

МІНІСТЕРСТВО ВНУТРІШНІХ СПРАВ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ВНУТРІШНІХ СПРАВ
КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ ЛЬОТНИЙ КОЛЕДЖ

Циклова комісія аеронавігації

ТЕКСТ ЛЕКЦІЇ

з навчальної дисципліни
ПРИНЦИПИ ПОЛЬОТУ
(Аерогідрогазодинаміка)

обов'язкових компонент
освітньо-професійної програми першого (бакалаврського) рівня вищої освіти

Аеронавігація
272 Авіаційний транспорт

за ТЕМОЮ 4- Закономірності вихрового руху потоку.
Теорема М. Є. Жуковського про підйомну силу крила

Вінниця 2023

ЗАТВЕРДЖЕНО

Науково-методичною радою
Харківського національного
університету внутрішніх справ
Протокол від 30.08.2023 № 7

СХВАЛЕНО

Методичною радою Кременчуцького
льотного коледжу Харківського
національного університету внутрішніх
справ
Протокол від 28.08.2023 № 1

ПОГОДЖЕНО

Секцією Науково-методичної ради
ХНУВС з технічних дисциплін
Протокол від 29.08.2023 № 7

Розглянуто на засіданні циклової комісії *аеронавігації*, *протокол від 28.08.2023 № 1*

Розробник: професор навчального відділу КЛК ХНУВС, викладач циклової комісії аеронавігації, к. т. н., с. н. с., спеціаліст вищої категорії, викладач – методист, Тягній В. Г.

Рецензенти:

- 1 Головний науковий співробітник ТОВ «Науково-виробниче об'єднання» «АВІА», к.т.н., с.н.с., Зінченко В. П.
- 2 Професор навчального відділу КЛК ХНУВС, викладач-методист циклової комісії енергозабезпечення та систем управління, к. т. н., професор, спеціаліст вищої категорії, Гаврилюк Ю. М.

ЛЕКЦІЯ 4.2: Загальне поняття про газодинамічні особливості.

Теорема М. Є. Жуковського про підйомну силу крила

План лекції:

- 1 Загальне поняття про газодинамічні особливості
- 2 Моделювання несучої поверхні
- 3 Теорема М. Є. Жуковського про підйомну силу крила

Рекомендована література:

Основна:

1. Котельніков Г. Н., Мамлюк О. В., Аеродинаміка літальних апаратів. Підручник. -К.: Вища школа, 2002. – 255 с.
2. Навчальний посібник «Аеродинаміка та динаміка польоту вертольота». Частина I, «Аеродинаміка вертольота» / А. Г. Зінченко, О. О. Бурсала, О. Л. Бурсала та ін.; за заг. ред. А. Г. Зінченка. – Х.: ХНУПС, 2016.–402 с.: іл.
3. Навчальний посібник «Аеродинаміка та динаміка польоту вертольота». Часть II, «Динаміка польоту вертольота». / А. Г. Зінченко, І. Б. Ковтонюк, В. М. Костенко та ін.; за загальною редакцією В. М. Костенка та І. Б. Ковтонюка. – Х.: ХУПС, 2010. – 272 с.: іл.
4. Опорний конспект з навчальної дисципліни «Аеродинаміка, динаміка польоту та практична аеродинаміка». Частина I «Аеродинаміка вертольоту». Автор: Пчельников С. І.
5. Опорний конспект з навчальної дисципліни «Аеродинаміка, динаміка польоту та практична аеродинаміка». Частина II «Динаміка польоту». Автор: Пчельников С.І.
6. Аеродинаміка літальних апаратів: навчальний посібник /О.О. Бурсала. А. Г. Зінченко, Є. Ю. Іленко, І. Б. Ковтонюк, А. Л. Сушко – Х.: ХУПС, 2015. -333 с.: іл.
7. Лебідь В. Г., Миргород Ю. І., Аерогідрогазодинаміка. Підручник Х.: ХУПС, 2006. – 350 с.
8. Тягній В. Г., Ємець В. В., Основи аеродинаміки та динаміки польоту, частина I, Аерогідрогазодинаміка. Навчальний посібник, КЛК ХНУВС, 2022. – 384 с.

