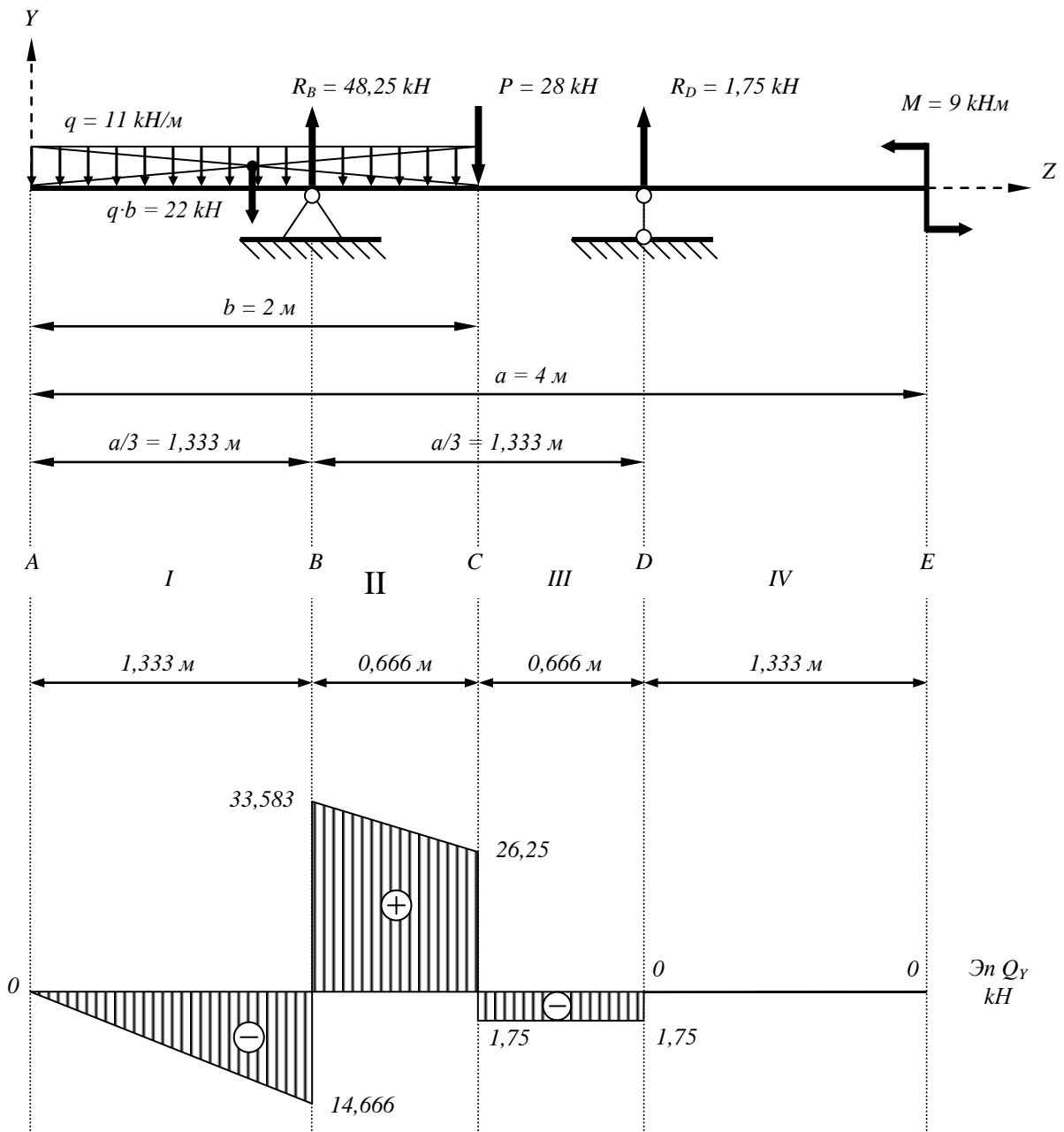
3. Визначимо внутрішні зусилля (поперечну силу Q_Y і згинальний момент M_X) на кожній ділянці методом перетинів.

Т.к. поперечна сила Q_Y – результат дії дотичних напружень, тому прийнято вважати Q_Y позитивною, якщо вона прагне повернути елемент

(відсічену частину) по годинній стрілці, негативної – якщо прагне повернути елемент (відсічену частину) проти вартовий стрілки.



Т.к. епюру згинаючого моменту M_X будують з боку стиснутого волокна балки, тому прийнято вважати M_X позитивним, якщо він викликає стиск верхніх волокон балки, негативним – якщо викликає стиск нижніх волокон балки.



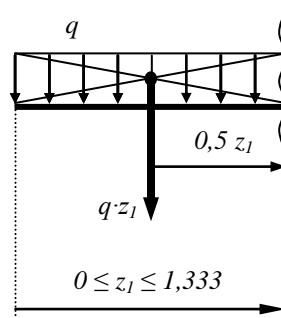
Ділянка AB:

Думкою розсічемо балку на ділянці AB. Відкинемо більш громіздку (праву) частина балки.

Для що залишилася (лівої) частини балки складемо два рівняння рівноваги:

а) поперечна сила дорівнює алгебраїчній сумі проекцій на вертикальну вісь зовнішніх сил прикладених до залишеної частини;

б) згинальний момент дорівнює алгебраїчній сумі моментів зовнішніх



сил (прикладених до залишеної частини) щодо центра ваги перетину.

q – прагне повернути частину балки, що залишилася, щодо перетину проти вартувий стрілки

$$Q_y = -(q \cdot z_l) = -11 \cdot z_l$$

q – викликає стиск нижніх волокон

$$M_x = -\left(q \cdot z_l \cdot \frac{z_l}{2}\right) = -\frac{q z_l^2}{2} = -5,5 \cdot z_l^2$$

