

**МІНІСТЕРСТВО ВНУТРІШНІХ СПРАВ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ВНУТРІШНІХ СПРАВ
КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ ЛЬОТНИЙ КОЛЕДЖ**

**Циклова комісія економіки, соціально-гуманітарних та
фундаментальних дисциплін**

ТЕКСТ ЛЕКЦІЇ

навчальної дисципліни «Опір матеріалів»
вибіркових компонент
освітньо-професійної програми
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти

***272 Авіаційний транспорт
(Аеронавігація)***

за темою –Зсув, зминання та кручення

Кременчук 2023

ЗАТВЕРДЖЕНО

Науково-методичною радою
Харківського національного
університету внутрішніх справ
Протокол від 22.02.2024 № 2

СХВАЛЕНО

Методичною радою Кременчуцького
льотного коледжу Харківського
національного університету
внутрішніх справ
Протокол від 17.01.2024 № 6

ПОГОДЖЕНО

Секцією науково-методичної ради
ХНУВС з технічних дисциплін
Протокол від 22.02.2024 № 2

Розглянуто на засіданні циклової комісії економіки, соціально-гуманітарних та фундаментальних дисциплін, протокол від 05.01.2024 № 14

Розробник:

Викладач циклової комісії економіки, соціально-гуманітарних та фундаментальних дисциплін, спеціаліст вищої категорії, Сіора А.С.

Рецензенти:

- 1. Доцент кафедри автомобілів та тракторів Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського, кандидат технічних наук, доцент Черниш А.А.*
- 2. Професор навчального відділу КЛК ХНУВС, кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, спеціаліст вищої категорії, викладач-методист циклової комісії аеронавігації Тягній В.Г.*

План лекції

1. Напруження при зсуві.
2. Чистий зсув.
3. Практичні розрахунки на зріз і зминання.
4. Кручення. Крутний момент. Епюри крутних моментів.
5. Напруження при крученні стержня круглого поперечного перерізу.
6. Розрахунки на міцність і жорсткість при крученні.

Рекомендована література:

Основна

1. Гурняк Л.І., Гуцуляк Ю.В., Юзьків Т.Б. Опір матеріалів: Посібник для вивчення курсу при кредитно-модульній системі навчання. – Львів: “Новий світ – 2000”, 2006. – 364 с.
2. Корнілов О. А. Короткий курс опору матеріалів: Підручник.- Львів: Магнолія, 2007. – 170 с.
3. Писаренко Г.С. та ін. Опір матеріалів Підручник/Г.С. Писаренко, О. Л. Квітка, Е.С.Уманський. За ред. Г.С. Писаренка – К.: Вища шк.,1993. – 655 с.
4. Астанін В.В. Технічна механіка. Частина II. Опір матеріалів: Навч. посіб. – К.:Вид-во Національного авіаційного університету «НАУ-друк», 2009. – 192с.
5. Астанін В.В., Бордачов М.М., Савченко М.І. Опір матеріалів: Розрахунково-проектні роботи: Навч. посібник / - К.: Книжкове вд-во НАУ, 2007. – 136 с.
6. Бордачов М.М. Опір матеріалів: навч. посіб. / М.М. Бордачов, М.І. Савченко. – 2-е вид., переробл. Та доповн. – К.: НАУ, 2011. – 556 с.

Додаткова

7. Головіна Н.П. Механіка гіроскопічних систем в авіації: Навчальний посібник.
8. Опір матеріалів; Лабораторний практикум / В.В. Астанін, М.М. Бордачов, А.П. Зінковський та ін.; За заг. ред. проф. В.В. Астаніна. – К.: Книжкове вд-во НАУ, 2007. – 224 с.
9. Опір матеріалів з основами теорії пружності й пластичності: У 2 ч., 5 кн. – Ч. II, кн. 4. Приклади і задачі: Навч. посібник / В.Г. Піскунов, В.Д. Шевченко, М.М. Рубан та ін.; За ред. В.Г. Піскунова. – К.: Вища шк., 1995. – 303 с.

Текст лекції

1. Напруження при зсуві.

З деформацією зсуву ми зустрічаємося, коли з шести компонентів головного вектора і головного моменту внутрішніх сил не дорівнюють нулю лише поперечні сили Q_x і Q_y . З достатньою степінню наближення деформація зсуву або зрізу практично може бути одержана у випадку, коли на брус з

протилежних боків на досить близькій відстані одна від одної діють дві однакові за величиною сили, перпендикулярні до осі бруса і напрямлені в протилежні сторони. Прикладом такої дії сил на брус може бути розрізання ножицями прутків, полосок і т.п. (рис. 5.1).

Встановимо формулу, за якою можна вирахувати діючі у поперечних перерізах дотичні напруження. Відоме зовнішнє навантаження, наприклад, у випадку, показаному на рис. 5.1, а. Використовуючи метод перерізів,

