

**МІНІСТЕРСТВО ВНУТРІШНІХ СПРАВ УКРАЇНИ  
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ВНУТРІШНІХ СПРАВ  
КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ ЛЬОТНИЙ КОЛЕДЖ**

**Циклова комісія економіки, соціально-гуманітарних та  
фундаментальних дисциплін**

**ТЕКСТ ЛЕКЦІЇ**

**з навчальної дисципліни «Технічна механіка»  
обов'язкових компонент  
освітньо-професійної програми  
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти**

**272 Авіаційний транспорт  
Оператор безпілотних літальних апаратів**

**за темою – Основні положення опору матеріалів. Метод перерізів**

**Кременчук 2023**

### **ЗАТВЕРДЖЕНО**

Науково-методичною радою  
Харківського національного  
університету внутрішніх справ  
Протокол від 22.02.2024 №2

### **СХВАЛЕНО**

Методичною радою Кременчуцького  
льотного коледжу Харківського  
національного  
університету внутрішніх справ  
Протокол від 17.01.2024 №6

### **ПОГОДЖЕНО**

Секцією науково-методичної ради  
ХНУВС з гуманітарних та соціально-  
економічних дисциплін  
Протокол від 22.02.2024 №2

Розглянуто на засіданні циклової комісії економіки, соціально-гуманітарних та фундаментальних дисциплін, протокол від 05.01.2024 №14

**Розробник:** викладач циклової комісії економіки, соціально-гуманітарних та фундаментальних дисциплін, викладач-методист Грибанова С.А.

### ***Рецензенти:***

- 1. Начальник відділу організації наукової роботи та гендерних питань, к.т.н., спеціаліст вищої категорії, викладач-методист Владов С.І.*
- 2. Доцент кафедри автомобілів та тракторів Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського, к.т.н., доцент Черниш А.А*

### **План лекції:**

1. Предмет і завдання опору матеріалів.
2. Зовнішні сили (навантаження).
3. Види деформацій.
4. Внутрішні сили. Метод перерізів.
5. Поняття про напруження.
6. Гіпотези науки про опір матеріалів.

### **Рекомендована література:**

#### **Основна**

1. Павловський М. А. Теоретична механіка: Підручник.- К.: Техніка, 2002. – 512 с.
2. Федуліна А. І. Теоретична механіка: Навч. посіб.- К.: Вища шк., 2005. – 319 с.
3. Теоретична механіка: Збірник задач / О. С. Апостолук, В. М. Воробйов, Д.І. Ільчишин та ін.; За ред. М. А. Павловського. - К.: Техніка, 2007. – 400 с.
4. Цасюк В. В. Теоретична механіка: Підручник.- Львів: Афіша, 2003. – 402 с.
5. Головіна Н.П. Механіка гіроскопічних систем в авіації: Навчальний посібник. – Кременчук: КЛК НАУ, 2009. – 88с.
6. Гурняк Л.І., Гуцуляк Ю.В., Юзьків Т.Б. Опір матеріалів: Посібник для вивчення курсу при кредитно-модульній системі навчання. – Львів: “Новий світ – 2000”, 2006. – 364 с.
7. Писаренко Г.С. та ін. Опір матеріалів Підручник/Г.С. Писаренко, О. Л. Квітка, Е.С.Уманський. За ред. Г.С. Писаренка – К.: Вища шк., 1993. – 655 с.
8. Корнілов О. А. Короткий курс опору матеріалів: Підручник.- Львів: Магнолія 2006, 2007. – 170 с.

#### **Допоміжна**

9. Токар А. М. Теоретична механіка. Кінематика. Методи і задачі: Навч. посіб.- К.: Либідь, 2001. – 339 с.
10. Токар А. М. Теоретична механіка. Динаміка. Методи і задачі: Навч. посіб.- К.: Либідь, 2006. – 314 с.

### **Текст лекції**

#### **1. Предмет і завдання опору матеріалів.**

Опір металів є одним з розділів механіки реального твердого тіла, здатного деформуватися під впливом прикладених до нього зовнішніх сил (навантажень).