при $z_l = 0$ (у перетині A):

$$Q_y = -11 \cdot 0 = 0$$

$$M_x = -5,5 \cdot 0 = 0$$

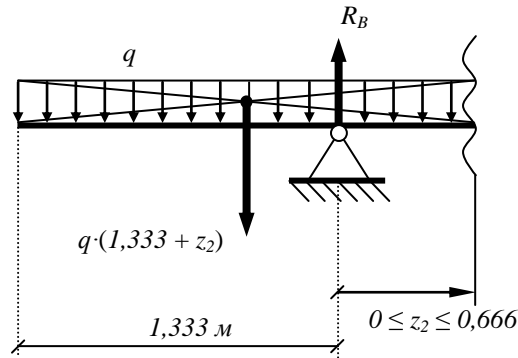
при $z_l = 1,333 \text{ м}$ (у перетині B):

$$Q_y = -11 \cdot 1,333 = -14,66 \text{ кН}$$

$$M_x = -5,5 \cdot 1,333^2 = -9,77 \text{ кНм}$$

Ділянка BP:

Думкою розсічемо балку на ділянці BP. Відкинемо більш громіздку (праву) частина балки.



q – прагне повернути частину балки, що залишилася, проти вартовий стрілки щодо перетину

R_B – прагне повернути частину балки, що залишилася, щодо перетину по годинній стрілці

$$Q_y = -q \cdot (1,333 + z_2) + R_B = -11 \cdot (1,333 + z_2) + 48,25 = 33,58 - 11 \cdot z_2$$

q – викликає стиск нижніх волокон

R_B – викликає стиск верхніх волокон

$$M_x = -\frac{q \cdot (1,333 + z_2)^2}{2} + R_B \cdot z_2 = -5,5 \cdot (1,333 + z_2)^2 + 48,25 z_2$$

при $z_2 = 0$ (у перетині B):

$$Q_y = 33,58 - 11 \cdot 0 = 33,58 \text{ kH}$$

$$M_x = -5,5 \cdot (1,333 + 0)^2 + 48,25 \cdot 0 = -9,77 \text{ kHm}$$

- стиснуті нижні волокна

при $z_2 = 0,666 \text{ м}$ (у перетині 3):

$$Q_y = 33,58 - 11 \cdot 0,666 = 26,25 \text{ kH}$$

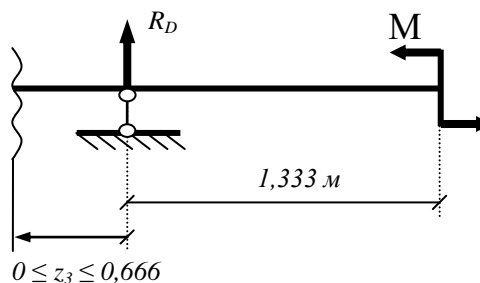
$$M_x = -5,5 \cdot (1,333 + 0,666)^2 + 48,25 \cdot 0,666 = 10,16 \text{ kHm}$$

- стиснуті верхні волокна

Ділянка CD:

Думкою розсічемо балку на ділянці CD. Відкинемо більш громіздку (ліву) частина балки.

R_D – прагне повернути частину балки, що залишилася, щодо перетину



проти годинникової стрілки

$$Q_y = -R_D = -1,75 \text{ kH} \quad (\text{не залежить від } z_3)$$

R_D – викликає стиск верхніх волокон

M – викликає стиск верхніх волокон

$$M_x = + (R_D \cdot z_3) + M = 1,75 \cdot z_3 + 9$$

при $z_3 = 0$ (у перетині D):

$$M_x = 1,75 \cdot 0 + 9 = 9 \text{ кНм}$$

- стиснуті верхні волокна

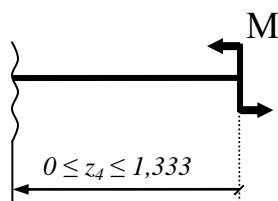
при $z_3 = 0,666 \text{ м}$ (у перетині C):

$$M_x = 1,75 \cdot 0,666 + 9 = 10,16 \text{ кНм}$$

- стиснуті верхні волокна

Ділянка DE :

Думкою розсічемо балку на ділянці DE . Відкинемо більш громіздку (ліву) частина балки.



$$Q_y = 0 \quad (\text{не залежить від } z_4)$$

M – викликає стиск верхніх волокон

$$M_x = +M = 9 \text{ кНм} \quad (\text{не залежить від } z_4)$$

4. За отриманими результатами побудуємо епюри внутрішніх зусиль (поперечної сили Q_y і згинаючого моменту M_x)

Осі епюр рівнобіжні балці. Позитивні значення відкладемо нагору від осей, негативні – униз (епюра згинаючого моменту M_x повинна бути побудована з боку стиснутих волокон балки).

Поперечна сила Q_y на всіх ділянках описується лінійними залежностями, тому епюра Q_y на всіх ділянках обмежується відрізками прямих.

На I і II -м ділянках у вираження для визначення згинаючого моменту M_x координата z входить у другому ступені, тому епюра M_x на цих ділянках обмежується параболою. Опуклість парабол буде назустріч розподіленому навантаженню q (у даній задачі – нагору). На III і IV -м ділянках згинальний момент M_x описується лінійними залежностями, тому епюра M_x на цих ділянках обмежується відрізками прямих.

На епюрах необхідно показати знаки і штрихування перпендикулярно осі.

(Епюру Q_y легко перевірити за розрахунковою схемою рухаючи ліворуч праворуч. На ділянці I довжиною $1,333 \text{ м}$ до балки прикладене розподілене навантаження q спрямована вниз, тому значення на епюрі убувають на величину рівнодіючої $1,333 \cdot q = 14,666 \text{ к}$. У перетині B діє реакція R_B спрямована нагору, тому на епюрі скачок нагору довжиною $48,25$ (з $-14,666$ у $+33,583$). На ділянці II довжиною $0,666 \text{ м}$ до балки прикладене розподілене навантаження q спрямована вниз, тому значення Q_y убувають на величину рівнодіючої $0,666 \cdot q = 7,333 \text{ к}$ (з $+33,583$ у $+26,25$). У перетині 3 діє зосереджена сила P спрямована вниз, тому на епюрі скачок униз довжиною 28 (з $+26,25$ у $-1,75$). На ділянках III і IV не діє розподілених навантажень, тому Q_y

на цих ділянках постійна. Скачок нагору на 1,75 у перетині D викликаний реакцією R_D .

