МІНІСТЕРСТВО ВНУТРІШНІХ СПРАВ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ВНУТРІШНІХ СПРАВ
КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ ЛЬОТНИЙ КОЛЕДЖ

Циклова комісія природничих дисциплін

ТЕКСТ ЛЕКЦІЇ

з навчальної дисципліни «Теорія машин і механізмів»
обов’язкових компонент
освітньо-професійної програми
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти

272 Авіаційний транспорт
Технічне обслуговування та ремонт повітряних суден і авіадвигунів

за темою - Зубчасті передачі

Кременчук 2023

ЗАТВЕРДЖЕНО
Науково-методичною радою
Харківського національного
університету внутрішніх справ
Протокол від 30.08.2023 № 7

СХВАЛЕНО
Методичною радою Кременчуцького
льотного коледжу Харківського
національного університету
внутрішніх справ
Протокол від 28.08.2023 № 1

ПОГОДЖЕНО
Секцією науково-методичної ради
ХНУВС з технічних дисциплін
Протокол від 29.08.2023 № 7

Розглянуто на засіданні циклової комісії природничих дисциплін, протокол
від 28.08.2023 № 1

Розробник:
Викладач циклової комісії природничих дисциплін, спеціаліст вищої категорії, Сіора А.С.

Рецензенти:
1. *Доцент кафедри автомобілів та тракторів Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського, кандидат технічних наук, доцент Черниш А.А.*
2. *Професор навчального відділу КЛК ХНУВС, кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, спеціаліст вищої категорії, викладач-методист циклової комісії аеронавігації Тягній В.Г.*

План лекції

1. Основна теорема зачеплення. Просторові зубчасті передачі. Кінематичний аналіз диференціальних та планетарних механізмів.

Рекомендована література:

Основна

1. Кіницький Я. Т. Теорія механізмів і машин: Підручник . - К.: Наукова думка, 2002. - 660 с. ISBN 966-00-0740-X

2. Кореняко О. С. Теорія механізмів і машин: Навчальний посібник / За ред. Афанасьєва М. К.-К.:Вища школа,1987 .-206 с.

3. Бучинський М.Я., Горик О.В., Чернявський А.М., Яхін С.В. Основи творення машин/ За редакцією О.В. Горика, – Харків : Вид-во «НТМТ», 2017. — 448 с. : 52 іл. ISBN 978-966-2989-39-7

4. Кіницький Я. Т. Практикум з ТММ: Навчальний посібник, Львів: Афіша, 2002. - 165 с.

Додаткова

5. Соколенко А.І., Українець А.І., Шевченко О.Ю., та ін.. Теорія механізмів і машин. Курсове проектування, навчальний посібник, 2005, К.: Люксар. – 112с.

Інформаційні ресурси

6. http://mashinoved.ua
7. http://li.ro/go?www./optimi-zation
8. http://tmm-umk.bmstu.ua

Текст лекції

1. Основна теорема зачеплення. Просторові зубчасті передачі. Кінематичний аналіз диференціальних та планетарних механізмів.

Зубчасті передачі є найпоширенішими механічними передачами у сучасному машино- та приладобудуванні. Їх застосовують як у механізмах найточніших приладів, де розміри коліс вимірюються кількома міліметрами, так і в найпотужніших машинах із розмірами коліс до 10 м. Зубчасті передачі здатні працювати в різноманітних умовах із коловими швидкостями від зовсім малих до 150 м/с і більше.

Зубчаста передача складається з двох рухомих ланок – коліс, на ободах яких розміщені зубці та стояка. Зубці коліс входять у зачеплення між собою і завдяки їхній взаємодії забезпечують передавання обертового руху від одного колеса до другого. Менше з двох спряжених коліс називають шестірнею, більше – колесом; термін "зубчасте колесо" належить до обох коліс передачі.

Переважно зубчаста передача призначена для передавання обертового руху, але її можна використовувати і як передачу для перетворення обертового руху в поступальний (передача зубчасте колесо-рейка).

Зубчасті передачі можуть використовуватись для передавання обертового руху між довільно розміщеними у просторі валами, мають високий К.К.Д. ($\eta = 0{,}94...0{,}99$), їх можна легко та зручно компонувати у окремі агрегати для серійного виробництва (редуктори), вони забезпечують достатній діапазон передаточних чисел ($u \leq 20$).

Порівняно з іншими механічними передачами зубчасті передачі мають такі переваги: сталість передатного відношення; високу надійність та довговічність роботи; великий діапазон навантажень та компактність конструкції; незначні навантаження на вали передачі та їхні опори.

До недоліків зубчастих передач належать: порівняно високі вимоги до точності виготовлення та монтажу; шум при роботі з високими швидкостями; потреба у постійному змащуванні; неможливість безступеневої зміни передатного числа.

У зв'язку з великою відмінністю умов використання зубчастих передач форма елементів зубчастих зачеплень та конструкції зубчастих коліс дуже різноманітні. Тому зубчасті передачі та колеса можна класифікувати за цілою низкою ознак.

За формою профілю зубців розрізняють евольвентні зубчасті передачі, які є найбільш поширеними та неевольвентні передачі. До останніх відносять зубчасті передачі із круговим профілем зубців (передачі із зачепленням Новікова) та передачі із циклоїдальним профілем зубців, які здебільшого застосовують у приладах та годинникових механізмах.

За взаємним розміщенням осей валів зубчасті передачі бувають:

- із паралельними осями валів - циліндричні передачі зовнішнього зачеплення (рис. 9.1, *а, б, в),* передачі типу зубчасте колесо-рейка (рис. 9.1, *г)* та циліндричні передачі внутрішнього зачеплення (рис. 9.1, *д);*

- із валами, осі яких перетинаються, - конічні зубчасті передачі (рис. 9.2, а, *б);*

- із мимобіжними у просторі осями валів - гвинтові зубчасті передачі (рис. 9.2, *в).*

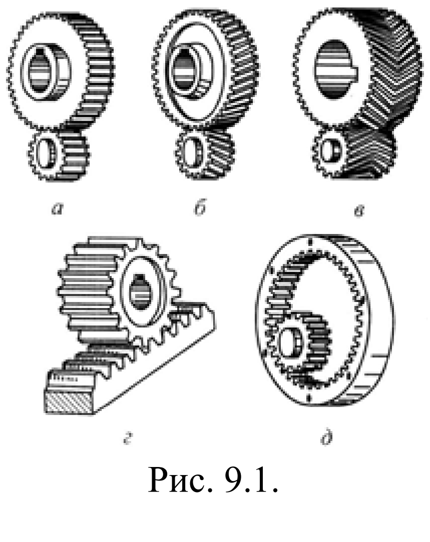

Рис. 9.1.

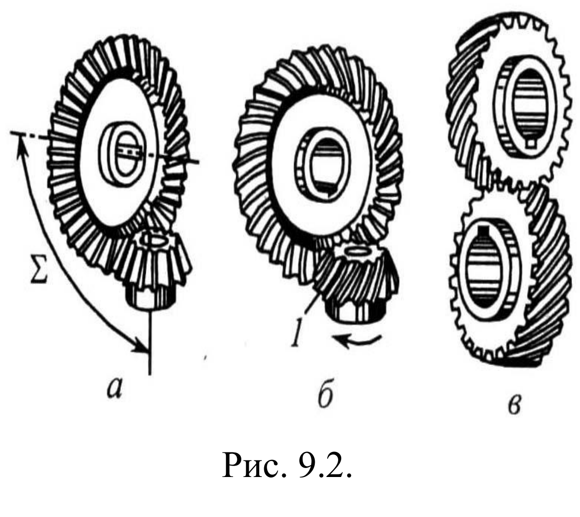

Рис. 9.2.

