

**МІНІСТЕРСТВО ВНУТРІШНІХ СПРАВ УКРАЇНИ  
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ВНУТРІШНІХ СПРАВ  
КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ ЛЬОТНИЙ КОЛЕДЖ**

**Циклова комісія природничих дисциплін**

**ТЕКСТ ЛЕКЦІЇ**

з навчальної дисципліни «Технічна механіка»  
обов'язкових компонент  
освітньо-професійної програми  
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти

**272 Авіаційний транспорт  
Аеронавігація**

**за темою – Моменти сил. Теорія пар сил**

**Кременчук 2023**

## **ЗАТВЕРДЖЕНО**

Науково-методичною радою  
Харківського національного  
університету внутрішніх справ  
Протокол від 30.08.2023 № 7

## **СХВАЛЕНО**

Методичною радою Кременчуцького  
льотного коледжу Харківського  
національного університету  
внутрішніх справ  
Протокол від 28.08.2023 № 1

## **ПОГОДЖЕНО**

Секцією науково-методичної ради  
ХНУВС з технічних дисциплін  
Протокол від 29.08.2023 № 7

Розглянуто на засіданні циклової комісії природничих дисциплін, протокол  
від 28.08.2023 № 1

### **Розробник:**

*Викладач циклової комісії природничих дисциплін, спеціаліст вищої категорії,  
Сіора А.С.*

### **Рецензенти:**

- 1. Доцент кафедри автомобілів та тракторів Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського, кандидат технічних наук, доцент Черниш А.А.*
- 2. Професор навчального відділу КЛК ХНУВС, кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, спеціаліст вищої категорії, викладач-методист циклової комісії аеронавігації Тягній В.Г.*

### План лекції:

1. Теорема про рівновагу трьох непаралельних сил.
2. Момент сили, його модуль і напрям. Теорема Варіньона.
3. Пара сил та її властивості. Умова рівноваги системи пар.
4. Умова рівноваги плоскої системи пар.

### Рекомендована література:

#### Основна

1. Павловський М. А. Теоретична механіка: Підручник.- К.: Техніка, 2002. – 512 с.
2. Федуліна А. І. Теоретична механіка: Навч. посіб.- К.: Вища шк., 2005. – 319 с.
3. Теоретична механіка: Збірник задач / О. С. Апостолук, В. М. Воробйов, Д.І. Ільчишин та ін.; За ред. М. А. Павловського. - К.: Техніка, 2007. – 400 с.
4. Цасюк В. В. Теоретична механіка: Підручник.- Львів: Афіша, 2003. – 402 с.
5. Головіна Н.П. Механіка гіроскопічних систем в авіації: Навчальний посібник. – Кременчук: КЛК НАУ, 2009. – 88с.
6. Гурняк Л.І., Гуцуляк Ю.В., Юзьків Т.Б. Опір матеріалів: Посібник для вивчення курсу при кредитно-модульній системі навчання. – Львів: “Новий світ – 2000”, 2006. – 364 с.
7. Писаренко Г.С. та ін. Опір матеріалів Підручник/Г.С. Писаренко, О. Л. Квітка, Е.С.Уманський. За ред. Г.С. Писаренка – К.: Вища шк., 1993. – 655 с.
8. Корнілов О. А. Короткий курс опору матеріалів: Підручник.- Львів: Магнолія 2006, 2007. – 170 с.

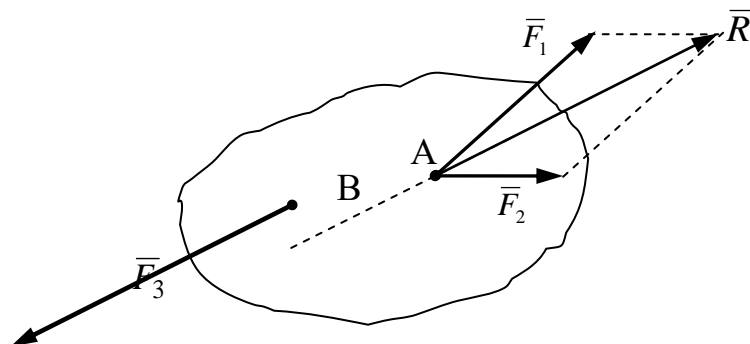
#### Допоміжна

9. Токар А. М. Теоретична механіка. Кінематика. Методи і задачі: Навч. посіб.- К.: Либідь, 2001. – 339 с.
10. Токар А. М. Теоретична механіка. Динаміка. Методи і задачі: Навч. посіб.- К.: Либідь, 2006. – 314 с.

### Текст лекції

#### 1. Теорема про рівновагу трьох непаралельних сил.

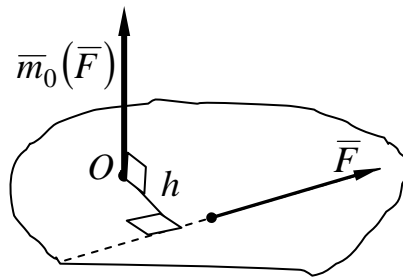
Якщо тверде тіло знаходиться в рівновазі під дією трьох непаралельних сил, то лінії дії цих сил перетинаються в одній точці.



