

**МІНІСТЕРСТВО ВНУТРІШНІХ СПРАВ УКРАЇНИ  
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ВНУТРІШНІХ СПРАВ  
КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ ЛЬОТНИЙ КОЛЕДЖ**

**Циклова комісія аeronавігації**

**ТЕКСТ ЛЕКЦІЙ**

з навчальної дисципліни  
**ПРИНЦИПИ ПОЛЬОТУ**  
обов'язкових компонент

освітньо-професійної програми першого (бакалаврського) рівня вищої освіти

**Аeronавігація**  
272 Авіаційний транспорт

за ТЕМОЮ 2- Основи кінематики і динаміки рідини і газів

**ЗАТВЕРДЖЕНО**

**Кременчук 2023**

**СХВАЛЕНО**

Науково-методичною радою  
Харківського національного  
університету внутрішніх справ  
Протокол від 30.08.2023 № 7

Методичною радою Кременчуцького  
літнього коледжу Харківського  
національного університету внутрішніх  
справ  
Протокол від 28.08.2023 № 1

## **ПОГОДЖЕНО**

Секцією Науково-методичної ради  
ХНУВС з технічних дисциплін  
Протокол від 29.08.2023 № 7

Розглянуто на засіданні циклової комісії аeronавігації, протокол від 28.08.2023  
№ 1

**Розробник:** викладач циклової комісії аeronавігації, спеціаліст другої  
категорії Ємець В.В.

### **Рецензенти:**

1. Викладач циклової комісії аeronавігації, кандидат технічних наук, старший  
науковий співробітник, викладач-методист Тягній В.Г.
- 2 Професор навчального відділу КЛК ХНУВС, викладач-методист циклової комісії  
енергозабезпечення та систем управління, к. т. н., професор, спеціаліст вищої  
категорії, Гаврилюк Ю. М.

## **ЛЕКЦІЯ 2.4: Рівняння збереження і балансу енергії рухомого газового потоку.**

### **Практичне використання основних рівнянь аерогідрогазодинаміки**

#### **План лекцій:**

- 1 Рівняння збереження енергії рухомого потоку
- 2 Рівняння балансу енергії рухомого газового потоку (*рівняння Д. Бернуллі*).
- 3 Практичне використання основних рівнянь аерогідрогазодинаміки.

#### **Рекомендована література:**

##### **Основна:**

1. Котельников Г. Н., Мамлюк О. В., Аеродинаміка літальних апаратів. Підручник. -К.: Вища школа, 2002. – 255 с.
2. Навчальний посібник «Аеродинаміка та динаміка польоту вертолітота». Частина I, «Аеродинаміка вертолітота» / А. Г. Зінченко, О. О. Бурсала, О. Л. Бурсала та ін.; за заг. ред. А. Г. Зінченка. – Х.: ХНУПС, 2016.–402 с.: іл.
3. Навчальний посібник «Аеродинаміка та динаміка польоту вертолітота». Часть II, «Динаміка польоту вертолітота». / А. Г. Зінченко, І. Б. Ковтонюк, В. М. Костенко та ін.; за загальною редакцією В. М. Костенко та І. Б. Ковтонюка. – Х.: ХУПС, 2010. – 272 с.: іл.
4. Опорний конспект з навчальної дисципліни «Аеродинаміка, динаміка польоту та практична аеродинаміка». Частина I «Аеродинаміка вертолітоту». Автор: Пчельников С. І.
5. Опорний конспект з навчальної дисципліни «Аеродинаміка, динаміка польоту та практична аеродинаміка». Частина II «Динаміка польоту». Автор: Пчельников С.І.
6. Ародинаміка літальних апаратів: навчальний посібник /О.О. Бурсала. А. Г. Зінченко, Є. Ю. Іленко, І. Б. Ковтонюк, А. Л. Сушко – Х.: ХУПС, 2015. -333 с.: іл.
7. Лебідь В. Г., Миргород Ю. І., Аерогідрогазодинаміка. Підручник Х.: ХУПС, 2006. – 350 с.
8. Тягній В. Г., Ємець В. В., Основи аеродинаміки та динаміки польоту, частина I, Аерогідрогазодинаміка. Навчальний посібник, КЛК ХНУВС, 2022. – 384 с.

### **Допоміжна:**

1. Ковалев Е. Д., Удовенко В. А., Основи аеродинаміки і динаміка польоту легких вертолітів. Навчальний посібник. - Х.: КБ Аерокоптер, 2008. – 280 с.