Епюру M_X легко перевірити рухаючи ліворуч праворуч. На ділянках I і III на епюрі Q_Y знак «мінус», тому значення на епюрі M_X на цих ділянках убують. На ділянці II на епюрі Q_Y знак «плюс», тому значення на епюрі M_X зростають. На ділянці VI на епюрі $Q_Y = 0$, тому значення на епюрі M_X постійні. Скачок униз на 9 у перетині E викликаний зосередженим моментом $M = 9 \text{ кНм}$. Зміна згинаючого моменту M_X на кожній ділянці дорівнює площі епюри Q_Y на цій ділянці.)

5. Знайдемо небезпечний переріз балки.

Небезпечним буде перетин балки де виникає найбільший по модулі згинальний момент (саме там найбільш ймовірний руйнування балки).

Як видно з епюри M_X найбільше по модулі значення згинаючого моменту $|M_X|^{max} = 10,16 \text{ кНм}$ в перетині C .

6. Підберемо розміри поперечного перерізу балки з умови міцності:

$$\sigma_{max} = \frac{|M_X|^{max}}{W_X} \leq [\sigma]$$

де σ_{max} - максимальна нормальна напруга, $[Па]$;

$[\sigma]$ - нормальна напруга, що допускається, при вигині, $[Па]$;

M_X - згинальний момент, $[Н \cdot м]$;

W_X - осьовий момент опору перетину, $[м^3]$.

Осьовий момент опору поперечного перерізу балки з умови міцності:

$$W_X \geq \frac{|M_X|^{max}}{[\sigma]}$$

$$W_X \geq \frac{10,16 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 63,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3 = 63,5 \text{ см}^3$$

Якщо необхідно виготовити балку круглого поперечного перерізу, можна виразити осьовий момент опору поперечного перерізу через діаметр:

$$W_X = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0,1 d^3$$

тоді діаметр поперечного перерізу балки:

$$d = \sqrt[3]{\frac{W_X}{0,1}}$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{63,5}{0,1}} = 8,59 \text{ см}$$

Якщо необхідно виготовити балку прямокутного поперечного перерізу, можна виразити осьовий момент опору через ширину b і висоту h :

$$W_X = \frac{bh^2}{6}$$

$$\text{якщо } h = 2b, \text{ тоді } W_X = \frac{b(2b)^2}{6} = \frac{2}{3} b^3$$

тоді ширина поперечного перерізу балки:

$$b = \sqrt[3]{\frac{3}{2} W_x}$$

$$b \geq \sqrt[3]{\frac{3}{2} 63,5} = 4,57 \text{ см}$$

висота поперечного перерізу балки з умови $h = 2b \geq 2 \cdot 4,57 = 9,14 \text{ див}$

Якщо потрібно підібрати для балки двотавровий перетин (чи інший прокатний профіль), необхідно скористатися таблицями сортаменту:

виберемо із сортаменту двотавр у який момент опору W_x приймає найближче більше значення до розрахункового ($63,5 \text{ див}^3$).

I №14: $W_x = 81,7 \text{ див}^3$

$h = 14 \text{ див}$

$b = 7,3 \text{ див}$

$s = 0,49 \text{ див}$

$t = 0,75 \text{ див}$

$I_x = 572 \text{ див}^4$

$S_x^I = 46,8 \text{ див}^3$ – статичний момент напівперетину

Вага 1 м = 137 Н = 13,7 кг

III. Порядок проведення заключної частини заняття.

Здійснити перевірку і оцінювання виконаних завдань. Підвести підсумок практичного заняття звернувши увагу на основні помилки при його виконанні.

Тема № 9. Згинання.

Практичне заняття: Згинання.

Навчальна мета заняття: поглибити і розширити знання здобувачів з опору матеріалів (прості види деформацій: згинання), ознайомити їх із методикою розв'язання задач.

Кількість годин - 2.

Місце проведення: навчальний кабінет коледжу.

Навчальні питання:

1. Визначення поперечних сил та згинальних моментів.

5. Побудова епюр поперечних сил та згинальних моментів.

6. Визначення розмірів поперечного перерізу балки.

Література: 6, 7 (с. 122 - 168)

План проведення заняття:

I. Порядок проведення вступу до заняття

Проведення попереднього контролю теоретичних знань здобувачів.

II. Порядок проведення основної частини заняття.

Постановка задачі та обговорення методики її розв'язання за участю здобувачів, розв'язування задач.

При згинанні відбувається скривлення подовжньої осі бруса.

Чисте згинання (гнуття) – простий вид деформації, при якому в поперечному перерізі бруса виникає тільки одне внутрішнє зусилля – *згинальний момент* (M_X чи M_Y).

Поперечне згинання (гнуття) – вид деформації, при якому в поперечному перерізі бруса виникає два внутрішніх зусилля – *згинальний момент* (M_X чи M_Y) і *поперечна сила* (Q).

Брус, що працює на гнуття називають *балкою*.

Правило знаків згинаючого моменту:

-якщо викликає стиск верхніх волокон балки – позитивний,

-якщо викликає стиск нижніх волокон балки – негативний.

(при позитивному згинальному моменті балка згинається опуклістю вниз, при негативному – опуклістю нагору)

Правило знаків поперечної сили Q :

-якщо прагне повернути елемент по годинній стрілці – позитивна,

-якщо прагне повернути елемент проти вартовий стрілки – негативна.

(аналогічно правилу знаків для τ , тому що Q є результатом дії дотичних напружень τ)

Нормальні напруги в довільній точці поперечного перерізу при гнутті:

$$\sigma = - \frac{M_X}{I_X} \cdot y$$

де M_X - згинальний момент, [$H \cdot m$];

I_X - осьовий момент інерції перетину, [m^4];

y - відстань від нейтрального шару до даної точки, [m].

