МІНІСТЕРСТВО ВНУТРІШНІХ СПРАВ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ВНУТРІШНІХ СПРАВ
КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ ЛЬОТНИЙ КОЛЕДЖ

Циклова комісія природничих дисциплін

ТЕКСТ ЛЕКЦІЇ

з навчальної дисципліни «Основи теорії прийняття рішень»
вибіркових компонент
освітньо-професійної програми
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти

272Авіаційний транспорт
Аеронавігація

за темою – Бінарні відношення

Кременчук 2023

ЗАТВЕРДЖЕНО
Науково-методичною радою
Харківського національного
університету внутрішніх справ
Протокол від 30.08.2023 № 7

СХВАЛЕНО
Методичною радою
Кременчуцького льотного коледжу
Харківського національного
університету внутрішніх справ
Протокол від 28.08.2023 № 1

ПОГОДЖЕНО
Секцією науково-методичної ради
ХНУВС з технічних дисциплін
Протокол від 29.08.2023 № 7

Розглянуто на засіданні циклової комісії природничих дисциплін, протокол від 28.08.2023 № 1

Розробник:
Викладач циклової комісії природничих дисциплін, Пузир М.С.

Рецензенти:

***1**. Начальник відділу організації наукової роботи та гендерних питань КЛК ХНУВС, к.т.н., спеціаліст вищої категорії, викладач-методист Владов С.І.*

***2**. Доцент кафедри автомобілів і тракторів Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського, к.т.н., доцент Черниш А.А.*

План лекції

1. Бінарні відношення. Способи визначення.
2. Основні властивості бінарних відношень та методи структурування альтернатив.
3. Метод ELECTRE.

Рекомендована література:

Основна

1. Файнзільберг Л. С., Жуковська О. А., Якимчук В. С. Теорія прийняття рішень. – Київ: Освіта України, 2018. – 246 с.
2. Теорія прийняття рішень [текст] підручник. / За заг. ред. Бутка М. П. [М. П. Бутко, І. М. Бутко, В. П. Мащенко та ін.] – К. : «Центр учбової літератури», 2015. – 360 с.
3. Теорія прийняття рішень. Навчальний посібник / А. І. Орлов М .: Видавництво «Март», 2004. - 656 с.
4. Волошин О.Ф., Мащенко С.О. Моделі та методи прийняття рішень: навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. – 2- ге вид., переробл. та допов. – К. : ВПЦ "Київський університет", 2010. - 336 с.
5. Ус С.А. Моделі й методи прийняття рішень: навч. посіб. / С.А. Ус, Л.С. Коряшкіна; М-во освіти і науки України, Нац. гірн. ун-т. – Д. : НГУ, 2014. – 300 с.
6. О.І. Кушлик-Дивульська, Б.Р. Кушлик. Основи теорії прийняття рішень. – К., 2014. – 94с.
7. Дякон В. М., Ковальов Л. Є. Моделі і методи теорії прийняття рішень : Підручник. – К.: АНФ ГРУП, 2013. – 604 с.]

Додаткова

8. Орлів М. С. Підготовка і прийняття управлінських рішень : навч.-метод. матеріали / М. С. Орлів ; упоряд. Г. І. Бондаренко. – К. : НАДУ, 2013. – 40 с.
9. Клименко С.М., Дуброва О.С. Обґрунтування господарських рішень та оцінка ризиків: Навч.-метод. посіб. для самост. вивч. дисц. — К.: КНЕУ, 2006. — 188 с.
10. Вітлінський В.В. Економічний ризик: ігрові моделі: навч. посібник / В.В. Вітлінський, П.І.Верченко, Сігал А.В., Наконечний Я.С.; за ред. д-ра екон. наук, проф. В.В. Вітлінського. – К.:КНЕУ, 2002. – 446с.

Текст лекції

1. Бінарні відношення. Способи визначення.

Критеріями називають показники привабливості (або непривабливості) альтернатив для учасників процесу вибору, зокрема ОПР.

Розглянемо спочатку найпростіший випадок, коли *кожну* альтернативу можна оцінити одним числом (значенням критерію). Тоді порівняння альтернатив зводиться до порівняння відповідних їм чисел.

У реальних ситуаціях часто важко або неможливо дати характеристику окремої альтернативи $d \in D$ у вигляді числового критерія $q(d)$ або сукупності критеріїв $q_1(d)$,…, q_p (d). Але, якщо розглядати альтернативу не окремо, а в парі з іншою, то знаходяться підстави сказати, яка з них краща (переважає за іншу).

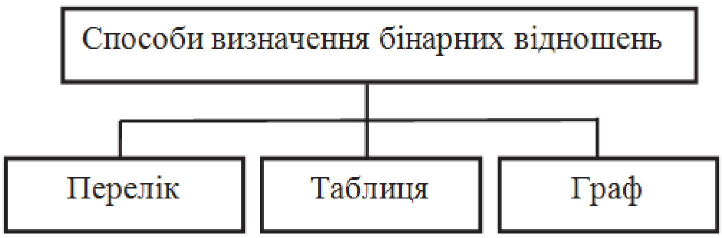
Можливість порівнювати альтернативи надає змогу їх впорядковувати на основі мови *бінарних відношень*.