Допоміжна:

1. Ковалев Е. Д., Удовенко В. А., Основи аеродинаміки і динаміка польоту легких вертольотів. Навчальний посібник. - Х.: КБ Аерокоптер, 2008. – 280 с.

Інформаційні ресурси

Інформаційні ресурси в Інтернеті

<http://csm.kiev.ua/nd/nd.php?b=1>

Технічні засоби

- 1 Багатофункціональний плазмовий телевізор.
- 2 Персональний комп'ютер.
- 3 Мультимедійний проектор.

Наочні посібники

- 1 Опорний конспект лекцій.
- 2 Електронний конспект лекцій.
- 3 Презентація окремих тем дисципліни.
- 4 Схеми та таблиці по темам дисципліни.
- 5 Зразки інформаційної та службової документації.
- 6 Навчальні фільми за тематикою дисципліни «Принципи польоту (Аерогідрогазодинаміка)».
- 7 Стенди і плакати за тематикою дисципліни Принципи польоту (Аерогідрогазодинаміка)».
- 8 Курс лекцій по дисципліні «Принципи польоту (Аерогідрогазодинаміка)»
- 9 Начальний посібник по дисципліні “Аерогідрогазодинаміка”.

Текст лекції

ЛЕКЦІЯ 4.2: ЗАГАЛЬНЕ ПОНЯТТЯ ПРО ГАЗОДИНАМІЧНІ ОСОБЛИВОСТІ. ТЕОРЕМА М. Є. ЖУКОВСЬКОГО ПРО ПІДЙОМНУ СИЛУ КРИЛА

План лекції:

4.2.1 Загальне поняття про газодинамічні особливості

4.2.2 Моделювання несучої поверхні

4.2.3 Теорема М. Є. Жуковського про підйомну силу крила

4.2.1 Загальне поняття про газодинамічні особливості

Поза вихрової трубки рідина або газ знаходяться в стані спокою або прямолінійного рівномірного руху. При появі вихрового руху частинки рідини або газу, які перебували в нерухомому або рівномірному прямолінійному русі, залучаються до вихрового руху в залежності від величини кутової швидкості обертання і відстані від центра вихору. Згідно з теоремою Стокса циркуляція швидкості по замкнутому контуру навколо вихору дорівнює напрузі (інтенсивності) вихрового шнура.

Для вирішення практичних задач в аерогідрогазодинаміці поверхні ЛА можуть моделюватися газодинамічними особливостями до яких відносяться:

- вихори; витоки;
- стоки; діполі.

Газодинамічні особливості можуть використовуватися автономно, а також і у взаємодії один з одним.

Сутність моделювання полягає в тому, що поле збурених швидкостей і тисків, викликаних обтікаємим тілом, замінюється аналогічним полем, але створюваним відповідними газодинамічними особливостями.

4.2.2 Моделювання несучої поверхні

4.2.2.1 Моделювання несучої поверхні приєднаними вихорами

Несуча поверхня моделюється одним або декількома вихорами (рис 4.2.1).