На відміну від теоретичної механіки, в якій тіла вважаються абсолютно твердими, в опорі матеріалів основна увага приділяється вивченню деформацій реальних тіл.

Практика показує, що всі частини конструкцій під дією навантажень деформуються, тобто змінюють свою форму і розміри, а в деяких випадках відбувається руйнування конструкції.

**Опір матеріалів** – це наука, яка вивчає інженерні методи розрахунків на міцність, жорсткість та стійкість елементів машин та споруд. д.

**Міцністю** називається здатність матеріалів конструкцій і їх елементів чинити опір зовнішнім силам, не руйнуючись.

Розрахунки на міцність дають можливість визначити форму і розміри деталей, які витримують задане навантаження при найменшій витраті матеріалів.

Під **жорсткістю** розуміється здатність тіла або конструкції чинити опір утворенню деформацій.

У багатьох випадках величину деформацій, незважаючи на їх малість, приходится обмежувати, тому що в супротивному випадку нормальна експлуатація конструкції може стати неможливою. Наприклад, при механічній обробці деталі на станку внаслідок деформації самої деталі і елементів станка може відбутися зниження точності обробки, що не припустимо.

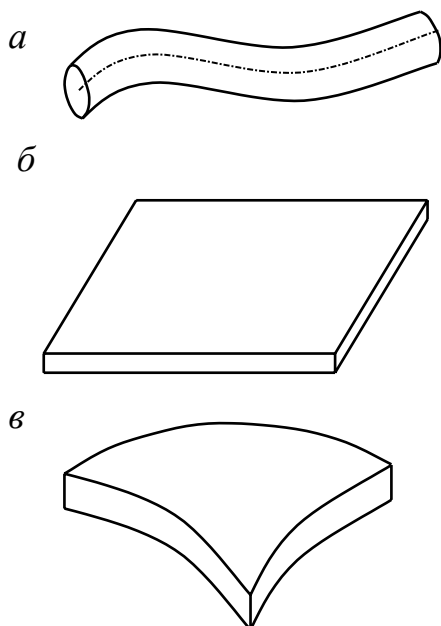
Розрахунки на жорсткість гарантують, що зміни форми і розмірів конструкцій і їх елементів не перевищать допустимих норм.

Під **стійкістю** розуміється здатність конструкції чинити опір силам, які прагнуть вивести її із початкового стану рівноваги.

Можна сказати, що рівновага елемента стійка, якщо малій зміні навантаження відповідає мала зміна деформації і, навпаки, рівновага нестійка, якщо обмежений приріст навантаження викликає необмежений приріст деформації.

Розрахунки на стійкість запобігають раптовій втраті стійкості і скривленню довгих або тонких деталей.

На практиці в більшості випадків приходится мати справу з конструкціями складної форми, окремі елементи яких можна звести до наступних найпростіших типів:



1. **Брус** – тіло, у якого два розміри малі в порівнянні з третім (рис.1,а). В поодинокому випадку брус може мати постійну площу поперечного перерізу і прямолінійну вісь. Брус з прямолінійною віссю часто називають стержнем. **Вісь бруса** – це лінія, яка з'єднує центри ваги його поперечних перерізів. Плоска фігура, яка має свій центр ваги на осі і перпендикулярна до неї, називається його **поперечним перерізом**.

2. **Пластика** – тіло, обмежене двома плоскими поверхнями, відстань між

Рис. 1.

якими мала у порівнянні з іншими розмірами (рис.1,б).

3. **Оболонка** – тіло, обмежене двома криволінійними поверхнями, відстань між якими мала у порівнянні з іншими розмірами (рис.1,в).

4. **Масив** – тіло, у якого всі три розміри одного порядку.

В опорі матеріалів теоретично і експериментально вивчається дія навантаження переважно на прості елементи, в першу чергу на стержні та прості стержневі системи.

