

МІНІСТЕРСТВО ВНУТРІШНІХ СПРАВ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ВНУТРІШНІХ СПРАВ
КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ ЛЬОТНИЙ КОЛЕДЖ

Циклова комісія аеронавігації

ТЕКСТ ЛЕКЦІЇ

з навчальної дисципліни
ПРИНЦИПИ ПОЛЬОТУ
(Аерогідрогазодинаміка)

обов'язкових компонент
освітньо-професійної програми першого (бакалаврського) рівня вищої освіти

Аеронавігація
272 Авіаційний транспорт

за ТЕМОЮ 3- Рівняння руху газового потоку з врахуванням стисливості
середовища. Теорія сопла Лавалю

Вінниця 2023

ЗАТВЕРДЖЕНО

Науково-методичною радою
Харківського національного
університету внутрішніх справ
Протокол від 30.08.2023 № 7

СХВАЛЕНО

Методичною радою Кременчуцького
льотного коледжу Харківського
національного університету внутрішніх
справ
Протокол від 28.08.2023 № 1

ПОГОДЖЕНО

Секцією Науково-методичної ради
ХНУВС з технічних дисциплін
Протокол від 29.08.2023 № 7

Розглянуто на засіданні циклової комісії *аеронавігації*, протокол від 28.08.2023 № 1

Розробник: професор навчального відділу КЛК ХНУВС, викладач циклової комісії аеронавігації, к. т. н., с. н. с., спеціаліст вищої категорії, викладач – методист, Тягній В. Г.

Рецензенти:

- 1 Головний науковий співробітник ТОВ «Науково-виробниче об'єднання» «АВІА», к.т.н., с.н.с., Зінченко В. П.
- 2 Професор навчального відділу КЛК ХНУВС, викладач-методист циклової комісії енергозабезпечення та систем управління, к. т. н., професор, спеціаліст вищої категорії, Гаврилюк Ю. М.

ЛЕКЦІЯ 3.1: Рівняння балансу енергії газового потоку з врахуванням стисливості середовища

План лекції:

- 1 Рівняння Д. Бернуллі з врахуванням стисливості.
- 2 Залежність фізичних параметрів потоку від швидкості його руху.

Рекомендована література:

Основна:

1. Котельніков Г. Н., Мамлюк О. В., Аеродинаміка літальних апаратів. Підручник. -К.: Вища школа, 2002. – 255 с.
2. Навчальний посібник «Аеродинаміка та динаміка польоту вертольота». Частина I, «Аеродинаміка вертольота» / А. Г. Зінченко, О. О. Бурсала, О. Л. Бурсала та ін.; за заг. ред. А. Г. Зінченка. – Х.: ХНУПС, 2016.–402 с.: іл.
3. Навчальний посібник «Аеродинаміка та динаміка польоту вертольота». Часть II, «Динаміка польоту вертольота». / А. Г. Зінченко, І. Б. Ковтонюк, В. М. Костенко та ін.; за загальною редакцією В. М. Костенка та І. Б. Ковтонюка. – Х.: ХУПС, 2010. – 272 с.: іл.
4. Опорний конспект з навчальної дисципліни «Аеродинаміка, динаміка польоту та практична аеродинаміка». Частина I «Аеродинаміка вертольоту». Автор: Пчельников С. І.
5. Опорний конспект з навчальної дисципліни «Аеродинаміка, динаміка польоту та практична аеродинаміка». Частина II «Динаміка польоту». Автор: Пчельников С.І.
6. Аеродинаміка літальних апаратів: навчальний посібник /О.О. Бурсала. А. Г. Зінченко, Є. Ю. Іленко, І. Б. Ковтонюк, А. Л. Сушко – Х.: ХУПС, 2015. -333 с.: іл.
7. Лебідь В. Г., Миргород Ю. І., Аерогідрогазодинаміка. Підручник Х.: ХУПС, 2006. – 350 с.
8. Тягній В. Г., Ємець В. В., Основи аеродинаміки та динаміки польоту, частина I, Аерогідрогазодинаміка. Навчальний посібник, КЛК ХНУВС, 2022. – 384 с.

Допоміжна:

1. Ковалев Е. Д., Удовенко В. А., Основи аеродинаміки і динаміка польоту легких вертольотів. Навчальний посібник. - Х.: КБ Аерокоптер, 2008. – 280 с.