### **Інформаційні ресурси**

Інформаційні ресурси в Інтернеті

<http://csm.kiev.ua/nd/nd.php?b=1>

Технічні засоби

- 1 Багатофункціональний плазмовий телевізор.
- 2 Персональний комп'ютер.
- 3 Мультимедійний проектор.

Наочні посібники

- 1 Опорний конспект лекцій.
- 2 Електронний конспект лекцій.
- 3 Презентація окремих тем дисципліни.
- 4 Схеми та таблиці по темам дисципліни.
- 5 Зразки інформаційної та службової документації.
- 6 Навчальні фільми за тематикою дисципліни «Принципи польоту (Аерогідрогазодинаміка)».
- 7 Стенди і плакати за тематикою дисципліни Принципи польоту (Аерогідрогазодинаміка)».
- 8 Курс лекцій по дисципліні «Принципи польоту (Аерогідрогазодинаміка)»
- 9 Начальний посібник по дисципліні “Аерогідрогазодинаміка”

## Текст лекції

### ЛЕКЦІЯ 2.4: РІВНЯННЯ БАЛАНСУ ЕНЕРГІЇ РУХОМОГО ПОТОКУ РІДИН І ГАЗІВ. ПРАКТИЧНЕ ЗАСТОСУВАННЯ РІВНЯНЬ

#### План лекції:

2.4.1 Рівняння збереження енергії рухомого потоку

2.4.2 Рівняння балансу енергії рухомого потоку (рівняння Д. Бернуллі)

2.4.3 Практичне використання основних рівнянь аерогідрогазодинаміки

#### 2.4.1 Рівняння збереження енергії рухомого потоку

Маса рухомого газу в будь-якому перерізі потоку має три види енергії (рис 2.4.1)

- внутрішньою енергією -  $E_B = c_w * T$ , ккал / кг;
- енергією тиску -  $E_P = p * w$ , кГс м / кг;
- кінетичною енергією -  $E_k = \frac{V^2}{2 \cdot g}$ , кГс м / кг.

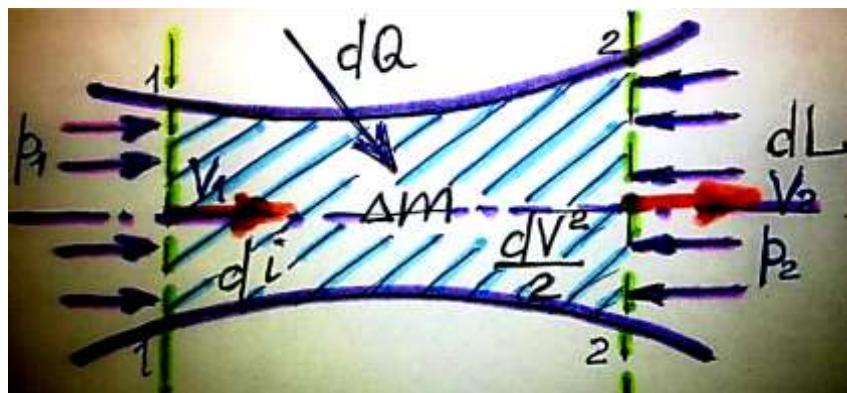


Рис 2.4.1 Схема збереження енергій рухомого потоку

На масу газу, що знаходиться зліва в перерізі "1-1" діє сила тиску  $P_1 = p_1 * S_1$ , а справа в перерізі "2-2" діє сила тиску  $P_2 = p_2 * S_2 \rightarrow (p_2 = p_1 + \Delta p)$ .

При переміщенні газу з перерізу "1-1" до перерізу "2-2" на відстань  $\Delta l = V_{1-2} * \Delta t$  сила тиску здійснює роботу  $\Delta A = \Delta P * \Delta l$ , при цьому змінюється енергія тиску, яка рівносильна величині роботи, яку здійснюють силами тиску. Різниця енергій тиску в перерізах "1-1" і "2-2" називається енергією проштовхування маси газу між цими перерізами.

Баланс енергії для елементарного об'єму газу згідно **I - го** закону термодинаміки має вигляд:

$$dQ_{\text{внеш.}} = di_{\text{вн}} + \frac{dV^2}{2g} + dL_{\text{внеш.}}$$

де,

$dQ_{\text{внеш.}}$  - зовнішнє тепло, що підживиться до 1 кг маси газу, ккал;

$di_{\text{вн}}$  - теплозбереження газу (*ентальпія*), кгс м/кг;

$V$  - швидкість руху частинок газу, м/с;

$dL_{\text{внеш.}}$  - зовнішня робота, що виконується газом, кгс м/кг.