знаходимо, що на ділянці bc поперечна сила $Q_y = F$. З рівняння (1.7) $\int_A \tau_y dA = Q_y$, приймаючи рівномірне розподілення дотичних напружень по площі поперечного перерізу A (рис. 5.2.) і використовуючи наведенні вище рівняння, одержуємо $Q_y = F = \tau_y A$. Відкидаючи індекси при Q і τ , матимемо вираз, що зв'язує величину поперечної сили з дотичними напруженнями, які виникають у поперечних перерізах бруса

$$\tau = Q / A = F / A. \quad (5.1)$$

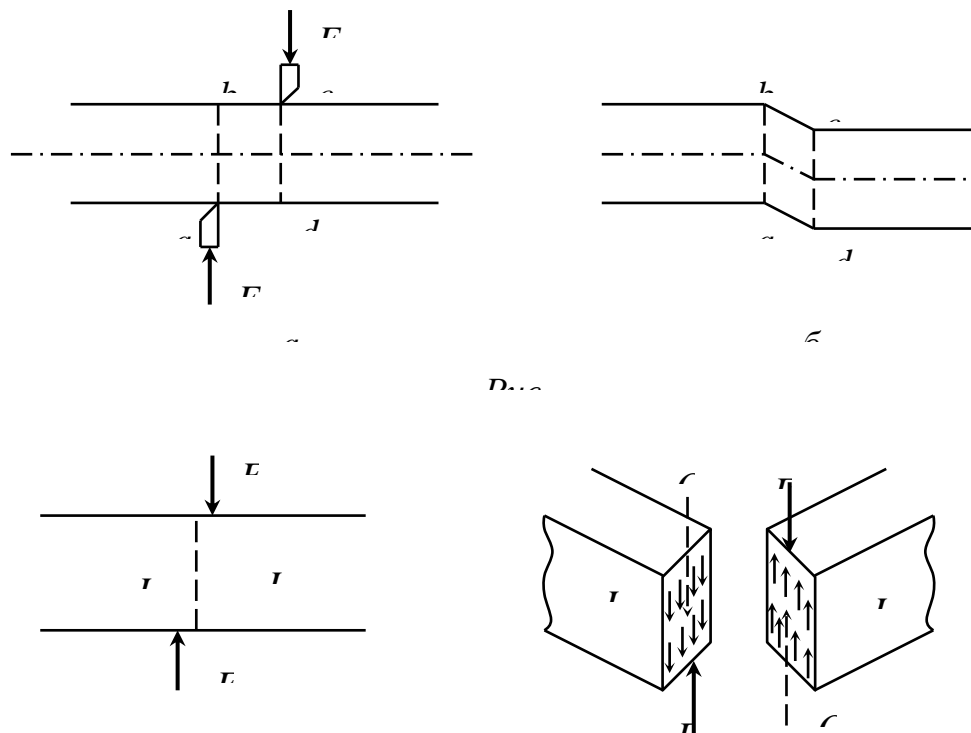


Рис. 5.2

Припущення про рівномірність розподілу дотичних напружень на перерізі вельми умовне. Однак це припущення у багатьох випадках себе виправдовує і тому в інженерній практиці ним широко користуються при розрахунках болтів, заклепок, кнопок, зварних з'єднань та інших деталей.

2. Чистий зсув.

Чистим зсувом називається окремий випадок плоского напруженого стану, коли на гранях елементарного кубика, виділеного з тіла, виникають лише дотичні напруження τ (рис. 5.3, а).

Визначимо величину і напрямки головних напружень при чистому зсуві. Цю задачу можна розв'язати аналогічно, використовуючи формули (3.8) і (3.9). Враховуючи, що при чистому зсуві $\sigma_\alpha = \sigma_\beta = 0$, одержуємо: $\sigma_1 = +\tau, \sigma_3 = -\tau$. А з формули (3.8) випливає, що головні площинки нахилені під кутом 45° до напрямку площинок чистого зсуву (рис. 5.3, б). Дійсно, при $\sigma_\alpha = \sigma_\beta = 0$ одержуємо $\operatorname{tg} 2\varphi_0 = \infty$, отже, $2\varphi_0 = 90^\circ$, тобто $\varphi_0 = 45^\circ$. Оскільки кут φ_0 додатний, він відкладається від зовнішньої нормалі n_x проти ходу стрілки годинника.

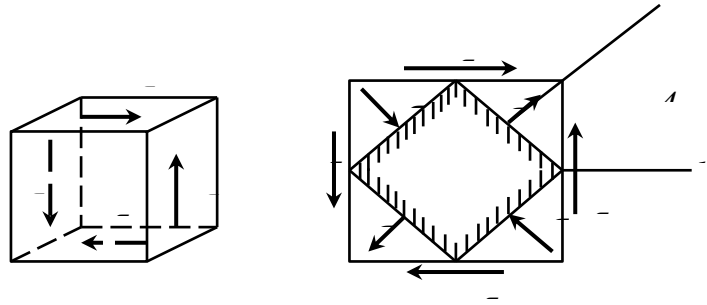


Рис.

Розглянемо деформацію елемента ABCD (рис. 5.4), для наочності закріпивши одну з його граней (наприклад, AD). Малий кут γ , на який змінюється початковий прямий кут, називається кутом зсуву або відносним зсувом. Величину абсолютного зсуву позначимо ΔS . З трикутника CDC₁ маємо: $\operatorname{tg} \gamma = \Delta S / a$. Враховуючи малість кута γ , можна записати, що $\operatorname{tg} \gamma \approx \gamma$. Тоді

$$\gamma = \Delta S / a. \quad (5.2)$$

Знайдемо подовження діагоналі AC, довжина якої:

$$\Delta l = C_1 C_2 = CC_1 \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\gamma}{2}\right) \approx CC_1 \cos 45^\circ = \Delta S / \sqrt{2}.$$

Тоді відносне подовження діагоналі

$$E = \frac{\Delta l}{l} = \frac{\Delta S}{\sqrt{2}a\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \frac{\Delta S}{a} = \frac{\operatorname{tg} \gamma}{2} \approx \frac{\gamma}{2}. \quad (5.3)$$