Інформаційні ресурси

Інформаційні ресурси в Інтернеті

<http://csm.kiev.ua/nd/nd.php?b=1>

Технічні засоби

- 1 Багатофункціональний плазмовий телевізор.
- 2 Персональний комп'ютер.
- 3 Мультимедійний проектор.

Наочні посібники

- 1 Опорний конспект лекцій.
- 2 Електронний конспект лекцій.
- 3 Презентація окремих тем дисципліни.
- 4 Схеми та таблиці по темам дисципліни.
- 5 Зразки інформаційної та службової документації.
- 6 Навчальні фільми за тематикою дисципліни «Принципи польоту (Аерогідрогазодинаміка)».
- 7 Стенди і плакати за тематикою дисципліни «Принципи польоту (Аерогідрогазодинаміка)».
- 8 Курс лекцій по дисципліні «Принципи польоту (Аерогідрогазодинаміка)»
- 9 Начальний посібник по дисципліні “Аерогідрогазодинаміка”

Текст лекції

ЛЕКЦІЯ 3.1: РІВНЯННЯ БАЛАНСА ЕНЕРГІЇ ГАЗОВОГО ПОТОКУ З УРАХУВАННЯМ СТИСЛИВОСТІ СЕРЕДОВИЩА

План лекції:

3.1.1 Рівняння Д. Бернуллі з урахуванням стисливості

3.1.2 Залежність фізичних параметрів потоку від швидкості його руху

3.1.1 Рівняння Д. Бернуллі з урахуванням стисливості

В загальному випадку руху газового потоку на етапах гальмування або розгону зміна фізичних параметрів стану газу підпорядковується ізоентропічному рівнянню:

$$p = c \cdot \rho^k$$

де

c - газова постійна величина ізоентропічного процесу;

ρ - масова щільність газу, $\text{кг} / \text{м}^3$;

$k = \frac{c_p}{c_w}$ - показник адіабати;

p - тиск газу, Па.

Якщо підставити рівняння ізоентропи в рівняння Д. Бернуллі без урахування стисливості і виконати спільне інтегрування, то отримаємо рівняння Д. Бернуллі з урахуванням стисливості (рис 3.1.1):

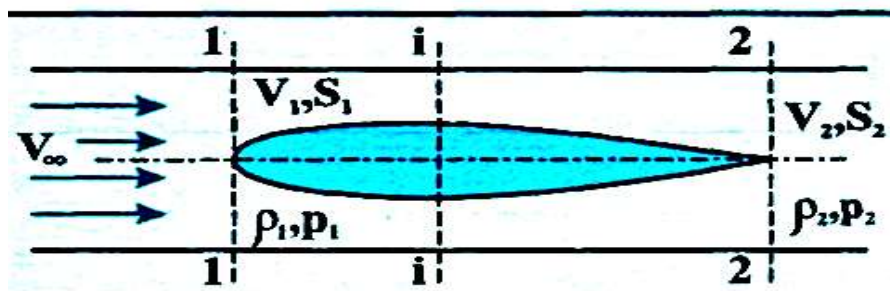


Рис 3.1.1 Схема виведення рівняння Д. Бернуллі
з урахуванням стисливості

$$\frac{k}{k-1} \cdot \frac{p_1}{\rho_1} + \frac{V_1^2}{2} = \frac{k}{k-1} \cdot \frac{p_2}{\rho_2} + \frac{V_2^2}{2} = \text{const}$$

У загальному випадку рівняння Д. Бернуллі з урахуванням стисливості прийме **перший вид**:

$$\frac{k}{k-1} \cdot \frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} = \text{const}$$

Рівняння Бернуллі з урахуванням стисливості можна перетворити в інший вид використовуючи рівняння стану газу

$$\frac{p}{\rho} = RT ,$$

Тоді рівняння перетворюється в **другий вид** через зміну температури:

$$\frac{k}{k-1} \cdot RT + \frac{V^2}{2} = \text{const}$$

З огляду на, що швидкість звуку дорівнює, можна рівняння Д. Бернуллі перетворити в **третій вид** через зміну швидкості звуку: $a = \sqrt{k \cdot RT}$

$$\frac{1}{k-1} \cdot a^2 + \frac{V^2}{2} = \text{const}$$

Так як в адіабатичному процесі при зміні тиску стиснення газу відбувається зміна і його температури то, отже, відбувається і зміна внутрішньої енергії газу пропорційно $\frac{RT}{k-1}$. Тоді в рівнянні Д. Бернуллі з'являється новий член, що враховує внутрішню енергію газу.