Зовнішнє тепло, що підживиться до частинки газу витрачається на збільшення теплозбереження, збільшення кінетичної енергії і виконання зовнішньої роботи.

Так як швидкості руху частинок газу досить великі, то тепло не встигає підживитися ззовні до газу ( $dQ_{\text{внеш.}} = 0$ ), а значить і зовнішня робота газом не виконується ( $dL_{\text{внеш.}} = 0$ ), тоді рівняння збереження енергії набуде вигляду:

$$di_{\text{вн}} + \frac{dV^2}{2g} = 0$$

Після інтегрування виразу, отримаємо рівняння:

$$i + \frac{V^2}{2 \cdot g} = const = E_n - \text{повна енергія потоку}$$

Сума внутрішньої енергії і енергії тиску газу називається теплозбереженням або ентальпією газу:

$$i = E_e + E_p = C_w * T + p * w,$$

З огляду на рівняння стану газу:

$$p * w = R * T$$

рівняння ентальпії можна записати виразом:

$$i = C_w * T + A * RT = (C_w + A * R) * T$$

враховуючи, що  $(C_w + A * R) = C_p$ , рівняння можна записати:

$$i = c_p * T$$

де,

$A =$ , Ккал/кгс м - коефіцієнт еквіваленості підживленого тепла до виконаної зовнішньої роботи.  $\frac{1}{427}$

Таким чином, при сталому русі газу без підживлення і відведення тепла із зовнішнього боку і при невиконанні газом зовнішньої механічної роботи, сума ентальпії і кінетичної енергії в будь-якому перерізі потоку зберігається незмінною:

$$i + \frac{V^2}{2 \cdot g} = c_p * T + \frac{V^2}{2 \cdot g} = const$$

*Фізичний сенс рівняння:* зміна кінетичної енергії газу в основному відбувається за рахунок зміни його теплозбереження.

## 2.4.2 Рівняння балансу енергії рухомого потоку (рівняння Д. Бернуллі)

Рівняння Бернуллі є доповненням до закону збереження енергії рухомих рідин і газів. Даний закон сформулював відомий учений Данило Бернуллі в 1738 році. Виділимо в сталому потоці рідини трубку струйок. Нехай в перерізі "1-1" площею ( $S_1$ ), яке знаходиться на висоті ( $H_1$ ), відносно базового рівня параметри потоку рівні:  $V_1, p_1, \rho_1$  (рис 2.4.2).

У перерізі площею  $S_2$  на висоті  $H_2$  параметри газу равняються  $V_2, p_2, \rho_2$ . Припустимо, що обмін енергії між потоком і навколошнім середовищем не здійснюється, через деякий час  $\Delta t$ : рідина з перерізу ( $S_1$ ) переміститься на деяку відстань по трубці току  $\Delta l_1 = V_1 * \Delta t$ , а з перерізу  $S_2$  - на відстань рівну  $\Delta l_2 = V_2 * \Delta t$ .

Згідно рівняння про нерозривність потоку через виділені перерізи потоку за час  $\Delta t$  проходить однацова маса рідини:

$$\Delta m = \rho_1 V_1 S_1 * \Delta t = \rho_2 V_2 S_2 * \Delta t$$

Визначимо роботу, яку здійснюють сили тиску в рідині в перерізі "1-1"

$$A_1 = P_1 * \Delta l_1 = p_1 S_1 * V_1 \Delta t,$$

аналогічно виглядає і робота для перерізу "2-2"

$$A_2 = P_2 * \Delta l_2 = p_2 S_2 * V_2 \Delta t$$

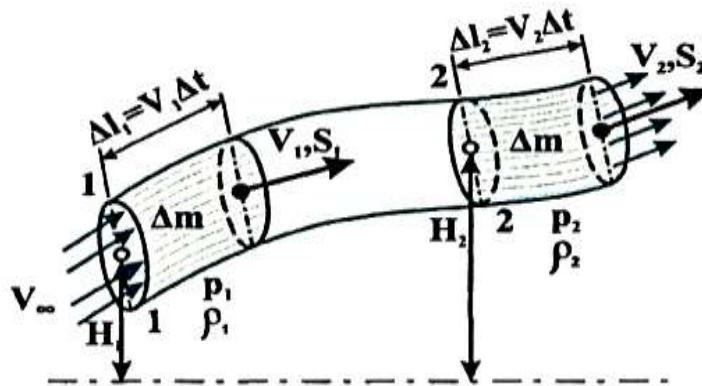


Рис 2.4.2 Схема балансу енергії рухомого потоку

Різниця виконаних робіт над об'ємом рідини між перерізами «1-1» і «2-2» буде дорівнювати