Тепер використаємо узагальнений закон Гука. Головне напруження σ_1 діє у напрямі діагоналі (рис. 5.3, б). Тому відносне подовження ε діагоналі є не що інше, як головне подовження ε_1 при плоскому напруженому стані з головними напруженнями $\sigma_1 = \tau, \sigma_2 = 0$ і $\sigma_3 = -\tau$. Отже, з першої формули (3.11)

одержуємо

$$\varepsilon = \varepsilon_1 = \tau(1 + \nu)/E. \quad (5.4)$$

Порівнюючи (5.3) і (5.4), маємо

$$\tau = E\gamma / [2(1+\nu)] \quad (5.5)$$

Позначимо

$$G = E / [2(1+\nu)], \quad (5.6)$$

тоді

$$\tau = G\gamma. \quad (5.7)$$

Вираз (5.7) називається законом Гука при чистому зсуві, а коефіцієнт пропорційності **G** – модулем зсуву, або модулем другого роду і вимірюється в МПа (або Па). Якщо підставити в (5.7) вирази (5.1) та (5.2), одержимо

$$\Delta S = \frac{Qa}{GA} \cdot \Delta S = \frac{Qa}{GA}. \quad (5.8)$$

Формула (5.8) виражає закон Гука для абсолютного зсуву.

3. Практичні розрахунки на зріз і зминання.

Деталі, які використовуються для з'єднання окремих елементів конструкцій, - заклепки, штифти, болти, шпонки і т.п. – у багатьох випадках сприймають навантаження, перпендикулярні до їх поздовжньої осі.

Поперечне навантаження в указаних деталях виникає, наприклад, при розтягу (стиску) з'єднаних елементів. Відповідні приклади наведені на рис.5.5: а – штифт; б – заклепка; в – болт, щільно вставлений в отвори деталей; г – шпонка.

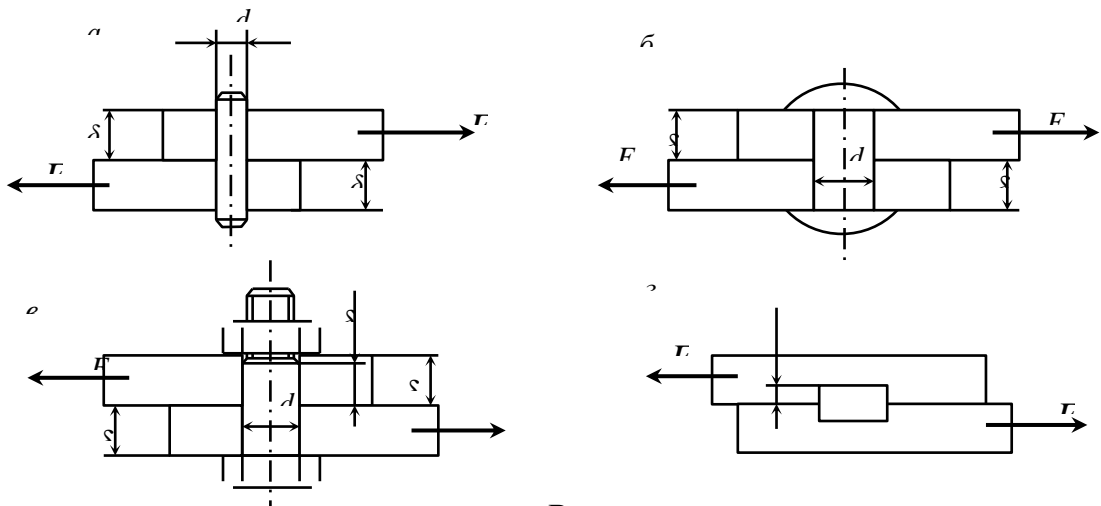


Рис.

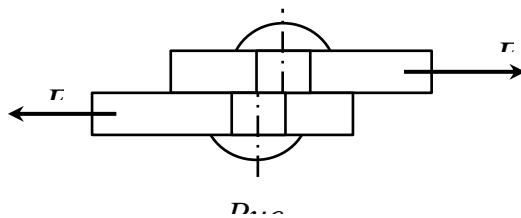
Справжні умови роботи цих деталей складні і багато в чому залежать від технології виготовлення окремих елементів конструкції і її збирання. Практичні розрахунки їх носять вельми умовний характер і базуються на таких основних припущеннях:

1. У поперечних перерізах виникає тільки один внутрішній силовий фактор – поперечна сила Q ;
2. Дотичні напруження у поперечних перерізах розподіляються рівномірно по його площі;
3. У випадку якщо з'єднання здійснено декількома однаковими деталями (болтами і т.п.), приймається, що всі вони навантажені однаково.

Руйнування з'єднуючих елементів (у випадку недостатньої міцності) відбувається в результаті їх зрізу по площині, співпадаючій з поверхнею співдотику з'єднаних деталей (рис. 5.6). Тому говорять, що ці елементи працюють на зріз, і виникаючі в їх поперечному перерізі дотичні напруження також називають напруженнями зрізу і позначають $\tau_{зр}$. На основі сформульованих вище припущень одержуємо таку умову міцності на зріз:

$$\tau_{зр} = Q / A_{зр} \leq \tau_{adm}^{зр}, \quad (5.9)$$

де $\tau_{adm}^{зр}$ – допустиме напруження на зріз; $A_{зр}$ – площа перерізу одного болта, заклепки і т.п.; Q – поперечна сила на один болт, заклепку і т.п.; при декількох однакових з'єднуючих деталей $Q = F / i$ (F – загальне навантаження на з'єднання, i – число болтів, заклепок і т.п.).