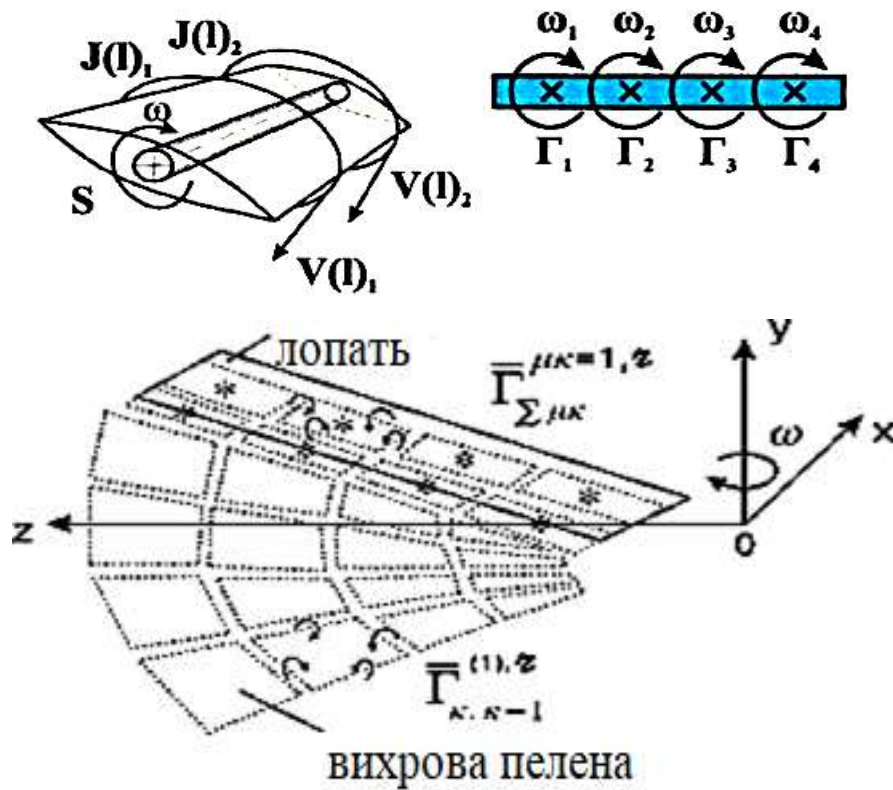
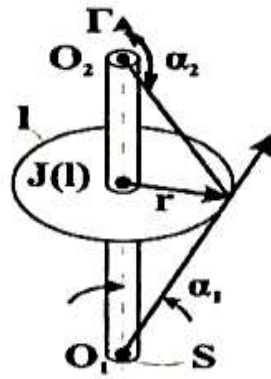


Рис 4.2.1 Схема моделювання несучої поверхні приєднаними вихорами

При моделюванні несучих поверхонь вихровими шнурами, поверхня розбивається на рівні площадки і в кожену із них поміщають підковоподібний вихровий шнур. Вихрову пелену, що сходить з несучої поверхні, моделюють кінцями підковоподібного вихрового шнура. Вихровий шнур, обертаючись з деякою кутовою швидкістю, індукує навколо себе появу збуреної швидкості, яка згідно рівняння Д. Бернуллі викликає появу поля тисків і як наслідок виникає перепад тисків на поверхнях обтікаємих поверхонь. Розглянемо фізичну сутність появи і розмір індукованої вихором швидкості.

Нехай прямолінійний вихор обертається з деякою кутовою швидкістю (ω) і має певне напруження (Γ). По колу, що охоплює вихор (l) швидкість, індукована вихором, постійна в часі $V(l) = \text{const}$.

Індуковану швидкість $V(l)$ розраховують за **формулою Біо – Савара**, викликаній прямолінійним вихровим шнуром, що обертається з деякою кутовою швидкістю (ω) (рис 4.2.2):



$$V(l) = \frac{\Gamma}{4\pi r} (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2);$$

$$\alpha_1 \rightarrow 0; \alpha_2 \rightarrow 180^\circ;$$

$$V(l) = \frac{\Gamma}{4\pi r} (1 - (-1)) = \frac{\omega n \cdot S}{\pi \cdot r}$$

Рис 4.2.2 Схема визначення індукованої швидкості $V(l)$ прямолінійного вихору за формулою Біо - Савара

$$V(l) = \frac{\Gamma}{4 \cdot \pi \cdot r} (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2) = \frac{2 \cdot \omega_n \cdot S}{4 \cdot \pi \cdot r} (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2) = \frac{\omega_n \cdot S}{2 \cdot \pi \cdot r} (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$$

З формули випливає, що колова швидкість, індукована вихором, на самому вирі ($r = 0$), дорівнює нескінченній величині $V(l) = \infty$, а при збільшенні радіуса ($r \rightarrow \infty$), зменшується обернено пропорційно радіусу вихору до $V(l) = 0$. Вздовж радіус-вектора радіальна швидкість дорівнює нулю ($r \rightarrow Vr = 0$) (рис 4.2.2).

Розглянемо випадки, коли прямолінійний вихор має різну довжину.

а) Вихор нескінченної довжини (рис 4.2.2):

Нехай колова швидкість індукована вихором O_1O_2 лежить в площині перпендикулярній вісі вихору і її величину можна визначити за формулою Біо - Савара.