За розміщенням на ободі та формою зубців розрізняють передачі та колеса: прямозубі (див. рис. 9.1, *а, г, д),* косозубі (див. рис. 9.1, *б),* шевронні (див. рис. 9.1, *в*) та з круговими зубцями (див. рис. 9.2, *б*).

За конструктивним оформленням зубчасті передачі бувають: закриті (розміщені у спеціальному корпусі та забезпечені постійним змащуванням) і відкриті (працюють без мастила або змащуються періодично).

За коловою швидкістю зубчастих коліс передачі поділяють на тихо- ($\upsilon \le 3$ м/с), середньо- ($\upsilon = 3 \ldots 15$ м/с) та швидкохідні ($\upsilon > 15$ м/с).

Основна теорема зачеплення

Наведемо деякі визначення. *Взаємообвідними* називають такі криві, при коченні та ковзанні яких одна по одній точка їх дотику здійснює неперервний рух вздовж кожної кривої; або до яких у точці дотику завжди можна провести спільну нормаль. Поверхні елементів вищої кінематичної пари, що забезпечують передачу заданого закону руху, називають *спряженими*. Отже, спряжені профілі мають задовольняти певні вимоги.

Основна теорема зачеплення встановлює взаємозв’язок між геометрією спряжених поверхонь та законом відносного руху елементів вищої кінематичної пари.

Стосовно задач синтезу спряжених поверхонь (профілів) – закон відносного руху є заданим. Основною кінематичною величиною механізмів, через яку і задається закон руху, є передатна функція $u_{1,2} = \dfrac{\omega_1(t)}{\omega_2(t)}$. Передатна функція зубчастих механізмів, як правило, стала і називається передатним відношенням, $u_{1,2} = \dfrac{\omega_1}{\omega_2}$.

Нагадаємо, *що передатним називається відношення кутової швидкості ведучого вала (колеса) до кутової швидкості веденого вала (колеса).*

Синтез механізмів з вищими парами полягає в знаходженні спряжених поверхонь по заданому закону їх відносного руху. Для розв’язку цієї задачі користуються основною теоремою зачеплення.

Нехай передача обертового руху між двома осями O_1 та O_2 (рис. 9.3, а) з кутовими швидкостями ω_1 та ω_2 здійснюється за допомогою двох взаємообвідних профілів $П_1$ та $П_2$, що належать ланкам 1 та 2. Проведемо у точці дотику K кривих $П_1$ та $П_2$ дотичну $t-t$ та нормаль $n-n$ до цих кривих. Із точок O_1 та O_2 проведемо до нормалі $n-n$ перпендикуляри O_1N_1 і O_2N_2.

Швидкості $v_{к_1}$ та $v_{к_2}$ точок K_1 та K_2, що належать ланкам 1 та 2, зв’язані умовою:

$$\bar{v}_{к_2} = \bar{v}_{к_1} + \bar{v}_{к_2 к_1}.$$

План швидкостей механізму за цим рівнянням приведений на рис. 9.3, б. Відрізок $p_v K_0$ представляє собою нормальну складову v^n векторів швидкостей $v_{к_1}$ і $v_{к_2}$. З подібності трикутників $\Delta O_1N_1K_1$ та $\Delta p_vK_0K_1$, $\Delta O_2N_2K_2$ та $\Delta\ p_vK_0K_2$ маємо

$$\frac{O_1N_1}{O_1K_1} = \frac{p_vK_0}{p_vK_1} = \frac{v^n}{v_{к_1}} \qquad \text{та} \qquad \frac{O_2N_2}{O_2K_2} = \frac{p_vK_0}{p_vK_2} = \frac{v^n}{v_{к_2}},$$

або

$$v^n = v_{к_1}\frac{O_1N_1}{O_1K_1} = v_{к_2}\frac{O_2N_2}{O_2K_2} \qquad (1)$$

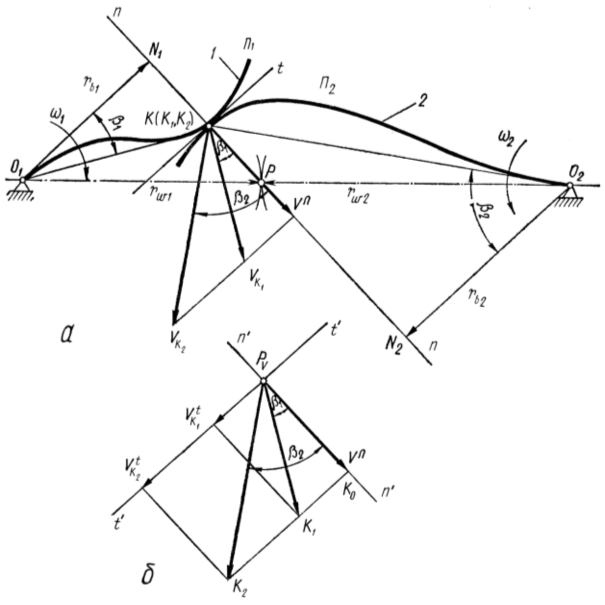

Рис. 9.3

Відзначимо, що постійним дотик профілів буде тільки тоді, коли проекції швидкостей $v_{к_1}$ та $v_{к_2}$ на спільну нормаль *n-n* до профілів у точці зачеплення *К*, будуть рівні між собою.

Враховуючи, що $v_{к_1} = \omega_1 O_1 K_1$; $v_{к_2} = \omega_2 O_2 K_2$ та підставляючи ці вирази в (1), отримуємо $\omega_1 O_1 A = \omega_2 O_2 B$

Отже, передатна функція (число) u_{12} рівна

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2 N_2}{O_1 N_1} = \frac{r_{b_2}}{r_{b_1}} .$$

З подібності $\Delta O_1 N_1 P$ та $\Delta O_2 N_2 P$ маємо

$$\frac{O_2 N_2}{O_1 N_1} = \frac{O_2 P}{O_1 P} = \frac{r_{w_2}}{r_{w_1}} \text{ або } u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2 P}{O_1 P} . \qquad (2)$$

Рівність (2) є основною теоремою зачеплення, яку можна сформулювати так: *спільна нормаль у точці дотику елементів вищої пари кочення та ковзання ділить лінію центрів на частини, обернено пропорційні кутовим швидкостям.* Цю теорему ще називають *теоремою Вілліса*.

Деколи використовують іншу форму доведення. Розглядають проекції на нормаль абсолютних швидкостей $v_{к_1}$ та $v_{к_2}$. Вони повинні бути рівні між собою за умовою контактування профілів $П_1$ та $П_2$ без розмикання контакту та без проникнення одного профілю у інший:

$$v^n = \omega_1 O_1 K \cdot \cos\beta_1 = \omega_2 O_2 K \cdot \cos\beta_2 ,$$

або враховуючи, що $O_1 K \cos\beta_1 = O_1 N_1$, а $O_2 K \cos\beta_2 = O_2 N_2$,

отримаємо $\dfrac{\omega_1}{\omega_2} = \dfrac{O_2 N_2}{O_1 N_1} = \dfrac{O_2 P}{O_1 P}$.

Точка *P*, що ділить лінію центрів O_1O_2 на частини, обернено пропорційні кутовим швидкостям, є миттєвим центром обертання у відносному русі ланок 1 і 2, в теорії зачеплення називається *полюсом зачеплення*. Радіуси r_{w_2} і r_{w_2} є радіус-векторами центроїд у відносному русі ланок 1 та 2.

Згадаємо теоретичну механіку. Нерухомою центроїдою називають геометричне місце миттєвих центрів обертання, тобто, положень т. Р на нерухомій площині. Рухомою центроїдою називають геометричне місце миттєвих центрів швидкостей у площині, яка зв'язана з рухомою плоскою фігурою. При русі плоскої фігури у її площині рухома центроїда котиться без ковзання по нерухомій. Обернена теорема про центроїди свідчить, що будь-який рух плоскої фігури в її площині можливо здійснити шляхом кочення без ковзання рухомої центроїди по нерухомій.

