МІНІСТЕРСТВО ВНУТРІШНІХ СПРАВ УКРАЇНИ
КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ ЛЬОТНИЙ КОЛЕДЖ
ХАРКІВСЬКОГО НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ
ВНУТРІШНІХ СПРАВ

Циклова комісія економіки, соціально – гуманітарних та фундаментальних дисциплін

ТЕКСТ ЛЕКЦІЇ

навчальної дисципліни «Вища математика»
обов’язкових компонент
освітньо-професійної програми
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти

272 Авіаційний транспорт
Оператор безпілотних літальних апаратів

за темою : Прямі та криві на площині

Кременчук 2023

ЗАТВЕРДЖЕНО
Науково-методичною радою
Харківського національного
університету внутрішніх справ
Протокол від 30.08. 2023 №7

СХВАЛЕНО
Методичною радою Кременчуцького
льотного коледжу Харківського
національного університету
внутрішніх справ
Протокол від 22.08. 2023 №1

ПОГОДЖЕНО
Секцією Науково-методичної ради
ХНУВС з технічних дисциплін
Протокол від 28.08. 2023 №7

Розглянуто на засіданні циклової комісії економіки, соціально – гуманітарних та фундаментальних дисциплін,
протокол від 28.08.2023 № 1

Розробники:
Доцент циклової комісії економіки, соціально – гуманітарних та фундаментальних дисциплін, к.ф.–м.н. Семенов В.О.

Викладач циклової комісії економіки, соціально – гуманітарних та фундаментальних дисциплін, спеціаліст Пузир М.С.

Рецензенти:
***1**.Доцент кафедри автомобілів та тракторів Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського, кандидат технічних наук, доцент Черниш А.А.*
***2**.Начальник відділу організації наукової роботи та гендерних питань КЛК ХНУВС, к.т.н., спеціаліст вищої категорії, викладач-методист Владов С.І.*

План лекції

1. Різні види рівнянь прямої на площині.
2. Взаємне розміщення двох прямих на площині. Кут між прямими.
3. Відстань від точки до прямої.
4. Криві другого порядку: коло, еліпс, гіпербола, парабола.

Рекомендована література:

Основна

1. Антоненко В.Ф., Олешко Т.І., Паламарчук Ю.А. Вища математика. Модуль 1. Лінійна алгебра: Навч. посібник / За заг. ред. проф. Т.І. Олешко. - К.: Книжкове вид-во НАУ, 2005.- 140 с.
2. Коновалюк В.С, Олешко Т.І., Петрусенко В.П. Вища математика. Модуль 3. Вступ до математичного аналізу: Навч. посібник / За заг. ред. проф. Т.І. Олешко. - К.: Книжкове вид-во НАУ, 2005.- 128 с.
3. Семенов В.О. та ін. Основи лінійної алгебри та аналітичної геометрії: навчальний посібник/ – Кременчук: ПП О.В.Щербатих, 2015. – 200 с

Додаткова

4. Вища математика: навчальний посібник(Казановський В.І. та інші)-К.: Аграрна освіта, 2014. – 367 с.

Інформаційні ресурси в інтернеті

5. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика: Навчальний посібник.- К.: Ігнатекс –Україна,2013. – 648 с.- [https://erudyt.net/elektronni-pidruchniki/vishha-matematika/dubovyk-yuryk-vyscha-matematyka-navch-posibnyk.html

Текст лекції

Визначення. *Рівнянням лінії на площині* в *ДПСК Оху* називається рівняння з двома змінними $F(x,y)=0$, якому задовольняють координати будь-якої точки, що належить цій лінії і не задовольняють координати точок, що не належать їй. Координати x і y довільної точки лінії називають *поточними координатами*.

Зауваження. Для одержання рівняння лінії, слід взяти на ній довільну точку $M(x,y)$, і виходячи із заданих властивостей лінії, визначити залежність між координатами цієї точки.