Умова міцності при чистому згині:

$$\sigma_{max} = \frac{M_X}{W_X} \leq [\sigma]$$

де σ_{max} - максимальна нормальна напруга, [$Па$];

$[\sigma]$ - нормальна напруга, що допускається, при згині, [$Па$];

M_X - згинальний момент, [$H \cdot m$];

W_X - осьовий момент опору перерізу, [m^3].

(цією же умовою міцності користаються при поперечному гнутті, тому прийнято вважати поперечне гнуття простим видом деформації)

Формула Журавського:

$$\tau = \frac{Q_Y \cdot S_X^I}{b \cdot I_X}$$

де τ - дотичні напруження в поперечному перерізі балки, [$Па$];

Q_Y - поперечна сила, [H];

I_X - осьовий момент інерції перетину, [m^4];

b - ширина поперечного перерізу в розглянутому волокні, [m];

S_X^I - статичний момент частини поперечного перерізу, що відтина розглянутим волокном, [m^3].

Теорема Журавського: перша похідна від згинаючого моменту по абсцисі з дорівнює поперечній силі.

$$Q = \frac{dM}{dz}$$

З теореми Журавського випливає, що при позитивній поперечній силі Q , значення на епюрі згинаючого моменту зростають (ліворуч праворуч), якщо Q негативна – убують, якщо $Q = 0$ – постійні. Зміна згинаючого моменту на ділянці дорівнює площі епюрі Q на цій ділянці.

Правило перевірки епюрі Q_y :

Епюра Q_y перевіряється ліворуч праворуч.

У перетинах де на балці прикладені зосереджені сили P на епюрі Q_y повинні бути стрибки рівні цим силам. На ділянках де на балці не діє розподілене навантаження q поперечна сила Q_y постійна. На ділянках де на балці прикладене розподілене навантаження q поперечна сила Q_y змінюється на величину рівнодіючого розподіленого навантаження.

Правило перевірки епюрі M_x :

Епюра M_x перевіряється ліворуч праворуч.

У перетинах де на балці прикладені зосереджені моменти M на епюрі M_x повинні бути стрибки рівні цим моментам. На ділянках де на балці не діє розподілене навантаження q епюра згинаючого моменту M_x обмежена прямими.

На ділянках де на балці прикладене розподілене навантаження q епюра згинаючого моменту M_x обмежена параболою з опуклістю назустріч розподіленому навантаженню.

При згинанні відбувається скривлення подовжньої осі бруса.

Чисте згинання (гнуття) – простий вид деформації, при якому в поперечному перерізі бруса виникає тільки одне внутрішнє зусилля – згинальний момент (M_x чи M_y).

Поперечне згинання (гнуття) – вид деформації, при якому в поперечному перерізі бруса виникає два внутрішніх зусилля – згинальний момент (M_x чи M_y) і поперечна сила (Q).

Брус, що працює на гнуття називають *балкою*.

Правило знаків згинаючого моменту:

-якщо викликає стиск верхніх волокон балки – позитивний,

-якщо викликає стиск нижніх волокон балки – негативний.

(при позитивному згинальному моменті балка згинається опуклістю вниз, при негативному – опуклістю нагору)

Правило знаків поперечної сили Q :

-якщо прагне повернути елемент по годинній стрілці – позитивна,

-якщо прагне повернути елемент проти вартовий стрілки – негативна.

(аналогічно правилу знаків для τ , тому що Q є результатом дії дотичних напружень τ)

Нормальні напруги в довільній точці поперечного перерізу при гнутті:

$$\sigma = - \frac{M_x}{I_x} \cdot y$$

де M_x – згинальний момент, $[H \cdot m]$;

I_x – осьовий момент інерції перетину, $[m^4]$;

y - відстань від нейтрального шару до даної точки, [м].

Умова міцності при чистому згині:

$$\sigma_{max} = \frac{M_x}{W_x} \leq [\sigma]$$

де σ_{max} - максимальна нормальна напруга, [Па];

$[\sigma]$ - нормальна напруга, що допускається, при згині, [Па];

M_x - згинальний момент, [Н·м];

W_x - осьовий момент опору перерізу, [м³].

(цією же умовою міцності користаються при поперечному гнутті, тому прийнято вважати поперечне гнуття простим видом деформації)

Формула Журавського:

$$\tau = \frac{Q_y \cdot S_x^I}{b \cdot I_x}$$

де τ - дотичні напруження в поперечному перерізі балки, [Па];

Q_y - поперечна сила, [Н];

I_x - осьовий момент інерції перетину, [м⁴];

b - ширина поперечного перерізу в розглянутому волокні, [м];

S_x^I - статичний момент частини поперечного перерізу, що відтина розглянутим волокном, [м³].

Теорема Журавського: перша похідна від згинаючого моменту по абсцисі z дорівнює поперечній силі.

$$Q = \frac{dM}{dz}$$

З теореми Журавського випливає, що при позитивній поперечній силі Q , значення на епюрі згинаючого моменту зростають (ліворуч праворуч), якщо Q негативна – убують, якщо $Q = 0$ – постійні. Зміна згинаючого моменту на ділянці дорівнює площі епюри Q на цій ділянці.

Правило перевірки епюри Q_y :

Епюра Q_y перевіряється ліворуч праворуч.

У перетинах де на балці прикладені зосереджені сили P на епюрі Q_y повинні бути стрибки рівні цим силам. На ділянках де на балці не діє розподілене навантаження q поперечна сила Q_y постійна. На ділянках де на балці прикладене розподілене навантаження q поперечна сила Q_y змінюється на величину рівнодіючого розподіленого навантаження.