Допустиме напруження залежить від матеріалу з'єднуючих елементів і умов роботи конструкції. В машинобудуванні при розрахунках штифтів, болтів, шпонок і т.д. приймають $\tau_{adm}^{зр} = (0,25 \dots 0,35) \sigma_y$, де σ_y – границя текучості матеріалу штифта, болта та ін.

Формула (5.9) служить для перевірочних розрахунків з'єднань. У залежності від умов задачі вона може бути перетворена для визначення допустимого навантаження або потрібної площі перерізу (проектний розрахунок).

Розрахунок на зріз забезпечує міцність з'єднуючих елементів, але не гарантує надійності конструкції в цілому. Якщо товщина з'єднаних елементів недостатня, то стиснення, що виникає між стінками їх отворів і з'єднуючими деталями, стає недопустимо великим. В результаті стінки отворів зминаються і з'єднання становиться ненадійним

Тиск, виникаючий між поверхнями отворів і з'єднувальних деталей, прийнято називати напруженнями зім'яття і позначати σ_{con} . Розподіл напружень зім'яття на поверхні контакту деталей вельми неозначене і в значній мірі залежить від щільності (у ненавантаженому стані між стінками отвору і болтом, заклепкою та ін.).

Розрахунок на зім'яття носить умовний характер і проводиться за припущенням, що сили взаємодії між деталями рівномірно розподілені поверхнею контакту і у всіх точках нормальні до цієї поверхні.

Відповідна розрахункова формула має вигляд

$$\sigma_{con} = F / (i A_{con}) \leq \sigma_{adm}^{con}, \quad (5.10)$$

де F/i – навантаження на одну з'єднуючу деталь; A_{con} – розрахункова площа зім'яття; σ_{adm}^{con} – допустиме напруження зім'яття.

В машинобудуванні для болтових, штифтових і шпоночних з'єднань приймають: для деталей з маловуглецевих сталей $\sigma_{adm}^{con} = 100 \dots 120 \text{ МПа}$; для деталей середньовуглецевих сталей $\sigma_{adm}^{con} = 140 \dots 170 \text{ МПа}$; для деталей з чавуну $\sigma_{adm}^{con} = 60 \dots 80 \text{ МПа}$. Коли контактуючі деталі виготовлені з різних матеріалів, то в таких випадках при виборі допустимих напружень зім'яття орієнтуються на матеріал тієї деталі, міцність якої менша.

За розрахункову площу зім'яття при контакті по площині (див. рис. 5.5,г) приймають дійсну площу співдотику $A_{con} = tl$, де l – розмір шпонки в напрямі, перпендикулярному площині креслення, тобто її довжина; при контакті по циліндричній поверхні (див. рис. 5.5, а,б,в) приймають площу проекції поверхні контакту на діаметральну площину, тобто $A_{con} = d\delta$ (при різній товщині з'єднаних деталей в розрахункову формулу слід підставляти δ_{min}).

У деяких конструкціях з'єднуючі деталі (штифти, шпонки) працюють на зріз по поздовжньому перерізу (див. рис. 5.5, г); методика розрахунку залишається такою ж, як і при зрізі по поперечному перерізі.

Наприклад. Тяги 1 і 2 з'єднані між собою за допомогою штиря 3, встановленого в їх провусини, і навантажені так, як показано на рис. 5.7. Визначити допустиму силу F при слідуючих значеннях допустимих напружень: на зім'яття $\sigma_{adm}^{con} = 100 \text{ МПа}$, на зріз $\tau_{adm}^{zp} = 70 \text{ МПа}$.

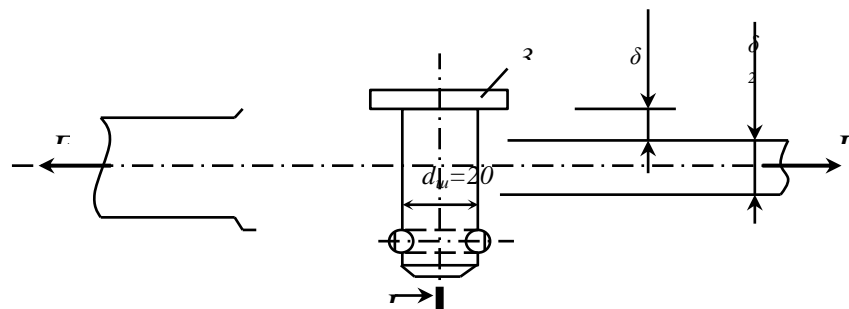


Рис.

Розв'язання. 1. Визначаємо допустиме навантаження з умови міцності на зім'яття. Для тяги 1 розрахункова площа зім'яття $A_{con}^I = 2\delta_1 d = 2 \cdot 8 \cdot 20 = 320 \text{ мм}^2$, для тяги 2 - $A_{con}^{II} = \delta_2 d = 12 \cdot 20 = 240 \text{ мм}^2$. Таким чином, достатньо провести розрахунок для більш навантаженої, тобто меншої площі зім'яття, провусини тяги 2:

$$F_{adm}^{con} = \sigma_{adm}^{con} A_{con}^{II} = 100 \cdot 240 = 24 \cdot 10^3 \text{ Н}.$$

2. Визначаємо допустиме навантаження з умови міцності штиря на зріз. Штир має дві площини зрізу, тому загальна площа зрізу буде:

$$A_{3p} = 2 \cdot \frac{\pi d^2}{4} = 2 \frac{3.14 \cdot 20^2}{4} = 628 \text{ мм}^2.$$

$$\text{Допустиме навантаження } F_{adm}^{3p} = \tau_{adm}^{3p} \cdot A_{3p} = 70 \cdot 628 = 44 \cdot 10^3 \text{ Н.}$$

Таким чином, допустиме навантаження на з'єднання буде $F_{adm} = F_{adm}^{con} = 24 \text{ кН}$.