Миттєвий центр швидкостей Р є точка плоскої фігури, швидкість якої у даний момент дорівнює нулю. Вона визначається як точка перетину перпендикулярів, проведених з будь-яких двох точок фігури до векторів швидкостей цих точок. У кожний момент часу з миттєвим центром швидкостей співпадає миттєвий центр обертання – точка нерухомої площини, поворотом навколо якої плоска фігура переміщується з одного положення у нескінченно близьке до нього.

Знайдемо центроїди для розглядуваного випадку. По відношенню до ланки 1 ланка 2 має складний рух. Використовуючи метод обернення руху (зупинки) можна вказати напрями відносних швидкостей двох точок, наприклад O_2 і K_2: це, відповідно, перпендикуляр до O_1O_2 та спільна дотична *t*-*t* до профілів. Звідси, миттєвий центр швидкостей P знаходиться у точці перетину міжосьової віддалі O_1O_2 та спільної нормалі до профілів, яка проведена у точці контакту K.

Сукупність послідовних положень т. P на нерухомій та рухомій площинах утворять, відповідно, рухому та нерухому центроїди.

При змінному значенні передатної функції u_{12} полюс зачеплення P займає на лінії центрів O_1O_2 змінне положення. При сталому значенні u_{12} полюс зачеплення розміщується в одній і тій же точці на прямій O_1O_2; радіуси центроїд ланок 1 і 2 постійні. Отже, при передачі обертового руху між ланками з паралельними осями і постійним передатним відношенням центроїди представляють собою кола. В теорії зачеплення ці кола називаються початковими колами і позначаються r_w.

Відзначимо також, що відносний рух зубчастих коліс представляють як кочення без ковзання одного початкового кола по іншому.

Основною кінематичною умовою для профілів зубців зубчастих коліс є умова сталості миттєвого передатного числа.

Основну теорему зачеплення стосовно зубчастих коліс формулюють ще так: для того, щоб передатне відношення за період зачеплення двох профілів зубців було сталим, необхідно, щоб нормаль до профілів у точці їх дотику, проходила через одну і ту ж точку на лінії центрів коліс та ділила лінію центрів у незмінному відношенні.

Зауважимо також, що якщо полюс зачеплення P розміщений між осями O_1 і O_2, то ланки обертаються у різних напрямах, тобто u_{12} має знак мінус, а зачеплення називається зовнішнім. Якщо полюс P розміщується ззовні відрізка O_1O_2, то ланки обертаються в однакових напрямах, передатне відношення має знак плюс, а зачеплення називається внутрішнім.

Усі криві, що задовольняють основну теорему зачеплення, можуть бути використані для утворення бокових поверхонь зубців циліндричних передач.

Отже, першою вимогою до кривих, якими окреслені профілі зубців, є відповідність профілів основній теоремі зачеплення. Цю умову задовольняють багато кривих. Однак профілі зубців повинні ще бути такими, щоб сприяти нескладному виготовленню зубчастих коліс з різним числом зубців, забезпечувати високий коефіцієнт корисної дії передачі, достатню міцність зубців, тощо. Цим вимогам найбільше відповідає евольвентне зачеплення і тому його найбільш широко застосовують у зубчастих передачах загального машинобудування.

Евольвентне зачеплення, запропоноване Ейлером, має суттєві технологічні та експлуатаційні переваги:

– простота побудови евольвентних профілів зубців;

– виготовлення евольвентних коліс та інструменту для їх нарізання є найбільш простим, зокрема зубці можна нарізати інструментом рейкового типу з прямолінійним профілем;

– допускається, в певних межах, відхилення міжосьової відстані (при неточності виготовлення, монтажу), при цьому зберігається постійним передатне відношення;

– евольвентне зачеплення допускає виправлення (коригування) робочого профілю зубців із метою вибору оптимальних відрізків евольвенти, що забезпечує кращі характеристики передачі.

Використовують інші види зачеплень (циклоїдальні, кругові, годинникові та інші). Серед “неевольвентних” зачеплень найбільше розповсюдження отримало зачеплення Новікова, яке характеризується високою міцністю зубців.

Просторові зубчасті передачі

До просторових зубчастих механізмів належать конічні та гіперболоїдні передачі (гвинтові, черв’ячні, гіпоїдні).

Конічні зубчасті передачі. Конічні зубчасті колеса застосовують для передачі обертального руху між валами, осі яких перетинаються під деяким кутом Σ. Кут Σ може бути довільним, але на практиці найчастіше трапляються конічні передачі з кутом $\Sigma = 90^\circ$. Такі передачі називаються ортогональними. Конічні передачі складніші за циліндричні у виготовленні та монтажі. Для нарізування коліс необхідні спеціальні верстати та інструмент, а при монтажі необхідно забезпечити збіг вершин конусів з точкою перетину осей валів. Оскільки осі валів конічної передачі перетинаються, то виникають труднощі з розміщенням опор валів. В більшості випадків одне з конічних коліс розміщують консольно на валу. При цьому збільшується нерівномірність розподілу навантаження по довжині зубців. Осьові зусилля, що виникають у передачі, викликають необхідність застосування більш складних опор (встановлення упорних або радіально упорних підшипників). Несуча здатність конічної зубчастої передачі суттєво нижча від циліндричної з порівняльними розмірами і становить близько 85%. ККД конічної зубчастої передачі становить 0,95...0,96, що також нижче ККД циліндричної передачі наближено на 1%.

Передатне число приводних конічних передач значно менше, ніж у циліндричних передачах.

Незважаючи на вказані недоліки, конічні передачі застосовуються досить широко, оскільки умови розміщення елементів машин і механізмів, вимагають розміщення валів під кутом один до одного. Конічну зубчасту передачу можна уявити собі як передачу з двома конічними котками, на поверхні яких для усунення проковзування нарізані зубці (рис. 9.17).

Аналогічно до початкових циліндрів циліндричної передачі в конічній передачі розглядають початкові конуси (аксоїдні поверхні), які дотикаються один до одного по спільній твірній і перекочуються один по одному без ковзання. Для виконання останньої умови ці конуси повинні мати спільну вершину, яка знаходиться у точці перетину осей коліс. Рух конусів відбувається навколо миттєвої осі обертання (рис. 9.17, вісь *OK*).

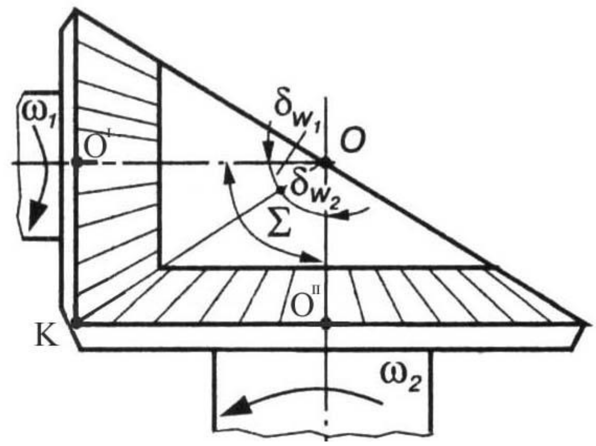

Рис. 9.17

Отже, для конічних зубчастих коліс геометричним параметром також є δ_w – кут початкового конуса. Крім того, розрізняють кути ділильних конусів, які є базовими для визначення елементів зубців та їх розмірів, кути конусів вершин, западин, основних конусів. Відмітимо, що на практиці найчастіше використовуються конічні передачі без зміщення, для яких початкові та ділильні конуси збігаються $\left(\delta_{W_1} = \delta,\ \delta_{W_2} = \delta\right)$.