Таким чином, враховуючи що $\frac{k}{k-1} RT = \frac{p}{\rho} + \frac{RT}{k-1}$, тоді отримаємо **четвертий вид** рівняння:

$$\frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} + \frac{RT}{k-1} = \text{const}$$

Фізична сутність рівняння Бернуллі для стиснювального газу полягає в наступному: Сума **потенційної енергії** ($\frac{p}{\rho}$), **кінетичної енергії** ($\frac{V^2}{2}$) і **внутрішньої енергії** ($\frac{RT}{k-1}$) **одиниці маси газу в будь-якому поперечному перерізі струменя газу є величина постійна.**

3.1.2 Залежність фізичних параметрів потоку від швидкості його руху

3.1.2.1 Температура загальмованого потоку (рис 3.1.2):

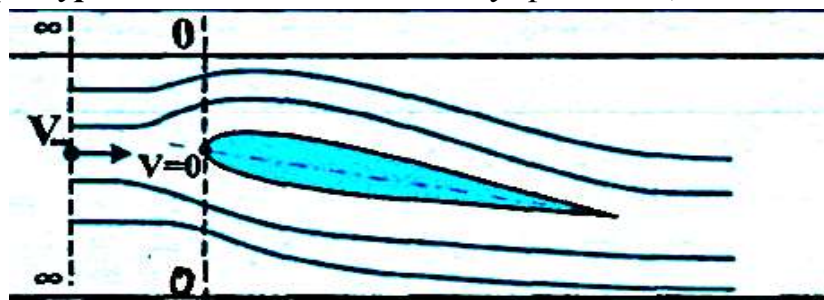


Рис 3.1.2 Схема виведення рівняння повного гальмування

На передній кромці обтічних тіл завжди є область або точка, в якій газ повністю гальмується і швидкість обтікання стає рівною "0" ($V = 0$). Цю область або точку називають **критичною**. Якщо проаналізувати рівняння Бернуллі, то можна побачити, що:

$$\frac{k}{k-1} \cdot RT \uparrow + \frac{V^2}{2} = \text{const},$$

Звідси випливає, що при гальмуванні потоку його температура збільшується і максимальне значення температури буде відповідати швидкості $V = 0$ (тобто в точці гальмування).

Згідно рівняння Д. Бернуллі, температуру загальмованого потоку можна визначити за формулою:

$$\frac{k}{k-1} RT_i + \frac{V_i^2}{2} = \frac{k}{k-1} RT_0 + \frac{V_0^2}{2}, \text{ Звідси при } V_0 = 0,$$

з урахуванням рівняння $a^2 = kRT$, отримаємо новий вираз визначення температури загальмованого потоку:

$$T_0 = T_i \left(1 + \frac{k-1}{2} \cdot M^2 \right)$$

З цього виразу випливає, що температура загальмованого потоку збільшується зі зростанням числа Маха (M), це пояснюється тим, що при адіабатичному гальмуванні кінетична енергія потоку перетворюється у внутрішню енергію газу і йде на збільшення його температури. Це явище називається **кінетичним нагріванням**.

Залежність температури загальмованого потоку від чисел M :

M	0	1	2	3	4	5
$T_0, ^\circ K$	288	346	518	807	1210	1764

Якби не було теплопередачі, то температура газу в критичних точках профілів обтікаємих тіл дорівнювала б температурі T_0 газу, а так як вона випромінюється в середовище і розсіюється, відбивається від поверхні тіла, а також відводиться всередину тіла, то температура в точці гальмування буде значно меншою температури гальмування.

1 Задача: 3.1.1:

- 1) Визначити температуру загальмованого повітряного потоку для чисел Маха $M = 3$ і 6 , якщо політ здійснюється на висоті польоту $H = 5000$ м.
- 2) Визначити швидкісний і повний тиск на визначеній висоті, якщо температура повітря складає *мінус* 25°C , а число Маха рівняється $M = 0,95$.
- 3) Визначити приладову і повітряну швидкість, а також число Маха, якщо швидкість звуку на висоті польоту рівняється $a_n = 320$ м/с, повний тиск повітряного потоку $p^* = 9,9 \cdot 10^5$ Па.
- 4) Літак летить на висоті $H = 8000$ м з швидкістю $V = 420$ км/год., яку швидкість буде показувати прилад показника швидкості, якщо шкала приладу відградуїрована на висоту $H = 0$ м. Визначити число Маха і температуру повітря при завданих вихідних даних.

