

**МІНІСТЕРСТВО ВНУТРІШНІХ СПРАВ УКРАЇНИ  
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ВНУТРІШНІХ СПРАВ  
КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ ЛЬОТНИЙ КОЛЕДЖ**

**Циклова комісія аеронавігації**

**ТЕКСТ ЛЕКЦІЇ**

з навчальної дисципліни  
**ПРИНЦИПИ ПОЛЬОТУ**  
**(Аерогідрогазодинаміка)**

обов'язкових компонент  
освітньо-професійної програми першого (бакалаврського) рівня вищої освіти

**Аеронавігація**  
272 Авіаційний транспорт

за ТЕМОЮ 6- Стрибки ущільнення і характеристики розширення  
в газовому середовищі

**Вінниця 2023**

### **ЗАТВЕРДЖЕНО**

Науково-методичною радою  
Харківського національного  
університету внутрішніх справ  
Протокол від 30.08.2023 № 7

### **СХВАЛЕНО**

Методичною радою Кременчуцького  
льотного коледжу Харківського  
національного університету внутрішніх  
справ  
Протокол від 28.08.2023 № 1

### **ПОГОДЖЕНО**

Секцією Науково-методичної ради  
ХНУВС з технічних дисциплін  
Протокол від 29.08.2023 № 7

Розглянуто на засіданні циклової комісії *аеронавігації*, *протокол від 28.08.2023 № 1*

**Розробник:** професор навчального відділу КЛК ХНУВС, викладач циклової комісії аеронавігації, к. т. н., с. н. с., спеціаліст вищої категорії, викладач – методист, Тягній В. Г.

### **Рецензенти:**

1 Головний науковий співробітник ТОВ «Науково-виробниче об'єднання» «АВІА», к.т.н., с.н.с., Зінченко В. П.

2 Професор навчального відділу КЛК ХНУВС, викладач-методист циклової комісії енергозабезпечення та систем управління, к. т. н., професор, спеціаліст вищої категорії, Гаврилюк Ю. М.

## **ЛЕКЦІЯ 6.2: Основні рівняння рухомого газового середовища і зміна фізичних параметрів на стрибку ущільнення**

### **План лекції:**

- 1 Основні рівняння рухомого газового потоку на стрибку ущільнення.
- 2 Зміна параметрів газового потоку на стрибку ущільнення.

### **Рекомендована література:**

#### **Основна:**

1. Котельніков Г. Н., Мамлюк О. В., Аеродинаміка літальних апаратів. Підручник. -К.: Вища школа, 2002. – 255 с.
2. Навчальний посібник «Аеродинаміка та динаміка польоту вертольота». Частина I, «Аеродинаміка вертольота» / А. Г. Зінченко, О. О. Бурсала, О. Л. Бурсала та ін.; за заг. ред. А. Г. Зінченка. – Х.: ХНУПС, 2016.–402 с.: іл.
3. Навчальний посібник «Аеродинаміка та динаміка польоту вертольота». Часть II, «Динаміка польоту вертольота». / А. Г. Зінченко, І. Б. Ковтонюк, В. М. Костенко та ін.; за загальною редакцією В. М. Костенка та І. Б. Ковтонюка. – Х.: ХУПС, 2010. – 272 с.: іл.
4. Опорний конспект з навчальної дисципліни «Аеродинаміка, динаміка польоту та практична аеродинаміка». Частина I «Аеродинаміка вертольоту». Автор: Пчельников С. І.
5. Опорний конспект з навчальної дисципліни «Аеродинаміка, динаміка польоту та практична аеродинаміка». Частина II «Динаміка польоту». Автор: Пчельников С.І.
6. Аеродинаміка літальних апаратів: навчальний посібник /О.О. Бурсала. А. Г. Зінченко, Є. Ю. Іленко, І. Б. Ковтонюк, А. Л. Сушко – Х.: ХУПС, 2015. -333 с.: іл.
7. Лебідь В. Г., Миргород Ю. І., Аерогідрогазодинаміка. Підручник Х.: ХУПС, 2006. – 350 с.
8. Тягній В. Г., Ємець В. В., Основи аеродинаміки та динаміки польоту, частина I, Аерогідрогазодинаміка. Навчальний посібник, КЛК ХНУВС, 2022. – 384 с.