1. Різні види рівнянь прямої на площині

Нехай на площині задано пряму l. Будь-яку пряму l на площині можна задати, якщо відома точка

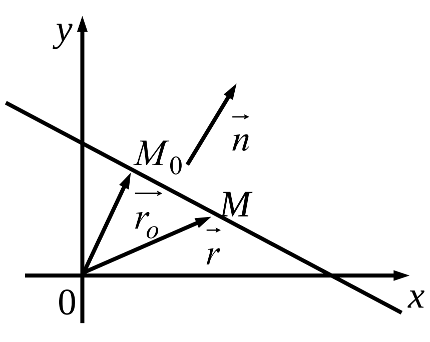

Рис.1

$M_0(x_0, y_0) \in l$ та вектор $\vec{n}(A, B)$, перпенди-кулярний до цієї прямої.

Визначення. Будь-який ненульовий вектор $\vec{n}(A, B)$, що перпендикулярний даній прямій, називається *нормальним вектором прямої*.

Визначення. Будь-який ненульовий вектор $\vec{r}(x, y)$, що паралельний даній прямій, називається *напрямним вектором прямої*.

Векторне та загальне рівняння прямої. Знайдемо рівняння l прямої в *ДПСК* $0xy$. Нехай $\vec{r}$ та $\vec{r_0}$ – радіуси-вектори точок $M(x, y) \in l$ та $M_0(x_0, y_0) \in l$. Для будь-якого вектору $\overrightarrow{M_0M} = \vec{r} - \vec{r_0} = (x - x_0,\ y - y_0) \in l$ запишемо умову перпендикулярності двох векторів $\overrightarrow{M_0M} = \vec{r} - \vec{r_0}$ та $\vec{n}(A, B)$ (рис. 1)

$$\vec{n} \cdot (\vec{r} - \vec{r_0}) = 0 \tag{1}$$

Рівняння (1) називається *векторним рівнянням* прямої на площині. Запишемо його у координатній формі. Оскільки $\vec{r} - \vec{r_0} = (x - x_0,\ y - y_0)$, то підставивши координати векторів $\overrightarrow{M_0M} = \vec{r} - \vec{r_0}$ та $\vec{n}(A, B)$ у рівняння (1), матимемо

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0 \tag{2}$$

При довільних значеннях A і B рівняння (2) називається *рівнянням прямої, що проходить через дану точку перпендикулярно даному вектору,* а також *рівнянням пучка прямих*, що проходять через точку $M_0(x_0, y_0) \in l$.

Розкривши дужки у рівнянні (2) $Ax - Ax_0 + By - By_0 = 0$ та позначивши $-Ax_0 - By_0 = C$, $|A| + |B| \neq 0$, отримаємо *загальне рівняння прямої* на площині у вигляді

$$Ax + By + C = 0, \quad \vec{n}(A, B) \tag{3}$$

У цьому рівнянні коефіцієнти перед поточними координатами x та y є координатами нормального вектору $\vec{n}(A, B)$ прямої. З алгебраїчної точки зору рівняння (3) є лінійним рівнянням першого степеня.

Теорема 1. У *ДПСК* будь-яка пряма може бути задана рівнянням першого степеня.

Справедливе й обернене твердження: кожне рівняння першого степеня з двома змінними визначає в *ДПСК* пряму на площині.

Розглянемо окремі випадки рівняння прямої.

$C = 0$: $\quad Ax + By = 0$ – пряма проходить через початок координат.

$B = 0$: $\quad Ax + C = 0, \quad x = -\dfrac{C}{A}$ – пряма паралельна осі $0y$.

$A = 0$: $\quad By + C = 0, \quad y = -\dfrac{C}{B}$ – пряма паралельна осі $0x$.

$C = 0,\ A = 0$: $\quad By = 0, \quad y = 0$ – рівняння осі $0x$.

$C = 0,\ B = 0$: $\quad Ax = 0, \quad x = 0$ – рівняння осі $0y$.

Канонічне та параметричні рівняння прямої. Нехай пряма проходить через точку $M_0(x_0,\ y_0)$ паралельно вектору $\vec{s}(m,n)$. Вектор $\vec{s}(m,n)$ є напрямним вектором прямої. Складемо рівняння прямої, скориставшись умовою колінеарності двох векторів, $\overrightarrow{M_0M}=\vec{r}-\vec{r_0}=(x-x_0,\ y-y_0)$ та $\vec{s}(m,n)$. Маємо

$$\frac{x-x_0}{m}=\frac{y-y_0}{n}. \tag{4}$$

Це рівняння називається *канонічним рівнянням прямої* на площині.