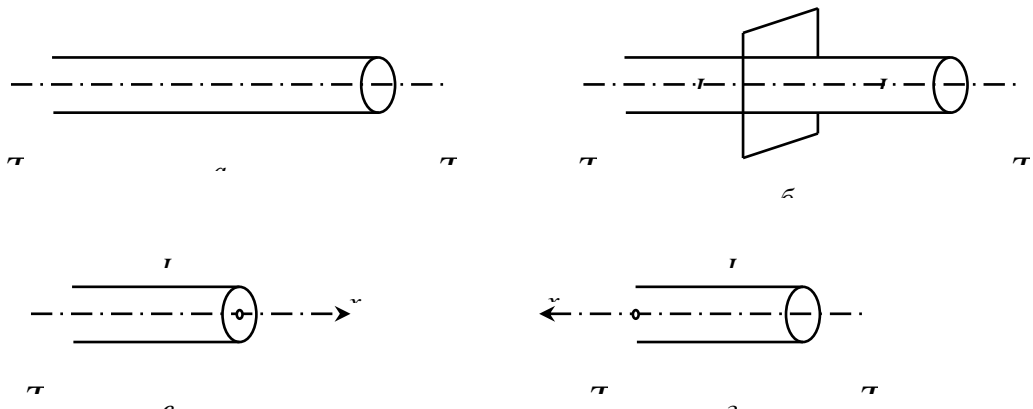
4. Кручення. Крутний момент. Епюри крутних моментів.

У найпростішому випадку деформація кручення викликається двома протилежно напрямленими парами сил з моментами T_e (індекс **e** від **external** (англ.) - зовнішній), що діють у площинах, перпендикулярних до осі стержня (рис. 1, б).

Для визначення внутрішніх сил, що виникають у поперечних перерізах стержня, застосуємо метод перерізів. Для цього уявно розрізаємо стержень січною площиною, перпендикулярною до його осі, яка розділяє стержень на дві частини: I і II (рис. 1, б). Одну з частин, наприклад II, відкидаємо і замінюємо її дію на частину I моментом внутрішніх сил. Цей момент називається крутним моментом і позначається через T (рис. 1, в).

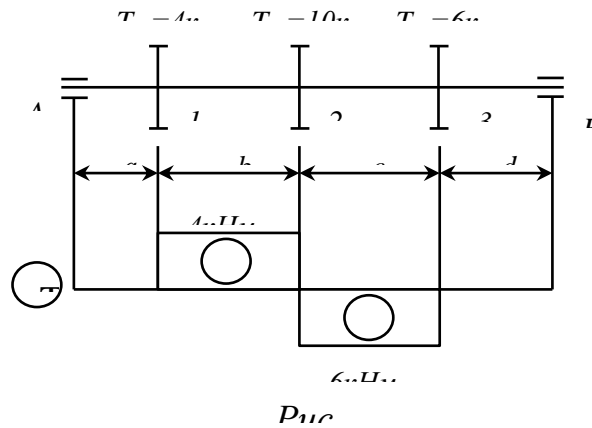
Крутний момент являє собою момент системи сил, що замінює в даному поперечному перерізі дію відкинутої частини стержня на його залишену частину, взятий відносно осі стержня.

З умови рівноваги між зовнішніми і внутрішніми силами впливає правило для вираження крутного моменту через моменти зовнішніх пар сил: крутний момент у довільному поперечному перерізі стержня чисельно дорівнює алгебраїчній сумі моментів відносно осі стержня всіх пар зовнішніх сил, розміщених з одного боку від розглядуваного перерізу. Додатними будемо вважати моменти, що обертають проти ходу стрілки годинника, коли дивитися вздовж зовнішньої нормалі до перерізу.



На рис 1, в, г показані додатні крутні моменти при відкиданні частин I або II стержня.

Графік розподілу крутних моментів по довжині стержня називається їх **епюрою**. Приклад побудови епюри крутних моментів показаний на рис. 2. Перерізи стержня, до яких прикладаються моменти зовнішніх пар сил, розділяють його на чотири ділянки, для яких знаходимо: на ділянці а $T_a = 0$;



на ділянці b: $T_b = T_{e_1} = 4 \text{ кНм}$; на ділянці c: $T_c = T_{e_1} - T_{e_2} = -6 \text{ кНм}$; на ділянці d: $T_d = 0$.

За одержаними даними побудована епюра крутних моментів.

5. Напруження при крученні стержня круглого поперечного перерізу.

У загальному випадку кручення стержня довільного перерізу поперечні перерізи стержня перестають бути плоскими, скривлюються. Ці скривлення називаються депланаціями поперечних перерізів. Лише при крученні стержнів круглого або кільцевого перерізу депланації немає.

Коли депланації однакові в усіх поперечних перерізах стержня і можуть вільно відбуватися або коли їх зовсім немає (круглий переріз), тоді кручення називається чистим.