3.1.2.2 Гранична швидкість руху

Згідно рівняння Д. Бернуллі з урахуванням стисливості середовища:

$$\frac{k}{k-1} \cdot \frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} = \text{const}$$

або

$$\frac{k}{k-1} \cdot RT + \frac{V^2}{2} = \text{const}$$

збільшення швидкості потоку газу, а значить, збільшення його кінетичної енергії може відбуватися тільки за рахунок зменшення потенційної енергії потоку.

Граничне значення швидкості потоку настає тоді, коли потенційна енергія потоку знижується до «0», тобто коли відбувається зменшення абсолютної температури газового середовища до $T = 0$.

Швидкість, досягнута газовим потоком при температурі середовища $T_0 = 0$ називається граничною і визначається за формулою:

$$\frac{k}{k-1} \cdot R(T_0 - T_i) = \frac{v_i^2}{2}, \text{ звідси}$$
$$V_{\text{пред.}} = \sqrt{\frac{2k}{k-1} \cdot R(T_0 - T_i)}$$

Якщо газ з параметрами стану p_0, ρ_0, T_0 знаходиться в стані спокою (наприклад, газ знаходиться в балоні під тиском або пороховий двигун зі спресованим порохом зарядом), а потім починається закінчення газу з безперервним збільшенням швидкості від V_0 до $V_i = V_{\text{пред.}}$, тоді рівняння Бернуллі приймає вигляд (рис 3.1.3).

$$\frac{k}{k-1} \cdot RT_0 + \frac{v_0^2}{2} = \frac{k}{k-1} \cdot RT_i + \frac{v_i^2}{2}, \text{ при } T_i = 0$$
$$\text{отримаємо:}, \text{ звідси } \frac{k}{k-1} \cdot RT_0 = \frac{v_{\text{пред.}}^2}{2}$$

$$V_{\text{пр.}} = \sqrt{\frac{2k}{k-1} \cdot RT_0}$$

для повітря:, коли $k = 1,41$, $R = 287 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$, тоді гранична швидкість рівняється:

$$V_{\text{пред.}} = \sqrt{2000 \cdot T_0}$$

наприклад, пороховий двигун прискорювача:

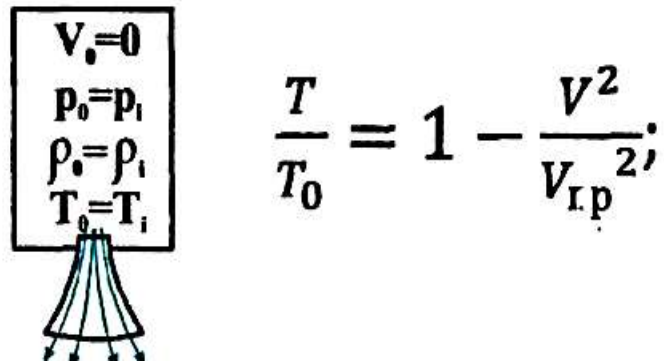


Рис 3.1.3 Схема витікання газу з порохового двигуна в вакуум

З вихідного рівняння Д. Бернуллі можна визначити відносну зміну температури в залежності від відносної зміни швидкості потоку газу.

$$\frac{T}{T_0} = 1 - \frac{V^2}{V_{\text{пред}}^2}$$

2 Задача: 3.1.2:

- 1) Визначити граничну швидкість повітряного потоку при польоті на висоті $H = 10000 \text{ м}$ при числі Маха $M = 2$.

3.1.2.3 Тиск і щільність повітря

Зміна тиску і щільності рухомого газу можна виразити через зміну температури. Використовуючи рівняння ізоентропічного процесу,

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^k$$

і підставивши в нього рівняння состояния середовища, отримаємо нове рівняння через зміну температури:

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{k}{k-1}}, \frac{\rho}{\rho_0} = \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{1}{k-1}}$$