Для цього випадку $\alpha_1 \rightarrow 0$, $\alpha_2 \rightarrow 180^\circ$, тоді $\cos\alpha_1 = 1$, а $\cos\alpha_2 = -1$, таким чином:

$$V(l) = \frac{\Gamma}{4 \cdot \pi \cdot r} (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2) = \frac{2 \cdot \omega_n \cdot S}{4 \cdot \pi \cdot r} (1 + 1) = \frac{4 \cdot \omega_n \cdot S}{4 \cdot \pi \cdot r} = \frac{\omega_n \cdot S}{\pi \cdot r}$$

б) Вихор напівнескінченної довжини (рис 4.2.3):

для цього випадку $\alpha_1 \rightarrow 0$, $\alpha_2 \rightarrow 90^\circ$, тоді $\cos\alpha_1 = 1$, а $\cos\alpha_2 = 0$, отже:

$$V(l) = \frac{\Gamma}{4 \cdot \pi \cdot r} (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2) = \frac{2 \cdot \omega_n \cdot S}{4 \cdot \pi \cdot r} (1 - 0) = \frac{\omega_n \cdot S}{2 \cdot \pi \cdot r}$$

Таким чином, індукована вихором напівнескінченної довжини швидкість в **два рази менше**, ніж швидкість індукована вихором нескінченної довжини.

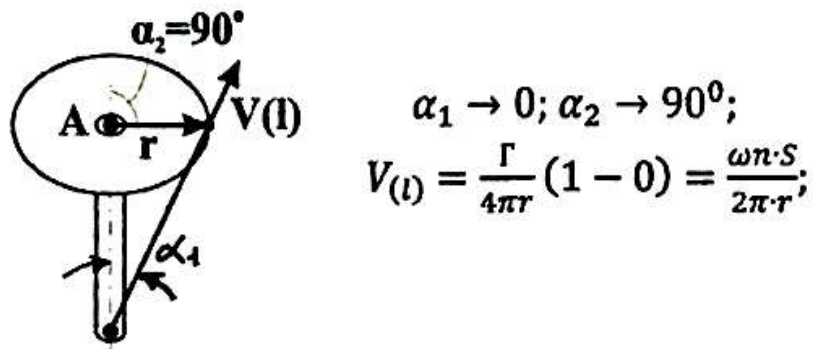


Рис 4.2.3 Схема напівнескінченного прямолінійного вихору

1 Задача: 4.2.1:

- 1) Визначити напругу вихору і індуковану вихором швидкість, якщо кути атаки вихору рівняються $\alpha_1 = 45^\circ$, $\alpha_2 = 135^\circ$, радіус кола, що охоплює вихор $R = 30 \text{ см}$, число обертання вихору $n_e = 335 \text{ об/хв.}$, радіус вихору $r_e = 1,5 \text{ см}$
- 2) Визначити напругу вихору, індуковану вихором швидкість для напівнескінченного вихору і колову швидкість на перерізі вихору, якщо число обертів вихору $n_e = 240 \text{ об/хв.}$, $\alpha_2 = 90^\circ$, $\alpha_1 = 0^\circ$, радіус кола, що охоплює вихор рівняється $R = 100 \text{ см}$, площа перерізу вихору $S_e = 50 \text{ см}^2$

4.2.3 Теорема М. Є. Жуковського про підйомну силу крила

У 1906 р. М. Є. Жуковський прийшов, до висновку, що в ідеальній рідині, яка обтікає циліндричне тіло нескінченного розмаху, підйомна сила може виникнути тільки при наявності циркуляції швидкості по замкнутому контуру, який охоплює обтікаєме тіло (рис 4.2.4).

У запропонованій М. Є. Жуковським розрахунковій схемі профіль крила замінюється приєднаним підковоподібним вихором. Така схема дозволила побудувати математичну модель обтікання і отримати математичне рішення.