$$\Delta A = A_1 - A_2 = p_1 S_1 * V_1 \Delta t - p_2 S_2 * V_2 \Delta t.$$

Ця робота збільшує енергію маси рідини  $\Delta m$  під час проходження нею відстані від перерізу  $S_1$  до перерізу  $S_2$ :

$$\Delta A = \Delta E = (E_2 - E_1)$$

де

$E_1$  і  $E_2$  - повні енергії маси газу, що рухається в перетинах  $S_1$  і  $S_2$ .

Повна енергія маси рухомого газу включає в себе: кінетичну енергію руху, потенційну енергію положення і внутрішню енергію:

$$E = E_k + E_{n,h} + E_e.$$

*Кінетична енергія* характеризує здатність виділеної маси газу виконувати роботу при його гальмуванні від вихідної швидкості до нульового значення:

$$E_{k,i} = \frac{\Delta m_i \cdot V^2}{2}$$

*Потенційна енергія* положення характеризує енергію сили ваги газу і показує яку роботу маса газу  $\Delta m_i$  може виконати при зміні висоти перерізу потоку газу ( $H_i$ ) щодо обраного рівня:

$$E_{n,h,i} = \Delta m_i \cdot g \cdot H_i$$

*Внутрішня енергія* характеризує здатність виділеної маси газу виконати роботу при зміні температури:

$$E_{e,i} = \Delta m \cdot c_w \cdot T_i$$

З огляду на рівняння стану газу  $\frac{p}{\rho} = RT$  і газову постійну:

$$R = (C_p - C_w), \text{ отримаємо}$$

$$T = \frac{p}{\rho R} = \frac{p}{\rho(C_p - C_w)},$$

тоді вираз внутрішньої енергії газу можна записати у вигляді:

$$E_{bi} = \Delta m_i \frac{C_w}{C_p - C_w} * \frac{p_i}{\rho_i}, \text{ враховуючи що } k = \frac{C_p}{C_v}, \text{ отримаємо:}$$

$$E_{bi} = \Delta m_i \frac{1}{k-1} * \frac{p_i}{\rho_i}$$

де

$$k = \frac{C_p}{C_w} - \text{ показник адіабати (для повітря } k = 1,4).$$

Тоді рівняння повної енергії маси газу в загальному вигляді можна записати:

$$E_n = \frac{\Delta m V^2}{2} + \Delta m q H + \Delta m \frac{1}{k-1} \frac{p}{\rho}$$

підставивши в дане рівняння  $\Delta A = \Delta E$ , отримаємо:

$$\begin{aligned} p_1 * S_1 * V_1 * \Delta t - p_2 * S_2 * V_2 * \Delta t &= \\ &= \Delta m \left( \frac{V_2^2}{2} + qH_2 + \frac{1}{k-1} \frac{p_2}{\rho_2} \right) - \Delta m \left( \frac{V_1^2}{2} + qH_1 + \frac{1}{k-1} \frac{p_1}{\rho_1} \right) \end{aligned}$$

З огляду на рівняння нерозривності і згрупувавши величини з однаковими індексами отримаємо рівняння Д. Бернуллі з урахуванням стисливості:

$$\frac{p_1}{\rho_1} + \frac{V_1^2}{2} + gH_1 + \frac{1}{k-1} \frac{p_1}{\rho_1} = \frac{p_2}{\rho_2} + \frac{V_2^2}{2} + gH_2 + \frac{1}{k-1} \frac{p_2}{\rho_2}$$

Так як в аеродинаміці струйка газового потоку знаходиться практично на одному рівні з обтікаємим тілом, то зміну потенціональної енергії тиску від положення в рівнянні можна не враховувати, тобто  $H_1 = H_2$ , таким чином можна вважати, що:

$$\rho g H_1 = \rho g H_2 = \rho g H_i$$

При русі газу з малою дозвуковою швидкістю ( $M \leq 0,3$ ) стисливістю його можна знехтувати, тобто  $\rho_1 = \rho_2 = \rho$  і можна вважати що температура маси рідини не змінюється, а значить внутрішня енергія по всьому перерізу потоку постійна:

$$E_{B,i} = \frac{1}{k-1} \left( \frac{p_1}{\rho_1} \right) = \frac{1}{k-1} \left( \frac{p_2}{\rho_2} \right) = \text{const}$$