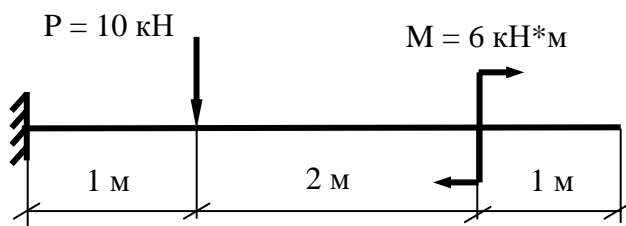
Правило перевірки епюри M_x :

Епюра M_x перевіряється ліворуч праворуч.

У перетинах де на балці прикладені зосереджені моменти M на епюрі M_x повинні бути стрибки рівні цим моментам. На ділянках де на балці не діє розподілене навантаження q епюра згинаючого моменту M_x обмежена прямими.

На ділянках де на балці прикладене розподілене навантаження q епюра згинаючого моменту M_x обмежена параболою з опуклістю назустріч розподіленому навантаженню.

Задача. Для заданої схеми балки підібрати двотавровий переріз.



III. Порядок проведення заключної частини заняття.

Здійснити перевірку і оцінювання виконаних завдань. Підвести підсумок практичного заняття звернувши увагу на основні помилки при його виконанні.

Тема № 10. Кінематика точки.

Практичне заняття: Кінематика точки.

Навчальна мета заняття: поглибити і розширити знання здобувачів з кінематики, ознайомити їх із методикою розв'язання задач.

Кількість годин - 2.

Місце проведення: навчальний кабінет коледжу.

Навчальні питання:

1. Визначення рівнянь руху та траєкторії точки.

Література: 1, 2, 3, 4 (с. 78-103).

План проведення заняття:

I. Порядок проведення вступу до заняття

Проведення попереднього контролю теоретичних знань здобувачів.

II. Порядок проведення основної частини заняття.

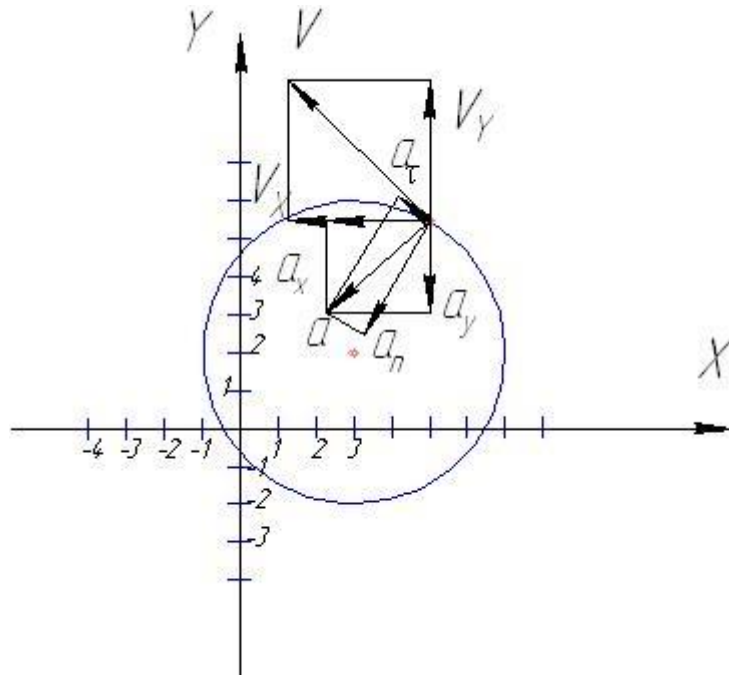
Постановка задачі та обговорення методики її розв'язання за участю здобувачів, розв'язування задач.

Задане рівняння руху точки в площині xy : $x = 4\cos(\frac{\pi}{3}t) + 3$, $y = 4\sin(\frac{\pi}{3}t) + 2$;

$t_1 = 1 \text{ c}$.

Знайти рівняння траєкторії точки; швидкість та прискорення, дотичне та нормальне прискорення; радіус кривини траєкторії в момент часу $t = t_1$.

Розв'язання:



1. Рівняння траєкторії. Для визначення рівняння траєкторії точки виключимо час t із заданих рівнянь руху. Так як час входить в аргументи тригонометричних функцій, де один аргумент вдвічі більший за другий, використовуємо формулу

$$\frac{x-3}{4} = \cos \alpha \quad \frac{y-2}{4} = \sin \alpha$$

$$\left(\frac{x-3}{4}\right)^2 = \cos^2 \alpha \quad \left(\frac{y-2}{4}\right)^2 = \sin^2 \alpha$$

$$\left(\frac{x-3}{4}\right)^2 + \left(\frac{y-2}{4}\right)^2 = \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1 \quad - \text{рівняння кола з осями } x=4\text{м}; y=4\text{м},$$

причому його вісь зсунута $x=3\text{м}; y=2\text{м}$.

2. Швидкість точки. Швидкість знайдемо за її проекціями на координатні осі.

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}, \text{ где}$$

$$v_x = \frac{dx}{dt} = -\frac{4\pi}{3} \sin\left(\frac{\pi}{3}t\right), \quad v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{4\pi}{3} \cos\left(\frac{\pi}{3}t\right). \text{ При } t = t_1 = 1 \text{ с}$$

$$v_x = -3,62 \text{ (м/с)}, \quad v_y = 2,09 \text{ (м/с)},$$

$$v = \sqrt{3,62^2 + 2,09^2} = 4,18 \text{ (м/с)}.$$

3. Прискорення точки. Знаходимо аналогічно:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2},$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = -\frac{4\pi^2}{9} \cos\left(\frac{\pi}{3}t\right), \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} = -\frac{4\pi^2}{9} \sin\left(\frac{\pi}{3}t\right) \text{ и при } t = t_1 = 1$$

$$a_x = -2,19 \text{ (м/с}^2\text{)}, \quad a_y = -3,79 \text{ (м/с}^2\text{)}, \quad a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 4,37 \text{ (м/с}^2\text{)}.$$