У запису канонічного рівняння прямої координати напрямного вектора записані в знаменниках дробів.

З канонічного рівняння прямої на площині можна отримати *параметричні рівняння*

$$x=x_0+mt,\quad y=y_0+nt, \tag{5}$$

де t – будь-яке дійсне число, що називається параметром.

Рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом. *Кутовим коефіцієнтом прямої* називається число $k=tg\alpha$, тобто тангенс кута, який пряма утворює з додатним напрямом осі 0*x*.

Якщо позначити через $k=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=tg\alpha$ – кутовий коефіцієнт прямої, що проходить через точки $M_1(x_1,\ y_1)$ і $M_2(x_2,\ y_2)$ то отримаємо

$$y-y_1=k\,(x-x_1) \tag{6}$$

Рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом ще можна записати у вигляді

$$y=kx+b, \tag{7}$$

де $k=tg\alpha$, b – величина відрізку, що відтинає пряма на осі ординат.

Рівняння (6) при довільних k також визначає пучок прямих, що проходять через точку $M_1(x_1,\ y_1)$, яка називається центром пучка. Воно не містить прямої, перпендикулярної до осі абсцис.

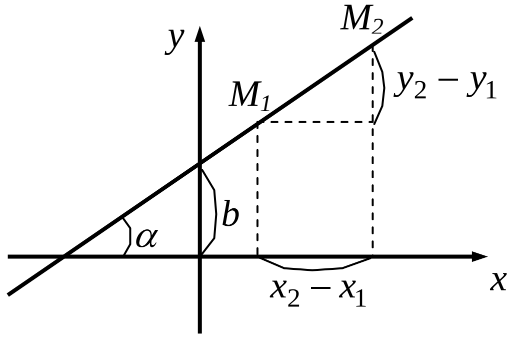

Рис. 2

Рівняння прямої, що проходить через дві точки. Складемо рівняння прямої, що проходить через дві точки $M_1\,(x_1,\ y_1)$ і $M_2\,(x_2,\ y_2)$. Скориставшись рівністю $k=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$, та підставивши його значення в (6), матимемо

$$y-y_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)\Rightarrow$$

$$\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}. \tag{8}$$

Це рівняння прямої, що проходить через дві точки $M_1(x_1,\ y_1)$ та $M_2(x_2,\ y_2)$.

Приклад 1. Скласти рівняння прямої, що проходить через дві точки $A(1,-2)$ і $B(-3,5)$.

Розв'язання. Підставимо у формулу (8.8) $x_1=1$, $x_2=-3$, $y_1=-2$, $y_2=5$, отримаємо $\frac{y-(-2)}{5-(-2)}=\frac{x-1}{-3-1} \Leftrightarrow \frac{y+2}{7}=\frac{x-1}{-4} \Leftrightarrow -4y-8=7x-7 \Leftrightarrow$ $7x+4y+1=0$.

2 Кут між двома прямими. Умова паралельності та перпендикулярності прямих

Визначення. *Кутом між прямими* l_1 та l_2 називають кут, на який необхідно повернути першу пряму l_1 навколо точки перетину цих прямих проти руху годинникової стрілки до суміщення її з прямою l_2.

Кут між прямими l_1 та l_2 визначається кутом між нормальними або напрямними векторами цих прямих. Якщо дві прямі задано рівняннями з кутовими коефіцієнтами $y=k_1x+b_1$, $y=k_2x+b_2$, то кут φ між ними визначаємо за формулою

$$tg\,\varphi=\frac{k_2-k_1}{1+k_1k_2}. \tag{10}$$

Якщо прямі задано загальними рівняннями $A_1x+B_1y+C_1=0$ і $A_2x+B_2y+C_2=0$ або канонічними рівняннями $\frac{x-x_1}{m_1}=\frac{y-y_1}{n_1}$ і $\frac{x-x_2}{m_2}=\frac{y-y_2}{n_2}$, то

$$\cos\varphi=\frac{A_1A_2+B_1B_2}{\sqrt{A_1^2+B_1^2}\sqrt{A_2^2+B_2^2}}, \tag{11}$$

$$\cos\varphi=\frac{m_1m_2+n_1n_2}{\sqrt{m_1^2+n_1^2}\sqrt{m_2^2+n_2^2}}. \tag{12}$$

Умова паралельності двох прямих:

а) Якщо прямі задано рівняннями з кутовими коефіцієнтами, то необхідна і достатня умова їх паралельності $k_1=k_2$.