Зубці конічних коліс мають різні розміри по своїй довжині, а тому крок, модуль й інші параметри зубців у різних перетинах мають різні значення. Вони зменшуються з наближенням до вершин початкових конусів. Отже, модуль зубців конічних коліс не є постійним у різних перерізах. За стандартний беруть модуль у зовнішньому нормальному перерізі зубця.

У практиці машинобудування використовують зубчасті конічні колеса, що відрізняються формою лінії зубців на розгортці ділильного конуса: прямі, тангенціальні (лінія зубців напрямлена по дотичній до деякого додаткового кола радіуса r і утворює з твірною кут β) (рис. 9.18, *а*), кругові (рис. 9.18, *б*). Прямозубі передачі використовуються у випадку порівняно невисоких колових швидкостей – до $3\,м/с$ (деколи – до $8\,м/с$); з тангенціальними зубцями – до $15\,м/с$; з круговими – до $30\,м/с$.

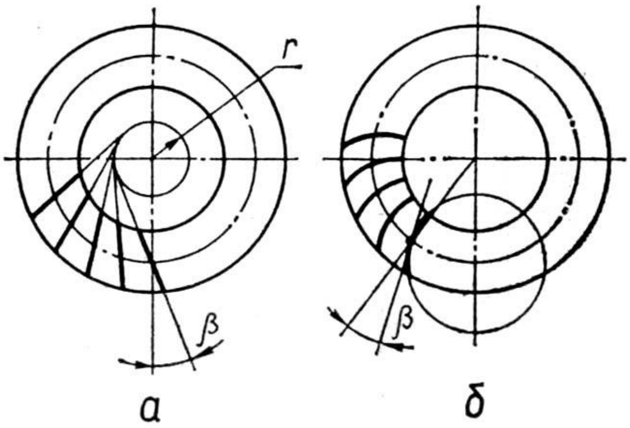

Рис. 9.18

Передатне відношення конічної передачі визначається з припущення, що початкові конуси котяться один по одному без ковзання. Отже, для будь-якої точки дотику конусів K згідно з рис. 9.17 можна записати

$$V_{K_1} = V_{K_2} = \omega_1 KO' = \omega_2 KO'' \text{, тоді}$$

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{KO''}{KO'} = \frac{r_{W_2}}{r_{W_1}} = \frac{z_2}{z_1}, \ \left(r_W = r = mz/2\right).$$

Розглядаючи $\Delta OKO'$ і $\Delta OKO''$, знаходимо

$$u_{12} = \frac{r_{W_2}}{r_{W_1}} = \frac{\sin\delta_{W_2}}{\sin\delta_{W_1}} = \frac{\sin\delta_2}{\sin\delta_1}.$$

Для ортогональних конічних передач залежність має вигляд

$$u_{12} = \frac{r_{W_2}}{r_{W_1}} = tg\delta_2 = ctg\delta_1.$$

Бічну поверхню зубців можна отримати, якщо площину Π (рис. 9.19) перекочувати без ковзання по основному конусу. Будь-яка пряма KL на площині Π опише у просторі конічну евольвентну поверхню, а кожна точка (оскільки вона рівновіддалена від вершини конуса O) опише траєкторію, що розміщена на сфері певного радіуса і яка називається сферичною евольвентою.

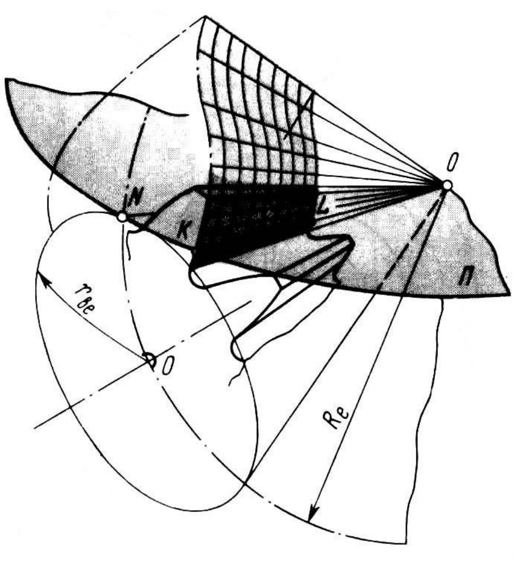

Рис. 9.19

У кожному сферичному перерізі можна виділити свою сферичну евольвенту. Отже, профілі зубців спряжених конічних коліс треба будувати на сферичних поверхнях з центром у т. *О*. Практичне проектування зубців у цьому випадку буде викликати великі труднощі, оскільки сфера не розгортається на площину. На практиці при побудові профілів зубців сферичні поверхні замінюють конічними, точна розгортка яких легко будується на площині.

Отже, побудова профілю конічного зубчастого колеса зводиться до побудови профілю прямозубого циліндричного колеса на поверхні додаткового конуса.

Суть наближеного методу профілювання на додаткових конусах така: торцеві поверхні зубців, розміщених між колами головок і ніжок, створюють сферичні пояси невеликої ширини, порівняно з радіусом сфери, на яких вони розміщені. Отже, з незначною похибкою сферичні пояси можна замінити конічними, що лежать на додаткових конусах. Додатковим конусом є конічна поверхня з тією ж віссю, твірна якої перпендикулярна до твірної основного конуса (рис. 9.20). Якщо тепер додаткові конуси розгорнути на площину, то профілі зубців стають плоскими кривими, близькими до звичайних евольвент. В результаті отримуємо два *еквівалентних* циліндричних колеса.

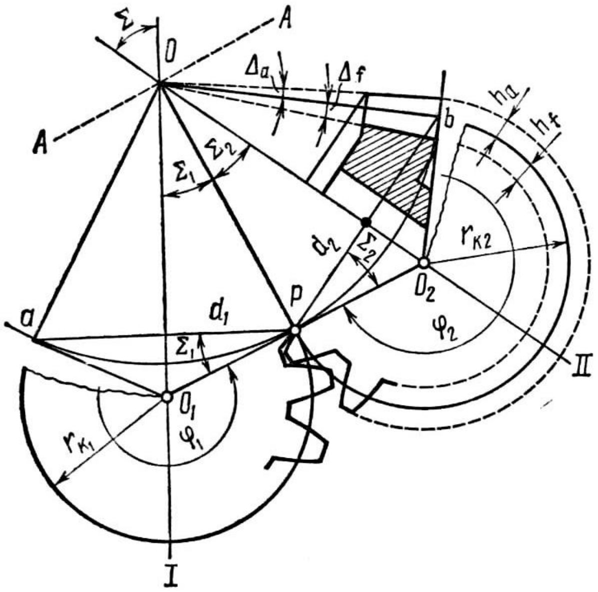

Рис. 9.20

Для побудови розгортки поверхонь додаткових конусів через точку P проводимо лінію, перпендикулярну до твірної початкових конусів PO до перетину з осьовими лініями зубчастих коліс. В результаті одержуємо точки O_1 і O_2, які приймаємо за центри обертання еквівалентних коліс. Відрізки PO_1 і PO_2 будуть радіусами початкових кіл еквівалентних коліс. Прийнявши для цих циліндричних зубчастих коліс модуль та висоту зубця як у конічного колеса у відповідному перетині, будуємо профілі еквівалентних коліс.

Переваги конічного зачеплення:

– більший коефіцієнт перекриття, ніж у циліндричного з таким самим числом зубців коліс (оскільки відповідає циліндричному еквівалентному колесу з більшим числом зубців);

– має менше, порівняно з циліндричним, мінімальне число зубців, які можна нарізувати без підрізання;

Недоліки:

– оскільки профіль зубців змінний за величиною, то конічне зачеплення досить чутливе до неточностей монтажу і до деформації елементів передачі;

– передатне число не перевищує 4;

– менша навантажувальна здатність та зносостійкість передачі; наявність осьових зусиль.