Відсутність депланації дозволяє розв'язати задачу визначення напружень при крученні круглого стержня елементарним методом, що неможливо для стержнів інших перерізів.

Знайдемо напруження у поперечному перерізі крутного стержня, закрученого двома парами сил з моментами T_e (рис. 3, а).

Умовно розрізаємо стержень на дві частини, відкидаємо праву частину і замінюємо її дію на залишену ліву частину крутним моментом T (рис. 3, б). Крутний момент T являє собою сумарний момент елементарних пар внутрішніх зусиль, дотичних до площини перерізу:

$$T = \int_A \rho \tau_\rho dA, \quad (1)$$

де τ_ρ – дотичне напруження, яке виникає на площині dA на відстані ρ від осі стержня (рис. 3, в).

Вираз (1) дає інтегральну залежність між крутним моментом і дотичними напруженнями у перерізі стержня, яка може задовольнятися при різних законах розподілу напружень. Який із цих законів дійсно має місце при крученні, можна встановити на основі дослідних даних.

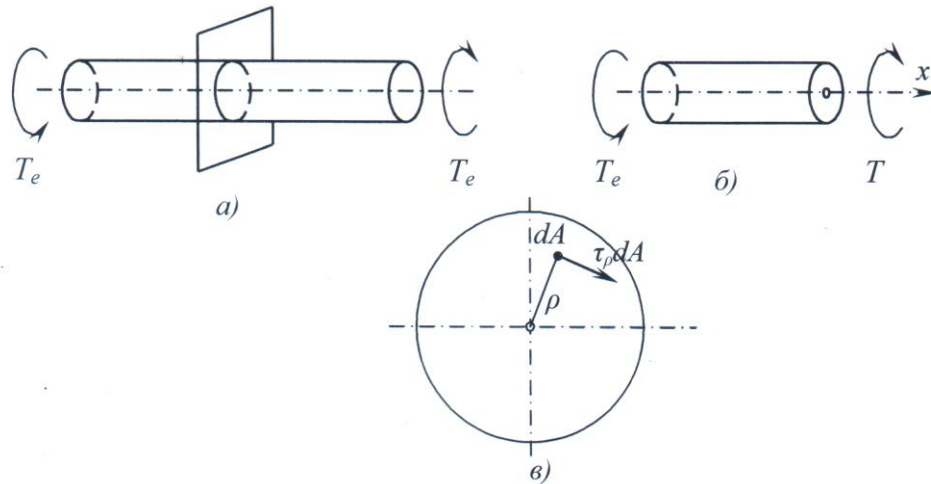


Рис.5.10

Експериментальне вивчення кручення стержня круглого поперечного перерізу дає такі результати: 1) поперечні перерізи стержня, залишаючись плоскими і перпендикулярними до його осі, повертаються один відносно одного на певний кут, що називається кутом закручування φ ; 2) відстані між перерізами не змінюються; 3) радіуси, проведені у поперечних перерізах стержня, залишаються прямими.

На основі цих експериментальних даних можна скласти рівняння переміщень при крученні стержня круглого перерізу.

Для цього виділимо із стержня циліндричний елемент довжиною dz (рис. 4, а, в). При вказаних вище умовах будь які дві твірні AB і CD , проведені на поверхні циліндричного елемента, перейдуть у положення A_1B_2 і C_1D_2 , а елемент $ABCD$ зазнаватиме деформації чистого зсуву.

Виражаючи дугу B_1B_2 один раз через кут зсуву γ_r , а другий – через елементарний кут закручування $d\varphi$, одержуємо

$$\gamma_r dz = r d\varphi,$$

$$\gamma_r = \frac{d\varphi}{dz} r.$$

Позначимо через γ_ρ кут зсуву на циліндричній поверхні радіуса ρ , проведений в середині елемента (рис. 4, г). З рівності відношень $\gamma_\rho : \gamma_r = \rho : r$ і з останньої формули знаходимо

$$\gamma_\rho = \frac{d\varphi}{dz} \rho.$$

Використовуючи формулу закону Гука при зсуві, можемо тепер записати дотичне напруження τ_ρ через кут зсуву γ_ρ :

$$\tau_\rho G \gamma_\rho = G \frac{d\varphi}{dz} \rho \quad (2)$$

Після підстановки останнього виразу у формулу (6.1) одержимо

$$G \frac{d\varphi}{dz} \int_A \rho^2 dA = T,$$

звідси

$$d\varphi = \frac{T dz}{G I_\rho}, \quad (3)$$

де $I_\rho = \int_A \rho^2 dA$ - полярний момент інерції поперечного перерізу стержня.