#### **Допоміжна:**

1. Ковалев Е. Д., Удовенко В. А., Основи аеродинаміки і динаміка польоту легких вертольотів. Навчальний посібник. - Х.: КБ Аерокоптер, 2008. – 280 с.

## **Інформаційні ресурси**

Інформаційні ресурси в Інтернеті

<http://csm.kiev.ua/nd/nd.php?b=1>

### **Технічні засоби**

- 1 Багатофункціональний плазмовий телевізор.
- 2 Персональний комп'ютер.
- 3 Мультимедійний проектор.

### **Наочні посібники**

- 1 Опорний конспект лекцій.
- 2 Електронний конспект лекцій.
- 3 Презентація окремих тем дисципліни.
- 4 Схеми та таблиці по темам дисципліни.
- 5 Зразки інформаційної та службової документації.
- 6 Навчальні фільми за тематикою дисципліни «Принципи польоту (Аерогідрогазодинаміка)».
- 7 Стенди і плакати за тематикою дисципліни «Принципи польоту (Аерогідрогазодинаміка)».
- 8 Курс лекцій по дисципліні «Принципи польоту (Аерогідрогазодинаміка)»
- 9 Начальний посібник по дисципліні “Аерогідрогазодинаміка”

## Текст лекції

### ЛЕКЦІЯ 6.2: ОСНОВНІ РІВНЯННЯ РУХОМОГО ГАЗОВОГО СЕРЕДОВИЩА І ЗМІНА ФІЗИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ НА СТИБКУ УЩІЛЬНЕННЯ

#### План лекції:

6.2.1 Основні рівняння рухомого газового потоку на стрибку ущільнення

6.2.2 Зміна параметрів газу на стрибку ущільнення

#### 6.2.1 Основні рівняння рухомого газового потоку на стрибку ущільнення

Для розгляду якісного стану параметрів газового потоку позначимо їх: до стрибка - "без індексу" і за стрибком з індексом "1" (рис 6.2.1).

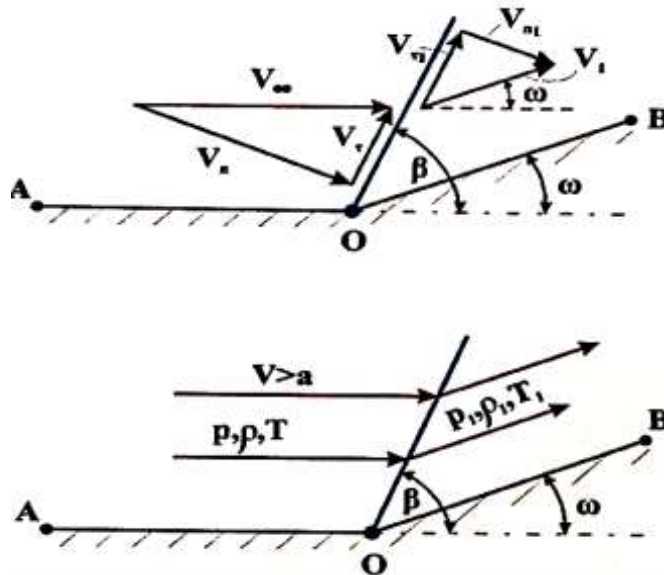


Рис 6.2.1 Схема зміни параметрів стану газового потоку на стрибку ущільнення

Визначення зміни результуючої швидкості за стрибком ущільнення:

$$V_1 = V_\infty * \cos \omega$$

При переході через стрибок ущільнення змінюється швидкість не тільки за величиною, а за напрямком. Кут повороту сторони внутрішнього двостороннього кута позначимо ( $\omega$ ). Розкладемо швидкість набігаючого потоку  $V$  на дві складові: нормальну і дотичну.  $V_n$  і  $V_\tau$  перед стрибком ущільнення.