Гіперболоїдні зубчасті передачі. Якщо у циліндричних і конічних передачах початковими поверхнями були, відповідно, циліндри та конуси, то для передачі руху між перехресними осями початковими поверхнями мусять бути поверхні другого порядку, наприклад гіперболоїди. Останні можна отримати, якщо обертати гіперболу, що лежить в площині yz навколо осі Oz (або, якщо взяти два кільця, з'єднаних спицями, і дещо повернути одне відносно одного). Відносний рух ланок – це обертання навколо й ковзання вздовж миттєвої осі. Таким чином, у зубчастих передачах з перехресними осями спостерігається подвійне ковзання: вздовж гвинтових ліній зубців і додаткове – вздовж профілів зубців як у циліндричних і конічних передачах. Відмітимо, що швидкість основного ковзання значно більша від швидкості додаткового.

У гвинтових та гіпоїдних зубчастих передачах початкові поверхні коліс утворюються окремими частинами поверхонь гіперболоїдів обертання 1 і 2 (рис. 9.21), які дотикаються між собою. Для отримання зубчастих коліс поверхню гіперболоїдів обладнують зубцями. При цьому достатньо зубці розташувати на вузькій ділянці поверхні. Відмітимо, що швидкість відносного ковзання різко зменшується від горловини до периферії гіперболоїдів.

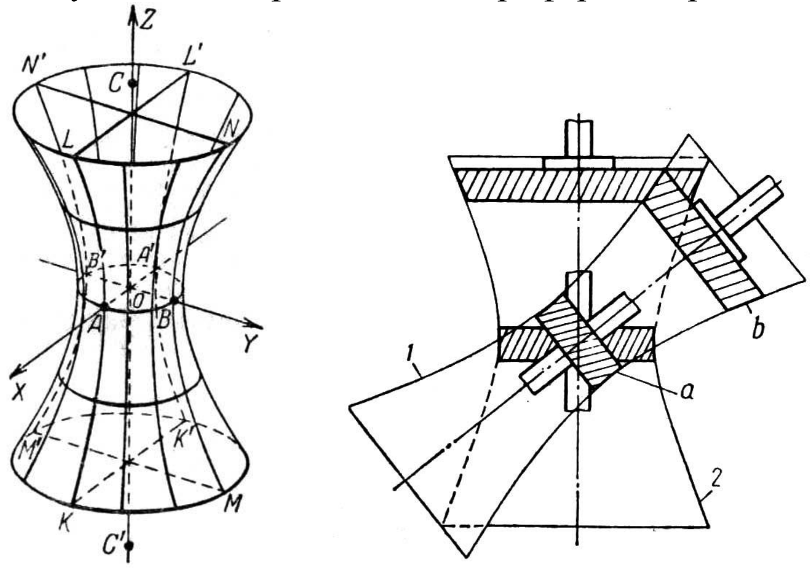

Рис. 9.21

Якщо за початкові поверхні зубчастих коліс вибрати віддалені від горловини поверхні гіперболоїдів і замінити їх бічними поверхнями зрізаних конусів, то одержимо гіпоїдну передачу.

Якщо за початкові поверхні вибрати ділянки біля горловини гіперболоїдів, то вийде гвинтова зубчаста передача. Для спрощення виготовлення зубчастих коліс поверхні горловин гіперболоїдів заміняють циліндричними поверхнями. За такої заміни зубці коліс контактують у точці, а колеса, що утворюють такі передачі, повинні бути косозубими циліндричними. Окремим випадком гвинтової передачі, в якої кут між мимобіжними осями коліс дорівнює 90°, є черв’ячна передача.

Гвинтові зубчасті передачі. Для передачі обертального руху між мимобіжними валами при малих потужностях застосовують гвинтові зубчасті передачі.

Гвинтова зубчаста передача складається з двох циліндричних косозубих коліс, осі яких перехрещуються під довільним кутом Σ . Переважне використання мають передачі з кутом 90° між осями валів. На відміну від косозубих, для гвинтових циліндричних коліс не є обов’язковим рівність кутів нахилу гвинтових ліній та протилежність їх напрямків. При цьому має справджуватись рівність $\beta_1 + \beta_2 = \Sigma$.

Поверхні початкових циліндрів коліс доторкаються в точці. Гвинтове колесо можна розглянути, як короткий багатозахідний гвинт, у якого число зубців дорівнює числу заходів.

На рис. 9.22 наведений план швидкостей для коліс 1 та 2, що обертаються з кутовими швидкостями ω_1 та ω_2 . З рівності нормальних складових V_n колових швидкостей у точці дотику початкових циліндрів справедливим є вираз:

$$V_n = \omega_1 r_1 \cos\beta_1 = \omega_2 r_2 \cos\beta_2.$$

Отже,

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r\cos\beta_2}{r\cos\beta_1},$$

де β_1, β_2 – кути нахилу ліній зубців коліс.

Косозубі колеса, що перебувають у зачепленні, мають однаковий нормальний крок. Отже, $p_{t_1}\cos\beta_1 = p_{t_2}\cos\beta_2$. Оскільки $\pi d_1 = z_1 p_{t_1}; \pi d_2 = z_2 p_{t_1}$. Маємо $u_{12} = z_2 / z_1$.

З наведених формул випливає, що передатне відношення в гвинтових передачах залежить не лише від радіусів початкових циліндрів, а й від кутів нахилу зубців β_1, β_2 . Отже, одне і те ж передатне відношення може бути отримане комбінуванням радіусів початкових кіл та кутів нахилу ліній зубців.

Розрахунок зубчастих коліс гвинтових передач виконується аналогічно розрахунку косозубих циліндричних коліс з тією лише різницею, що кожне з зубчастих коліс може мати свій кут нахилу зубців. За розрахунковий модуль використовують модуль зубців у нормальному перерізі.

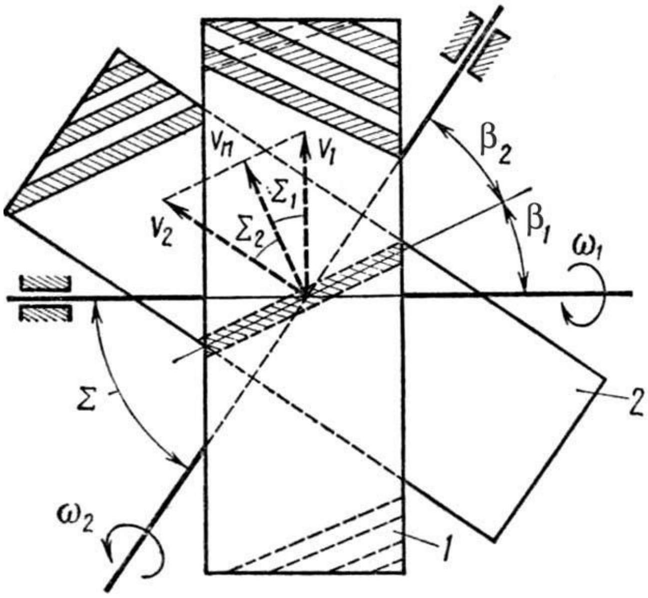

Рис. 9.22

Недоліками передачі є: значне ковзання у зачепленні зубців; точковий контакт зубців і, отже, значні контактні напруження; несприятливі умови змащення зубчастого зачеплення. Через те гвинтові передачі використовують лише при невеликих швидкостях і незначних потужностях.