## 2. Зовнішні сили (навантаження).

Сили, що діють на тверде тіло, поділяються на **зовнішні** та **внутрішні**. **Зовнішніми** силами для даного тіла є сили, викликані дією інших тіл. Зовнішні сили, розподілені по всьому об'єму тіла або по його частині, називаються **об'ємними**. Зовнішні сили, які прикладені до поверхні тіла, називаються **поверхневими**.

Систему зовнішніх сил, прикладених до тіла, будемо називати його навантаженням. Навантаження тіла може бути статичним або динамічним.

**Статичним** називається таке навантаження, при якому немає прискорень тіла чи його частин або прискорення настільки малі, що ними можна знехтувати. Таке навантаження має місце при поступовому і повільному збільшенні прикладеної до тіла сили від нуля до його кінцевого значення.

**Динамічним** називається навантаження, при якому виникають значні прискорення і зв'язані з ними сили інерції, які необхідно брати до уваги.

Поверхнєве навантаження, діюче на не великій площі, умовно замінюється зосередженою силою, прикладеною в центрі ваги цієї площини і рівній за величиною рівнодіючій. Наприклад, тиск колеса локомотива на рейку зображується у вигляді зосередженої сили, прикладеної в центрі площі контакту колеса з рейкою. Позначення зосередженої сили  $F$  - Н (ньютон),  $\kappa H = 10^3 H$  (кілоньютон).

Навантаження, прикладене на значній площі, називається **розподіленим**. Мірою такого навантаження є його інтенсивність, тобто границя відношення рівнодіючої, яка приходить на дуже малу площину, до величини цієї площини, коли вона прагне до нуля. Якщо інтенсивність у всіх точках площини навантаження однакова, то таке навантаження носить назву **рівномірно розподіленого**.

Якщо ж інтенсивність різна, то вона називається **нерівномірно розподіленою**. Позначається  $q - \text{Па} = \frac{H}{\text{м}^2}$  (Паскаль),  $\text{МПа} = 10^6 \text{Па} = 1 \frac{H}{\text{мм}^2}$  (мегапаскаль). Прикладом розподіленого навантаження є сніг на даху будинку, власна вага плит перекриття і т.п. В тих випадках, коли площа розподіленого навантаження уявляє собою витягнутий прямокутник, а інтенсивність вздовж короткої сторони  $b$  постійна і змінюється тільки по довгій стороні, таке

навантаження умовно замінюють погонним розподіленим навантаженням інтенсивністю  $q = pb = Pa \cdot m = H/m$ .

На конструкції можуть діяти моментні навантаження: у вигляді розподілених моментів по поверхні ( $Pa \cdot m$ ), розподілених погонних моментів ( $Pa \cdot m/m$ ) або зосереджених моментів ( $H \cdot m$ ).

За тривалістю дії зовнішні навантаження діляться на постійні і тимчасові. **Постійним** називається навантаження, яке діє впродовж всього терміну роботи конструкції, наприклад, її власна вага. **Тимчасовим** називається навантаження, яке діє обмежений час, після чого зникає, наприклад, вага снігу на дах, тиск вітру і т.д.

Зовнішні навантаження діляться на **нерухомі**, що не змінюють свого положення, **рухомі**, які за невеликий проміжок часу змінюють своє положення, зберігаючи напрямок дії, наприклад, тиск локомотива, що рухається, на міст.

Слід пам'ятати, що в число зовнішніх сил, які приймаються до уваги при розрахунках конструкції, входять не тільки активні сили, але і реакції зв'язків і сили інерції (при наявності значних прискорень).

### 3. Види деформацій.

З практики відомо, що в процесі експлуатації елементи конструкції зазнають наступні основні деформації:

- 1) розтяг (рис. 2,а); цю деформацію зазнають, наприклад, канати, троси, ланцюги;
- 2) стиск (рис. 2,б); на стиск працюють, наприклад, колони, цегляна кладка, ніжки стільців;
- 3) зсув (рис. 2,в); деформацію зсуву зазнають заклепки, болти, шпонки, шви зварних з'єднань;
- 4) кручення (рис. 2,г); на кручення працюють вали, які передають потужність при обертанні;
- 5) згин (рис. 2,д); на згин працюють балки, осі, зубці зубчастих коліс та інші елементи конструкцій.