тоді рівняння Бернуллі без урахування стисливості набуде вигляду:

$$p_1 + \frac{\rho V_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho V_2^2}{2} = p + \frac{\rho V^2}{2} = \text{const} = p_n - \text{повний тиск потоку рідини}$$

де

$p_1$  і  $p_2$  - статичний тиск, Н/м<sup>2</sup>;

$\frac{\rho V^2}{2}$  - динамічний тиск або швидкісний напір, Па.

У загальному вигляді рівняння Д. Бернуллі без урахування стисливості має вигляд:

$$p^* = p_{cm} + \frac{\rho V^2}{2} - \text{const} - \text{повний тиск в потоці.}$$

Фізичний сенс рівняння Бернуллі полягає в тому, що при сталому русі нестисливого газу повний тиск дорівнює сумі статичного і динамічного тиску і є величиною постійною у всіх перерізах одного і того ж потоку газу.

## 2.4.3 Практичне використання основних рівнянь аерогідрогазодинаміки

Рівняння встановлюють дуже важливу для аеродинаміки залежність між швидкістю потоку, тиском в ньому і основними газодинамічними параметрами газу.

### 2.4.3.1 Повне гальмування потоку

У разі повного гальмування потоку газу в перерізах кінетична енергія рухомого газу повністю перетворюється в потенційну енергію тиску (рис 2.4.3).

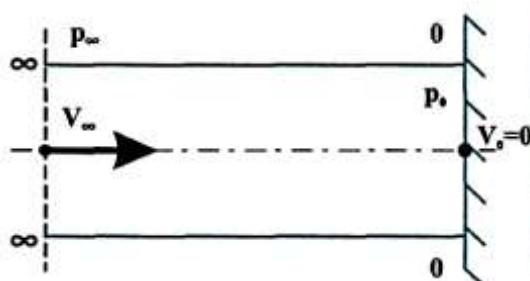


Рис 2.4.3 Схема повного гальмування потоку

Згідно рівняння Д. Бернуллі:

$$p_0 + \frac{\rho V_0^2}{2} = p_\infty + \frac{\rho V_\infty^2}{2},$$

при рівняння набуває вигляду:  $V_0 = 0$

$$p_0^* = p_\infty + \frac{\rho V_\infty^2}{2} \text{ або } p_0^* - p_\infty = \Delta p = \frac{\rho V_\infty^2}{2}$$

Таким чином, у випадку повного гальмування потоку нестисливого газу підвищення тиску в місці гальмування дорівнює швидкісному напору, а тиск загальмованого потоку рівняється повному тиску  $p_0^*$ .

### 1 Задачі: 2.4.1:

- 1) Визначити, як зміниться повний тиск в критичній точці носової частини фюзеляжу літака на висоті **8000 м.**, якщо швидкості літака змінюються від **400 до 900 км/год.**
- 2) Визначити температуру загальмованого повітряного потоку для чисел Маха  **$M = 3 i 5$** , якщо температура набігаючого потоку рівняється  **$t = 30^\circ C$** .

#### 2.4.3.2 Виникнення підйомної сили

На підставі рівняння нерозривності і рівняння балансу енергії рухомого газу можна пояснити фізичну сутність виникнення підйомної сили на обтікаєму потоком газу твердому тілі (рис 2.4.4).

При обтіканні тіла газовим потоком на верхній його поверхні швидкість потоку збільшується через зменшення площин перерізу струмків, що призводить до зменшення тиску. На нижній поверхні, швидкість потоку зменшується через збільшення площин поперечного перерізу струмок, що призводить до збільшення статичного тиску.

Таким чином, на обтікаєму тілі виникає різниця тисків по-вертикальні, що призводить до виникнення підйомної сили  $Y_a$ , спрямованої вгору.