Гіпоїдні передачі. У гіпоїдних передачах за початкові поверхні вибирають розширені частини гіперболоїдів. Для спрощення виготовлення таких зубчастих коліс ці частини гіперболоїдів замінюють зрізаними конусами. Але, на відміну від конічних передач, вісь малого колеса зміщена відносно осі більшого колеса на деяку величину (рис. 9.23). Отже, вершини конусів не перетинаються – вони перехрещуються переважно під кутом 90°.

Оскільки вали гіпоїдної передачі можна виводити по обидва боки за її межі, виключається консольне навантаження валів, що істотно підвищує несучу здатність передачі порівняно з конічною.

На відміну від гвинтових передач, гіпоїдні можуть бути виконані з лінійним контактом зубців, що також підвищує несучу здатність передачі. Швидкості ковзання профілів у гіпоїдних передачах менші, ніж у гвинтових.

Передатне відношення гіпоїдних передач визначається за такою самою формулою, як і гвинтових:

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_1}{z_2} = \frac{d_2 \cos\beta_к}{d_1 \cos\beta_ш}.$$

Передатне число більшості гіпоїдних передач не перевищує $u_{12} = 10$, але іноді сягає 30 і більше.

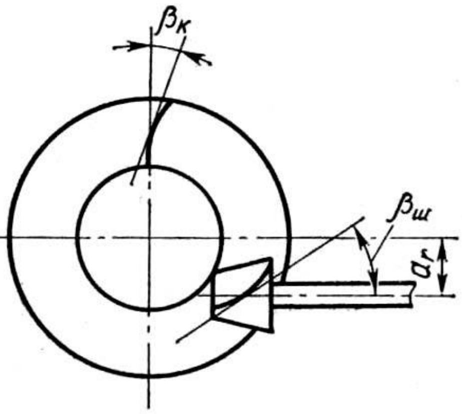

Рис. 9.23

Гіпоїдні колеса широко застосовуються для привода ведучих коліс транспортних машин; а гіпоїдну передачу часто застосовують замість конічної для передачі більших потужностей. Значне ковзання у процесі зачеплення зумовлює необхідність застосування у силових механізмах протизадирних мастильних матеріалів (гіпоїдних мастил).

Черв'ячні передачі. Для передачі руху між мимобіжними осями досить широкого поширення набули черв'ячні передачі, які є різновидом гвинтових. Якщо збільшувати на одному з зубчастих коліс кут нахилу зубців, то можна отримати колесо з малим числом зубців (навіть з одним), які огинатимуть початкове коло кілька разів. У результаті отримуємо зубчасте колесо, яке має форму гвинта з декількома витками, заходами (зуб відрізняється від звичайного гвинта лише формою профілю). Таке зубчасте колесо з малою кількістю зубців (переважно одним, двома, чотирма) називають черв'ячним. При цьому спряжене з ним ведене зубчасте колесо (колесо з малим кутом нахилу зубців) називається черв'ячним.

У переважній більшості випадків використовуються ортогональні черв'ячні передачі ($\Sigma = 90^{\circ}$). Черв'ячна передача з точковим контактом зубців має ті самі недоліки, що й звичайна гвинтова передача, тому вона практично не застосовується.

Проте існують черв'ячні передачі з лінійним контактом зубців, що дає змогу передавати значні навантаження. Лінійного контакту досягають завдяки тому, що зубцям колеса надають форми гайки, яка охоплює черв'як на деякому куті, а черв'ячне колесо нарізають черв'ячною фрезою, яка є точною копією черв'яка, що входить у зачеплення з колесом.

Переріз черв'яка площиною, перпендикулярною до осі, матиме вигляд рейки, а передача нагадуватиме зачеплення зубчастого колеса з рейкою.

Передатне число черв'ячної передачі дорівнює відношенню числа зубців колеса до числа заходів черв'яка:

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_к}{z_ч},$$

де $z_к$ – число зубців черв'ячного колеса; $z_ч$ – число заходів черв'яка.

Зазвичай ведучою ланкою є черв'як.

За модулем черв'ячної передачі можна знайти основні розміри черв'ячного колеса та черв'яка. Торцевий модуль черв'ячного колеса, що є осьовим модулем черв'яка, приймають стандартним і беруть з нормального ряду.

Число зубців колеса є значно більшим за число заходів черв'яка, а тому в черв'ячних передачах можуть бути значні передатні числа. Так, при числі зубців колеса $z_к = 80$ і числі заходів черв'яка $z_ч = 1$ передатне число $u_{12} = 80$.

Перевагами черв'ячної передачі є:

– можливість одержання великих передатних чисел (до 300 і більше);

– плавність зачеплення і безшумність роботи;

– можливість самогальмування, хоч і при низькому К.К.Д.;

– можливість передачі значних потужностей, хоч і при нижчому К.К.Д. порівняно з циліндричною передачею.

Черв'ячна передача має такі недоліки:

– відносно великі втрати потужності на тертя при зачепленні зубців і, як наслідок, нагрівання передачі та невисокий К.К.Д.;

– складність нарізування;

– чутливість до неточностей виготовлення та монтажу;

– необхідність ретельного змащування поверхонь зубців;

– її порівняно висока вартість.

Складні зубчасті механізми. Це механізми, до яких входять більше двох зубчастих коліс. Складні механізми передач крім, ведучої та веденої ланок, мають проміжні ланки, що обертаються навколо своїх осей.

Складні зубчасті механізми поділяються на механізми передач з нерухомими та рухомими осями коліс. Розглянемо перші.

Складні механізми передач з нерухомими осями можна поділити на окремі ступені, кожна з яких являє собою дві рухомі ланки, що утворюють вищу пару; крім того, вони утворюють зі стояком ще й нижчі пари. Таким чином, бувають прості – одно-, і складні – багатоступінчасті зубчасті передачі; в більшості випадків двох- або трьохступінчасті.

Застосування складних ступінчастих механізмів обумовлене:

– великими передатними відношеннями;

– розміщенням осей вхідної та вихідної ланок на значній відстані одна від одної (при 2-х ланках механізми передач мали б дуже великі габарити);

– потребою змінити знак передатного відношення.

Рядове послідовне зачеплення зубчастих коліс. Ступінчаста зубчаста передача. Серії коліс, в яких осі обертання нерухомі, називають рядовим з’єднанням зубчастих коліс.

Якщо за умовами роботи передачі необхідно мати велике передатне відношення, то передача руху від ведучого вала до веденого здійснюється за допомогою кількох проміжних зубчастих зачеплень. На кожному проміжному валу закріплюються по два зубчастих колеса, з яких одне ведуче, а інше – ведене; одне входить у зачеплення з колесом на попередньому валі, друге – на наступному. У такій передачі кожний проміжний вал з’єднується з попереднім і наступним парою коліс. Таким чином, на першому ведучому валі буде закріплено одне колесо. На кожному з проміжних валів – по два колеса і на останньому веденому – одне колесо.

Таке з’єднання зубчастих коліс, вали яких обертаються у нерухомих підшипниках, називається ступінчастою зубчастою передачею.