Часто навантаження викликають одночасно дві й більше основних деформацій. Такі випадки називають складним опором.

Деформації тіла можуть бути пружними або залишковими (пластичними). **Пружною** називається така деформація, яка зникає після припинення дії навантаження; **залишковою** або **пластичною** називається та часткова повної деформації, яка залишається після припинення дії навантаження.

Пружність тіла, тобто його здатність поновлювати після припинення дії навантаження початкову форму і об'єм, є однією з основних властивостей твердих тіл, яка використовується при проектуванні елементів машин і споруд.

Поряд з пружними деформаціями в тілах можуть виникати також пластичні деформації. При нормальній експлуатації інженерних конструкцій не можна допускати виникнення пластичних деформацій, при яких розміри і форми елементів конструкцій необернено змінюються. Визначення умов

виникнення і зростання пластичних деформацій має велике значення для знаходження величин тих навантажень, які можуть безпечно передаватись на конструкцію.

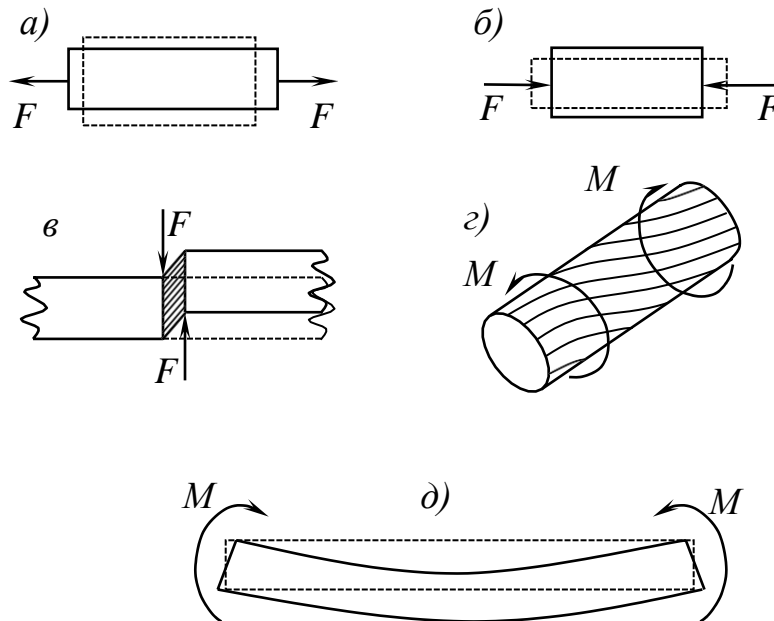


Рис. 2.

Відношення абсолютного подовження лінійного елемента до його початкової довжини називається **відносним подовженням** і позначається буквою  $\varepsilon$ :

$$\varepsilon = \Delta(ds) / ds \quad .$$

Деформація зсуву характеризується **кутом зсуву**  $\gamma$ , що являє собою зміну кута між двома взаємно перпендикулярними лінійними елементами, які виходять з однієї точки.

#### 4. Внутрішні сили. Метод перерізів.

**Внутрішніми** силами називаються сили взаємодії між частинками твердого тіла. Слід зауважити, що у будь-якому твердому тілі між його окремими частинками завжди діють сили взаємного притягнення, які зумовлюють існування твердого тіла з його незмінними (у не навантаженому стані і при певній температурі) формою і розмірами. Внаслідок дії прикладеного навантаження у тілі виникають додаткові внутрішні сили, які залежать від форми тіла і характеру навантаження. У науці про опір матеріалів цікавляться саме цими додатковими внутрішніми силами, викликаними дією зовнішніх сил.