б) Для випадку, якщо прямі задано загальними рівняннями, необхідна і достатня умова їх паралельності визначається умовою $\frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}$.

Умова перпендикулярності двох прямих:

а) У випадку, якщо прямі задано рівняннями з кутовими коефіцієнтами, то необхідна і достатня умова їх перпендикулярності полягає в тому, що їх кутові коефіцієнти обернені за величиною і протилежні за знаком, тобто $k_2 = -\dfrac{1}{k_1}$ або $k_1 \cdot k_2 = -1$.

б) Якщо прямі задано загальними рівняннями, то умова їх перпендикулярності полягає у виконанні рівності $A_1 A_2 + B_1 B_2 = 0$.

Координати точки перетину двох прямих знаходять шляхом розв'язання системи рівнянь $\begin{cases} A_1 x + B_1 y + C_1 = 0 \\ A_2 x + B_2 y + C_2 = 0 \end{cases}$.

Прямі перетинаються в тому й тільки в тому випадку, якщо $A_1 B_2 - A_2 B_1 \neq 0$.

3 Відстань від точки до прямої

Відстань точки $M_1(x_1,\ y_1)$ до прямої $Ax + By + C = 0$ дорівнює довжині перпендикуляра, опущеного з цієї точки на пряму:

$$d = \frac{|A x_1 + B y_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}. \qquad (13)$$

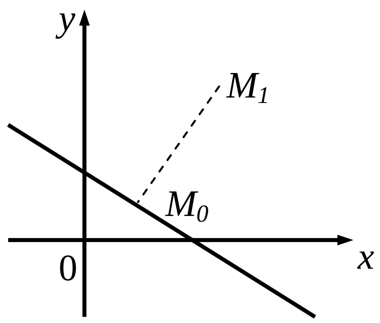

Рис. 4

Приклад 3. Дано вершини трикутника *ABC*: *A*(1, 2), *B*(5, 3), *C*(1, –1). Знайти: а) рівняння сторони *AB*; б) рівняння висоти *CH*; в) рівняння медіани *AM*; г) точку *N* перетину медіани *AM* і висоти *CH*; д) рівняння прямої, що проходить через вершину *C* паралельно стороні *AB*; є) відстань від точки *C* до прямої *AB*.

Розв'язання. а) Знайдемо рівняння сторони *AB* як прямої, що проходить через дві задані точки $A(1, 2)$ і $B(5, 3)$:

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} \Leftrightarrow \frac{x-1}{5-1} = \frac{y-2}{3-2} \Leftrightarrow \frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{1} \Leftrightarrow x - 1 = 4y - 8 \Leftrightarrow$$

$x - 4y + 7 = 0$ – рівняння *AB*.

б) Знайдемо кутовий коефіцієнт сторони *AB*. Для цього приведемо рівняння *AB* до вигляду рівняння з кутовим коефіцієнтом

$$4y = x + 7 \Leftrightarrow y = \frac{1}{4}x + \frac{7}{4} \quad \Rightarrow \quad k = \frac{1}{4}.$$

У силу перпендикулярності сторони AB і висоти CH кутовий коефіцієнт висоти, що проведена з вершини *C*, дорівнює -4. Рівняння цієї висоти має вигляд

$$y + 1 = -4(x - 1) \quad \Leftrightarrow \quad 4x + y - 3 = 0.$$

в) Точка *M* поділяє сторону *BC* навпіл, тому координати точки *M* знаходимо за формулами:

$$x_M = \frac{x_B + x_C}{2},\ y_M = \frac{y_B + y_C}{2}. \text{ Тому } x = \frac{5+1}{2} = 3,\ y = \frac{3+1}{2} = 2.$$

Отже, *M* (3, 2).