Нас буде цікавити частковий випадок бінарних відношень, який встановлює взаємозв'язок пар елементів, що належать одній і тій же множині, а саме взаємозв'язок пар альтернатив d_i , d_j з множини D.

Основні припущення мови бінарних відношень такі:

1. Окремі альтернативи $d \in D$ не оцінюють.
2. Для кожної пари альтернатив множини D можна визначити яка з них має перевагу, або визначити, що альтернативи рівноцінні.
3. Відношення переваги пари альтернатив d_i , d_j не залежить від порівняної оцінки з будь-якою іншою альтернативою $d_z \in D$.

Математично бінарне відношення задає на множині альтернатив D деяку підмножину впорядкованих пар .$(d_i, d_j) \in D * D$, для яких виконується певне відношення (*relation*) R.



Перший спосіб передбачає перелік всіх пар d_i , d_j , для яких виконується певне відношення. Наприклад, для трьох альтернатив d_1 , d_2 та d_3 можна вказати $d_1 > d_2$, $d_3 > d_2$, $d_1 > d_3$.

Другий спосіб передбачає опис бінарних відношень за допомогою таблиці (матриці), елементи якої $r_{ij}(R)$ визначають так:

$$r_{ij}(R) = \begin{cases} 1, & \text{якщо} \quad d_i R d_j, \\ 0, & \text{якщо} \quad d_i \overline{R} d_j. \end{cases}$$

Іноді подають у вигляді матриці. Тоді по головній діагоналі проставляємо 1, а решта елементів – з таблиці.

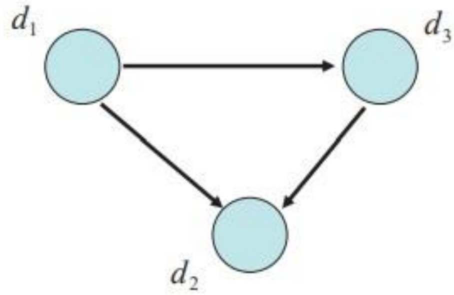
Наведемо приклад таблиці, використовуючи приклад з переліку:

Альтернативи	d_1	d_2	d_3
d_1	–	1	1
d_2	0	–	0
d_3	0	1	–

Якщо просумувати рядки, то отримаємо ранги наших альтернатив. Перша альтернатива має найкращий ранг (2), потім йде альтернатива третя (ранг 1), і на останньому місці друга альтернатива (ранг 0). Це називають ранжуванням альтернатив.

Третій спосіб передбачає опис бінарних відношень за допомогою графа, в вершинах якого фігурують позначення альтернатив з множини D. Якщо для вершин d_i , d_j виконується відношення $d_i R d_j$, то їх з’єднують дугою, спрямованою від d_i до d_j. В іншому випадку дуга відсутня або дужки йдуть у двох напрямках.

Приклад графа для нашого прикладу:



2. Основні властивості бінарних відношень та методи структурування альтернатив.

1) Бінарне відношення R ***рефлексивне***, якщо $d_i R d_i$, тобто елемент сам з собою знаходиться у відношенні R .

2) Бінарне відношення R ***антирефлексивне***, якщо $\overline{d_i R} d_i$, тобто відношення R є вірним *тільки* для елементів, що не співпадають.

3) Бінарне відношення R ***симетричне***, якщо з того, що елемент d_i знаходиться у відношенні R з елементом d_j випливає, що елемент d_j знаходиться у відношенні R з елементом d_i .

4) Бінарне відношення R ***асиметричне***, якщо з того, що елемент d_i знаходиться у відношенні R з елементом d_j випливає, що елемент d_j не знаходиться у відношенні R з елементом d_i

5) Бінарне відношення R ***транзитивне***, якщо з того, що елемент d_i знаходиться у відношенні R з елементом d_j , а елемент d_j знаходиться у відношенні R з елементом d_z випливає, що елемент d_i знаходиться у тому

ж відношенні R з елементом d_z.

3. Метод ELECTRE.

Розглянемо ще один метод прийняття рішень, який активно застосовує мову бінарних відношень.

Назва **ELECTRE** походить від літер фрази «**EL**imination **E**t **C**hoix **T**raduisantla **Re**alite», що означає «Виняток і вибір, що відображають реальність».

Метод ґрунтується на визначенні відносної оцінки кожної альтернативи за багатьма критеріями у порівнянні з іншою альтернативою.

Перший варіант методу **ELECTRE** був розроблений наприкінці 60-х років минулого століття групою французьких вчених на чолі з професором Б. Руа. Нині розроблено ряд модифікацій цього евристичного, і водночас, ефективного методу, суть якого полягає у наступному.