Розглянемо трикутник швидкостей, і тоді отримаємо співвідношення:

$$V_n = V_\infty * \sin \beta \quad V_\tau = V_\infty * \cos \beta; \quad \frac{V_n}{V_\tau} = \tan \beta$$

Відповідно за стрибком ущільнення отримаємо наступні співвідношення:

$$V_{n1} = V_1 * \sin(\beta - \omega) \quad V_{\tau 1} = V_1 * \cos(\beta - \omega); \quad \frac{V_{n1}}{V_{\tau 1}} = \tan(\beta - \omega)$$

Рух газу через стрибок ущільнення підпорядковується відомим законам механіки, а саме:

- закону збереження маси;
- закону збереження енергії;
- закону зміни кількості руху.

### **1 Задача: 6.2.1:**

- 1) Визначити нормальні і дотичні швидкості течії перед стрибком ущільнення і після, якщо швидкість незбуреного потоку рівняється  $V_\infty = 350 \text{ м/с}$ , кут відхилення сторони внутрішнього двохстороннього кута рівняється  $\omega = 30^\circ$ , а кут нахилу стрибка ущільнення рівняється  $\beta = 6^\circ$ .

#### **1 Рівняння збереження маси при переході через стрибок ущільнення**

При переході через стрибок ущільнення потік не розривається. Тому згідно закону збереження маси (рівняння нерозривності) секундна масова витрата газу через площу стрибка ( $S$ ) залишається постійною:

$$\rho * S * V * \sin \beta = \rho_1 * S_1 * V_1 * \sin(\beta - \omega)$$

Так як,  $S = S_1$  - площа стрибка не змінюється, то рівняння збереження маси на стрибку ущільнення матиме вигляд:

$$\rho \cdot V_n = \rho_1 \cdot V_{n1}$$

#### **2 Рівняння зміни кількості руху на стрибку ущільнення**

Рух газу через стрибок ущільнення відповідає закону про зміну кількості руху рухомої маси газу. Зміна кількості руху при переході через стрибок по нормалі до нього в секунду дорівнює:

$$m (V_n - V_{n1}) = (p_1 - p) * S_1,$$

так як  $m = \rho * V_n * S$ , то отримаємо рівняння зміни кількості руху:

$$\rho * V_n (V_n - V_{n1}) = p_1 - p$$

Зміни кількості руху вздовж стрибка ущільнення не відбувається:

$$m (V_\tau - V_{\tau 1}) = 0, \text{ тоді } V_\tau = V_{\tau 1}$$

#### **3 Рівняння збереження енергії на стрибку ущільнення**

При переході струйки газу через стрибок ущільнення загальний баланс енергії не змінюється внаслідок адіабатичного процесу, тому справедливо рівняння у вигляді:

$$\frac{V^2}{2} + i = \frac{V_1^2}{2} \quad i_1 = i^*$$

де,

$i$  і  $i_1$  – ентальпія газу перед стрибком і за ним.

## 6.2.2 Зміни параметрів газу на стрибку ущільнення

### 1 Зміни нормальної складової швидкості

Скористаємося рівнянням зміни кількості руху газового потоку і розділимо його складові на масу:

$p_1 - p = \rho * V_n(V_n - V_{n1})$  поділимо на  $p * V_n S = p_1 * V_{n1} S$ , і отримаємо:

$$\frac{p_1}{\rho_1 * V_{n1}} - = \frac{p}{\rho * V_n} V_n - V_{n1}$$

Після проведення відповідних перетворень отримаємо рівняння співвідношення нормальних швидкостей на стрибку ущільнення:

$$V_n * V_{n1} = a_{кр}^2 \frac{k-1}{k+1} * V_{\tau}^2, \text{ або після перетворення}$$

$$a_{кр}^2 = \frac{k-1}{k+1} (V_{пр}^2 - V_{\tau}^2), \text{ де } V_n * V_{n1} = V_{пр} - \text{гранична швидкість}$$