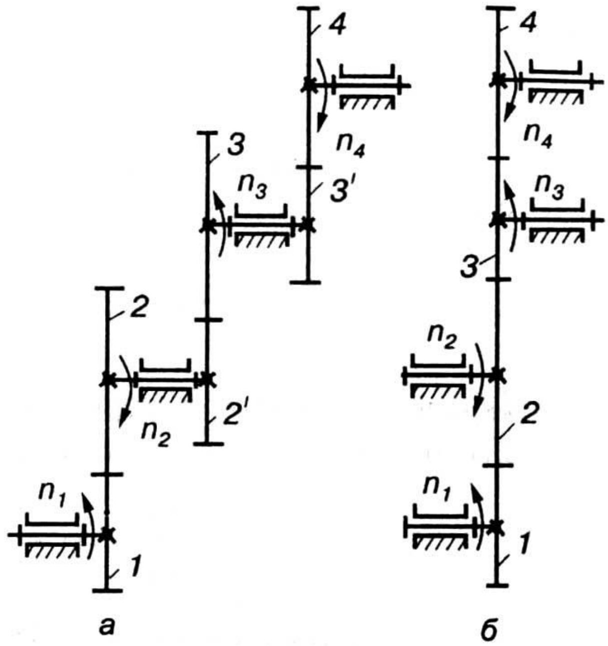

Рис. 9.24

Передатне відношення кожної пари зубчастих коліс

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2},\ u_{2'3} = \frac{\omega_2}{\omega_3},\ u_{3'4} = \frac{\omega_3}{\omega_4},\ u_{4'5} = \frac{\omega_4}{\omega_5}.$$

Перемножимо праві і ліві частини цих виразів

$$u_{12}u_{2'3}u_{3'4}u_{4'5} = \frac{\omega_1\omega_2\omega_3\omega_4}{\omega_2\omega_3\omega_4\omega_5} = \frac{\omega_1}{\omega_5} = u_{15}$$

звідки матимемо

$$u_{15} = u_{12}u_{2'3}u_{3'4}u_{4'5}.$$

Отже, загальне передатне відношення ступінчастого ряду зубчастих коліс дорівнює добутку окремих передатних відношень простих зубчастих механізмів, що входять до його складу, взятих зі своїми знаками.

Оскільки

$$u_{12} = \pm\frac{z_2}{z_1};\ u_{2'3} = \pm\frac{z_3}{z_{2'}};\ u_{3'4} = \pm\frac{z_4}{z_{3'}};\ u_{4'5} = \pm\frac{z_5}{z_{4'}},$$

одержимо

$$u_{15} = (-1)^m \frac{z_2 z_3 z_4 z_5}{z_1 z_{2'} z_{3'} z_{4'}},$$

де m – число зовнішніх зачеплень, на рис. 24 – $m = 4$.

Таким чином, знак загального передатного відношення ступінчастого ряду залежить від кількості зовнішніх зачеплень: парне число зовнішніх зачеплень відповідає знаку “плюс”, непарне – знаку “мінус”. Число внутрішніх зачеплень на знак загального передаточного числа не впливає.

Напрям обертання будь-якого колеса передачі можна визначити також за правилом, відомим під назвою *правила стрілок*. Напрям обертання коліс показано стрілкою (у бік руху зубців, які видно спостерігачеві). Наприклад, стрілка на колесі z_1 показує, що його зубці рухаються зверху вниз.

Таким чином, передаточне відношення $(n-1)$ ступінчастої передачі буде:

$$u_{1n} = \frac{\omega_1}{\omega_n} = u_{12} u_{2'3} u_{3'4} \ldots u_{(n-1)'n} = \frac{z_2 z_3 z_4 \ldots z_n}{z_1 z_{2'} z_{3'} \ldots z_{(n-1)'}} \left(-1\right)^m .$$

Множник $(-1)^m$ дозволяє визначити знак передатного відношення складного зубчастого механізму.

Зубчасті механізми, в яких відбувається зменшення кутових швидкостей при передачі руху від ведучої до веденої ланки і які, як правило, вміщено у спеціальний корпус, називають *редуктором*. Зубчасті механізми, які збільшують кутову швидкість веденої ланки, називають *мультиплікатором*.

Рядове зачеплення з паразитними колесами. Рядове зачеплення з паразитними колесами характеризується тим, що на кожному з проміжних валів розміщено лише одне колесо.

Для здійснення передачі руху між валами, які розміщені на великій відстані або, якщо потрібно, щоб ведений вал обертався в тому ж самому напрямі, що й ведучий, на проміжних валах закріплюють по одному колесу, які не впливають на передатне відношення. Ці колеса називаються паразитними, а весь ряд – паразитним

$$u_{14} = \frac{\omega_1}{\omega_4} = u_{12} u_{23} u_{34} = -\frac{z_2 z_3 z_4}{z_1 z_2 z_3} = -\frac{z_4}{z_1} .$$

Таким чином, число зубців паразитних коліс не впливає на абсолютну величину передатного відношення. Паразитні колеса впливають лише на його знак.

Проміжні колеса застосовують для передачі обертання з одного валу на інший при великій міжосьовій відстані, а також для зміни напрямку обертання веденого валу.

Число зубців проміжних коліс не впливає на абсолютну величину передатного відношення, але ці колеса витрачають на тертя певну потужність – тому проміжні колеса називаються паразитними.

Кінематичний аналіз диференціальних та планетарних механізмів

Зубчасті передачі з рухомими осями коліс. Епіциклічні передачі. У розглянутих зубчастих механізмах геометричні осі всіх коліс не змінюють свого положення у просторі. Можливі й такі зубчасті механізми, у яких геометричні осі одного чи кількох коліс переміщуються у просторі. До числа таких зубчастих механізмів відносять так звані диференціальні та планетарні механізми. Деколи їх називають епіциклічними механізмами.

Епіциклічною передачею називають механізм, складений з зубчастих (фрикційних) коліс, одне або кілька з яких виконують складний обертальний рух, що складається з обертального руху навколо власної осі і разом з віссю – навколо зчепленого з ним зубчастого колеса (від слів “епіцикл” – коло, центр якого рівномірно рухається по іншому колу). Ці механізми можна поділити на планетарні механізми, що мають одну ступінь вільності і диференціальні механізми, що мають два й більше ступенів вільності.

Схему найпростішого диференціального механізму наведено на рис. 9.25: колеса 1 і 3 називають центральними, їхні осі O_1, O_3 нерухомі. Колесо 2 з рухомою віссю O_2 називають планетарним або сателітом (колесо 2 обертається навколо власної осі і разом з віссю – навколо колеса 1). Ланку, на якій розміщено осі сателітів, називають водилом H (інколи позначають літерою S). Наголосимо, що водило є рухомою ланкою.

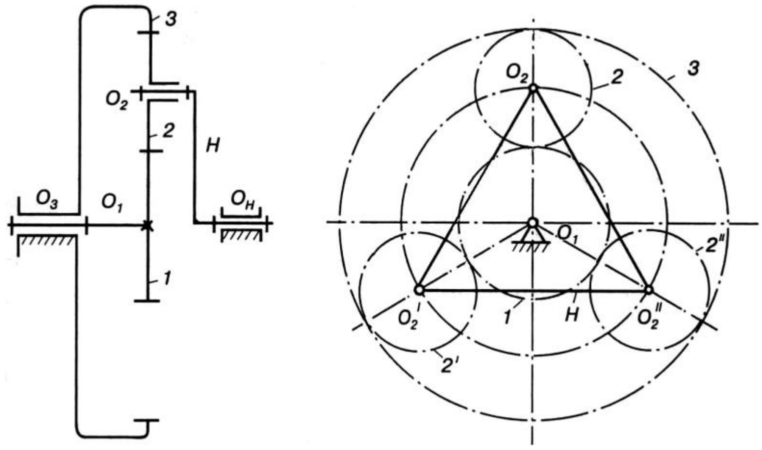

Рис. 9.25

Колеса, які обертаються навколо центральної геометричної осі, називають центральними. Причому, колесо, що має зубці зовнішнього зачеплення, прийнято називати – сонячним, а колесо з зубцями внутрішнього зачеплення – коронним.

Відмітимо, що у дійсного механізму є декілька симетрично розташованих сателітів. Їх встановлюють з метою зменшення габаритів механізму, зниження зусиль в зачепленні, розвантаження підшипників центральних коліс, покращення зрівноваження водила. Але у цьому випадку механізм має пасивні умови зв'язку ($q > 0$), тобто він є статично невизначеним. При кінематичних розрахунках враховується лише один сателіт, оскільки інші є пасивними у кінематичному відношенні.