4. Дотичне прискорення. Знайдемо, для цього диференціюємо рівність $v^2 = v_x^2 + v_y^2$. Отримаємо

$$2v \frac{dv}{dt} = 2v_x \frac{dv_x}{dt} + 2v_y \frac{dv_y}{dt}, \quad \text{звідки} \quad a_\tau = \frac{v_x a_x + v_y a_y}{v} \quad \text{та} \quad \text{при} \quad t = t_1 = 1 \quad \text{с}$$

$$a_\tau = \frac{3,62 \cdot 2,19 - 2,09 \cdot 3,79}{4,18} = 0,002 \text{ (м/с}^2\text{)}.$$

5. Нормальне прискорення. $a_n = \sqrt{a^2 - a_\tau^2} = \sqrt{4,37^2 - 0,002^2} = 4,37 \text{ (м/с}^2\text{)}.$

6. Радіус кривини траєкторії. $\rho = \frac{v^2}{a_n} = \frac{4,18^2}{4,37} = 4 \text{ (м)}.$

Відповідь: $v_x = -3,62 \text{ (м/с)}, \quad v_y = 2,09 \text{ (м/с)}, \quad v = 4,18 \text{ (м/с)}, \quad a_x = -2,19 \text{ (м/с}^2\text{)},$
 $a_y = -3,79 \text{ (м/с}^2\text{)}, \quad a = 4,37 \text{ (м/с}^2\text{)}, \quad a_\tau = 0,002 \text{ (м/с}^2\text{)}, \quad a_n = 4,37 \text{ (м/с}^2\text{)}, \quad \rho = 4 \text{ (м)}.$

1. Рух точки задано рівняннями:

$$x = 2t - \sin 2t$$

$$y = 2 - \cos 2t$$

x, y – координати (м); t – час (с).

Визначити дотичне і нормальне прискорення точки в момент часу $t = \pi/2$ (с).

2. По дузі кола радіусом $R=1000$ м рівносповільнено рухається потяг зі швидкістю на початку руху $v_0=54$ км/год. Після того як потяг пройшов відстань $S= 500$ м, його швидкість зменшилась до 36 км/год.

Визначити повне прискорення потяга на початку і в кінці руху.

III. Порядок проведення заключної частини заняття.

Здійснити перевірку і оцінювання виконаних завдань. Підвести підсумок практичного заняття звернувши увагу на основні помилки при його виконанні.

Тема № 11. Кінематика твердого тіла.

Практичне заняття: Кінематика твердого тіла.

Навчальна мета заняття: поглибити і розширити знання здобувачів з кінематики, ознайомити їх із методикою розв'язання задач.

Кількість годин - 4.

Місце проведення: навчальний кабінет коледжу.

Навчальні питання:

1. Визначення рівнянь руху та траєкторії точки.

Література: 1, 2, 3, 4 (с. 78-103).

План проведення заняття:

I. Порядок проведення вступу до заняття

Проведення попереднього контролю теоретичних знань здобувачів.

II. Порядок проведення основної частини заняття.

Постановка задачі та обговорення методики її розв'язання за участю здобувачів, розв'язування задач.

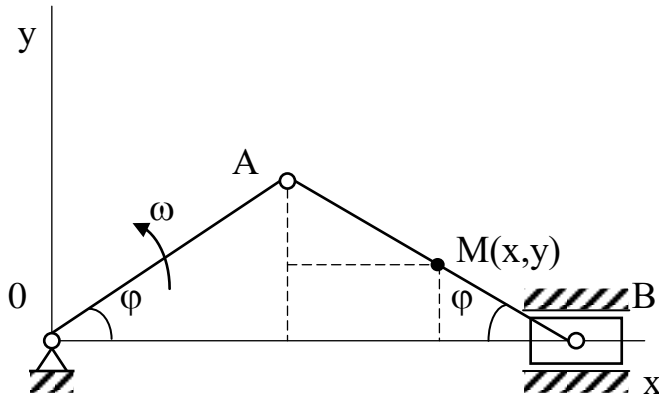


Рис. 4

Приклад 1. Кривошип OA обертається навколо нерухомої осі так, що кут $\varphi = 10t$ рад. Довжина $OA = 0,8$ м, $AB = 0,8$ м. Знайти рівняння руху і траєкторію середньої точки M шатуна, а також рівняння руху повзуна B , якщо у початковий момент повзун знаходився у крайньому положенні (рис. 4).

Розв'язання. Визначимо координати точки M у залежності від кута φ :

$$x_M = OA \cos \varphi + AM \cos \varphi = 0,8 \cos \varphi + 0,4 \cos \varphi = 1,2 \cos \varphi;$$

$$y_M = MB \sin \varphi = 0,4 \sin \varphi.$$

Таким чином, рівняння руху точки M запишеться так:

$$x_M = 1,2 \cos 10t; y_M = 0,4 \sin 10t.$$

Щоб визначити рівняння траєкторії точки M , виключимо з рівняння руху час. Перетворимо рівняння руху і піднесемо їх до квадрату:

$x_M^2 / 1,2^2 = \cos^2 10t$; $y_M^2 / 0,4^2 = \sin^2 10t$. Складемо ліві і праві частини рівнянь і одержимо рівняння траєкторії точки M :

$$x_M^2 / 1,2^2 = y_M^2 / 0,4^2 = 1.$$

Точка M рухається по еліпсу з напівосями довжиною 1,2 і 0,4 м.

Так як повзун B рухається прямолінійно уздовж осі x , то $y_B = 0$.

Щоб одержати рівняння руху повзуна визначимо абсцису точки B у залежності від кута φ :

$$x_B = OA \cos \varphi + AB \cos \varphi =$$

$$= 0,8 \cos \varphi + 0,8 \cos \varphi = 1,6 \cos \varphi.$$

Тоді рівняння руху повзуна запишемо так:

$$x_B = 1,6 \cos 10t, \text{ м}$$

Знайти модуль швидкості середини M шатуна кривошипно-повзунного механізму і швидкість повзуна B , якщо $OA = 0,4$ м; $AB = 0,8$ м, а кут $\varphi = \omega t$, де ω - постійна величина, а t виражається у секундах (див. рис. 2.6).