Для прямого стрибка ущільнення:  $V_n = V$ ,  $V_{n1} = V_1$ ,  $V_{\tau} = 0$

Тоді формула спрощується і для прямого стрибка ущільнення має вигляд:

$$V * V_1 = a_{кр}^2$$

Якщо швидкість газового потоку перед прямим стрибком ущільнення більше швидкості звуку ( $a$ ), то за прямим стрибком швидкість завжди буде дозвуковою і її значення можна визначити за формулою:

$$V_1 = \frac{a_{кр}^2}{V}, \text{ для прямого стрибка}$$

### 2 Зміни масової щільності газового потоку

Якщо відома нормальна складова швидкості  $V_{n1}$  за стрибком ущільнення, то можна визначити всі інші основні параметри газу за стрибком.

Для визначення співвідношення масової щільності використовуємо рівняння збереження маси газу:

$$\rho_1 * V_{n1} = \rho * V_n \text{ звідси}$$
$$\frac{\rho}{\rho_1} = \frac{V_{n1}}{V_n}$$

Після виконання необхідних перетворень отримаємо кінцеву формулу:

$$\frac{\rho}{\rho_1} = \frac{2}{k+1} * \frac{1}{M^2 * \sin^2 \beta} + \frac{k-1}{k+1}$$

Таким чином, відношення масової щільності при переході через стрибок ущільнення залежить лише від одного параметра  $M * \sin \beta$

Аналізуючи формулу можна зробити висновок: що щільність газу не може збільшуватися безмежно, а прагне зі збільшенням числа Маха до деякої кінцевої межі:

$$\rho_1 = \frac{k+1}{k-1} * \rho$$

Для повітря при  $k = 1,4$ , тоді. згідно формули  $\rho_1 = 6\rho$

## 2 Задача: 6.2.2:

- 1) Визначити нормальну складову швидкості течії перед стрибком ущільнення і після, а також масову густину за стрибком ущільнення, якщо швидкість незбуреного потоку рівняється  $V_\infty = 400 \text{ м/с}$ , кут відхилення сторони внутрішнього двохстороннього кута рівняється  $\omega = 5^\circ$ , а кут нахилу стрибка ущільнення рівняється  $\beta = 8^\circ$ , політ здійснюється на висоті  $H = 2000 \text{ м}$ .

## 3 Зміна тиску і температури газового потоку на стрибку ущільнення

Використовуючи теорему механіки про імпульс сили:

$$p_1 - p = \rho * V_n (V_n - V_{n1})$$

після проведення відповідних перетворень і підстановок отримаємо кінцеву формулу для визначення співвідношення тисків за стрибком ущільнення і до стрибка:

$$\frac{p_1}{p} = \frac{2k}{k+1} * M^2 * \sin^2 \beta - \frac{k-1}{k+1}$$

Зміна температури на стрибку ущільнення визначається виходячи з рівняння стану газу: перед стрибком  $\frac{p}{\rho} = RT$  і за стрибком  $\frac{p_1}{\rho} = RT_1$ , тоді отримаємо:

$$\frac{T_1}{T} = \frac{p_1}{p} \cdot \frac{\rho}{\rho_1}$$

Таким чином, можна зробити висновок, що відношення  $\frac{\rho}{\rho_1}; \frac{p_1}{p}; \frac{T_1}{T}$  до і після стрибка ущільнення залежать лише від параметра  $M * \sin \beta$

Залежність основних параметрів від  $M * \sin \beta$  можна представити графічно (рис 6.2.2).