Отже, під **внутрішніми силами** будемо розуміти ті додаткові сили взаємодії між частинками матеріалу, які виникають від дії на тіло зовнішніх

сил. Для їх визначення користуються методом перерізів, згідно з яким конструкція (або елемент) умовно розсікається площиною, перпендикулярною до осі елемента, на дві частини I і II (рис. 3,а). В обох цих частинах у всіх точках перерізу виникають внутрішні сили взаємодії, які на підставі третього закону Ньютона рівні і протилежні за напрямком (рис. 3,б). Отже, кожна окрема частина I і II тіла знаходиться під дією заданих зовнішніх сил  $F_i$  і сил, які замінюють дію другої, відкинутої частини тіла, прикладених до площини проведеного перерізу. Але тепер сили взаємодії для кожної частини I і II перейшли в категорію зовнішніх сил, які можна за теоремою Пуансо привести до однієї сили – головного вектора  $\bar{R}$  і до однієї пари – головного моменту  $M$  (рис. 3,в).

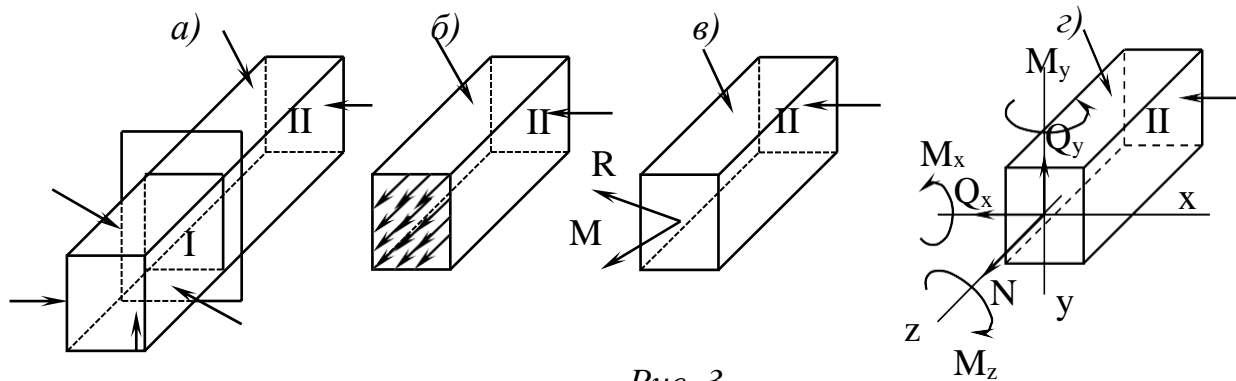


Рис. 3.

Вибравши прямокутну систему координат  $oxyz$  для залишеної частини, розкладемо  $\bar{R}$  і  $M$  за відповідними осями. Одержимо шість складових: три сили  $N$ ,  $Q_x$ ,  $Q_y$  і три моменти  $M_x$ ,  $M_y$ ,  $M_z$  (рис. 3,г).

Сили  $N$ ,  $Q_x$ ,  $Q_y$  і моменти  $M_x$ ,  $M_y$ ,  $M_z$ , що виникають у поперечному перерізі тіла, називають **внутрішніми силовими факторами (або зусиллями)** у цьому перерізі.

Так як тіло до умовного розсікання знаходилося під дією заданої системи сил у рівновазі, то і після поділу його на частини I і II кожна з них також повинна бути у рівновазі, але вже під дією тих сил, що прикладені безпосередньо до цієї частини.

Для залишеної частини (у нашому випадку це частина II) тіла складається шість умов рівноваги статки:

$$\begin{cases} \sum X = 0; \sum M_x = 0; \\ \sum Y = 0; \sum M_y = 0; \\ \sum Z = 0; \sum M_z = 0; \end{cases}$$

з яких і визначаються внутрішні силові фактори.

Метод перерізів дає змогу знайти лише сумарні характеристики внутрішніх сил, проте не дозволяє встановити закон розподілу цих сил перерізом.

Через те, що метод перерізів є основним методом опору матеріалів, ще раз чітко сформулюємо його зміст і вкажемо послідовність усіх п'яти етапів, з яких він складається:



- 1) розсікаємо тіло площиною в тому перерізі, в якому нас цікавлять внутрішні сили;
- 2) відкидаємо одну з частин тіла (доцільніше ту, до якої прикладено менше зовнішніх сил);
- 3) замінюємо дію відкинутої частини на залишену внутрішніми силами;
- 4) складаємо рівняння рівноваги залишеної частини;
- 5) розв'язуємо ці рівняння і знаходимо складові головного вектора і головного моменту внутрішніх сил, що діють у розглядуваному перерізі.