Кінематичне дослідження епіциклічних механізмів виконують за допомогою методу інверсії (обернення руху, зупинки). Застосувавши метод інверсії руху, умовно перетворимо диференціальний механізм в обернений механізм, тобто у звичайний зубчастий механізм з нерухомими осями. Механізм, який дістали в результаті застосування методу обернення руху, називають оберненим.

Ступінь рухомості диференціального механізму визначають за формулою П.Л. Чебишева.

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3\cdot 4 - 2\cdot 4 - 2\cdot 1 = 2.$$

Епіциклічна передача, у якої обидва центральні колеса рухомі і ступінь рухомості якої дорівнює двом, називають *диференціальною*.

Отже, диференціальний механізм має два ступеня вільності, тобто для визначення руху всіх його ланок потрібно задати закон руху двом ланкам. Наприклад, задавши ω_1 і ω_2 , матимемо визначений рух водила – ω_H , або задавши ω_3 і ω_H, чи ω_1 і ω_H, визначимо ω_1 чи ω_3.

У диференціальному механізмі може відбуватися або розкладання руху (від одного ведучого на два ведених), або складання руху. Таким чином, за допомогою диференціальної передачі можна на одному валі здійснити рух, що передається йому від двох незалежних двигунів.

Проведемо кінематичне дослідження диференціального зубчастого механізму аналітичним методом – виведемо формулу, що встановлює зв’язок між кутовими швидкостями ланок.

Нехай кутові швидкості ланок диференціального механізму ω_1, ω_2, ω_3 і ω_H. Застосуємо метод інверсії, суть якого полягає в тому, що всім ланкам вихідного механізму надається додатковий рух з кутовою швидкістю, що дорівнює за абсолютною величиною кутовій швидкості водила, але протилежно спрямованою. У результаті відносний рух ланок не зміниться, але в оберненому механізмі водило зупиниться і диференціальний механізм з рухомими осями перетвориться на рядову передачу з нерухомими осями, кутові швидкості якої набудуть значень

$$\omega_1^{/} = \omega_1 - \omega_H\,;\;\; \omega_2^{/} = \omega_2 - \omega_H\,;$$
$$\omega_3^{/} = \omega_3 - \omega_H\,;\;\; \omega_H^{/} = \omega_H - \omega_H = 0\,.$$

Передатне відношення рядової зубчастої передачі можна знайти за формулою

$$u_{13}^{(H)} = \frac{\omega_1^{/}}{\omega_3^{/}} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = -\frac{z_3}{z_1}\,,$$

де верхній індекс, буква або цифра у дужках – (H) означає, що для наведеного випадку водило H – нерухоме (умовно зупинене), тобто передатне відношення визначене за умови нерухомого водила.

Це формула Вілліса, яка встановлює співвідношення між кутовими швидкостями ланок диференціального механізму. У цій формулі треба задати дві кутові швидкості, щоб визначити кутову швидкість третьої ланки. Оскільки відоме тільки передатне відношення $u_{13} = -z_3 / z_1$, маємо лише одне рівняння, а усі три кутові швидкості, що входять у формули, є невідомими.

Планетарні механізми. Закріпимо одне центральне колесо, наприклад 3 (рис. 9.25). Нерухоме центральне колесо називається опорним. У розглядуваному випадку ступінь рухомості епіциклічної передачі буде

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3\cdot 3 - 2\cdot 3 - 2 = 1\,.$$

Епіциклічна передача, ступінь рухомості якої дорівнює одиниці й одне із центральних коліс якої закріплене, називається планетарною передачею.

Отже, кожний диференціальний механізм можливо перетворити у планетарний механізм, якщо закріпити одне з центральних коліс. І навпаки планетарний механізм, що має нерухоме колесо можливо перетворити у диференціал, якщо звільнити нерухоме (опорне) колесо і надати йому обертання.

Це так звана властивість оберненості планетарних механізмів, яка дозволяє застосовувати однакові методи дослідження та проектування для планетарних і диференціальних редукторів. При цьому кожному елементарному диференціалу буде відповідати два планетарних механізми.

Користуючись формулою Вілліса, визначимо зв'язок між кутовими швидкостями ланок планетарної передачі, тобто передатне відношення

$$u_{13}^{(H)} = \frac{\omega_1^{/}}{\omega_3^{/}} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{0 - \omega_H} = -\frac{\omega_1}{\omega_H} + 1 = -u_{1H}^{(3)} + 1\,,$$

звідки

$$u_{1H}^{(3)} = 1 - u_{13}^{(H)}\,.$$

Отже, передатне відношення планетарного механізму дорівнює різниці між одиницею та передатним відношенням оберненого механізму.

Ця формула справедлива для будь-якої схеми планетарного редуктора за наявності нерухомого центрального колеса.

Передатне відношення $u_{ij}^{(H)}$ оберненого механізму вираховується від ведучого колеса до того колеса, яке у дійсному планетарному механізмі нерухоме.

Велике передатне відношення епіциклічних передач за малих їхніх габаритних розмірів порівняно з рядовим зачепленням, яке забезпечило б таке передатне відношення є суттєвою перевагою, що сприяла їх широкому розповсюдженню в металорізальних верстатах, літаках, транспортних машинах.

Синтез планетарних механізмів. Розв'язання задачі синтезу планетарних механізмів можна поділити на два етапи:

– вибір схеми планетарного механізму;
– вибір числа зубців механізму.

Вибір схеми планетарного механізму. В інженерній практиці отримали розповсюдження чотири схеми найпростіших планетарних механізмів, у яких сателіти зачіплюються одночасно з двома центральними колесами (рис. 9.26). Усі вони мають три основні вали, один з яких нерухомий. Почергове гальмування одного з валів дозволяє отримати у кожному механізмі на виході три різні швидкості. Передатне відношення усіх цих редукторів визначається за однією формулою. У загальному випадку вибір схеми можна виконати тільки детальним порівнянням різних варіантів.

Підбір чисел зубців коліс планетарних механізмів треба виконувати, щоб задовольнялись умови співвісності, сусідства та складання. Спроектований механізм має бути компактним і забезпечувати задане передатне відношення.

Умова співвісності полягає в тому, щоб геометричні осі ведучого та веденого валів збігалися.

Умова сусідства полягає в тому, щоб кола виступів сателітів не торкалися і не перетиналися.

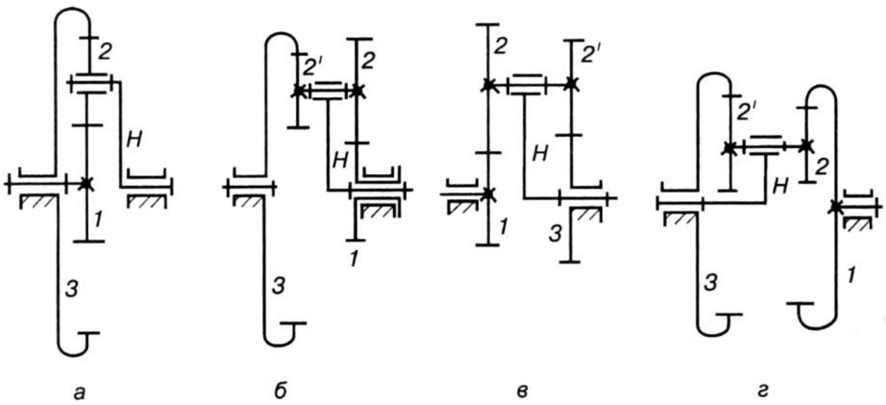

Рис. 9.26

Умова складання вимагає, щоб зуби кожного сателіта ввійшли в зачеплення з обома центральними колесами.