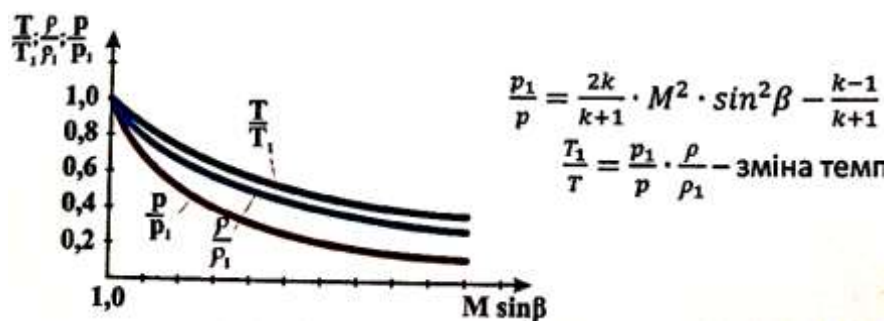


Рис 6.2.2 Графік залежності параметрів газового потоку від параметра  $M * \sin \beta$



#### 4 Принцип вимірювання числа $M$ і швидкості надзвукового газового потоку

**4.1** При швидкості польоту  $M < 1$ , принцип вимірювання числа Маха і швидкості ( $M$  і  $V$ ) ґрунтований на вимірюванні відносних тисків: повного до тиску незбуреного потоку -  $p^*/p$  (рис 6.2.3):

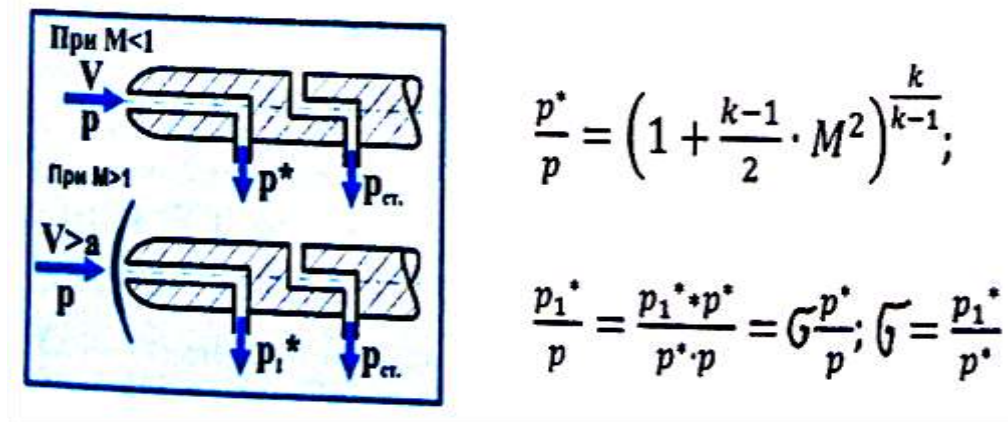


Рис 6.2.3 Схема трубки ППТ при дозвуковій і надзвуковій течії газового потоку

$$\frac{p^*}{p} = \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)^{\frac{k}{k-1}}.$$

**4.2** При швидкості польоту  $M > 1$  принцип вимірювання  $M$  і  $V$  ґрунтований на вимірюванні відносних тисків: повного за стрибком ущільнення до тиску незбуреного потоку -  $p_1^*/p$

$$\frac{p_1^*}{p} = \frac{p_1^*}{p^*} \cdot \frac{p^*}{p} = \sigma \frac{p^*}{p}$$

де

$\sigma = \frac{p_1^*}{p^*}$  - коефіцієнт відновлення повного тиску

Тоді визначення числа Маха здійснюється за формулою Релея (для прямого стрибка):

$$\frac{p_1^*}{p^*} = \frac{\left(\frac{k+1}{2} M^2\right)^{\frac{k}{k-1}}}{\left(\frac{2k}{k+1} M^2 - \frac{k-1}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}}}$$