Кожному з критеріїв $q_1,..., q_p$ ставиться у відповідність вага – ціле число, яке визначає його відносну важливість з точки зору ОПР або групи експертів. Окремо за кожним критерієм необхідно проводити порівняльну оцінку всіх пар альтернатив d_i , $d_j \in D$.

Далі для кожної пари альтернатив d_i , $d_j \in D$ множину всіх критеріїв *I* □

$\{q_1,..., q_p\}$ розбивають на три підмножини *I* □ , *I* □ , *I* □ , що не перетинаються, а саме:

- *I* □ – підмножина критеріїв, за якими $d_i > d_j$;
- *I* □ – підмножина критеріїв, за якими $d_i < d_j$;
- *I* □ – підмножина критеріїв, за якими d_i □ d_j .

На основі парного порівняння альтернатив будують так звані індекси згоди

□$_{ij}$ та незгоди β_{ij} з гіпотезою $d_i > d_j$.

Індекс згоди □$_{ij}$ з гіпотезою $d_i > d_j$ визначають як відношення суми ваги критеріїв з підмножин *I* □ та *I* □ до загальної суми ваги

Індекс незгоди β_{ij} з гіпотезою $d_i > d_j$ визначають на основі самого

«суперечливого» критерію, за яким найбільшою мірою $d_i<d_j$:

$$\beta_{ij} = \max_{\mu \in I^-} \left| \frac{z_\mu(d_j) - z_\mu(d_i)}{\Delta_\mu} \right|, \quad 0 < \beta_{ij} < 1,$$

де z□(d_j) , z□(d_i) – числові оцінки альтернатив d_i та d_j за □ -м критерієм, а Δ□ – *довжина* шкали (діапазон значень) □ -го критерію.

Альтернативу d_i визнають кращою у порівнянні з альтернативою d_j , якщо виконуються умови

$$\alpha_{ij} \geq \alpha^0 \quad \text{та} \quad \beta_{ij} \leq \beta^0,$$

де □^{0} і β^0 – задані порогові рівні.

Таким чином, за методом **ELECTRE** рішення *di* > *dj* приймають у тому випадку, коли індекс згоди вище заданого рівня, а індекс незгоди – нижче, тобто питома вага рішення за сукупністю критеріїв, за якими вважають, що *di* > *dj*, достатньо велика, а максимальна перевага *dj* > *di* за одним з критеріїв достатньо мала. В іншому випадку альтернативи вважають непорівнянними (еквівалентними).

Приклад. Нехай результати вступних іспитів абітурієнтів *A*, *B*, *C* за трьома дисциплінами такі ж самі, як подано в табл.1. Будемо також вважати, що додатково задані вагові коефіцієнти, що характеризують важливість цих дисциплін. Необхідно визначити найкращого з абітурієнтів.

Таблиця 1. **Результати вступних іспитів трьох абітурієнтів**

Абітурієнти	**Вагові коефіцієнти дисциплін**		
	Математика □$_1$ □ 5	**Фізика** □$_2$ □ 3	**Література** □$_3$ □ 2
A	5	3	4
B	5	4	3
C	4	5	3

Обчислимо матриці індексів згоди та незгоди. Індекс згоди □$_{AB}$ пари *A*, *B* визначають як відношення суми вагових коефіцієнтів дисциплін, за якими абітурієнт *A* отримав оцінки не гірші, ніж абітурієнт *B*, до загальної суми вагових коефіцієнтів.

Матриця індексів згоди

Абітурієнти	*A*	*B*	*C*
A	–	0,7	0,7
B	0,8	–	0,7
C	0.3	0,5	–

Оскільки на всіх іспитах абітурієнти отримали лише оцінки 3, 4 або 5 балів, то

Індекс незгоди β_{AB} , який суперечить тому, що *A* > *B* визначають за оцінками іспитів з фізики і він дорівнює

$$\beta_{AB} = \frac{4-3}{2} = \frac{1}{2} = 0{,}5$$

Матриця індексів незгоди

Абітурієнти	*A*	*B*	*C*
A	–	0,5	1
B	0,5	–	0,5
C	0,5	0,5	–

Припустимо, що для індексів згоди та незгоди обрано порогові значення □^{0} □ 0,8 і β^0 □ 0,5. З цього випливає, що виконуються умови

1

$$\alpha_{BA} \geq \alpha^0 \quad \text{i} \quad \beta_{BA} \leq \beta^0 .$$

Згідно з методом **ELECTRE I** свідчать про те, що $B > A$. Зазначимо, що інші пари абітурієнтів вважаються еквівалентними.

Контрольні питання:

1. Надайте означення терміну «бінарні відношення».
2. Наведіть способи визначення бінарних відношень.
3. Надайте означення основних властивостей бінарних відношень.
4. Опишіть порядок ранжування альтернатив за методом рядкових сум.
5. Опишіть методику практичного застосування методу ELECTRE.