Потім підставимо їх у вихідне рівняння зміни температури при гальмуванні потоку і отримаємо:

$$T_0 = T \left(1 + \frac{k-1}{2} \cdot M^2 \right),$$

З урахуванням цих перетворень отримаємо формули для визначення інших параметрів газу з урахуванням стисливості (рис 3.1.4):

$$\frac{p}{p_0} = \left(1 + \frac{k-1}{2} \cdot M^2 \right)^{\frac{k}{k-1}}; \quad p = p_0 \left(1 + \frac{k-1}{2} \cdot M^2 \right)^{\frac{k}{k-1}}$$

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left(1 + \frac{k-1}{2} \cdot M^2 \right)^{\frac{1}{k-1}}; \quad \rho = \rho_0 \left(1 + \frac{k-1}{2} \cdot M^2 \right)^{\frac{1}{k-1}}$$

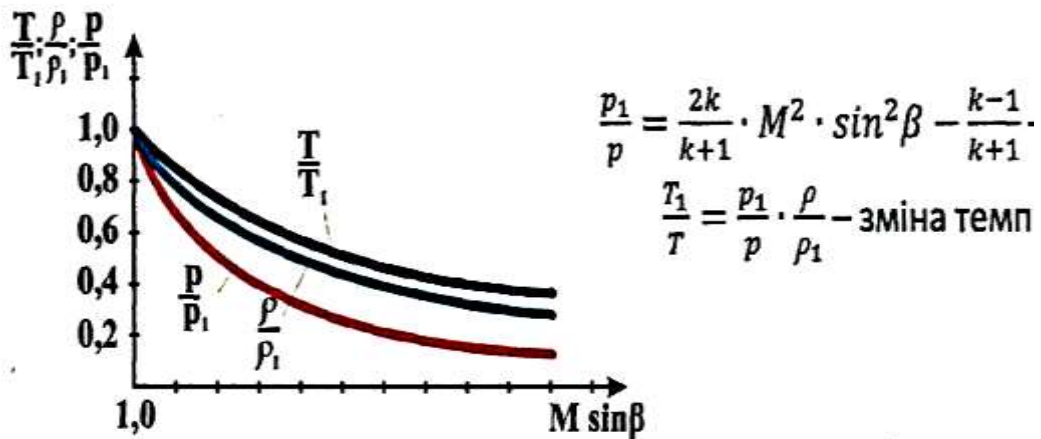


Рис 3.1.4 Схема графіків залежностей основних параметрів потоку від числа Маха (M)

У міру збільшення швидкості потоку відбувається зменшення швидкості звуку в ньому. Так як швидкість звуку зменшується через зменшення температури потоку (T) \rightarrow , а саме $a = \sqrt{T}$, то можна встановити залежність між швидкістю звуку і граничною швидкістю потоку:

$$\frac{a}{a_0} = \sqrt{1 - \frac{V_i^2}{V_{пр}^2}}; \quad a = a_0 \sqrt{1 - \left(\frac{V_i}{V_{пр}} \right)^2}$$

3 Задачі: 3.1.3:

- 1) Визначити швидкість звуку, число Маха, швидкісний і повний тиск потоку, що обтікає літак в польоті з швидкістю $V = 480 \text{ км/год}$ на висоті $H = 5000 \text{ м}$, якщо атмосферний тиск на даній висоті складає 54052 Па .
- 2) Визначити фактично висоту польоту літака, приладову швидкість, швидкість звуку і швидкісний напір, якщо прилад числа Маха показує значення $M = 0,9$, а повітряна швидкість літака рівняється $V_{пр} = 980 \text{ км/год}$.

В міру зростання швидкості потоку і зменшення швидкості звуку їх значення поступово зближуються і в деякому перерізі профілю, приблизно в місці максимальної його товщини, вони порівнюються. Цей переріз називається критичним (рис 3.1.5).