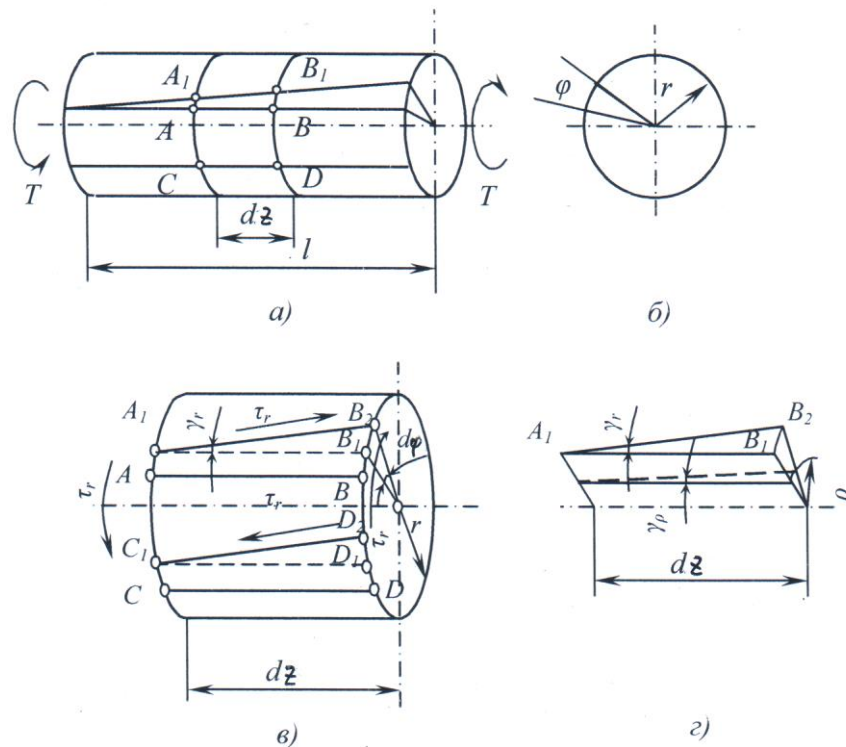


Рис.5.11

Формулою (3) виражається відносний кут закручування двох перерізів стержня на відстані dz один від одного. При довжині стержня l кут закручування φ одного кінцевого перерізу відносно другого одержимо, інтегруючи вираз (13) по довжині l :

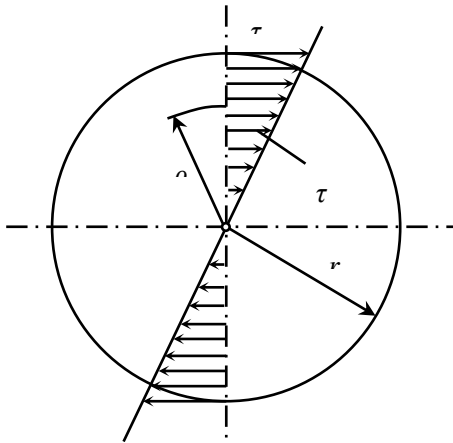


Рис.5.12

$$\varphi = \frac{Tl}{GI_{\rho}}. \quad (4)$$

Останню формулу можна розглядати також як вираз закону Гука при крученні. Величина GI_{ρ} називається жорсткістю при крученні стержня круглого поперечного перерізу.

Нарешті, з формул (2) і (3) одержуємо формулу для дотичного напруження при крученні стержня круглого перерізу:

$$\tau_{\rho} = T\rho / I_{\rho} \quad (5)$$

Епюра дотичних напружень τ_{ρ} показана на рис. 5.

Максимальне дотичне напруження виникає біля контуру перерізу при $\rho_{\max} = r$ і дорівнює

$$\tau_{\max} = Tr / I_{\rho},$$

або

$$\tau_{\max} = T / W_{\rho}, \quad (6)$$

де $W_{\rho} = I_{\rho} / \rho_{\max} = I_{\rho} / r$ - геометрична характеристика, що називається полярним моментом опору перерізу стержня.

6. Розрахунки на міцність і жорсткість при крученні.

Міцність бруса, що працює на кручення, вважають забезпеченою, якщо найбільші дотичні напруження у його небезпечному перерізі, не перевершують допустимі:

$$\tau_{\max} \leq \tau_{adm}.$$

Як відомо з попереднього, ці найбільші напруження виникають у найбільш віддалених точках поперечного перерізу і вираховуються за формулою (6). Таким чином, одержимо слідуючу умову міцності:

$$\tau_{\max} = T / W_{\rho} \leq \tau_{adm} \quad (7)$$

Ця формула служить для перевірконого розрахунку на міцність.

При проектному розрахунку і при вивченні допустимого навантаження (моменту) з формули (7) відповідно знаходять W_{ρ} або $[T]$:

$$W_{\rho} \geq T / \tau_{adm}; \quad (8)$$

$$[T] \leq W_{\rho} \tau_{adm} \quad (9)$$

Крутний момент T , який входить у наведені розрахункові формули, за допомогою метода перерізів повинен бути виражений через зовнішні (скручувальні) моменти.

Розрахунок ведеться для небезпечного перерізу. Для бруса сталого діаметра небезпечним буде той переріз, у якому виникає найбільший крутний момент. Якщо діаметр бруса не сталий, може статися так. Що найбільші напруження виникають не там, де крутний момент максимальний. Отже, в цьому випадку питання про небезпечний переріз повинен бути досліджений додатково (див. нижче приклад).

Допустиме напруження τ_{adm} для пластичних матеріалів назначають в залежності від їх границі текучості при крученні (при зсуві) τ_y , тобто

$$\tau_{adm} = \tau_y / [n_y], \quad (10)$$

а для крихких – у залежності від границі міцності

$$\tau_{adm} = \tau_u / [n_u]. \quad (11)$$

Враховуючи, що за експериментальними даними границя текучості при крученні зв'язана з границею текучості при розтязі залежністю $\tau_y \approx (0,55 \dots 0,60) \sigma_y$, приймають для сталі $\tau_{adm} \approx (0,55 \dots 0,60) \sigma_{adm}$; для чавунку $\tau_{adm} \approx (1,0 \dots 1,2) \sigma_{adm}$.