Складемо рівняння медіани *AM* як прямої, що проходить через точки *A*(1, 2) і *M*(3, 2).

$$\frac{x-1}{3-1}=\frac{y-2}{2-2} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{x-1}{-2}=\frac{y-2}{0} \quad \Rightarrow \quad y-2=0 \text{ – рівняння } AM.$$

г) Точку N перетину медіани *AM* і висоти *CH* знайдемо, розв'язавши систему, складену з рівнянь прямих *AM* і *CH*:

$$\begin{cases} 4x+y-3=0, \\ y-2=0; \end{cases} \quad \Rightarrow \quad N\left(\frac{1}{4}; 2\right).$$

д) Складемо рівняння прямої, що проходить через вершину *C* паралельно стороні *AB*.

$x-4y+7=0$ – рівняння *AB*, $k=\frac{1}{4}$. У силу паралельності прямих кутовий коефіцієнт прямої, що проходить через *C* паралельно стороні *AB*, теж дорівнює $\frac{1}{4}$. Отже, $y-1=\frac{1}{4}(x-1) \Leftrightarrow x-4y+3=0$.

є) Обчислимо відстань від точки *C* до прямої *AB* за формулою (13):

$$d=\left|\frac{1\cdot 1-4\cdot 1+7}{\sqrt{1^2+(-4)^2}}\right|=\frac{3}{\sqrt{17}}.$$

4 Криві другого порядку

Визначення. *Кривими другого порядку* називаються лінії на площині, що у *ПДСК* задані алгебраїчними рівняннями другого степеня, тобто рівняннями виду

$$Ax^2+Bxy+Cy^2+2Dx+2Ey+F=0, \tag{14}$$

де принаймні один із коефіцієнтів *A*, *B*, *C* відмінний від нуля.

4.1 Коло

Визначення. *Колом* називається геометричне місце точок площини, рівновіддалених від заданої точки, що називається *центром кола*.

Рівняння кола з центром у точці $O(a,b)$ радіуса R має вигляд:

$$(x-a)^2+(y-b)^2=R^2. \tag{15}$$

Якщо $a=b=0$, тобто центр кола розташовано в початку координат, то одержимо *канонічне рівняння кола*

$$x^2+y^2=R^2. \tag{16}$$

Якщо $R^2>0$ – коло радіуса $R=\sqrt{R^2}$ з центром у точці $O(a,b)$.

Якщо $R^2=0$ – коло вироджується в точку $O(a,b)$.

Якщо $R^2<0$ – маємо уявне коло.

4.2 Еліпс

Визначення. *Еліпсом* називають геометричне місце точок площини, сума відстаней яких від двох фіксованих точок цієї самої площини, що називаються *фокусами*, є величиною сталою, більшою за відстань між фокусами.

Позначимо фокуси через F_1 і F_2, відстань між ними – через 2*c*, а суму відстаней від будь – якої точки еліпса до його фокусів – через 2*a*. Відповідно до визначення еліпса $2a > 2c$.

Введемо *ДПСК*, як показано на рисунку 5, тобто вісь абсцис проведемо через фокуси в напрямку від F_1 до F_2, початок координат помісти-мо посередині між фокусами. У цій системі координат фокуси F_1 і F_2 мають відповідно координати $(-c,\ 0)$ і $(c,\ 0)$. *Канонічне рівняння еліпса*, *2a=AB – велика вісь* еліпса, 2*b=CD – мала вісь* еліпса.

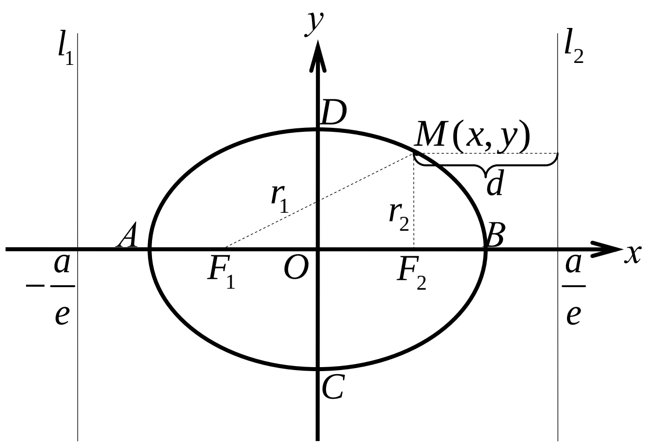

Рис. 5

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1. \qquad (17)$$

Точки перетину еліпса з осями координат називаються його *вершинами*. Осі еліпса є осями його симетрії, точка перетину осей – *центр еліпса*. Має місце співвідношення між числами *a, b* і *c*: $c^2 = a^2 - b^2$ (18)

Якщо в рівнянні $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ $a < b$, то це теж рівняння еліпса. Фокуси цього еліпса знаходяться на осі $0y$.