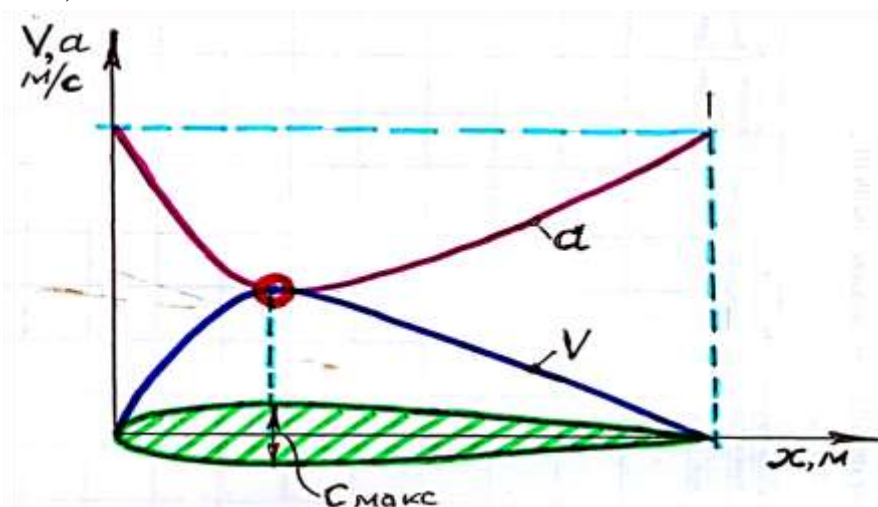


Рис 3.1.5 Схема досягнення швидкості звуку в критичному перерізі

Наскільки близька $V_{кр}$ і $V_{пред}$ - простежимо на рівнянні Д. Бернуллі.

Запишемо рівняння Д. Бернуллі для критичного перерізу, де $V_i = a_{кр}$, а швидкість при цьому дорівнює граничній $V_i = V_{пред}$, тоді $a_{кр} = V_{пред}$ (рис 3.1.6).

Рівняння Бернуллі для стискаємого потоку через швидкість звуку, коли: $V_{пр} = a_{кр}$ має вигляд:

$$\frac{1}{k-1} a^2 + \frac{V_{пр}^2}{2} = \text{const}; \quad \frac{a^2}{k-1} + \frac{a_{кр}^2}{2} = \frac{V_{пр}^2}{2} = \text{const}, \text{ тоді отримаємо}$$

$$\left(\frac{V_{пр}}{a_{кр}} \right)^2 = \frac{k+1}{k-1}$$

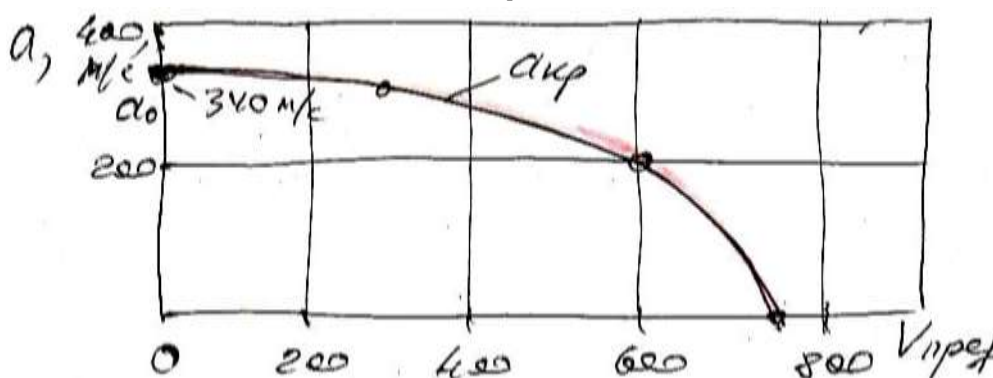


Рис 3.1.6 Залежність швидкості звуку від граничної швидкості потоку

Для воздуха $V_{пред} = 756 \text{ м/с}$ при $T_0 = 288 \text{ }^\circ\text{K}$

Так як при критичній швидкості руху $M_{кр} = \frac{V_{кр}}{a} = 1$, То критичні значення параметрів потоку можна визначити:

$$\frac{T_{кр}}{T_0} = \frac{2}{k+1}; \quad \frac{p_{кр}}{p_0} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}} \frac{\rho_{кр}}{\rho_0} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{1}{k-1}}$$

$$T_{кр} = T_0 \frac{2}{k+1}; \quad p_{кр} = p_0 \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}}; \quad \rho_{кр} = \rho_0 \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{1}{k-1}}$$

Для повітря, при $k = 1,41$, $T_{кр} = 0,831 T_0$, $p_{кр} = 0,528 p_0$, $\rho_{кр} = 0,636 \rho_0$
де

T_0, p_0, ρ_0 - фізичні параметри повітря при сталому русі;

$T_{кр}, p_{кр}, \rho_{кр}$ - фізичні параметри повітря в критичному перетині потоку.

4 Задача: 3.1.4:

- 1) Визначити критичні параметри повітряного потоку: температуру, тиск і масову густину за спрощеними формулами, якщо політ літака здійснюється на висоті $H = 2000 \text{ м}$.