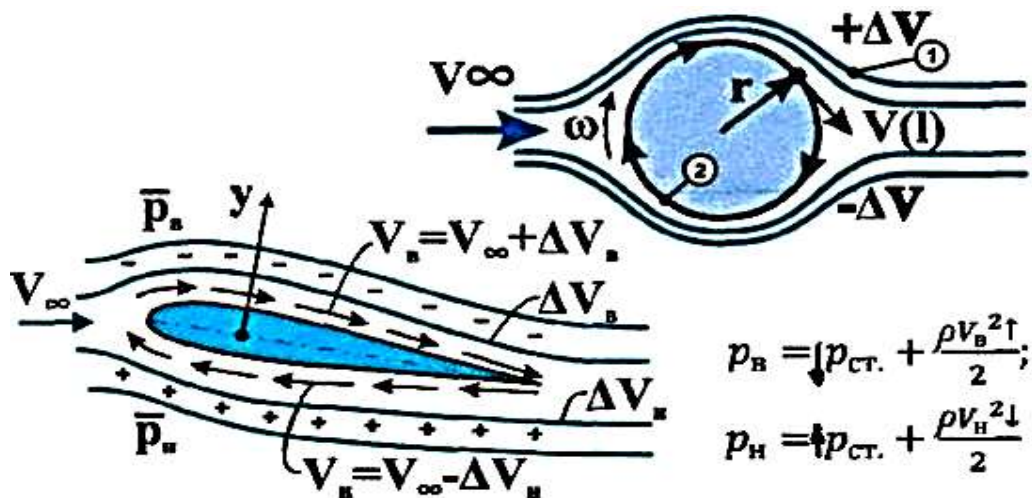


Рис 4.2.4 Схема заміни циркуляційного обтікання приєднаним вихором

Профіль крила розглядається як обтікаєме тіло, навколо якого створюється циркуляція швидкості, індуцируєма вихором.

При взаємодії циркуляції (*викликаной вихором*) з плоскопаралельним потоком над обтікаємим тілом і під ним швидкості обтікання алгебраїчно складаються.

Таким чином, над профілем швидкість потоку збільшується, а під профілем - зменшується. Згідно рівняння Бернуллі, зміна швидкості обтікання призводить до зміни тиску над і під профілем, і в свою чергу викликає виникнення різниці тисків, і як наслідок до появи підйомної сили.

$$\downarrow_B p_{ст} + \frac{\rho V_B^2 \uparrow}{2} = const, \quad \uparrow_H p_{ст} + \frac{\rho V_H^2 \downarrow}{2} = const$$

Згідно гіпотези М. Є. Жуковського, навколо обтікаємого тіла виникає циркуляція швидкості, викликана вихором, який Жуковский назвав приєднаним. Даний вихор викликає появу полів збурених швидкостей і тисків, які викликають виникнення різниці тисків і як наслідок до утворення підйомної сили. Використавши теорему про імпульс сили Жуковский встановив зв'язок між підйомною силою і циркуляцією швидкості.

Теорема про підйомну силу крила: *якщо аеродинамічне тіло обтікається сталим плоско - паралельним потоком нестисливої рідини, то на одиницю довжини цього тіла діє, підйомна сила, яка прямо пропорційна масовій щільності, швидкості потоку, циркуляції швидкості по замкнутому контуру і довжині контура, який охоплює вихор:*

$$Y = \rho \cdot V \cdot J(l) \cdot l$$

У формулу циркуляції швидкості $J(l) = \oint V \ell \cdot d\ell$ введемо деякі спрощення і заміни: довжину контуру замінимо хордою профілю ($d\ell \approx b$), введемо коефіцієнт пропорційності $\frac{C_{ya}}{2}$, тоді формула циркуляції швидкості буде дорівнює:

$$J(l) = \frac{C_{ya}}{2} \cdot V \cdot b$$

де

C_{ya} - коефіцієнт пропорційності, що характеризує підйомну силу, викликану циркуляцією;

b - хорда профілю, м.

Підставивши вираз циркуляції швидкості в вихідне рівняння підйомної сили, отримаємо вираз:

$$Y = \rho \cdot V \cdot \frac{C_{ya}}{2} \cdot V \cdot b \cdot l = C_{ya} \cdot \frac{\rho \cdot V^2}{2} \cdot b \cdot l = C_{ya} \cdot \frac{\rho \cdot V^2}{2} \cdot S$$

де

$S = b \cdot l$ - площа обтічної поверхні, м².

Таким чином: *підйомна сила залежить від коефіцієнта підйомної сили (C_{ya}), швидкісного напору $\frac{\rho V^2}{2}$ і площі поверхні обтікаємого тіла (S).*

Коефіцієнт підйомної сили C_{ya} встановлює залежність підйомної сили від: положення обтікаємого тіла в потоці (від кута атаки α), форми профілю, структури потоку і форми тіла в плані. Коефіцієнт підйомної сили C_{ya} показує як ефективно використовується швидкісний напір при утворенні підйомної сили і характеризує несучі властивості профілю (рис 4.2. 5).