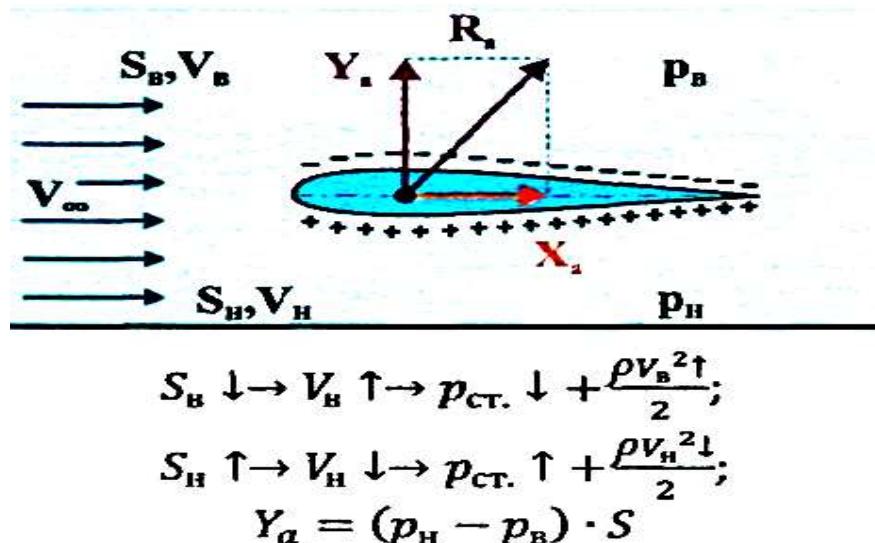


Рис 2.4.4 Схема виникнення аеродинамічної сили

### 2.4.3.3 Вимірювання швидкості польоту

На підставі закону Д. Бернуллі використовується принцип вимірювання швидкості польоту літательного апарату. Вимірювання швидкості здійснюється за допомогою приймача повітряного тиску (*ППТ*), що складається з 2-х трубок: внутрішньої трубки 1, яка є приймачем повного тиску і зовнішньої трубки 2, яка є приймачем статичного тиску (*рис 2.4.5*):

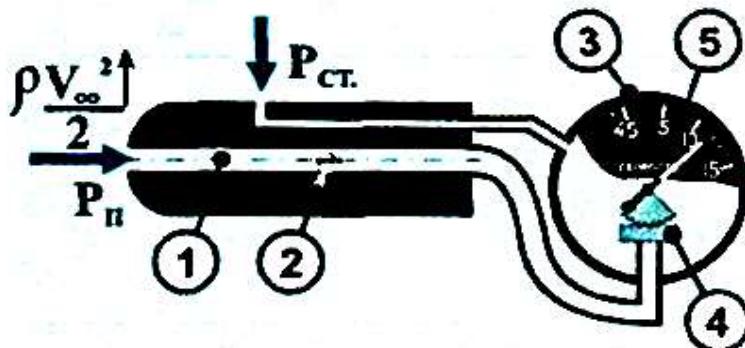


Рис 2.4.5 Схема вимірювання швидкості повітряного потоку

$$P_{\text{in}} = P_{\text{ст}} + \frac{\rho V^2}{2}$$

Обидві трубки з'єднані з покажчиком швидкості 3, під дією різниці тисків мембрани коробка 4 деформується і через передавальний механізм пересуває стрілку приладу 5 звідси:

$$V_{np} = \sqrt{\frac{2(P_{\text{in}} - P_{\text{ст}})}{\rho}}$$

Швидкість вимірювана *ППТ* називається приладовою швидкістю *ЛА*. Зі збільшенням висоти польоту, в зв'язку зі зменшенням щільності повітря показання приладу стають неточними. Тому повітряна швидкість *ЛА* ( $V_h$ ) на деякій висоті ( $H$ ) буде дещо більшою, ніж швидкість, що показує прилад. З цією метою для визначення істинної повітряної швидкості вводиться поправка по масовій щільності ( $1/\Delta$ ).

$$V_h = V_{np} \sqrt{\frac{1}{\Delta}}, \text{ де } \Delta = \frac{\rho_h}{\rho_0}$$

#### 2 Задачі: 2.4.2:

- 1) Визначити приладову і повітряну швидкість польоту літака, якщо статичний тиск за бортом літака на заданій висоті рівняється  $1,013 * 10^5 \text{ Па}$ , тиск в критичній точці на фюзеляжі літака рівняється  $1,108 * 10^5 \text{ Па.}$ , а масова густина рівняється  $0,5 \text{ кг/м}^3$ .
- 2) Літак летить на висоті  $H = 8000 \text{ м}$ , яку швидкість буде показувати прилад показника швидкості і яка буде фактична повітряна швидкість, якщо повний тиск рівняється  $1,15 * 10^5 \text{ Па}$ .