Розв'язання. Для розв'язання приклада скористуємося рівняннями руху точки M і повзуна B , одержаними у прикладі 2.1:

$$x_M = 1,2 \cos \varphi = 1,2 \cos \omega t,$$

$$y_M = 0,4 \sin \varphi = 0,4 \sin \omega t,$$

$$x_B = 1,6 \cos \varphi = 1,6 \cos \omega t,$$

Для визначення швидкості точки M візьмемо похідні:

$$V_{MX} = \frac{dx_M}{dt} = -1.2\omega \sin \omega t$$

$$V_{MY} = \frac{dy_M}{dt} = 0.4\omega \cos \omega t.$$

Визначимо модуль швидкості точки M :

$$V_M = \sqrt{V_{MX}^2 + V_{MY}^2} = \sqrt{(1.2\omega \sin \omega t)^2 + (0.4\omega \cos \omega t)^2} = 0.4\omega \sqrt{8 \sin^2 \omega t + 1}, \text{ м/с.}$$

Повзун B рухається прямолінійно, тому для визначення швидкості його руху досить продиференціювати рівняння руху за часом:

$$V_B = \frac{dx_B}{dt} = -1.6\omega \sin \omega t, \text{ м/с.}$$

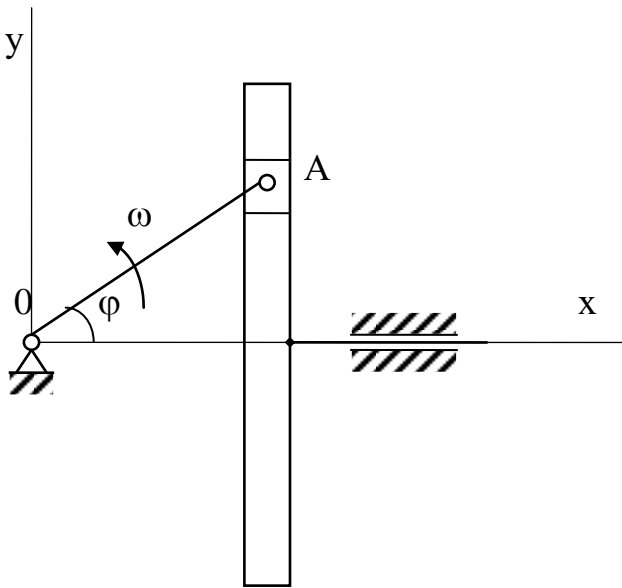


Рис. 5

Приклад 2. Кривошип OA куліси Вольфа (рис. 5) рівномірно обертається навколо нерухомої осі O так, що кут $\varphi = (\pi/4)t$, рад. Довжина $OA = 0,2$ м. У початковий момент кривошип OA складав з віссю Ox кут $\varphi_0 = 0$. Скласти рівняння руху куліси.

Розв'язання. З конструкції механізму видно, що куліса рухається зворотно-поступально уздовж осі x . Зрозуміло, що куліса буде рухатися за тим же законом, за яким рухається проекція точки A на вісь x . Отже,

$$x = x_A = OA \cos \varphi = 0.2 \cos(\pi/4)t,$$

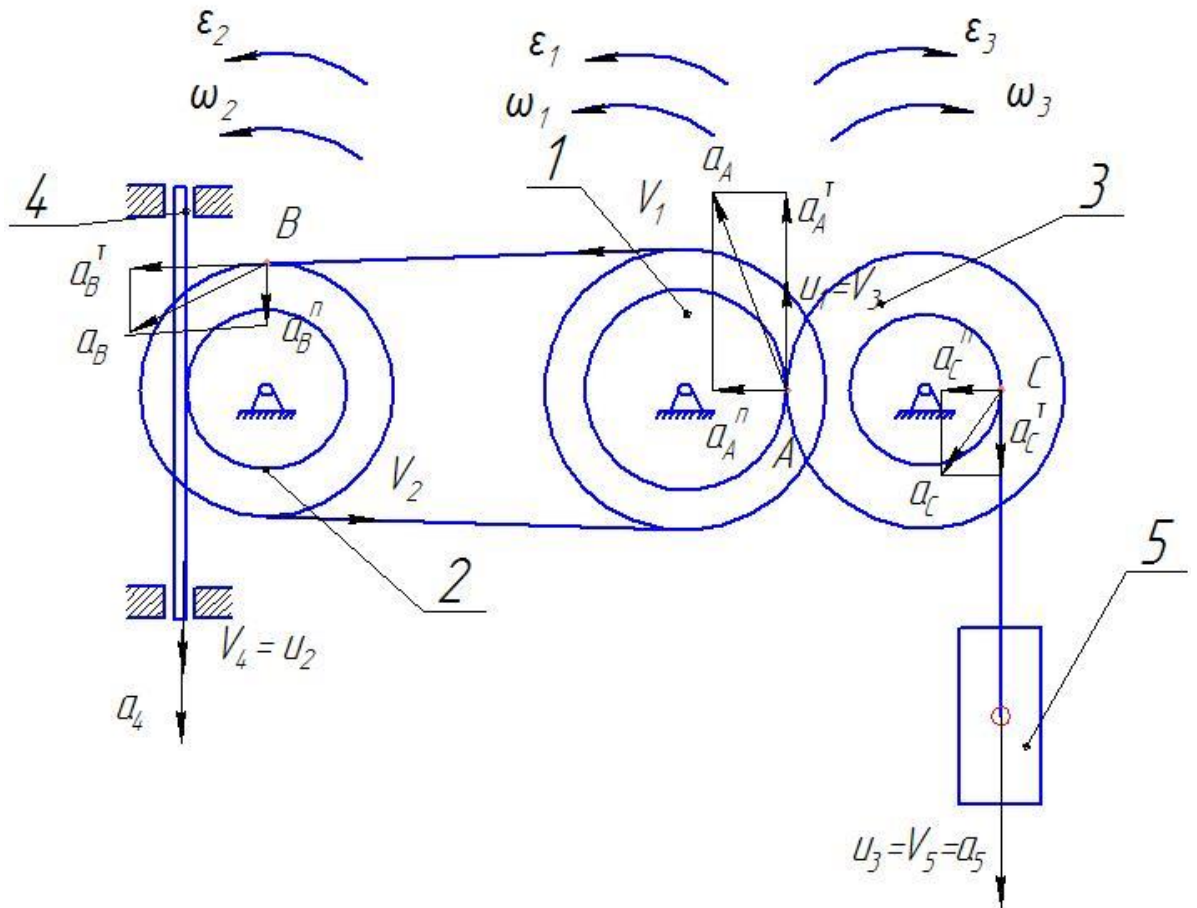
М

Приклад 3.