Характерні ділянки на графіку залежності $C_{ya} = f(\alpha)$:

- від α_0 до α_{nz} - обтікання плавне беззривне, залежність $C_{ya} = f(\alpha)$ лінійна, прямопропорційна зміні кута атаки;
- при досягненні $\alpha = \alpha_{nz}$ через початок зриву з верхньої поверхні профілю порушується лінійність протікання графіка залежності $C_{ya} = f(\alpha)$;
- при досягненні куту атаки величини критичного кута атаки $\alpha = \alpha_{кр}$ коефіцієнт підйомної сили досягає максимального значення ($C_{ya} = C_{ya, max}$), зрив потоку охоплює всю верхню поверхню профілю і подальше збільшення кута атаки призводить до зменшення коефіцієнта C_{ya} через зменшення перепаду тиску на профілі.

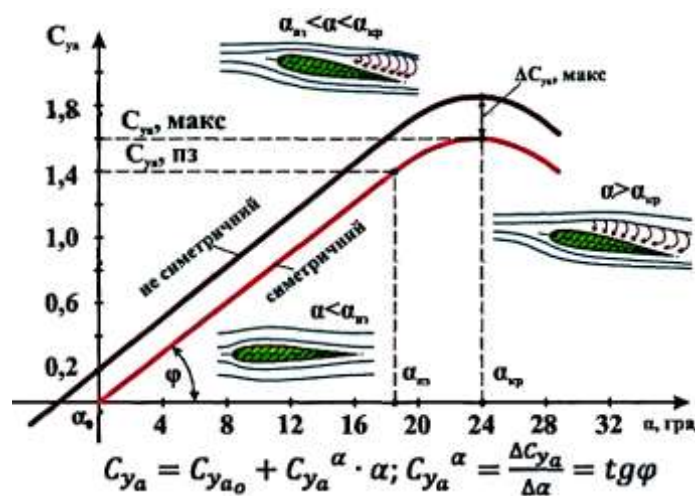


Рис 4.2.5 Графік залежності $C_{ya} = f(\alpha)$

де

φ - кут нахилу лінії графіка залежності $C_{ya} = f(\alpha)$;

$C_{ya}^{\alpha} = \frac{\Delta C_{ya}}{\Delta \alpha} = \operatorname{tg} \varphi$ похідна графіка, що показує, як змінюється коефіцієнт підйомної сили при зміні кута атаки залежності $C_{ya} = f(\alpha)$;

$$\alpha_0 \rightarrow C_{yai} = C_{ya0} + C_{ya}^{\alpha} \cdot \alpha \text{ або } C_{yai} = C_{ya}^{\alpha} \cdot (\alpha - \alpha_0)$$

2 Задачі: 4.2.2:

- 1) Визначити циркуляцію швидкості і підйомну силу крила, якщо політ здійснюється на висоті $H = 1000 \text{ м}$ при швидкості $V = 480 \text{ км/год}$, коефіцієнт підйомної сили крила рівняється $C_{ya} = 1,2$, хорда крила рівняється $b = 1,5 \text{ м}$, довжина контуру $l = 10 \text{ м}$.
- 2) Визначити кут атаки (α_0) при якому коефіцієнт підйомної сили рівняється $C_{ya} = 0$, если коефіцієнт підйомної сили при куті атаки $\alpha = 5^\circ$ рівняється $C_{ya} = 0,8$, похідна підйомної сили рівняється $C_{ya}^a = 3$, а також підйомну силу при швидкості $V = 260 \text{ км/год}$ і площі крила $S = 40 \text{ м}^2$.
- 3) Визначити підйомну силу крила площею $S = 100 \text{ м}^2$ для кута атаки $\alpha = 8^\circ$, якщо кут нахилу графіку залежності $C_{ya} = f(\alpha) - \varphi = 30^\circ$, та коефіцієнт підйомної сили при куті атаки $\alpha_0 = \text{мінус } 2^\circ$, при швидкості польоти $V = 250 \text{ км/год}$.