Шість внутрішніх силових факторів, виникаючих у поперечному перерізі тіла в самому загальному випадку, носять такі назви:

$N$  - **поздовжня (нормальна) сила**;  $Q_x$  і  $Q_y$  - **поперечні сили**;  $M_z$  - **крутний момент**, який позначатимемо  $T = M_z$  (Torsion(англ.) - кручення);  $M_x$  і  $M_y$  - **згинальні моменти**.

При різних деформаціях у поперечних перерізах елемента конструкції виникають різні внутрішні силові фактори. Розглянемо поодинокі випадки:

1. У перерізі виникає тільки поздовжня сила  $N$ . У цьому випадку має місце деформація розтягу (якщо сила  $N$  спрямована від перерізу) або деформація стиску (якщо сила  $N$  спрямована до перерізу).
2. У перерізі виникає тільки поперечна сила  $Q$ . У цьому випадку має місце деформація зсуву.
3. У перерізі виникає тільки крутний момент  $T = M_z$ . У цьому випадку має місце деформація кручення.
4. У перерізі виникає тільки згинальний момент  $M$  ( $M_x$  або  $M_y$ ). У цьому випадку має місце деформація так званого чистого згину (розрізняють ще поперечний згин, коли, крім згинального моменту, у поперечному перерізі бруса не дорівнює нулеві одна з поперечних сил).

## 5. Поняття про напруження.

Ми знаємо, що в поперечних перерізах стержня діють не зосереджені внутрішні сили  $N$ ,  $Q$ ,  $T$  і т.д., а безперервно розподілені сили, інтенсивність яких може бути різною в різних точках перерізу і в різних напрямках. Для оцінки інтенсивності розподілу внутрішніх сил по перерізу запроваджують міру їх, так би мовити, “густину”, що зветься напруженням.

Оскільки, як було сказано, зусилля на елементарній площині можна вважати розподіленими рівномірно, то, поділивши величини  $dN$ ,  $dQ_x$  і  $dQ_y$  на

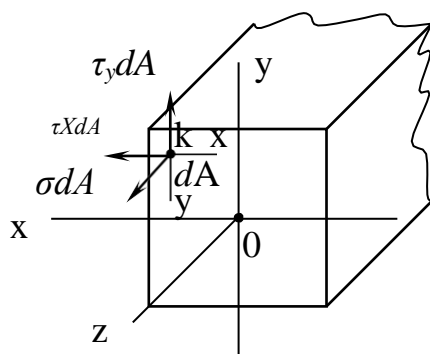


Рис. 4.

площу  $dA$ , одержимо величини поздовжніх і поперечних сил, які приходяться на одиницю площі:

$$\sigma = \frac{dN}{dA}; \quad \tau_x = \frac{dQ_x}{dA}; \quad \tau_y = \frac{dQ_y}{dA}.$$

Ці величини називаються напруженнями у даній точці  $K$  проведеного перерізу бруса, причому  $\sigma$  - нормальне напруження,  $\tau$  - дотичне напруження. Їх вимірюють в одиницях напруження – Паскалях (Па):  $1\text{Па} = 1\text{Н}/\text{м}^2$ .

Таким чином, напруженням називається внутрішня сила, віднесена до одиниці площі у даній точці розглядуваного перерізу.

Іноді крім нормальних  $\sigma$  і дотичних  $\tau_x$ ,  $\tau_y$  напружень розглядають і повні напруження

$$p = dR/dA,$$

тобто величину повного зусилля, яке приходить на одиницю площі. Очевидно, що

$$p = \sqrt{\sigma^2 + \tau_x^2 + \tau_y^2}.$$

Отже, від зовнішніх сил за допомогою методу перерізів до внутрішніх силових факторів, від них на базі інтегральних рівнянь і додаткових гіпотез до напружень – такий в загальних рисах план рішення основної задачі опору матеріалів про визначення напружень, виникаючих у поперечних перерізах бруса при різних видах його навантаження.