Дано: $r_1 = 2\text{см}$; $R_1 = 4\text{см}$; $r_2 = 6\text{см}$; $R_2 = 8\text{см}$; $r_3 = 12\text{см}$; $R_3 = 16\text{см}$; $t_1 = 2\text{с}$; $V_5 = 2t^3 - 3$

Знайти кутові прискорення та швидкості коліс за величиною та напрямком, прискорення та швидкість рейки, прискорення та швидкість усіх точок.

Розв'язок:



1. Визначимо кутові та лінійні швидкості всіх коліс як функцію часу. Знаючи закон руху колеса 5 у момент часу $t_1=2\text{с}$

$V_5 = 2t_1^3 - 3 = 13\text{см/с}$ прийемо додатній напрямок вниз.

$$u_3 = V_5 = 13\text{см/с} \quad \omega_3 = \frac{u_3}{r_3} = \frac{13}{12} = 1.08\text{см/с} \quad V_3 = u_1 = \omega_3 \cdot R_3 = 1.08 \cdot 16 = 17.28\text{см/с}$$

$$\omega_1 = \frac{u_1}{r_1} = \frac{17.28}{2} = 8.64\text{см/с} \quad V_2 = V_1 = \omega_1 \cdot R_1 = 8.64 \cdot 4 = 34.56\text{см/с}$$

$$\omega_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{34.56}{8} = 4.32\text{см/с} \quad V_4 = u_2 = \omega_2 \cdot r_2 = 4.32 \cdot 6 = 25.92\text{см/с}$$

2. Визначимо кутові та лінійні прискорення.

$$a_5 = \dot{V}_5 = 6t^2 \text{ у момент часу } t_1=2\text{с} \quad a_5 = a_C^r = 6 \cdot 2^2 = 24\text{см/с}^2$$

$$\varepsilon_3 = \frac{a_C^r}{r_3} = \frac{24}{12} = 2\text{с}^{-2} \quad a_C^n = \omega_3^2 \cdot r_3 = 1.08^2 \cdot 12 = 14\text{см/с}^2 \quad a_C = \sqrt{(a_C^n)^2 + (a_C^r)^2} = 26.83\text{м/с}^2$$

$$a_A^r = \varepsilon_3 \cdot R_3 = 2 \cdot 16 = 32\text{см/с}^2 \quad \varepsilon_1 = \frac{a_A^r}{r_1} = \frac{32}{2} = 16\text{с}^{-2}$$

$$a_A^n = \omega_1^2 \cdot r_1 = 8.64^2 \cdot 2 = 149.3\text{см/с}^2 \quad a_A = \sqrt{(a_A^n)^2 + (a_A^r)^2} = 152.7\text{м/с}^2$$

$$a_B^r = \varepsilon_1 \cdot R_1 = 16 \cdot 4 = 64\text{см/с}^2 \quad \varepsilon_2 = \frac{a_B^r}{R_2} = \frac{64}{8} = 8\text{с}^{-2}$$

$$a_B^n = \omega_2^2 \cdot R_2 = 4.32^2 \cdot 8 = 149.3\text{см/с}^2 \quad a_B = \sqrt{(a_B^n)^2 + (a_B^r)^2} = 162.44\text{м/с}^2$$

$$a_4 = \varepsilon_2 \cdot r_2 = 48\text{м/с}^2.$$

III. Порядок проведення заключної частини заняття.

Здійснити перевірку і оцінювання виконаних завдань. Підвести підсумок практичного заняття звернувши увагу на основні помилки при його виконанні.

3. Рекомендована література

Основна

1. Павловський М. А. Теоретична механіка: Підручник.- К.: Техніка, 2002. – 512 с.
2. Федуліна А. І. Теоретична механіка: Навч. посіб.- К.: Вища шк., 2005. – 319 с.
3. Теоретична механіка: Збірник задач / О. С. Апостолук, В. М. Воробйов, Д.І. Ільчишин та ін.; За ред. М. А. Павловського. - К.: Техніка, 2007. – 400 с.
4. Цасюк В. В. Теоретична механіка: Підручник.- Львів: Афіша, 2003. – 402 с.
5. Головіна Н.П. Механіка гіроскопічних систем в авіації: Навчальний посібник. – Кременчук: КЛК НАУ, 2009. – 88с.
6. Гурняк Л.І., Гуцуляк Ю.В., Юзьків Т.Б. Опір матеріалів: Посібник для вивчення курсу при кредитно-модульній системі навчання. – Львів: “Новий світ – 2000”, 2006. – 364 с.
7. Писаренко Г.С. та ін. Опір матеріалів Підручник/Г.С. Писаренко, О. Л. Квітка, Е.С.Уманський. За ред. Г.С. Писаренка – К.: Вища шк., 1993. – 655 с.
8. Корнілов О. А. Короткий курс опору матеріалів: Підручник.- Львів: Магнолія 2006, 2007. – 170 с.

Допоміжна

9. Токар А. М. Теоретична механіка. Кінематика. Методи і задачі: Навч. посіб.- К.: Либідь, 2001. – 339 с.
10. Токар А. М. Теоретична механіка. Динаміка. Методи і задачі: Навч. посіб.- К.: Либідь, 2006. – 314 с.