Якщо $a = b$, то канонічне рівняння еліпса прийме вигляд: $x^2 + y^2 = a^2$. Це коло радіуса *a* з центром у початку координат.

Визначення. *Ексцентриситетом* еліпса називається відношення відстані між фокусами цього еліпса до довжини його більшої осі:

$$\varepsilon = \frac{c}{a} < 1. \qquad (19)$$

Ексцентриситет характеризує форму еліпса. Чим ближчий ексцентриситет до нуля, тим ближче відношення $\frac{b}{a}$ до одиниці, тобто форма еліпса наближається до кола; чим ближчий ексцентриситет до 1, тим більше еліпс витягнутий уздовж великої осі. У випадку кола $b = a$ і $\varepsilon = 0$.

4.3 Гіпербола

Визначення. *Гіперболою* називають геометричне місце точок площини, для яких модуль різниці відстаней від двох фіксованих точок цієї самої площини, що звуться *фокусами*, є величиною сталою й меншою, ніж відстань

між фокусами.
Позначимо фокуси гіперболи через F_1 і F_2, а відстань між ними – через $2c$.
Канонічне рівняння гіперболи має вигляд:

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1. \qquad (21)$$

Гіпербола має дві асимптоти $y=\pm\frac{b}{a}x$. Всю гіперболу дістанемо за допомогою симетричних відображень відносно осей $0x$ і $0y$, при цьому $2a=AB$ – *дійсна вісь* гіперболи, $2b$ – *уявна вісь*, $O(0,\ 0)$ – *центр* гіперболи. Точки перетину гіперболи з дійсною віссю називаються її *вершинами*. Прямокутник із сторонами $2a$ і $2b$ будемо називати *основним прямокутником гіперболи*. Щоб побудувати гіперболу, потрібно спочатку побудувати основний прямокутник, потім його діагоналі – асимптоти, а потім саму гіперболу. Крива $-\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=-1$ – також гіпербола. У неї $2a$ – уявна вісь, $2b$ – дійсна вісь.

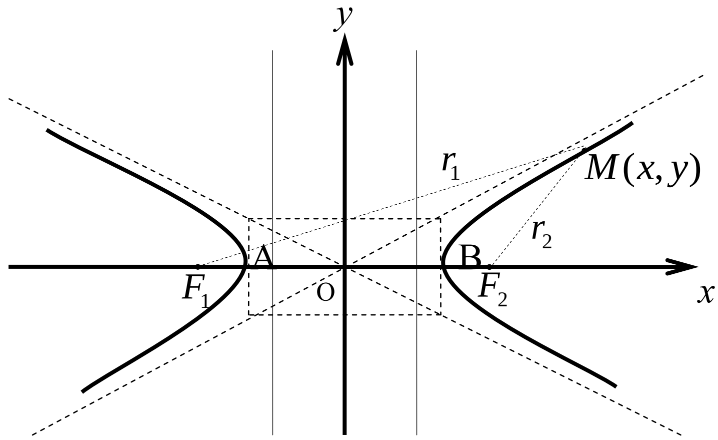

Рис. 6

Дві гіперболи, що визначаються рівняннями $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ і $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=-1$, називаються *спряженими* одна з одною.
Якщо $a=b$, то гіпербола називається *рівносторонньою*. Її рівняння $x^2-y^2=a^2$. Основним прямокутником рівносторонньої гіперболи є квадрат; отже, асимптоти рівносторонньої гіперболи взаємно перпендикулярні. Має місце співвідношення між числами *a, b* і *c*:

$$c^2=a^2+b^2 \qquad (21)$$

Визначення. *Ексцентриситетом* гіперболи називають відношення відстані між фокусами цієї гіперболи до відстані між її вершинами: $\varepsilon=\frac{c}{a}>1$.
Ексцентриситет гіперболи характеризує форму її основного прямокутника, тобто, й форму самої гіперболи. Чим менший ексцентриситет, тим більше витягнутий її основний прямокутник (у напрямі осі, що з'єднує вершини).