У деяких випадках є необхідність крім розрахунку на міцність, зробити ще розрахунок вала на жорсткість. Перевірка жорсткості полягає у порівнянні максимального кута закручування φ_{max} , віднесеного до одиниці довжини вала, з допустимим кутом закручування $[\varphi]$:

$$\varphi_{max} \leq [\varphi]. \quad (12)$$

Оскільки допустимі кути закручування задаються звичайно в градусах на 1м, а у виразі кут обчислюється в радіанах, то цей вираз треба ще помножити на $180/\pi$. Тоді умова жорсткості набере вигляду

$$\frac{180T}{\pi G I_p} \leq [\varphi]. \quad (13)$$

Найбільш поширеними на практиці значеннями допустимих кутів закручування є $[\varphi] = (0,25 \dots 1,0)$ град/м.

Приклад. Ступінчастий сталевий брус круглого поперечного перерізу жорстко закріплений одним кінцем і навантажений, як показано на рис. 5,13,а. Побудувати епюри крутних моментів та дотичних напружень, і перевірити міцність бруса при $\tau_{adm} = 60$ МПа.

Розв'язання. Епюру крутних моментів будемо, починаючи з вільного (лівого) кінця, що дозволяє не визначати реактивний момент у затисненні. Провівши довільний переріз 1-1 на ділянці l_1 і склавши для залишеної частини (рис. 5,13,б) рівняння рівноваги $\Sigma M_z = 0$, одержуємо $T_1 = T_{e1} = 1 \text{ кНм}$. Згідно з

прийнятим правилом знаків вважаємо момент T_1 від'ємним. Крутний момент зберігає стале значення ($T_1 = -1 \text{ кНм}$) у всіх перерізах ділянки l_1 . Якщо проведемо довільний переріз 2-2 на ділянці l_2 , то матимемо той же результат, тобто $T_2 = T_{e1} = -1 \text{ кНм}$. Для решти ділянок знаходимо крутні моменти як алгебраїчну суму зовнішніх скручувальних моментів, прикладних по одну сторону (у нашому випадку – по ліву) від проведених перерізів. Відрізані частини окремо не зображуємо. Отже, $T_3 = -T_{e1} + T_{e2} = 1 \text{ кНм}$; $T_4 = T_3 = 1 \text{ кНм}$; $T_5 = -T_{e1} + T_{e2} - T_{e3} = -3 \text{ кНм}$. За одержаними даними будуюмо епюру крутних моментів (рис. 5,13,в).

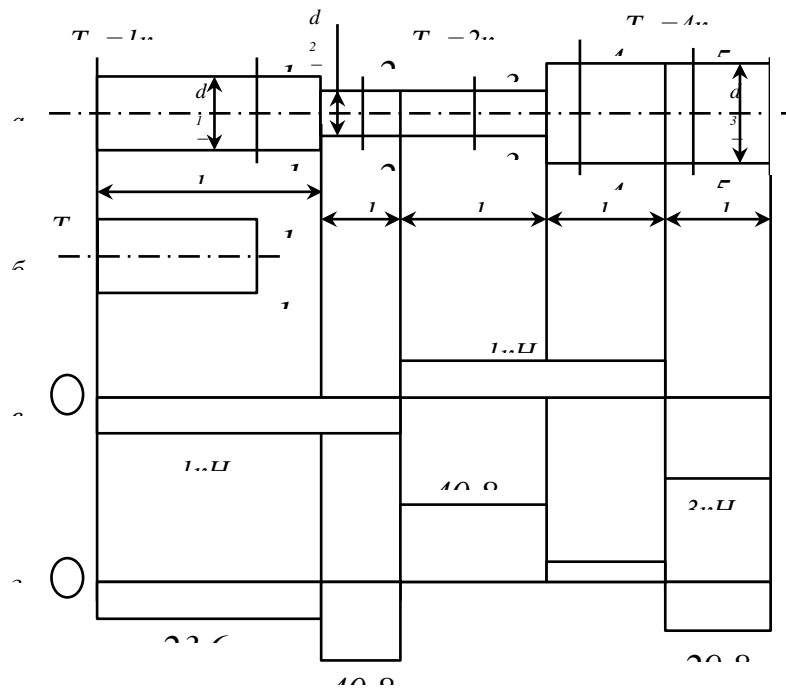


Рис. 5.13

Для знаходження небезпечного перерізу будуюмо епюру дотичних напружень.

На ділянці l_1 :

$$\tau_1 = \frac{T_1}{W_{\rho 1}} = \frac{1 \cdot 10^6}{42390} = 23,6 \text{ МПа},$$

де $W_{\rho 1} = \pi d_1^3 / 16 = 3,11 \cdot 60^3 / 16 = 42390 \text{ мм}^3$ - полярний момент опору перерізів ділянки l_1 з діаметром $d_1 = 60 \text{ мм}$.

Аналогічно знаходимо дотичні напруження на решті ділянок і будуюмо епюру τ (рис. 6,г) Замітимо, що знак дотичного напруження при розрахунках на міцність ніякого значення не має, і прийнятий напрямок ординат епюри τ умовний.

Небезпечними виявились поперечні перерізи на ділянках l_2 і l_3 . Таким чином, небезпечними виявились не ті перерізи, в яких крутний момент

максимальний. Умова міцності $\tau_{\max} < \tau_{\text{adm}}$ виконується. Очевидно, що матеріал бруса використаний іраціонально; навіть у небезпечних перерізах напруження на 32% нижче допустимого. Доцільно буде вибрати такий матеріал, допустиме напруження якого було б близьким до 40 МПа.