## 2. Момент сили, його модуль і напрям. Теорема Варіньона.

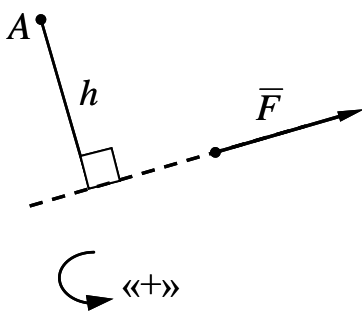
**Момент сили** відносно центру – це векторна величина чисельно рівна добутку модуля сили на плече (найкоротша відстань від центру до лінії дії сили). Вектор моменту сили направлений перпендикулярно площині, яка задана силою і даним центром в той бік, звідки обертання сили відносно центру ми бачимо таким, що відбувається проти ходу годинникової стрілки.

$$|\vec{m}_0(\vec{F})| = Fh$$

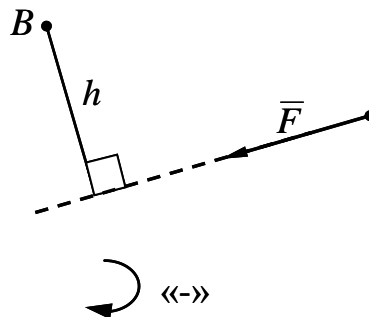


**Скалярним моментом сили**, відносно центру називається добуток модуля сили на плече, вибране з відповідним знаком. Знак «+» вибирається в тому випадку, якщо сила прагне повернути тіло відносно центру проти ходу годинникової стрілки. Знак «-» - за годинниковою стрілкою.

$$m_A(\vec{F}) = \pm Fh$$

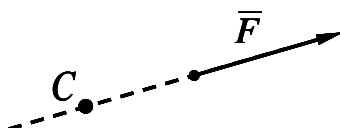


$$m_A(\vec{F}) = +Fh$$



$$m_B(\vec{F}) = -Fh$$

Момент сили вносно центру рівний нулю, якщо сила рівна нулю, або лінія її дії проходить через даний центр (плече рівне нулю).



$$m_C(\bar{F})=0$$

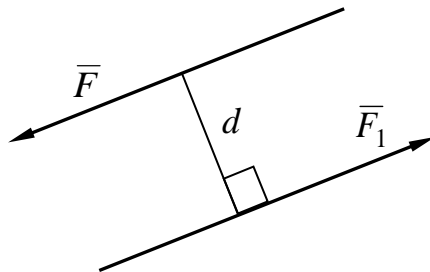
### Теорема Варіньона.

Момент рівнодіючої відносно центру дорівнює сумі моментів сил її складових відносно цього ж центру.

$$\text{Якщо } \bar{R} = \bar{F}_1 + \bar{F}_2, \text{ то } m_A(\bar{R}) = m_A(\bar{F}_1) + m_A(\bar{F}_2)$$

### 3. Пара сил та її властивості. Умова рівноваги системи пар.

**Парою сил** називаються дві рівні по модулю, паралельні і протилежно направлені сили, що не лежать на одній прямій. Найкоротша відстань між силами називається **плечем пари**.



$$m(\bar{F}; \bar{F}_1) = \pm Fd$$

### Властивості пар.

1. Пару сил, не змінюючи її дію на тіло, можна переносити в будь-яку точку даної площини.
2. Пару сил можна переносити з даної площини в будь-яку її паралельну площину.
3. Не змінюючи дію пари на тіло можна міняти величину сил і плече даної пари, залишаючи постійним її момент.

### Умова рівноваги системи пар.

Тіло під дією системи пар сил знаходиться в стані спокою (або рівномірного обертання) тільки у тому випадку, коли результуюча пара має момент рівний нулю (сума моментів всіх пар рівна нулю).

$$\sum \bar{m}_k = 0$$

### Теорема про паралельне перенесення сили.

Силу можна переносити паралельно самої собі в довільну точку тіла, одержуючи при цьому в новій точці силу і пару сил з моментом, рівним моменту початкової сили відносно точки перенесення.

#### 4. Умова рівноваги плоскої системи пар.

Розглянемо питання про умови рівноваги вільного тіла під дією системи пар, які лежать в одній площині.

**Теорема.** Для рівноваги вільного тіла яке знаходиться під дією плоскої системи пар, необхідно і достатньо, щоб алгебраїчна сума моментів цих пар дорівнювала нулю.

Доведення необхідності. Розглянемо вільне тверде тіло, яке знаходиться у рівновазі під дією системи пар, що мають моменти  $M_1, M_2, \dots, M_n$ . На підставі тільки що доведеної теореми ця система може бути замінена однією парою сил з моментом  $M$ .

Так як тіло знаходиться у рівновазі під дією однієї пари  $(\bar{F}, \bar{F}')$ , то повинна виконуватися умова

$$\{\bar{F}, \bar{F}'\} \sim 0.$$

Але ця умова виконується лише у двох випадках: а)  $F = F' = 0$ ; б) плече пари  $h = 0$ . Зрозуміло, що в обох цих випадках тіло буде знаходитися у рівновазі. Тоді маємо

$$\sum_{i=1}^n M_i = 0.$$

Доведення достатності. Припустимо, що алгебраїчна сума моментів системи пар дорівнює нулю. На підставі попередньої теореми замінимо систему пар підсумковою парою  $(\bar{F}, \bar{F}')$ , момент якої також дорівнює нулю. Як відмічалось вище, це може мати місце або при  $F = F' = 0$ , або при  $h = 0$ . Виконання тієї чи іншої умови робить систему сил, утворюючих підсумкову пару, урівноваженою, і, отже, тіло знаходиться у рівновазі.