## 6. Гіпотези науки про опір матеріалів.

Реальні матеріали, з яких виготовляють елементи конструкцій, представляють собою досить складні і неоднорідні тверді тіла з різними властивостями. Врахувати всю різноманітність цих властивостей дуже важко, тому в опорі матеріалів використовують не всі характеристики твердих матеріалів, а тільки загальні признаки, притаманні всім тілам. Другими словами, в опорі матеріалів вивчається поведінка конструкцій з ідеалізованого матеріалу, який зберігає головні фізико – механічні характеристики.

Вивчення основ опору матеріалів у даному курсі базується на найбільш простих у математичному відношенні гіпотез і обмежень, які з достатньою точністю для практичних цілей описують поведінку реальних конструкцій. У тих випадках, коли прийняті припущення і обмеження приводять до невірних результатів, будуть зроблені спеціальні уточнення.

1. Припущення про неперервну (суцільну) будову матеріалу. Згідно з цим припущенням приймається, що увесь об'єм елемента конструкції заповнений речовиною без будь-яких пустот, тобто не враховується дійсна дискретна атомістична структура матеріалів. Це припущення дозволяє виділити з будь-якої частини тіла нескінченно малий елемент  $i$ , приписавши йому властивості матеріалу всього тіла, користуватися при дослідженні напружено – деформованого стану математичними методами аналізу нескінченно малих величин.

2. Гіпотеза про ненапружений стан тіла. Згідно з цим у матеріалі елемента до його навантаження немає ніяких напружень, тобто дійсні (початкові)

напруження, характер і величина яких залежить від причин виникнення, приймаються рівними нулю.

3. Припущення про однорідність матеріалів. Згідно з цим припущенням матеріал у всіх точках любого об'єму має однакові фізико-механічні властивості.

4. Припущення про ізотропність матеріалу. Згідно з цим припущенням матеріал улюб'язній точці і за всіма напрямками, проведеними через цю точку, має однакові фізико-механічні характеристики.

5. Гіпотеза про ідеальну пружність матеріалу. Згідно з цією гіпотезою вважається, що матеріал володіє властивістю повністю поновлювати після припинення дії навантаження початкову форму і розміри.

6. Гіпотеза про лінійну залежність між напруженням і деформацією. Згідно з цією гіпотезою пружне тіло наділяється найпростішою, тобто лінійною залежністю між напруженнями і деформаціями у даній точці, яка носить назву закону Гука.

7. Припущення про малість переміщень у порівнянні з геометричними розмірами елементів конструкції. Згідно з цим припущенням не враховуються зміни геометричних розмірів елементів і місцезнаходження навантажень від згину, розтягу, стиску і зсуву після прикладання до них зовнішніх сил. Таким чином, реакції і внутрішні силові фактори визначаються по заданій, початковій геометрії, що значно спрощує розрахунки, так як всі рівняння мають лінійний вигляд.

8. Принцип незалежності дії сил або принцип суперпозиції. Згідно з цим можна сказати, що результат дії системи сил на тіло дорівнює сумі результатів окремо взятої кожної сили цієї системи сил. Іншими словами, в опорі матеріалів можна визначати реакції, внутрішні силові фактори, напруження і деформації окремо від кожної діючої на тіло зовнішньої сили і результати алгебраїчно скласти, щоб одержати сумарний ефект дії на тіло даної системи сил.

9. Гіпотеза плоских перерізів (гіпотеза Бернуллі): поперечні перерізи елемента, плоскі і перпендикулярні до його осі до прикладення зовнішніх сил, будуть плоскими і перпендикулярними до осі і після прикладення до елемента навантаження.

10. Гіпотеза Сен-Венана: в достатньо віддалених точках елемента від місця прикладання навантаження внутрішні силові фактори дуже мало залежать від способу прикладання цього навантаження.