4.4. Парабола

Визначення. *Параболою* називається геометричне місце точок площини, рівновіддалених від даної точки F площини, яка називається *фокусом*, і даної прямої, яка називається *директрисою*.

Нехай відстань від фокуса до директриси дорівнює p.

Введемо на площині *ДПСК.* Вісь абсцис проведемо через фокус перпендикулярно до директриси і будемо вважати напрямленою від директриси до фокуса; початок координат розташуємо посередині між фокусом і директрисою. Візьмемо довільну точку $M(x, y)$, r – відстань від точки M до фокуса; d – відстань від точки M до директриси. *Канонічне рівняння параболи* має вигляд:

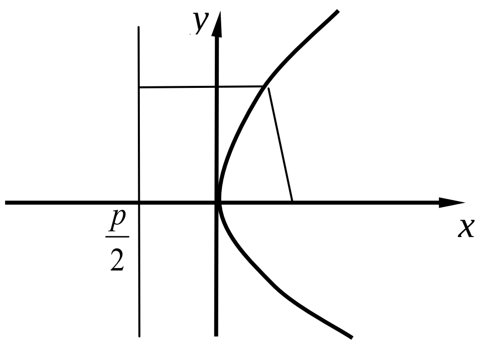

Рис. 7

$$y^2 = 2px. \qquad (22)$$

Число p називають параметром параболи.

Дослідимо форму параболи. Оскільки (22) не змінюється при заміні y на $-y$, то парабола симетрична відносно осі $0x$. З рівняння (22) випливає, що $x > 0$, отже, лівіше від осі $0y$ немає жодної точки параболи. Оскільки парабола симетрична відносно осі $0x$, то достатньо розглянути її у верхній півплощині.

При додатному y маємо: $y = \sqrt{2px}$. При $x = 0,\ \ y = 0$. Якщо x зростає, то y також зростає.

Вісь симетрії параболи називається її *віссю*. Точка, у якій парабола перетинає свою вісь, називається її *вершиною*.

Якщо вершину параболи $x^2 = \pm 2py$ помістити у точку $C(x_0, y_0)$, то її рівняння матиме вигляд $(x - x_0)^2 = \pm 2p(y - y_0)$.

Вісь симетрії цієї параболи – пряма $x = x_0$. Ексцентриситет параболи вважають рівним 1.

Приклад 4. Скласти канонічні рівняння: а) еліпса; б) гіперболи; в) параболи (A – точка, що лежить на кривій, F – координати фокуса, a – велика (дійсна) піввісь, b – мала (уявна) піввісь, ε – ексцентриситет):

а) $b = 3$, $F(5, 0)$; б) $a = 4$, $\varepsilon = 1{,}5$; в) вісь симетрії $0y$ і $A(3, -2)$.

Розв’язання. а) У нас $b = 3$, $c = 5$. Для того, щоб написати рівняння еліпса, необхідно знайти велику піввісь a. Скориставшись основним співвідношенням, маємо

$$a^2 - b^2 = c^2 \quad \Rightarrow \quad a^2 = c^2 + b^2 \quad \Rightarrow \quad a^2 = 25 + 9 = 34.$$

Звідси дістаємо канонічне рівняння еліпса : $\dfrac{x^2}{34} + \dfrac{y^2}{9} = 1.$

б) $a = 4$, $e = 1{,}5$. $\varepsilon = \dfrac{c}{a}$. Знайдемо c: $c = \varepsilon a = 1{,}5 \cdot 4 = 6.$

Для гіперболи $b^2 + a^2 = c^2 \Rightarrow b^2 = c^2 - a^2 = 36 - 16 = 20$.

Отже, рівняння гіперболи: $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{20} = 1.$

в) Парабола симетрична відносно осі $0y$, а тому її канонічне рівняння має вигляд $x^2 = -2py$. Підставивши до цього рівняння координати точки A, маємо:

$9 = -2p(-2)$, $p = \frac{9}{4}$. Отже, рівняння параболи $x^2 = -\frac{9}{2}y$, або $y = -\frac{2}{9}x^2$.